

采用非结构网格的 IDEAL 算法实现及 定压边界条件处理

王辉, 徐明海

(中国石油大学(华东)储运与建筑工程学院, 266555, 青岛)

摘要: 在非结构网格系统中采用有限容积法对不可压 N-S 方程进行了离散, 其中对流项采用二阶迎风格式, 扩散项采用超松弛校正格式. 通过修正的动量插值格式构造了压力方程, 利用 IDEAL 算法处理压力与速度的耦合. 利用 Taylor 展式导出了邻近边界内节点的压力计算公式, 进而将边界静压引入到压力方程的迭代计算中, 确保了边界信息向内部区域的有效传递. 根据质量守恒定律分别导出了压力入口和出口边界的速度计算公式, 结合伯努利定律给出了总压边界的处理方法. 通过压力驱动管内层流、三通管层流以及浮力驱动流等几个典型算例对文中方法进行了考核, 并将计算结果与文献中的基准解和实验值进行了对比. 结果表明, 不管是静压边界还是总压边界, 采用该处理方法均能获得令人满意的结果, 尤其对于大空间自然对流问题, 可以在保证精度的前提下节省大量的存储空间和运算时间.

关键词: 定压边界; 非结构网格; IDEAL 算法; 不可压缩流; 有限容积法

中图分类号: O357.1; TK124 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)05-0023-08

Implementation of IDEAL Algorithm in Unstructured Grids and Treatment of Specified Pressure Boundary Conditions

WANG Hui, XU Minghai

(School of Transport & Storage and Civil Engineering, China University of Petroleum, Qingdao 266555, China)

Abstract: On the basis of the finite volume method, the incompressible N-S equation was discretized with the second order upwind scheme to evaluate the convective term and the over-relaxed correction approach to calculating the diffusion term in unstructured grids systems. The pressure equation was derived by the modified momentum interpolation method, and the IDEAL algorithm was adopted in unstructured grids to treat the coupling of pressure and velocity. The formula for calculating static pressure of the internal nodes near boundary was derived by the Taylor expansion, and then the boundary pressure was employed in the iterative computation of the pressure equation to ensure the transfer of information from boundary to internal domain. The calculation formulae of the velocity at the pressure inlet and outlet were derived from the mass conservation law. The method proposed was evaluated by pressure-driven laminar internal flow, T-branch flow and buoyancy-driven flow, and then the solutions were compared with those in the literature. The results show that the present method is effective and feasible.

Keywords: specified pressure boundary; unstructured grids; IDEAL algorithm; incompressible flow; finite volume method

SIMPLE 算法^[1] 由于采用原始变量求解 N-S 方程,简单直观且通用性强,在流动与传热问题的数值求解中得到了广泛应用,但它也有不足之处,主要表现为:在压力修正方程的推导中忽略了邻点速度修正的影响,降低了计算过程的稳定性和收敛性;将压力方程中与边界相关的系数赋值为 0,导致边界压力信息无法传入计算区域内部,因此对定压边界的流场求解较为困难。为了克服第 1 个不足,CFD 学界近几十年来提出了多种改进方案,例如 SIMPLER、SIMPLEC、SIMPLEX 以及 PISO 算法^[2],它们以不同的方式减轻了忽略邻点速度修正的影响。MSIMPLE 算法^[3] 则结合了 SIMPLEC 和 SIMPLER 两种算法的优点,具有更好的收敛特性。CLEAR 算法^[4] 利用直接求解的压力改进速度而不引进压力修正,完全考虑了邻点速度的影响,速度和压力的耦合得到了较好的保证。IDEAL 算法^[5] 在每一个迭代层次上对压力方程进行两次内迭代,这样在每个迭代层次上充分满足了速度和压力之间的耦合,从而大大提高了计算的收敛速度和迭代过程的稳定性。对于第 2 个不足,国内外学者相继提出了一些解决方案。王晓岛^[6] 基于压力边界处的速度 Neumann 特性重新推导了边界以及边界内部控制体的压力修正方程,由此提出了 SIMPLE-P 算法,并通过充分发展圆管层流问题及平行通道内的自然对流等问题进行了验证,但其公式推导过程烦琐,程序处理较为复杂,因此未能得到广泛应用。Mathur 等^[7] 在非结构网格系统中对静压边界控制体的动量方程进行外推,得到了边界与内部节点的压力关系式,导出了边界质量流量与压力修正值之间的关系式,并通过伯努利方程的微分化形式推导出总压边界流量与压力修正值之间的关系,从而将边界压力有效地引入到压力修正方程的计算中,较好地模拟了 T 形分支管流动和等温平板间的自然对流问题。Kwak 等^[8] 基于交错网格 SIMPLER 算法分别对边界单元的动量方程、压力方程以及压力修正方程进行修改,进而提出了适用于定压边界的处理方法,并通过带凹槽的二维垂直平板对流换热实验对计算结果进行了验证。Kelkar 等^[9] 在曲线坐标系边界适体网格系统中基于动量方程外推提出了新的静压边界处理方法,并采用伯努利方程的线性化形式构建了总压边界节点的速度方程,通过直角和 Y 型分支管流、大空间圆柱自然对流等问题对静压边界的处理进行了验证。文献[7-9]虽然提出了不同的总压边界处理方案,但缺乏算例说明,因此其可行性有待验证。丁鹏

