

采用冲激敏感函数的差分 LC 振荡器相位噪声分析

刘金华, 陈贵灿, 张鸿

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 提出了一种基于冲激敏感函数(ISF)的具有较高预测精度的分析方法,并采用该方法研究了差分交叉耦合电感电容(LC)振荡器的相位噪声特性. 首先推导出振荡器中任意噪声源与振荡器相位噪声的函数关系,然后求解出各噪声源所对应的等效 ISF,并用等效 ISF 计算出每个噪声源的相位噪声贡献,最终获得整个相位噪声的完整解析式. 仿真结果表明,所提方法对谐振槽和差分对管相位噪声贡献预测的相对误差与传统方法一致,分别为 1.34%和 2.88%,而对尾管噪声预测的相对误差与传统方法相比从 20.4%下降到 5.2%. 另外,所提方法比传统方法更直观、简捷.

关键词: 差分交叉耦合振荡器;冲激敏感函数;噪声调制函数;相位噪声

中图分类号: TN432 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)12-0066-05

Phase Noise Analysis for Differential Cross-Coupled LC Oscillators Using the Impulse Sensitivity Function

LIU Jinhua, CHEN Guican, ZHANG Hong

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A new method for analyzing the phase noise in the oscillator is proposed using the impulse sensitivity function (ISF) model to improve the prediction accuracy of phase noise in differential cross-coupled LC oscillators. A general relation expression between the phase noise and an arbitrary noise source in the oscillator is derived based on large-signal analysis. The effective ISF for each noise device is solved and employed to calculate the contribution of each device to the phase noise. The closed-form expression of phase noise due to the total thermal noise in the oscillator is determined explicitly. Simulation results show that the relative errors in noise prediction for the tank and the differential pair are 1.34% and 2.88%, respectively, and are consistent with conventional methods. The relative error in noise prediction for the tail transistor reduces to 5.2% from 20.4% of the conventional methods. Moreover, the proposed method is more intuitive, and easier to implement.

Keywords: differential cross-coupled inductor capacitor oscillator; impulse sensitivity function; noise modulation function; phase noise

差分耦合电感电容(LC)振荡器广泛地应用于高频系统,其优越的相位噪声性能一直是模拟集成电路领域研究的热点. 最初,人们采用线性时不变方法来研究该振荡器^[1],这种方法能估算谐振槽电阻对相位噪声的贡献,但不能估算其他部分的相位噪声贡献,也不能解释噪声折叠问题. 为解决这些问

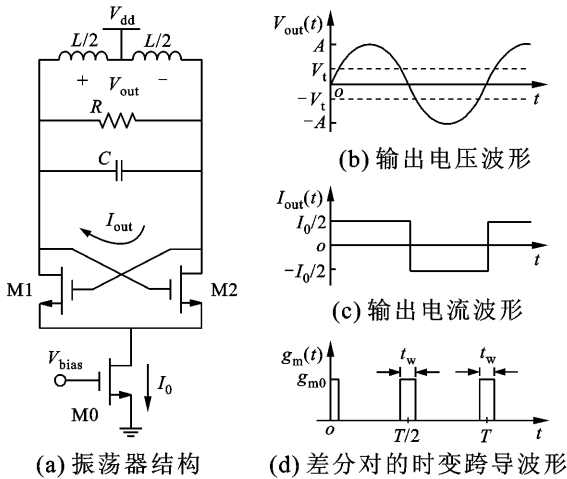
题, Hajimiri 和 Lee^[2]提出了冲激敏感函数(ISF)方法. ISF 方法简单直观,更重要的是它给出了所有类型振荡器相位噪声的通用表达式,应用广泛^[3-8]. 在通用表达式中, ISF 是最重要也是最难获取的参数. Hajimiri 和 Lee 采用该方法对差分管和尾管对相位噪声的贡献进行了定性分析^[3]. Andreani 和 Fard^[4]

则用时变等效跨导模拟差分管中的周期稳态噪声,推导出差分管对振荡器的相位噪声贡献,不过推导和计算比较复杂,且无法推导出尾管的相位噪声。

本文采用 ISF 方法系统地分析了差分交叉耦合 LC 振荡器的相位噪声。根据不同噪声源对振荡器输出相位的影响,分别求出了振荡器中各个组成部分所对应的噪声调制函数(NMF)和等效 ISF。基于这些等效 ISF,求出了各个电路部分对相位噪声的贡献,最终推导出了振荡器整体的相位噪声解析式。

