

一种双约束稀疏模型图像修复算法

史金钢, 齐春

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对图像处理中需要修复大面积缺损区域的问题, 提出一种基于双约束稀疏模型的图像修复算法. 该方法首先在已知区域内搜索与待填充目标块相似的样本, 将每个样本块都视为一个高维向量, 则相似的样本在高维空间中都在目标块的邻域内. 假设邻域中的样本处于同一流形上, 使用局部线性嵌入方法对未知区域进行估计, 然后利用稀疏表示模型得到最终结果. 实验结果表明, 与传统的基于样本块的修复方法相比较, 使用该算法修复后的图像纹理和结构信息更加清晰.

关键词: 图像修复; 局部线性嵌入; 稀疏表示

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)02-0006-05

An Image Inpainting Algorithm Based on Sparse Modeling with Double Constraints

SHI Jingang, QI Chun

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An exemplar-based inpainting algorithm via sparse representation is presented to focus on the problem of removing large objects from digital image. Exemplars that are similar with the target patch are searched in known regions. These exemplars are all neighbors of the target patch in a high-dimensional data space by regarding each of them as a high-dimensional vector. The unknown region is estimated through locally linear embedding method by supposing these neighbors in a same manifold, and then, sparse representation is applied to enforce compatibility and sharpness with the surrounding region. Experimental results and comparison with the traditional exemplar-based inpainting algorithm show that the proposed algorithm can effectively repair the texture and structure information in the damaged image.

Keywords: image inpainting; locally linear embedding; sparse representation

图像修复技术是当前图像处理和计算机视觉领域的研究热点, 它是指在人眼觉察不到的情况下完成对图像中缺损部分的重建或者多余目标的去除. 该技术在修补有划痕或裂痕的照片、目标隐藏、文字去除、多余物体移除等方面具有重要的应用价值.

目前, 针对单帧图像的修复技术可以总结为以下两类. ①基于偏微分和变分方程理论的算法. 这种算法首先由 Bertalmio 等^[1]提出, 通过等照度线将信息由已知区域逐步传播到待填充区域内. 这类

修复算法在处理划痕修复、文字去除等非纹理图像的修复问题时取得了较好的效果, 但当处理大块目标的移除或者纹理区域的填充时, 目标的纹理无法有效延伸到缺损区域内, 修复结果会出现模糊与平滑效应. ②基于样本块的图像修复算法. 这种算法的基本思想是在待填充区域的边界上选取一个像素点, 以该点为中心选择合适尺寸的图像块, 利用已知区域内图像块的相似性以及冗余性, 估计该图像块中未知区域的像素值. 这类算法最早被用于纹理合

成^[2]. Criminisi 等^[3]将该技术应用于目标移除,根据图像已有信息选取最佳的样本用于填充,当无法找到合适样本时,会导致错误的信息填充到图像内. 文献[4]基于非局域平均的思想,以加权后的多个候选样本块之和作为待填充目标块的估计,相比文献[3]算法其鲁棒性更强,但由于该算法估计的目标块中已知区域内各点的像素值与实际值不一致,仍无法解决填入目标块的信息可能与周围环境不完全匹配的问题,而且由于加权重建过程使用的候选样本块过多,修复结果会变得较为模糊. 文献[5]仍然采用非局域平均的思想,通过约束修复过程中选用的候选样本块个数,对非局域平均带来的模糊问题有一定效果,但缺损区域的细节纹理信息修复效果不理想.

针对非局域平均算法的缺点,本文利用局部邻域嵌入方法对目标样本块中待修补区域的像素值进行初步估计,保证待填充目标块与各候选样本块的加权结果对应已知区域信息在最小二乘约束下误差最小,然后以此作为约束建立稀疏模型完成缺损信息重建. 与常见的修复方法相比,本文算法在纹理的修复和目标的移除方面取得了更好的效果.