等^[10] 在计算无限空间自然对流问题时,针对外围定压边界条件提出了将压力转化为速度的方法。吕树申等^[11] 基于三维交错网格的 SIMPLEC 算法给出了与文献[7]类似的定压边界处理方法,并成功求解了电磁加热水平圆管空气流动换热等问题。Versteeg 等^[12] 将边界压力值赋给紧邻边界的内节点,该法由于简便实用而在工程计算中得到较好应用^[13],但不足之处是精度较低。

鉴于非结构化网格对于不规则区域适应性好,便于局部加密和网格自适应,发展基于非结构网格的高效算法及定压边界处理方法可以方便有效地模拟复杂区域的流动传热问题,较之结构网格方法更具有普适性。为此,本文采用有限容积法在非结构网格系统中对不可压 N-S 方程进行了离散,利用修正的动量插值格式构造了压力方程,同时为了保证高效和稳定的特点,将 IDEAL 算法推广到非结构网格中用以处理压力与速度的耦合,并分别给出了静压和总压边界条件的处理方案,推导了相应的边界速度计算公式,编制了定压边界流动传热问题求解程序。通过几个典型算例对本文方法进行了考核,并将计算结果与文献中的基准解和实验值进行了对比,验证了本文方法的有效性。

1 通用对流扩散方程的离散及动量离散方程的建立

将通用对流扩散方程在图 1 所示的控制容积 P 上积分,则有

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial\tau} dV + \sum_{f=1}^{N_f} \int_{A_f} (\rho V\varphi - \Gamma_\varphi \nabla\varphi) \cdot d\mathbf{A}_f = \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (1)$$

式中:左边第 1 项为瞬态项,第 2 项为对流及扩散项;右边为源项; φ 为通用变量; Γ_φ 为广义扩散系数; S_φ 为广义源项; N_f 为控制容积的界面数; $\mathbf{A}_f$ 为控制容积界面 f 的外法向矢量; ΔV 为控制容积的体积。非结构化网格中瞬态项和源项的离散与结构化网格一样没有明显区别,分别采用向前差分 and 线性化处理即可。为了提高计算过程的稳定性,同时又能确保解的精度,对流项采用具有延迟修正的二阶迎风插值格式^[14] 离散,扩散项采用超松弛校正格式^[15] 离散。将各项的离散结果代入式(1),移项变形可得最终代数方程式

$$a_P\varphi_P = \sum_{F=1}^{N_f} a_F\varphi_F + b_P \quad (2)$$

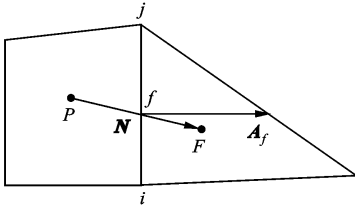


图 1 非结构网格控制容积示意图

$$\left. \begin{aligned} a_F &= \Gamma_f \frac{\mathbf{A}_f \cdot \mathbf{A}_f}{\mathbf{N} \cdot \mathbf{A}_f} + \max(0, -F_f) \\ a_P^0 &= \rho(\Delta V)_P / \Delta \tau \\ a_P &= a_P^0 - S_P(\Delta V)_P + \sum_{F=1}^{N_f} a_F \\ b &= a_P^0 \varphi_P^0 + S_c(\Delta V)_P + \sum_{F=1}^{N_f} b_P^c + \sum_{F=1}^{N_f} b_P^d \\ b_P^c &= \gamma[\max(0, -F_f) \cdot (\nabla \varphi)_F \cdot \mathbf{r}_{Pf} - \max(0, F_f) \cdot (\nabla \varphi)_P \cdot \mathbf{r}_{Pf}] \\ b_P^d &= \Gamma_f \overline{(\nabla \varphi)_f} \cdot \left(\mathbf{A}_f - \frac{\mathbf{A}_f \cdot \mathbf{A}_f}{\mathbf{N} \cdot \mathbf{A}_f} \mathbf{N} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{N}$ 为连接 P 、 F 节点的矢量。