1 大信号分析

差分交叉耦合 LC 振荡器由 LC 谐振槽、交叉耦合差分对和尾电流源 3 部分组成,其差分输出电流(I_{out})与差分对的时变跨导($g_m(t)$)随输出电压(V_{out})的变化而变化,如图 1 所示。振荡器的差分输出电流可以近似成幅值为 $I_0/2$ 的矩形波,其中 I_0 为尾管(M0)提供的电流^[9]。当输出电压在过 0 点附近,小于某特定电压 V_t 时,差分管中的 2 个晶体管(M1 和 M2)都导通,振荡器工作在过渡区,差分输出电流线性变化。否则,差分对中的 2 个晶体管只有一个导通,另一个关断,差分输出电流固定在 $I_0/2$ 或者 $-I_0/2$,特定电压的大小由差分对的跨导和尾电流共同确定。



R: 谐振槽等效并联电阻; L: 谐振槽电感; C: 谐振槽电容;

V_{dd} : 电源电压; V_{bias} : 尾管的偏置电压; t_w : 过渡时间

图 1 差分交叉耦合 LC 振荡器及其特性曲线

差分对的等效跨导为周期时变函数,变化频率为谐振频率的 2 倍。在过渡时间(t_w)内,差分对的等效跨导为单个晶体管跨导的一半^[9],即

$$g_{mw} = \frac{I_0}{2V_t} = \frac{1}{2} g_{m,M1} \quad (1)$$

式中: $g_{m,M1}$ 为 M1 工作在饱和区时的跨导。在其他时间内,差分输出电流由尾电流固定下来,与输出电压无关,差分对的等效跨导为 0。过渡时间对应的相位为

$$\theta = \frac{\pi}{2} \frac{1}{g_{mw} R} \quad (2)$$

从式(2)可以看出,过渡相位主要是由环路增益 $g_{mw} R$ 决定。根据振荡器的起振条件,振荡器的环路增益必须大于 1。

2 任意噪声源所贡献的相位噪声

振荡器中任意一个噪声电流 $i_n(t)$ 调制输出相位的过程都可以分解成 2 个过程。首先该噪声电流转换成注入谐振槽的噪声电流,然后注入谐振槽的噪声电流对输出相位进行调制。第一个过程可以用一个电流传递函数 $\alpha(\omega_0 t)$ 来表示, $\alpha(\omega_0 t)$ 为确定性周期函数,转换后的噪声电流用 $i_{nc}(t)$ 表示,可用下式来计算

$$i_{nc}(t) = i_n(t) \alpha(\omega_0 t) \quad (3)$$

从式(3)可看出,电流传递函数 $\alpha(\omega_0 t)$ 实质上就是 NMF^[2]。根据文献[2]中的分析, $i_{nc}(t)$ 注入谐振槽,对应的 ISF 为 $\Gamma(\omega_0 t)$,等价于 $i_n(t)$ 注入谐振槽,对应的等效 ISF 为

$$\Gamma_{eff}(\omega_0 t) = \Gamma(\omega_0 t) \alpha(\omega_0 t) \quad (4)$$

相应地,由该白噪声贡献的相位噪声表示为^[2,4,10]

$$N(\Delta\omega) = \frac{i_n^2 R^2}{A^2} \sum_{m=0}^{\infty} c_m^2 \left(\frac{\omega_0}{2Q\Delta\omega_m} \right)^2 \quad (5)$$

式中: ω_0 为谐振频率; $\Delta\omega$ 为频偏; c_m 为 $\Gamma_{eff}(\omega_0 t)$ 的 Fourier 系数; i_n^2 为 $i_n(t)$ 的功率谱密度; Q 为谐振槽的品质因子。根据 Parseval 定理,式(5)中 Fourier 系数的平方和为

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_m^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |\Gamma_{eff}(\omega_0 t)|^2 d(\omega_0 t) \quad (6)$$

根据式(5)和式(6),一旦差分 LC 振荡器中不同噪声源所对应的 Fourier 系数 c_m 的平方和确定下来后,该噪声源所贡献的相位噪声也就确定了。

3 热噪声引起的相位噪声

3.1 谐振槽噪声

根据 ISF 理论,差分 LC 振荡器的 ISF 可以用一个周期为 2π 的余弦函数表示为

$$\Gamma(\omega_0 t) = \cos(\omega_0 t) \quad (7)$$

式中: $\Gamma(\omega_0 t)$ 的 Fourier 系数的平方和为 1。将谐振槽噪声电流的功率谱密度 $4kT/R$ 代入式(5),谐振

槽噪声贡献的相位噪声为

$$N_{\text{tank}}(\Delta\omega) = \frac{4kTR}{A^2} \left(\frac{\omega_0}{2Q\Delta\omega} \right)^2 \quad (8)$$

式(8)可以通过多种方法推导出来^[1-2,4,9].

