

迭代无味卡尔曼滤波的目标跟踪算法

常国宾, 许江宁, 李安, 常路宾

(海军工程大学电气与信息工程学院, 430033, 武汉)

摘要: 针对目标跟踪迭代无味卡尔曼滤波(IUKF)算法中跟踪精度较差的问题,提出一种基于状态扩展技术的改进迭代无味卡尔曼滤波(IIUKF)算法.新算法首先将观测噪声扩展进状态,构造关于扩展状态的零噪声观测方程,然后在观测迭代过程中将最新的扩展状态后验估计代入更新公式,进行观测迭代更新.相比 IUKF 算法,IIUKF 算法不仅形式上更为简洁,而且避免了 IUKF 算法中先验估计和观测噪声非统计正交的问题,滤波精度更高.数值仿真表明,IIUKF 算法的跟踪误差比 IUKF 算法减小了 20%以上.

关键词: 迭代扩展卡尔曼滤波;迭代无味卡尔曼滤波;统计正交;目标跟踪

中图分类号: TN911.72 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)12-0070-05

A Target Tracking Method of Iterative Unscented Kalman Filter

CHANG Guobin, XU Jiangning, LI An, CHANG Lubin

(Institute of Electrical and Information Engineering, Navy University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: An improved iterative unscented Kalman filter (IIUKF) is proposed to increase the target tracking accuracy of iterative unscented Kalman filter (IUKF) by using the state augmentation technique. The method augments measurement noises into states, and a measurement function of augmented state with zero measurement noise is constructed. Then the latest posterior estimate of the augmented state is substituted into a updating function to iteratively correct state estimation using measurements. Comparing analyses with IUKF shows that IIUKF is more concise, and is more precise since it avoids the statistical non-orthogonal problem. Results of digital simulation show that there is a 20% decrease in the tracking error of IIUKF over that of IUKF.

Keywords: iterated extended Kalman filter; iterative unscented Kalman filter; statistical orthogonal; target tracking

1960 年,卡尔曼采用线性递推框架在时域内推导了卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)算法^[1].为了在非线性系统中采用这种线性框架,一些学者对非线性的系统方程和观测方程进行了线性化近似,其中最早提出也是应用最广泛的是基于非线性方程的一阶泰勒级数展开的扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)^[2].为了提高滤波的精度和稳定性,在 20 世纪 90 年代末,一些学者采用不同的近似方法提出了几种新的非线性滤波算法,其中 Juli-

er 等人^[3]基于“对随机量分布进行近似要比对非线性函数进行近似更容易”这一观点,采用无味变换(unscented transformation, UT)对 Sigma 点集进行传递,得出了无味卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)算法. UKF 算法与此前的 EKF 算法一样都采用了 KF 的线性递推框架,本文称之为卡尔曼类滤波,此类滤波算法在诸多领域得到了广泛应用^[4-10].对于观测方程为非线性的系统,各种近似方法或多或少都会引入误差,从而造成观测值的信息

不能被正确利用. 观测迭代算法可以较好地改善这一问题,传统的迭代扩展卡尔曼滤波(iterated extended Kalman filter, IEKF)也得到了广泛的应用^[2]. Bell 等人^[4]研究发现,IEKF 的迭代更新是一个高斯-牛顿迭代过程. 基于高斯-牛顿迭代的思想,Zhan 等人^[5]提出了迭代无味卡尔曼滤波(iterated unscented Kalman filter, IUKF). 另外,杨争斌等人^[6]、张俊根等人^[7-8]也从高斯-牛顿迭代的角度对 IEKF 进行了研究和修正,即在 IEKF 的迭代更新过程中用最新的迭代更新值取代预测值,得到了形式上更为简洁的修正迭代扩展卡尔曼滤波(modified IEKF, MIEKF).

本文首先从 KF 的线性递推框架和高斯-牛顿迭代的角度对 IEKF 的观测迭代过程进行分析,指出了在 IEKF 每次观测迭代过程中都隐含的正交条件,即先验估计和观测噪声必须是统计正交的,在 MIEKF 中,这种正交条件只有在第一次迭代更新时是满足的,在之后的迭代更新中这一条件会被破坏,显然这种修正是不严格的. 其次,通过对 IUKF 进行分析,发现 Zhan 提出的 IUKF 不能在任何时候都保证正交条件的成立. 为了解决此问题,借鉴 UKF 中的状态扩展方法^[3],把观测噪声扩展进状态变量,提出了一种改进的 IUKF. 最后,通过一个典型的非线性实例对各种滤波算法进行了比较,数值仿真的结果验证了本文理论分析的正确性.