由于动量方程只是方程(1)的特例,因此非结构网格中动量离散方程同样可以采用式(2)、(3)来表示,只是压力梯度项从源项中分离出来单独表示,并在控制容积积分过程中利用高斯定理计算,将该项代入式(2)、(3),并将亚松弛因子 α^u 、 α^v 组织到其中,则 u 、 v 方程的离散形式变为

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_P^u}{\alpha^u} u_P &= \sum a_F^u u_F + b_P^u - \sum p_f A_{fx} + \frac{1-\alpha^u}{\alpha^u} a_P^u u_P^0 \\ \frac{a_P^v}{\alpha^v} v_P &= \sum a_F^v v_F + b_P^v - \sum p_f A_{fy} + \frac{1-\alpha^v}{\alpha^v} a_P^v v_P^0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2 压力方程的建立

2.1 界面流速的动量插值计算

对于界面流速的计算采用 Chow & Cross 的动量插值格式^[16],以便引入两点压差,同时引入修正的动量插值方法(MMIM)^[17]来消除亚松弛因子对计算结果的影响,则界面流速最终可表示为

$$\left. \begin{aligned} u_f &= \tilde{u}_f - d_f^u (p_F - p_P) \\ v_f &= \tilde{v}_f - d_f^v (p_F - p_P) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中界面假拟速度定义为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{u}_f &= \alpha^u \hat{u}_f + (1-\alpha^u) u_f^0 \\ \tilde{v}_f &= \alpha^v \hat{v}_f + (1-\alpha^v) v_f^0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: u_f^0 和 v_f^0 为上一迭代层计算所得界面速度值;

$\hat{u}_f$ 、 $\hat{v}_f$ 以及 d_f^u 、 d_f^v 均可通过相邻单元的直线性插值得到,具体计算公式可参考文献[16],此处不再赘述。

2.2 压力方程的建立

在图 1 所示的单元 P 上对质量守恒方程进行积分,可得其离散形式为

$$(\Delta V)_P (\rho_P - \rho_P^0) / \Delta \tau + \sum_{f=1}^{N_f} (\rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{A})_f = 0 \quad (7)$$

考虑界面速度表达式(5),则单个界面 f 上的质量流量按下式计算

$$\begin{aligned} F_f &= (\rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{A})_f = \rho_f (A_{fx} u_f + A_{fy} v_f) = \\ &\rho_f [A_{fx} \tilde{u}_f + A_{fy} \tilde{v}_f + (A_{fx} d_f^u + A_{fy} d_f^v) (p_P - p_F)] \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),并考虑压力亚松弛,最后可得出关于节点压力的代数方程

$$\frac{a_P^p}{\alpha^p} p_P = \sum_{F=1}^{N_f} a_F^p p_F + b_P^p + \frac{1-\alpha^p}{\alpha^p} a_P^p p_P^0 \quad (9)$$

其中 α^p 为压力方程的亚松弛因子,方程中各系数按下式计算

$$\left. \begin{aligned} a_F^p &= \rho_f (A_{fx} d_f^u + A_{fy} d_f^v) \\ a_P^p &= \sum_{F=1}^{N_f} a_F^p \\ b_P^p &= (\Delta V)_P (\rho_P^0 - \rho_P) / \Delta \tau - \sum_{f=1}^{N_f} \rho_f (A_{fx} \tilde{u}_f + A_{fy} \tilde{v}_f) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

3 定压边界的处理

对于速度边界、出口边界、壁面边界、对称边界及周期性边界目前已有成熟有效的处理方法,而对于压力边界的处理还不完善.这主要是因为当给定速度等边界条件时,相应的边界压力一般通过内部节点值外推得出,因此压力方程组往往会表现出线性相关性,求解也比较容易.对于给定压力边界问题,压力方程组并不会呈现上述线性相关的特性,只有一组特定的解满足压力方程组,因此需要将给定的边界压力值有效地引入到压力方程中,从而将边界信息传入到区域内部,如果处理不恰当,不但求解过程很难进行,甚至还会出现发散的情况.实际上,定压边界处理首先需要了解边界压力的物理本质并进行适当的数学描述,然后再将相应压力值引入到压力方程中,最后还要考虑边界速度的获取,以保证方程组的封闭性,下文将对此展开讨论。

3.1 定压边界的数学描述

Kelkar 等^[9]通过不同压力腔体间连接管道的流动问题,说明了压力边界的识别取决于边界上流体相对于计算区域的流动方向.以管道内流体流动为例,令 p^∞ 和 p_b 分别表示给定的环境压力和边界静压, ρ_b 和 $\mathbf{V}_b$ 分别表示边界节点的密度和速度矢量,以 $\mathbf{A}_b$ 表示边界单元界面的外法向矢量.