1 基于样本的图像修复基本原理

给定输入图像 I , 记图像中的缺损区域(目标区域)为 Ω , 已知区域为 $\bar{\Omega}(\bar{\Omega}=I-\Omega)$, 目标区域的边界为 $\partial\Omega$. 算法的目标是从已知区域 $\bar{\Omega}$ 中找到合适的信息对缺损区域 Ω 进行修复. 在每次迭代过程中,选定一个中心位于边界 $\partial\Omega$ 上的样本块,同时根据其纹理特征从已知区域 $\bar{\Omega}$ 中找到合适的信息对缺损区域进行估计. 总体来说,算法可以分为以下两步:样本选取和样本填充.

1.1 样本选取

填充顺序在图像修复过程中起着至关重要的作用. 为保证图像中的结构信息有效传播,边界 $\partial\Omega$ 上带有边缘或者轮廓的样本块需要首先被选定和填充,这样可以确保图像中目标的边界保持连通. 文献[3]中提出了一种简单可行的优先权计算方法,以下进行简单说明并在本文算法中应用.

对于位于目标区域边缘上的每个点 $p \in \partial\Omega$, 定义以其为中心对应的 $n \times n$ 图像块 Ψ_p , n 的取值应使样本块能够体现出图像内的纹理信息,本文算法中取 $n=7$. 样本块权重 $P(p)$ 为置信度项 $C(p)$ 和数据项 $D(p)$ 的乘积

$$P(p) = C(p)D(p) \quad (1)$$

式中:置信度 $C(p) = \sum_{q \in \Psi_p \cap \bar{\Omega}} C(q) / |\Psi_p|$, 其中 $C(q)$ 表示图像块 Ψ_p 内各点的置信度,其初始化为 $C(q)=1(\forall q \in \bar{\Omega}), C(q)=0(\forall q \in \Omega)$, $|\Psi_p|$ 表示图像块 Ψ_p 的面积(像素点数); $D(p) = |\nabla I_p^\perp \cdot \mathbf{n}_p| / \alpha$, 其中 $\nabla I_p^\perp$ 代表等照度线的方向和强度, $\mathbf{n}_p$ 是点 p 的单位法向量, α 为归一化因子. 遍历 $\partial\Omega$ 上的所有点,选择中心点为 $\hat{p}$ 、权重最大的目标块 $\Psi_{\hat{p}}$ 作为待填充对象,更新 $\Psi_{\hat{p}}$ 中未知点的置信度为: $C(p) = C(\hat{p})(\forall p \in \Psi_{\hat{p}} \cap \Omega)$.

1.2 样本填充

在传统的基于样本块的修复方法中,一旦选定将要填充的目标块 Ψ_p , 算法就在已知区域内寻找与之最相似的单个图像块,并以其中的相应点代替 Ψ_p 中的未知像素点. 这种方法的缺点在于当已知区域中无法找到合适的候选块时,修复结果会产生失真. 为了解决这一问题,文献[4-5]采用非局域平均的方法估计目标块和权重

$$\left. \begin{aligned} \Psi_p^* &= \sum_i \omega(\Psi_i) \Psi_i; \\ \omega(\Psi_i) &= \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{d(\Psi_p, \Psi_i)}{h}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: Ψ_p^* 表示由各候选样本加权估计的目标块; Ψ_i 表示非局域候选样本块; $d(\Psi_p, \Psi_i)$ 表示两图像块之间已知部分的均方距离; h 是衰减系数;归一化因子 Z 使各候选样本块的权值之和为 1. 在非局域平均算法中,各候选样本块的权值 $\omega(\Psi_i)$ 定义为候选样本与待填充目标块之间均方距离的函数,目的在于衡量各候选样本块与目标块的相似度,但该算法无法保证加权求和后估计的目标块 Ψ_p^* 的已知区域像素值与待填充目标块 Ψ_p 保持一致,即 Ψ_p^* 与 Ψ_p 的已知区域内各点像素值并不相等. 在这种情况下,将 Ψ_p^* 中对应未知区域的像素填入待填充目标块 Ψ_p 会造成目标块中已知区域与未知区域信息不匹配.