1 迭代滤波算法中的统计正交条件

从 KF 的线性递推框架和高斯-牛顿迭代 2 个角度对 IEKF 进行分析,提出 IEKF 迭代更新中的正交条件.

卡尔曼在推导 KF 时有一个重要的假设:估计值是先验信息和观测信息的线性组合,即观测更新的线性递推框架^[1]. 在此框架的推导和应用过程中,内含着先验估计和观测噪声统计正交的前提假设.

滤波问题由如下状态方程和观测方程表示(设过程噪声和观测噪声都为加性)

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_k \tag{1}$$

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \tag{2}$$

式中: $\mathbf{x}_k$ 、 $\mathbf{y}_k$ 、 $\mathbf{w}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 分别为第 k 时刻的状态量、观测值、过程噪声和观测噪声; $\mathbf{w}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 为互不相关的高斯白噪声,其方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$; $f(\mathbf{x}_{k-1})$ 和 $h(\mathbf{x}_k)$ 分别为非线性的状态方程和观测方程. 令 $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ 为状态量 $\mathbf{x}$ 在 k 时刻的条件均值,是观测后的状态估计, $\mathbf{P}_{x_k}$ 为 $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ 对应的方差,则有

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{V}_k \tag{3}$$

$$\mathbf{P}_{x_k} = \mathbf{P}_{x_k}^- - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{y_k \mathbf{V}_k} \mathbf{K}_k^T \tag{4}$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 为观测前的状态估计,称之为状态预测,由上一时刻的条件均值经方程(1)传递得到; $\hat{\mathbf{y}}_k^-$ 为观测预测,由 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 经方程(2)传递得到; $\mathbf{V}_k = \mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k^-$ 称为新息;

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{x_k^- \mathbf{V}_k} \mathbf{P}_{y_k \mathbf{V}_k}^{-1} \tag{5}$$

其中 $\mathbf{P}_{x_k^- \mathbf{V}_k}$ 为 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 和 $\mathbf{V}_k$ 的互协方差矩阵; $\mathbf{P}_{y_k \mathbf{V}_k}$ 为 $\mathbf{V}_k$ 的自协方差矩阵. 在各种卡尔曼类滤波算法中,相应的协方差矩阵由下述两式求得

$$\mathbf{P}_{x_k^- \mathbf{V}_k} = \mathbf{P}_{x_k^- \hat{\mathbf{y}}_k^-} \tag{6}$$

$$\mathbf{P}_{y_k \mathbf{V}_k} = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{y}}_k^- \hat{\mathbf{y}}_k^-} + \mathbf{R} \tag{7}$$

式中: $\mathbf{P}_{x_k^- \hat{\mathbf{y}}_k^-}$ 为 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 和 $\hat{\mathbf{y}}_k^-$ 的互协方差矩阵; $\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{y}}_k^- \hat{\mathbf{y}}_k^-}$ 为 $\hat{\mathbf{y}}_k^-$ 的自协方差矩阵. 容易知道,式(6)、式(7)成立的条件是 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 及其函数 $\hat{\mathbf{y}}_k^-$ 与观测噪声是统计正交的,在 IEKF 的观测迭代更新中也存在相同的正交条件.

高斯-牛顿迭代用于求解非线性最小二乘问题,是牛顿迭代算法的一种近似应用. Bell 从高斯-牛顿迭代的角度推导了 IEKF 的观测迭代公式.