(1)若流体进入计算区域,则其入口流动满足 $\mathbf{V}_b \cdot \mathbf{A}_b < 0$,给定的环境压力可以视为总压(滞止压力),忽略黏性效应,按照伯努利定理则有

$$p_b + \frac{1}{2} \rho_b |\mathbf{V}_b|^2 = p^\infty \quad (11)$$

(2)若流体流出计算区域,则其出口流动满足 $\mathbf{V}_b \cdot \mathbf{A}_b > 0$,由于黏性作用其流动消耗了大量动能,出口静压接近于环境压力,则给定的环境压力可以按静压处理,即

$$p_b = p^\infty \quad (12)$$

需要注意的是,有些情况下计算区域入口也可能明确指出给定的是静压值非总压值,此时该压力边界同样可以采用式(12)来描述.

3.2 静压边界的处理

对于给定的计算区域,如果事先确定的是静压边界条件,Versteeg 等^[12]提出的一种简单处理方法是给定的边界压力值直接赋给紧靠物理边界的网格单元,参照图 2 所示的定压边界的网格示意图,即 $p_P = p^\infty$,但该方法有其不足之处,即给定压力值不在边界节点处而是在离边界具有网格步长量级的位置,这样就会产生一定的误差 $O(\Delta r)$,因此是一种精度较低的方法.实际上,可以直接将边界静压值赋给相应的边界节点.由于边界节点的压力可通过相邻单元的压力值一阶 Taylor 近似得到

$$p_b = p_P + \nabla p_P \cdot \mathbf{r}_{Pb} \quad (13)$$

联立式(12)、(13),即可得到定压边界相邻内节点 P 的压力值为

$$p_P = p^\infty - \nabla p_P \cdot \mathbf{r}_{Pb} \quad (14)$$

这样处理之后,其误差变为 $O(\Delta r^2)$,较之 Versteeg 方案精度明显提高.为了对内部节点 P 赋予式(14)所计算的压力值,可以采用大源项法或大系数法,具体实施过程可参照文献^[18].按照上述方法处理后,可自动将边界压力值引入到压力方程的计算中,从而保证了边界信息向内部区域的有效传递.

压力边界需要解决的另一个重要问题就是边界速度的获取.对于压力出口,边界流体流量和流动方向均不知道,其流动状态完全由计算区域内部的流

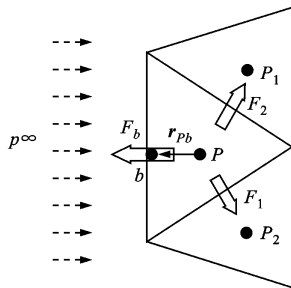


图2 定压边界网格示意图

体状态来决定,而对于压力入口,其流动方向则需要事先给定.为了得到边界速度的值,需要事先确定边界质量流量.由于先前对边界内节点 P 赋给了相应的压力值,破坏了该单元的质量平衡,因此完成一轮迭代之后需要对单元重新使用质量守恒定理,从而得到压力边界的质量流量

$$F_b = - \sum_{f=1, f \neq b}^{N_f} F_f \quad (15)$$

然后再依据出、入口位置分别得到相应的边界速度.

(1)对于定压入口边界,因入口速度方向已事先给定,则速度单位矢量 $\mathbf{e}_v$ 即可确定,由此可确定边界速度的大小

$$V_b = \frac{F_b}{\rho_b \mathbf{A}_b \cdot \mathbf{e}_v} \quad (16)$$

(2)对于定压出口边界,其流速取决于上游流动情况.首先,可以确定其边界速度的法向分量为

$$V_b^n = \frac{F_b}{(\rho A)_b} \cdot \frac{\mathbf{A}_b}{|\mathbf{A}_b|} = V_b^n \cdot \mathbf{e}_b \quad (17)$$

式中: $\mathbf{e}_b$ 表示边界界面单位外法向矢量.对于边界速度的切向分量,可通过内部单元零阶外推得出

$$\mathbf{V}_b^t = \mathbf{V}_P - \frac{\mathbf{V}_P \cdot \mathbf{A}_b}{|\mathbf{A}_b|} \cdot \frac{\mathbf{A}_b}{|\mathbf{A}_b|} = \mathbf{V}_P - (\mathbf{V}_P \cdot \mathbf{e}_b) \mathbf{e}_b \quad (18)$$

将法向分量和切向分量进行矢量相加,可得出边界速度矢量,将其在 x 、 y 方向投影可得出边界速度的 x 、 y 方向分量,具体推导此处不再细述.