本文将非局域样本块看作是高维空间内的向量,在已知区域内寻找与目标样本相似的图像块,这些图像块在高维空间中都处在目标样本块的邻域内. 在假设邻域内的向量处于同一流形的前提下,使用局部线性嵌入方法估计待填充样本块,使得已知像素点的估计值与实际值之间的误差在最小二乘约束下达到最小. 根据得到的估计值,使用稀疏模型重建待填充的区域以使修复后的区域纹理更加清晰.

2 目标样本块的修复过程

选定优先权值最大的待填充目标块 Ψ_p , 以该目标样本块作为参考图像块在已知区域中搜寻与之相似图像块

$$d = d(\Psi_p, \Psi_q), \quad \forall \Psi_q \in \bar{\Omega} \quad (3)$$

式中: $d(\Psi_p, \Psi_q)$ 是目标样本块 Ψ_p 与图像块 Ψ_q 中对应已知像素的均方误差。

选取 K 个最相似的图像块 $\{\Psi_q^i\}_{i=1}^K$, 每个图像块均表示为 n^2 维向量 $\Psi_q^i \in \mathbf{R}^{n^2}$, K 的取值应保证各图像块均处于目标样本块的邻域内, 本文算法中 K 值取为 20. 将以上 K 个图像块构成一个 $n^2 \times K$ 维矩阵 $\mathbf{Q}_p = [\Psi_q^1, \Psi_q^2, \dots, \Psi_q^K]$, 定义矩阵 $\mathbf{H}$ 与矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}$ 分别用于提取向量 Ψ_q^i 中对应的未知像素和已知像素值, 则矩阵 $\mathbf{H}\mathbf{Q}_p$ 中的每一列都可以作为目标块 Ψ_p 中未知像素点的估计. 一种特殊情况是, 如果候选的图像块 $\{\Psi_q^i\}_{i=1}^K$ 中对应位置含有边缘、轮廓等复杂纹理信息, 其对应位置的像素值可能与 Ψ_p 中实际缺损像素相差较大. 因此, 在进一步估计缺损区域像素值之前, 首先要对图像块 $\{\Psi_q^i\}_{i=1}^K$ 进行预处理以去除不满足条件的候选图像块. 对矩阵 $\mathbf{H}\mathbf{Q}_p$ 的每一行分别求均值和方差, 则对应未知区域中的每个像素 j , 得到 K 个估计值的平均值 μ_j 和方差 σ_j . 如果 $\mathbf{H}\mathbf{Q}_p$ 中每一列中的有任何点的像素值 p_j 不满足以下条件

$$|p_j - \mu_j| \leq \max(2\sigma_j, 10) \quad (4)$$

则该列估计值被视为异常值从矩阵 $\mathbf{Q}_p$ 中除去. 定义矩阵 $\mathbf{B}_p$ 由剩余满足式(4)的估计值构成, 那么 $\mathbf{B}_p$ 中的每一列都可以看作是高维空间里处于 Ψ_p 邻域 N_p 中的向量.

2.1 未知像素的估计

由于邻域 N_p 内各图像块的相似性, 待填充目标块可以由各候选图像块的线性组合进行逼近

$$\Psi_p = \sum_{x_q^i \in N_p} w_i x_q^i + e \quad (5)$$

式中: N_p 表示 Ψ_p 的邻域; x_q^i 为取自已知区域的候选图像块; w_i 为重建权值, 表示候选图像块 x_q^i 对重建过程的贡献; e 表示重建误差. 约束所有权值相加之和为 1, 即

$$\sum_{x_q^i \in N_p} w_i = 1 \quad (6)$$

根据式(5)、式(6), 假设 Ψ_p 中已知部分的重建误差越小, 线性逼近就越成功, 则重建权值 w_i 的求解可以转化为以下优化问题

$$w = \arg \min_{w_i} \left\| \tilde{\mathbf{H}}\Psi_p - \sum_{x_q^i \in N_p} w_i \tilde{\mathbf{H}}x_q^i \right\|^2$$

$$\text{s. t. } w_i = 0 (\forall x_q^i \notin N_p), \sum_{x_q^i \in N_p} w_i = 1 \quad (7)$$

本文根据文献[6-9]中求解流形学习及其相关应用问题的方法, 给出式(7)带有约束条件的最小二乘问题解法.