3.2 差分对噪声

差分对只有当振荡器工作在过渡区的时候才会贡献相位噪声^[9,11]. 在过渡区, 差分对中的噪声电流直接注入谐振槽, 相应的 NMF 为 1. 而在其他时间内, 差分对中的噪声对输出相位没有影响, 相应的 NMF 为 0. 由于一个谐振周期内存在 2 个过渡区, 差分对所对应的 NMF 的周期为 π . 差分对相应的 NMF 在周期 $(-\pi/2, \pi/2]$ 内表示为

$$\alpha_{\text{pair}}(\omega_0 t) = \begin{cases} 1, & \omega_0 t \in \left(-\frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{2}\right] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

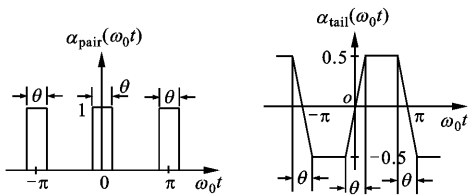
差分对相应的等效 ISF 也是周期时变的, 其变化周期为 2π , 在周期 $(-\pi, \pi]$ 内表示为

$$\Gamma_{\text{eff, pair}}(\omega_0 t) = \Gamma(\omega_0 t) \alpha_{\text{pair}}(\omega_0 t) = \begin{cases} \cos(\omega_0 t), & \omega_0 t \in \left(-\pi, -\pi + \frac{\theta}{2}\right] \cup \left(-\frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{2}\right] \cup \left(\pi - \frac{\theta}{2}, \pi\right] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

$\alpha_{\text{pair}}(\omega_0 t)$ 和 $\Gamma_{\text{eff, pair}}(\omega_0 t)$ 的波形如图 2 所示.

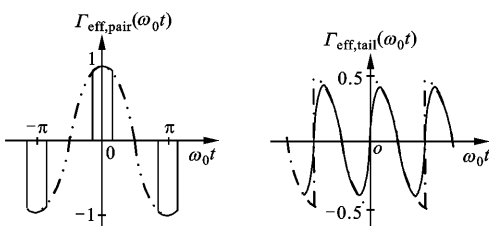
根据式(6), $\Gamma_{\text{eff, pair}}(\omega_0 t)$ 的 Fourier 系数的平方和可以计算为

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_{m, \text{pair}}^2 = \frac{1}{\pi} (\theta + \sin\theta) \approx \frac{2\theta}{\pi} \quad (11)$$



(a) $\alpha_{\text{pair}}(\omega_0 t)$ 波形

(b) $\alpha_{\text{tail}}(\omega_0 t)$ 波形



(c) $\Gamma_{\text{eff, pair}}(\omega_0 t)$ 波形

(d) $\Gamma_{\text{eff, tail}}(\omega_0 t)$ 波形

图 2 差分对与尾管相应的 NMF 波形和等效 ISF 波形

将差分对的等效功率谱密度 $4kT\gamma g_{\text{m}} R$ 代入式(5), 差分对所贡献的相位噪声为

$$N_{\text{pair}}(\Delta\omega) = \frac{4kT\gamma R}{A^2} \left(\frac{\omega_0}{2Q\Delta\omega} \right)^2 \quad (12)$$

式中: γ 为晶体管漏极噪声经验系数. 式(12)表示差分对所贡献的相位噪声与差分对跨导基本无关, 这个结论与文献[4,9]一致, 但是分析过程避免了文献[4,9]中繁复的运算.

3.3 尾电流噪声

在图 1 所示的结构中, 尾电流晶体管中噪声电流经过差分对的循环切换, 注入到谐振槽. 如果 M1 导通, M2 截止, 尾管噪声电流将通过左边支路注入谐振槽, 尾管噪声电流将转换成注入谐振槽中的差分噪声电流, 转换增益为 1/2, 因此这个阶段所对应的 NMF 为 1/2. 如果 M2 导通, M1 截止, 尾管噪声电流转换后的噪声电流是从相反方向注入谐振槽, 因此这个阶段所对应的 NMF 为 -1/2. 在过渡区, 差分对中的 2 个晶体管都导通, 共同将尾管电流噪声转换成注入谐振槽的噪声电流, 其转换增益线性变化. 根据以上分析, 尾管噪声电流对应的 NMF 是周期为 2π 的周期函数, 其波形如图 2c 所示. 等效 ISF 是 $\alpha_{\text{tail}}(\omega_0 t)$ 和 $\Gamma(\omega_0 t)$ 的乘积, 其变化周期为 π , 并在周期 $(-\pi/2, \pi/2]$ 内可以表示为