3.3 总压边界的处理

若事先给定入口为总压边界,不能将其直接引入压力方程,但可利用上一步获取的边界速度得到动压值,再根据伯努利定理反推出边界节点的静压值,然后按照 3.2 节静压边界的处理方法进行处理,得到新的边界速度,如此反复迭代直到收敛,最后即可确定总压边界处的静压和速度.为了保证迭代过程的稳定性,将亚松弛考虑到压力计算中去,则边界静压可以按下式进行更新

$$p_b = \alpha^p \left(p^\infty - \frac{1}{2} \rho_b |\mathbf{V}_b^0|^2 \right) + (1 - \alpha^p) p_b^0 \quad (19)$$

式中: $\mathbf{V}_b^0$ 表示完成一轮外迭代之后按照静压边界处理方法所得到的速度更新值; p_b^0 表示上一步的压力值。

4 实例分析

以动量离散方程和压力方程为基础,总结了考虑定压边界处理的 IDEAL 算法的计算步骤,编制了相应的非结构网格计算程序,并针对不同类型的定压边界问题进行了计算。

4.1 压力驱动平行通道内流体层流

图 3 为平行通道内的流体层流模型及网格示意图,其左右两端分别为定压入口和出口边界,上端为壁面边界,下端为对称边界。对于静压边界,其流动

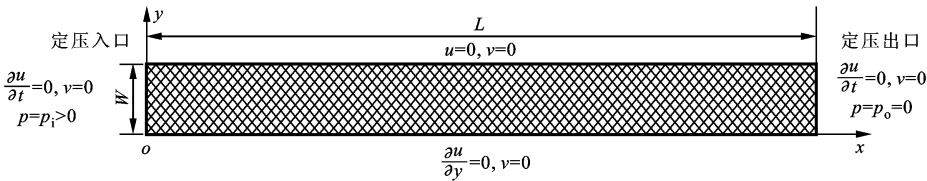
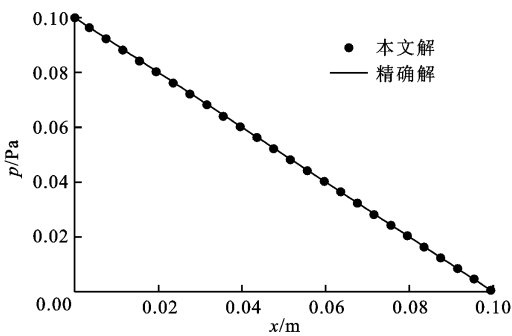
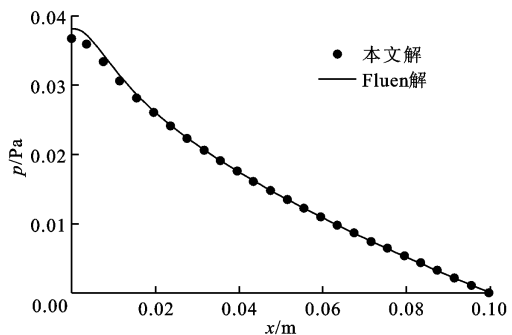


图 3 压力驱动平行通道内层流模型



(a)静压边界处理结果



(b)总压边界处理结果

图 4 平行通道内沿中心轴线上的静压分布

4.2 二维平面三通管流动问题

二维平面三通管流动模型及网格划分如图 5 所

特点是 y 方向速度为 0,轴向(x 方向)速度与 x 无关,轴向压力梯度为常数.对于压差 $\Delta p = p_i - p_o$ 、黏度为 μ 的流体层流,可得到轴向速度和压力的解析表达式分别为 $u = \Delta p (W^2 - y^2) / (2\mu L)$ 和 $p = p_o - (x/L) \cdot \Delta p$.取长宽比 $L/W = 10$,采用三角形网格剖分技术将计算区域划分为 2 218 个单元,以空气为流动介质,左右端压力取 $p_i = 0.1 \text{ Pa}$ 、 $p_o = 0$,分别采用静压和总压边界处理方法对该问题进行了求解.图 4 给出了沿中心轴线上的静压分布曲线,并将计算结果与精确解和 Fluent 软件模拟结果进行了对比.从图 4 可以看出,静压边界和总压边界计算结果完全不同,无论采用何种处理方法,本文计算结果与参照解均符合较好。

示.取 $L/W = 3$,入口设定为充分发展呈抛物型分布的速度边界,主管和支管出口边界维持相等的静压.将计算区域划分为 8 066 个三角形单元,以入口中心线速度 u_c 为基准定义雷诺数 $Re = Wu_c / \nu$,在 $10 \leq Re \leq 600$ 的范围内对该问题进行了计算.图 6 给出了 $Re = 300$ 时三通管内的流线分布,该结果与文献[9]报道的结果较为相符.图 7 给出了主管出口流量系数 ξ 随雷诺数增加的变化趋势,其中流量系数定义为主管出口流量与入口流量之比,可以看出本文结果与 Hayes^[19]的结果符合较好。