定义矩阵 $\mathbf{G} = (\mathbf{Y}\mathbf{1}^T - \mathbf{X})(\mathbf{Y}\mathbf{1}^T - \mathbf{X})$, 其中 $\mathbf{Y}$ 为由待填充图像块中已知像素组成的向量 ($\mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{H}}\Psi_p$), $\mathbf{1}$ 表示各分元均为 1 的列向量, 矩阵 $\mathbf{X}$ 的每一列都由候选图像块中对应位置的像素值构成 ($\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{B}_p$), 则式(7)中由各候选图像块重建权值 w_i 构成的列向量为

$$w = \frac{\mathbf{G}^{-1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}^T\mathbf{G}^{-1}\mathbf{1}} \quad (8)$$

基于各图像块的相似性, 根据式(5)由候选图像块以及重建权值估计缺失像素的值

$$\mathbf{H}\Psi_p = \sum_{x_q^i \in N_p} w_i \mathbf{H}x_q^i = \mathbf{H}\mathbf{B}_p w \quad (9)$$

2.2 稀疏表示模型

为了保持待填充图像块内填充区域与已知区域的一致性以及修复后图像的清晰度, 需要考虑以下 2 点:

(1) 对于图像块中的已知部分, 应该使得候选图像块的线性组合尽量逼近目标图像块的对应像素点;

(2) 重建过程中使用过多的候选图像块会带来模糊和平滑效应, 为了保持重建区域的清晰度, 应该尽可能少地使用图像块.

对于已知像素点, 利用式(9)可以得到误差最小的逼近, 但由于使用的候选样本块较多, 修复后的图像中边缘或者轮廓存在平滑效应. 本文提出一个稀疏表示模型以解决以上两点问题. 假设目标样本块 Ψ_p 可以表示为字典 $\mathbf{D}$ 的稀疏线性组合

$$\Psi_p \approx \mathbf{D}\alpha, \quad \alpha \in \mathbf{R}^M \text{ 且 } \|\alpha\|_0 \ll M \quad (10)$$

式中: 向量 α 中的元素表示稀疏线性组合中各原子的系数; 字典 $\mathbf{D}$ 直接在原始图像的已知区域内采样生成, 根据式(3)在 $\bar{\Omega}$ 中选择 M ($M \gg K$) 个图像块, 每个图像块均看作字典 $\mathbf{D}$ 中的一个原子; 原子个数 M 的选取原则是要尽量保证采样得到的各原子与目标图像块具有局部相似性;

为满足目标块修复后已知区域和缺损区域的一致性, 在已知的像素点上, 重建后图像块的像素值应该逼近已知的像素值

$$\|\tilde{H}D\alpha - \tilde{H}\Psi_p\|_2 \leq \epsilon \quad (11)$$

对于待修复图像块的未知像素点,填充后的像素值应该与式(7)中得到的估计像素值保持一致

$$\|\tilde{H}D\alpha - \tilde{H}\Psi_p\|_2 \leq \hat{\epsilon} \quad (12)$$

式中: ϵ 与 $\hat{\epsilon}$ 分别表示约束条件式(11)、(12)中的逼近误差,误差较大则重建的图像与原始图像不相符,误差较小会导致稀疏线性组合系数 α 中非零值较多,重建后图像内的纹理部分会出现模糊效应,因此误差取值应该适中.假设 $\epsilon = \beta\hat{\epsilon}$,系数 β 用于平衡约束条件式(11)、(12)在系数 α 求解过程中发挥的权重.为取得较满意的实验结果,本文参数 ϵ 取为8, β 取为0.5.