$$\Gamma_{\text{eff, tail}}(\omega_0 t) = \Gamma(\omega_0 t) \alpha_{\text{tail}}(\omega_0 t) = \begin{cases} -\frac{1}{2} \cos\omega_0 t, & \omega_0 t \in \left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\theta}{2}\right] \\ \frac{\omega_0 t}{\theta} \cos\omega_0 t, & \omega_0 t \in \left(-\frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{2}\right] \\ \frac{1}{2} \cos\omega_0 t, & \omega_0 t \in \left(\frac{\theta}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \quad (13)$$

$\Gamma_{\text{eff, tail}}(\omega_0 t)$ 波形如图 2d 所示. 根据式(6), $\Gamma_{\text{eff, tail}}(\omega_0 t)$ 的 Fourier 系数平方和为

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_{m, \text{tail}}^2 \approx \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4\theta}{3\pi} \right) = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4}{3g_{\text{m, M1}} R} \right) \quad (14)$$

将尾管噪声电流的功率谱密度 $4kT\gamma g_{\text{m}} R$ 代入式(5), 其中 $g_{\text{m}} R$ 为尾管跨导, 尾管所贡献的相位噪声为

$$N_{\text{tail}}(\Delta\omega) = \frac{kT\gamma g_{\text{m}} R^2}{A^2} \left(1 - \frac{4}{3g_{\text{m, M1}} R} \right) \left(\frac{\omega_0}{2Q\Delta\omega} \right)^2 \quad (15)$$

式(15)表示, 尾管贡献的相位噪声不仅与尾管本身跨导相关, 而且与差分对的跨导相关. 如果差分对被假想成理想开关对, 过渡相位为 0, 则式(15)与文献[9]中的表达式完全相同. 由于考虑了差分对的跨导对尾管贡献相位噪声的影响, 式(15)更接近实际.

值得注意的是,交叉耦合管源极寄生电容对相位噪声有着重要影响.该寄生电容为交叉耦合管提供一条与尾电流并联的支路,使得输出电流的幅值增大,而输出电流在过 0 点的变化速度不变,因此实际过渡相位与式(2)相比要稍大一些.由于交叉耦合管只有在过渡区内才贡献相位噪声,所以该寄生电容恶化了振荡器的相位噪声.为了减小交叉耦合管源极寄生电容的不利影响,应在保证尾管工作在电流源工作状态的同时尽量减小其宽长比,或者采用共源共栅管结构来减小该寄生电容^[4].

结合式(8)、式(12)和式(15),振荡器总的相位噪声用 Lesson 等式^[1]表示为

$$N_{\text{total}}(\Delta\omega) = \frac{4kTRF}{A^2} \left(\frac{\omega_0}{2Q\Delta\omega} \right)^2 \quad (16)$$

式中: F 为噪声因子

$$F = 1 + \gamma + \frac{\gamma}{4} g_{\text{mb}} \left(1 - \frac{4}{3g_{\text{m,MI}} R} \right) R \quad (17)$$

式(17)中右边的 3 个分量分别对应着谐振槽、耦合差分对与尾管的相位噪声贡献.文献[2]采用 ISF 方法推导出第 1 个分量,文献[4]采用 ISF 方法通过繁复的运算推导出前面 2 个分量,文献[9]在频域中采用相量分析方法推导出噪声因子,但是这些方法由于没有考虑耦合差分管对尾电流噪声的影响,其中第 3 个分量只推导出了最保守的结果.

4 仿真结果

本文采用图 1a 所示结构进行仿真,该振荡器采用 TSMC 0.18 μm 工艺设计,电源电压为 1.8 V,偏置尾电流为 5 mA,谐振频率为 1 GHz ($L=4$ nH, $C=6.25$ pF, $R=252$ Ω),谐振槽的 Q 值为 10,所有晶体管叉指的宽度为 3 μm ,叉指数为 24,差分管的沟道长度为 180 nm,尾管沟道长度选择为 400 nm.增大尾电流沟道长度可以减小交叉耦合管源极寄生电容,从而降低该电容对相位噪声的不利影响.