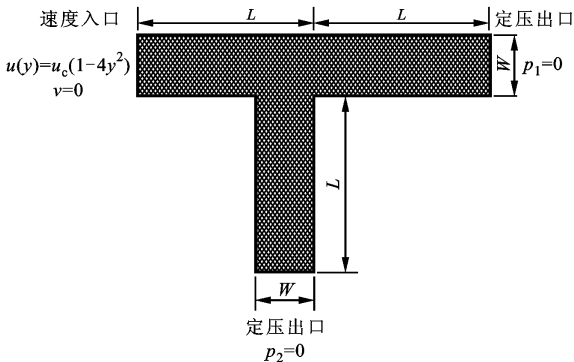
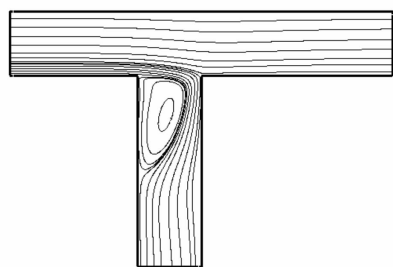


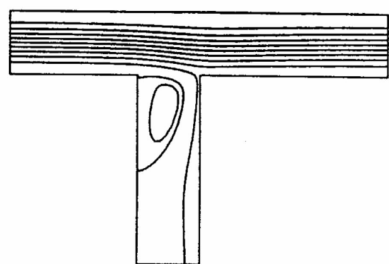
图 5 二维平面三通管流动模型示意图

4.3 等温平板间的空气自然对流

等温平行通道内的浮力驱动空气流动是一种典



(a)本文结果



(b)文献[9]结果

图6 三通管内流线分布($Re=300$)

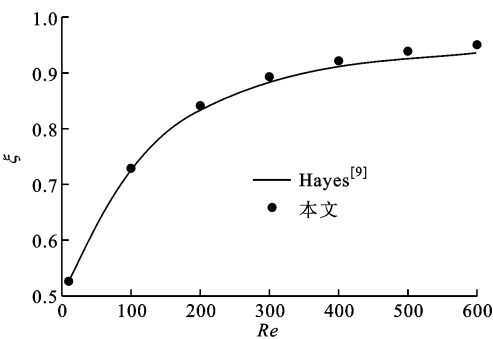


图7 主管出口流量系数随 Re 变化的曲线

型的有限空间定压边界自然对流问题. 该流动的物理模型及网格划分如图8所示, 平行板长为 L , 板间距为 $2b$, 高宽比 $L/b=24$, 考虑到其对称性, 仅取一半物理区域进行研究. 通道入口假定为一半圆形区域, 半径 $r=5b$, 入流方向垂直于边界界面. 通道出入口边界设定为相同的静压. 平板壁面温度 T_w 高于入口空气温度 T_i , 因密度差引起通道内的空气流动, 采用 Boussinesq 假设^[18]处理温差引起的浮升力及密度随温度的变化. 对于此开口系统, 其进口的流动强度随参数 $Gr=g\beta(T_w-T_o)b^3/\nu^2$ 而变化. 将计算区域划分为9 948个三角形单元, 在 $Pr=0.7$ 、 $Gr=10^4$ 的工况下对该问题进行了计算, 图9给出了流线和归一化温度 $\theta=(T-T_i)/(T_w-T_i)$ 分布示意图. 本文计算所得的平均努塞尔数 Nu 及归一化流

量 F 列于表1, 其中 $\overline{Nu}=Qb/[KL(T_w-T_i)]$, $F=q_m/(\rho U_{ref}b)$, q_m 为通道出口质量流量, $U_{ref}=[K/(\rho C_p)](PrGr^{0.5}/b)$ 为参考速度. 由表1可以看出, 本文结果与 Kelkar^[9]等人的计算结果较为接近.