在以上两种约束条件下,为了在重建过程中尽可能少地使用候选样本块,应该使得式(10)中向量 α 的 l^0 范数达到最小

$$\min \|\alpha\|_0, \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} \|\tilde{H}D\alpha - \tilde{H}\Psi_p\|_2 \leq \epsilon \\ \|\tilde{H}D\alpha - \tilde{H}\Psi_p\|_2 \leq \hat{\epsilon} \end{cases} \quad (13)$$

则式(13)可以简化为以下形式

$$\min \|\alpha\|_0, \quad \text{s.t.} \quad \|\hat{D}\alpha - \hat{\Psi}\|_2 \leq \epsilon \quad (14)$$

$$\text{式中: } \hat{D} = \begin{bmatrix} \tilde{H}D \\ \beta \tilde{H}D \end{bmatrix}; \hat{\Psi} = \begin{bmatrix} \tilde{H}\Psi_p \\ \beta \tilde{H}\Psi_p \end{bmatrix}.$$

一般来说,基于 l^0 范数的正则化是NP问题,大多采用贪婪算法求解,利用正交匹配追踪(OMP)算法^[10]可以求得式(14)的稀疏解 α^* .根据稀疏线性组合系数重建待填充目标块为 $\Psi_p^* \approx D\alpha^*$,取缺损部分的像素值 $H\Psi_p^*$ 并填充到对应的目标块 Ψ_p 相同位置中,完成该目标图像块的重建过程.接下来,更新缺损区域 Ω 及其边缘 $\partial\Omega$,并选定下一个目标样本块进行填充,直到输入图像被完全修复.整个修复算法可以归纳为以下步骤.

(1)输入图像 I 并选定待修复区域 Ω .

(2)重复以下步骤直到所有未知像素已被填充:

①对于 $\partial\Omega$ 上的每个像素,按照式(1)计算其优先权值,选择权值最大的一个图像块作为待填充目标块;
②在已知区域中,搜寻与待填充目标块近似的图像块,根据式(9),由相似图像块的线性组合估计目标块中未知区域的像素值,估计结果将作为稀疏模型中的约束条件;③求解式(14)的优化问题,得到稀疏线性组合系数 α^* ,再以 $D\alpha^*$ 中对应缺损位置的像素值作为重建的结果填充到目标块 Ψ_p 中;④更新缺损区域 Ω 以及其边界 $\partial\Omega$.

(3)输出修复后的图像.

3 实验结果及分析

为使本算法对图像的修复效果达到最佳,使用样本大小为 7×7 ($n=7$)的目标图像块 Ψ_p ,对于每个待修复目标图像块,在已知区域中搜索 $K=20$ 个邻域图像块以完成式(9)中对未知像素值的估计.考虑到字典的冗余性以及OMP算法的运算速度,选取字典 D 中的原子个数为256.式(14)中约束条件的误差选取为 $\epsilon=8$,系数 β 取为0.5.确定以上参数后,根据文中提出的算法进行迭代直到完成修复过程.

采用本文提出的算法,针对图中含有大块目标需要移除的图像进行实验,并与文献[3-5]中的算法做比较,实验结果见图1.其中,图1b表示经手动标定需要去除的目标后的图像.文献[3]的结果显示在图1c中,该算法只采用一个最优的样本块对待填充目标块中的未知像素进行估计,但实验结果里草地的纹理被填充到白色的岩石上,树的纹理延伸到下方的水面中,岩石下方产生了一些杂乱无章的信息.这是因为使用单一样本块在处理含有边缘或复杂纹理信息时具有局限性,而且在填充过程中会产生错误繁衍.图1d是文献[4]的实验结果.文献[4]采用非局域平均的办法解决了文献[3]中出现的问题,但由于算法中使用了过多的样本块,在岩石与草地等不同纹理交界处会产生平滑效应.文献[5]中提出了一种新的优先权值计算方法,并对使用的样本块个数进行约束,从图1e中可以看到,该算法解决了采用多个样本块进行重建时带来的模糊化问题,但白色岩石上的纹理信息存在缺陷,修复后的纹理不规则而且覆盖有草的纹理,这是因为采用非局域平均做约束会造成目标图像块已知区域和未知区域之间的不匹配问题.采用本文算法的结果如图1f所示,图中岩石、水面以及草地在重建后都保持了较好的效果.