振荡器中不同噪声源对应的等效 ISF 仿真波形如图 3 所示,这些波形都与理论分析所预测的波形基本一致.

采用 SpectreRF 工具对本文振荡器进行相位噪声仿真,结果如下:幅值为 798 mV,在过 0 点,差分对中差分管的跨导约为 25 mS,尾管的跨导约为 19.6 mS,谐振槽、耦合差分对与尾管在离载波频率 1 MHz 频偏处的噪声功率谱密度分别为 5.209×10^{-15} 、 3.468×10^{-15} 和 3.572×10^{-15} V^2/Hz .采用本文的相关分析方法,谐振槽和耦合差分对在 1

MHz 频偏的噪声功率谱密度分别预测为 5.216×10^{-15} 和 3.478×10^{-15} V^2/Hz ,与仿真结果相比,相对误差分别为 1.34% 和 2.88%.文献[4]没有对尾管的噪声进行分析.根据文献[9]的分析,尾管的相位噪声贡献预测为 4.295×10^{-15} V^2/Hz ,比仿真结果大得多,相对误差达到 20.4%,这是因为文献[9]没有考虑过渡区对尾管的影响.本文方法对尾管相位噪声的预测结果为 3.386×10^{-15} V^2/Hz ,相对误差为 5.2%.因此,本文的预测方法和以往的文献相比更精确.

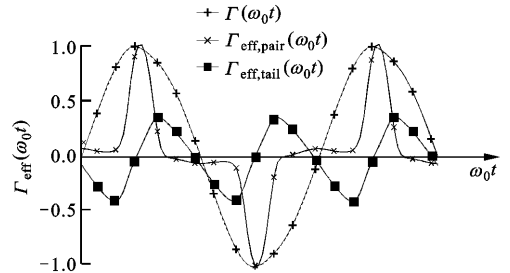


图 3 不同噪声源的等效 ISF 仿真波形

5 结论

本文提出一种基于冲激敏感函数的具有较高预测精度的分析方法.首先在理论上获得谐振槽、差分对与尾电流各个部分的等效 ISF,然后基于这些有效 ISF,得到各个部分贡献的噪声功率谱密度.分析和仿真结果表明,差分对的尺寸对于谐振槽和差分对的噪声贡献基本没影响,但对尾管的相位噪声贡献影响较大.本文的分析方法避免了繁复的数学运算,所得结果更为精确.

参考文献:

- [1] LEESON D B. A simple model of feedback oscillator noises spectrum [J]. IEEE Proc Letters, 1966, 54 (2):329-330.
- [2] HAJIMIRI A, LEE T H. A general theory of phase noise in electrical oscillators [J]. IEEE J Solid-State Circuits, 1998, 33(2):179-194.
- [3] HAJIMIRI A, LEE T H. Design issues in CMOS differential LC oscillators [J]. IEEE J Solid-State Circuits, 1999, 34(5):717-724.
- [4] ANDREANI P, FARD A. More on the $1/f^2$ phase noise performance of CMOS differential-pair LC-tank oscillators [J]. IEEE J Solid-State Circuits, 2006, 41 (12):2703-2712.
- [5] MAZZANTI A, ANDREANI P. A time-variant analy-

- sis of fundamental $1/f^3$ phase noise in CMOS parallel LC-tank quadrature oscillators [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems; I , 2009, 56(10):2173-2180.
- [6] FARD A, ANDREANI P. An analysis of $1/f^2$ phase noise in bipolar Colpitts oscillators (with a digression on bipolar differential-pair LC oscillators) [J]. IEEE J Solid-State Circuits, 2007, 42(2):374-384.
- [7] MAZZANTI A, ANDREANI P. Class-C harmonic CMOS VCOs with a general result on phase noise [J]. IEEE J Solid-State Circuits, 2008, 43 (12): 2716 - 2729.
- [8] HAJIMIRI A, LIMOTYRAKIS S, LEE T H. Jitter and phase noise in ring oscillators [J]. IEEE J Solid-State Circuits, 1999, 34(6):790-804.
- [9] RAEL J. Phase noise in LC oscillators [D]. Los Angeles, USA; University of California. Electrical Engineering Department, 2007.
- [10] HAJIMIRI A, LEE T H. Corrections to “a general theory of phase noise in electrical oscillators” [J]. IEEE J Solid-State Circuits, 1998, 33(6):928.
- [11] DARABI H, ABIDI A A. Noise in RF-CMOS mixers; a simple physical model [J]. IEEE J Solid-State Circuits, 2000, 35(1):15-25.

(编辑 刘杨)