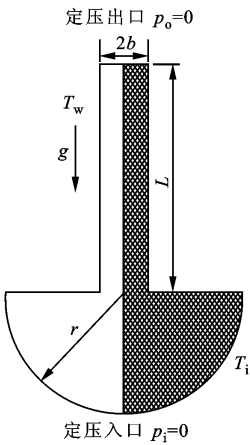


图8 等温平板间空气自然对流模型示意图

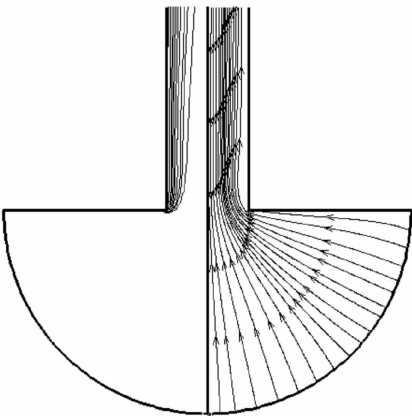


图9 等温线(左)与流线(右)分布

表1 平均努塞尔数及归一化流量

计算方法	$\overline{Nu}$	F
Naylor ^[20]	2.357	2.073
Kelkar ^[9]	2.351	2.110
本文	2.348	2.109

4.4 空气绕圆柱自然对流

空气绕圆柱自然对流是一种典型的大空间自然对流问题, 考虑到其对称性, 仅取物理区域的一半作为计算区域. 该流动的物理模型及网格划分如图10所示, 其中圆柱半径为 R , 壁面为恒温, 虚拟外边界指定为静压边界条件, T_o 和 p_o 分别表示大气的温

度和压力,对称线上法向速度为 0,切向速度取一阶导数为 0.

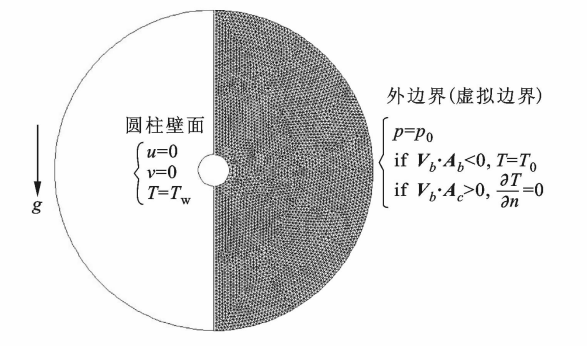


图 10 空气绕等温圆柱自然对流模型示意图

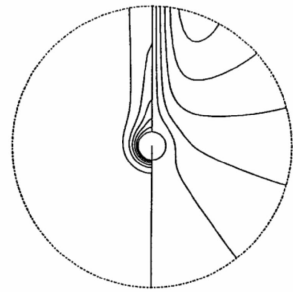
为方便与文献[9]比较,将边界半径取为圆柱半径的 10 倍,将计算区域划分为 8 305 个三角形单元,采用 Boussinesq 假设处理浮力效应,在 $Pr=0.7, 10^3 \leq Ra \leq 10^5$ 的范围内对该问题进行了计算,其中瑞利数 $Ra=8g\beta(T_w-T_0)R^3/(\nu\alpha)$. 表 2 给出了不同 Ra 时壁面 Nu 的变化趋势,并将计算所得的结果与文献[21-22]的数值解和实验值进行了比较,图 11 分别给出了本文和文献[9]中当 $Ra=10^3$ 时的等温线及流线分布,可以看出本文结果与文献结果均符合较好. 此外,Soitoh 等[22]在计算中采用的区域半径取为圆柱半径的 2 000~20 000 倍,计算过程耗费了大量系统资源,而本文则采用外边界影响可以忽略的适当区域,将计算区域半径取为圆柱半径的 10 倍,并得出了与文献精度相当的结果,从而节省了大量存储空间和运算时间.

表 2 不同 Ra 时壁面 Nu 对比

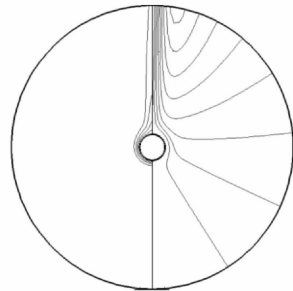
计算方法	Nu		
	$Ra=10^3$	$Ra=10^4$	$Ra=10^5$
Kuehn-Goldstein ^[21]	3. 090	4. 940	8. 000
Saitoh ^[22]	3. 024	4. 826	7. 898
本文	3. 019	4. 823	7. 886

5 结 论

本文采用二阶迎风对流格式和超松弛校正扩散格式对动量方程实施了离散,通过修正的动量插值格式计算界面流速并以此构造了压力方程,将 IDEAL 算法推广到非结构网格中以处理压力和速度耦合,分别给出了静压和总压边界条件的数值处理方案,依此开发了一种考虑定压边界处理的流动传热



(a) 文献[9]结果



(b) 本文结果

图 11 等温线(左)和流线(右)分布($Ra=10^3$)

计算程序. 通过几个典型算例对本程序进行了考核,并将计算结果与文献中的数值解和实验值进行了对比. 结果表明,不管是静压边界还是总压边界,采用本文处理方法均能获得令人满意的结果,尤其对于大空间自然对流问题,使用本文方法在较小的计算区域就能获得与文献精度相当的结果,从而在保证精度的前提下节省了大量的存储空间和运算时间.