图2中展示了本文算法用于修复更多缺损图像的实验结果.与传统的修复方法相比,采用本文算法修复后的图像更加自然,算法对边缘、轮廓等纹理特征修复效果较好.值得注意的是,由于本文算法通过多个候选图像块的线性组合完成重建过程,因此草地等颜色信息变化幅度较小的纹理在修复后可能出现平滑效应.本文采用与文献[3]相同的算法计算优先权值以选择待填充目标样本块,但这种算法应用于边缘信息不明显的缺损图像时效果不佳.在进一步的研究中,可以考虑改进优先权计算方法以提高修复后图像的质量.



(a)原始图像



(b)选定修复区域后的图像



(c)文献[3]的处理结果



(d)文献[4]的处理结果



(e)文献[5]的处理结果



(f)本文算法的处理结果

图 1 几种算法对于目标移除的性能对比



(a)原始图像 1



(b)文献[3]算法处理图 2a 结果



(c)本文算法处理图 2a 结果



(d)原始图像 2



(e)文献[3]算法处理图 2d 结果



(f)本文算法处理图 2d 结果



(g)原始图像 3



(h)文献[3]算法处理图 2g 结果



(i)本文算法处理图 2g 结果

图 2 本文算法与传统方法应用于目标移除的实验结果

4 结 论

本文提出了一种基于稀疏表示模型进行图像修复的新算法. 对于每个待填充目标块,从图像的已知区域内选取多个候选样本块用于估计其未知像素值. 与其他采用非局域平均的方法不同,本文假设相似的图像块在高维空间中处在相同邻域内,利用局部线性嵌入方法估计其缺损像素值,解决了非局域平均算法中可能出现的待填充目标图像块已知区域与未知区域间不匹配的问题,并通过稀疏表示模型对目标块进行约束,根据求得的稀疏线性组合系数完成未知像素点的重建. 实验结果表明,相对于所比较的算法,使用本文算法修复后的图像纹理较为清晰,填入缺损区域的信息与周围环境更加相符.

参考文献:

- [1] BERTALMIO M, SAPIRO G, CASELLES V, et al. Image inpainting [C] // Proc of SIGGRAPH. New York, USA: ACM, 2000: 417-424.
- [2] EFROS A, LEUNG T. Texture synthesis by non-parametric sampling [C] // Proc of ICCV. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1999: 1033-1038.
- [3] CRIMINISI A, PEREZ P, TOYAMA K. Region filling and object removal by exemplar-based image inpainting [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(9):1200-1212.
- [4] WONG A, ORCHARD J. A nonlocal-means approach to exemplar-based inpainting [C] // Proc of ICIP. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 2600-2603.
- [5] XU Zongben, SUN Jian. Image inpainting by patch propagation using patch sparsity [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(5):1153-1165.
- [6] ROWEIS S T, SAUL L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. Science, 2000, 290(5500): 2323-2326.
- [7] MA Xiang, ZHANG Junping, QI Chun. Hallucinating face by position-patch [J]. Pattern Recognition, 2010, 43(6): 2224-2236.
- [8] MA Xiang, HUANG Hua, WANG Shaopeng, et al. A simple approach to multiview face hallucination [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(6): 579-582.
- [9] 马祥, 齐春. 全局重建和位置块残差补偿的人脸超分辨率算法[J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(4): 9-12.
MA Xiang, QI Chun. A face image super-resolution algorithm based on global reconstruction and position-patch residue compensation [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010, 44(4): 9-12.
- [10] TROPP J, WRIGHT S. Computational methods for sparse solution of linear inverse problems [J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6):948-958.

(编辑 刘杨)