参考文献:

[1] PATANKAR S V. Numerical heat transfer and fluid flow[M]. New York, USA: Hemisphere, 1980.
[2] 陶文铨. 计算传热学的近代进展[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
[3] 郭航, 马重芳, 陶文铨, 等. SIMPLE 算法的一个新的改进方案[J]. 西安交通大学学报, 2002, 36(1): 22-26.
GUO Hang, MA Chongfang, TAO Wenquan, et al. New improvement of the SIMPLE algorithm[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2002, 36(1): 22-26.
[4] 屈治国, 何雅玲, 陶文铨. 求解流动和传热问题的一种新的算法——CLEAR: 上[J]. 工程热物理学报, 2005, 26(1): 125-127.
QU Zhiguo, HE Yaling, TAO Wenquan. A new fully implicit algorithm for solving fluid flow and heat transfer problems—CLEAR: I [J]. Journal of Engineering

- Thermophysics, 2005, 26(1):125-127.
- [5] SUN D L, QU Z G, HE Y L, et al. Implementation of an efficient segregated algorithm—IDEAL on a 3D collocated grid system[J]. Chinese Science Bulletin, 2009, 54:929-942.
- [6] 王晓岛. 考虑压力边界条件的 SIMPLE 算法[J]. 上海机械学院学报, 1994, 16(3):37-43.
WANG Xiaodao. The SIMPLE type algorithm considering the pressure boundary conditions[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 1994, 16(3):37-43.
- [7] MATHUR S R, MURTHY J Y. Pressure boundary conditions for incompressible flow using unstructured meshes[J]. Numerical Heat Transfer: B, 1997, 32: 283-298.
- [8] KWAK C E, SONG T H. Experimental and numerical study on natural convection from vertical plates with horizontal rectangular grooves[J]. Int J Heat Mass Transfer, 1998, 41:2517-2528.
- [9] KELKAR K M, CHOUDHURY D. Numerical method for the prediction of incompressible flow and heat transfer in domains with specified pressure boundary conditions[J]. Numerical Heat Transfer: B, 2000, 38:15-16.
- [10] 丁鹏, 李安桂, 陶文铨. 指定压力边界条件在无限空间自然对流数值模拟中的应用[J]. 工业加热, 2005, 34(2):14-17.
DING Peng, LI Angui, TAO Wenquan. Application of specified pressure boundary condition to the simulation of natural convection in an infinite space[J]. Industrial Heating, 2005, 34(2):14-17.
- [11] LU S S, LEE C H, OZOE H. Numerical treatment of pressure boundary conditions in SIMPLEC [J]. Progress in Computational Fluid Dynamics: An International Journal, 2009, 9(3): 269-276.
- [12] VERSTEEG H K, MALALASEKERA W. An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method[M]. Essex, UK: Longman Scientific & Technical, 1995: 203-205.
- [13] ZHAI Z Q, GAO Y, CHEN Q Y. Pressure boundary conditions in multi-zone and CFD program coupling [C] // Proceedings of First National Conference of IBPSA-USA. Boulder, USA: International Building Performance Simulation Association USA Affiliate, 2004: 1-11.
- [14] SHYY W. A study of finite difference approximations to steady state convection dominated flows[J]. Journal of Computational Physics, 1985, 57(3):415-438.
- [15] JASAK H. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows[D]. London, UK: University of London, 1996.
- [16] CHOW P, CROSS M, PERICLEOUS K. A natural extension of the conventional finite volume method into polygonal unstructured meshes for CFD application [J]. Applied Mathematical Modelling, 1996, 20(2): 170-183.
- [17] MAJUMDAR S. Roles of under-relaxation in momentum interpolation for calculation of flow with non-staggered grids[J]. Numer Heat Transfer: A, 1988, 13: 125-132.
- [18] 陶文铨. 数值传热学[M]. 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2001:202-245.
- [19] HAYES R E, NANDKUMAR K, NASR-EL-DIN H. Steady laminar flow in 90 degree planar branch[J]. Computers & Fluids, 1988, 17:537-553.
- [20] NAYLOR D, FLORYAN J M, TARASUK J D. A numerical study of developing free convection between isothermal vertical plates[J]. Journal of Heat Transfer, 1991, 113(3):620-626.
- [21] KUEHN T H, GOLDSTEIN R J. Correlating equations for natural convection heat transfer between horizontal circular cylinders[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1976, 19: 1127-1134.
- [22] SAITOH T, MARUHARA S T. Benchmark solutions to natural convection heat transfer problem around a horizontal circular cylinder[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1992, 36:1251-1259.

(编辑 荆树蓉)