假设各随机量都为高斯分布,Bell 指出 KF 的观测更新可以表示为一个求极大后验(maximum a posteriori, MAP)估计的问题. 经推导,状态量的 MAP 估计为下述函数的极小值(为简便起见,在不引起歧义的情况下,忽略上文中各量的时间下标)

$$l(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{z} - h(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{z} - h(\mathbf{x})) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}^-)^T \mathbf{P}^{-1}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}^-) \tag{8}$$

Bell 用观测量和状态预测这 2 个相互独立的随机量构造了一个伪观测量 $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \hat{\mathbf{x}}^- \end{bmatrix}$,则此观测量也为高斯分布,其均值和方差分别为 $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}^- \end{bmatrix}. \text{ 令 } \mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}, \text{ 省去推导过程,有}$$
$$l(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \| f(\mathbf{x}) \|^2 \tag{9}$$

由式(9)可知,卡尔曼滤波中的观测更新过程为一个典型的非线性最小二乘估计问题. 应用高斯-牛顿迭代算法,经整理可以得到

$$\hat{\mathbf{x}}_{n+1} = \hat{\mathbf{x}}^- + \mathbf{P}^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \cdot (\mathbf{z} - h(\hat{\mathbf{x}}_n) - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^- - \hat{\mathbf{x}}_n)) \tag{10}$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}_{n+1}$ 表示第 n 次迭代估计值,第 1 次迭代时取

$\hat{\mathbf{x}}_0 = \hat{\mathbf{x}}_k^-$; $\mathbf{H}$ 为观测方程的 Jacobian 矩阵.

容易知道,在构造伪观测量 $\mathbf{Z}$ 时,只有在观测量和预测值组合时其方差阵才具有上文中的形式(非对角线元素为 0),因为两者是统计独立的,其互协方差必为 0.

2 MIEKF 和 IUKF 分析

在 MIEKF 的推导中,用最新的迭代更新值代替预测值来构造伪观测量

$$\hat{\mathbf{x}}_{n+1} = \hat{\mathbf{x}}_n + \mathbf{P}_n \mathbf{H}^T + (\mathbf{H} \mathbf{P}_n \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{z} - h(\hat{\mathbf{x}}_n)) \quad (11)$$

式(11)形式上虽简单,但其推导过程中的前提条件不是总能成立,因为最新的迭代更新值包含了观测值的信息,式(11)的观测量已不满足正交条件,即令伪观测量的方差阵仍具有对角阵的形式不是总正确的,而且从 KF 的线性递推框架也可以知道,式(11)中的滤波增益的计算式 $\mathbf{P}_n \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_n \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}$ 也是在满足正交条件的前提下才成立的.

Zhan 等人^[5]研究了迭代在 UKF 中的应用,推导了 IUKF 的迭代公式

$$\hat{\mathbf{x}}_{n+1|n+1} = \hat{\mathbf{x}}^{--} + \text{cov}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\gamma}) [\text{cov}(\boldsymbol{\gamma}) + \mathbf{R}]^{-1} \cdot [\mathbf{y}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{n+1|n}) - \text{cov}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\gamma}) (\mathbf{P}_n)^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_{n+1}^- - \hat{\mathbf{x}}_{n+1|n})] \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_{n+1} = \mathbf{P}^- - \text{cov}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\gamma}) (\text{cov}(\boldsymbol{\gamma}) + \mathbf{R})^{-1} \text{cov}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\gamma})^T \quad (13)$$

式中: $\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\gamma}$ 分别为 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{y}$ 的 sigma 点; $\text{cov}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\gamma})$ 为求解 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{y}$ 的互协方差; $\text{cov}(\boldsymbol{\gamma})$ 为求解 $\mathbf{y}$ 的自协方差.

从 KF 的线性递推框架可知, $\text{cov}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\gamma})$ 、 $\text{cov}(\boldsymbol{\gamma}) + \mathbf{R}$ 可用于计算 $\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k^- \mathbf{v}_k}$ 、 $\mathbf{P}_{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k}$, 这种计算方法成立的前提仍然是 $\hat{\mathbf{x}}_n$ 及其函数 $\hat{\mathbf{y}}_n$ 与观测噪声统计正交. 显然只有当 $n=0$ 时,即第一次观测更新时,正交条件才是成立的. 当 $n>0$ 时, $\hat{\mathbf{x}}_n$ 和 $\hat{\mathbf{y}}_n$ 包含了观测信息,它们与观测噪声已经不再正交,从而降低了滤波精度.

3 一种新的基于状态扩展的 IUKF

为了满足正交条件,在观测更新之前,把观测噪声扩展进状态变量

$$\hat{\mathbf{x}}_a^- = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}^- \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{P}_a^- = \begin{bmatrix} \mathbf{P}^- & 0 \\ 0 & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}_a^-$ 和 $\mathbf{P}_a^-$ 分别为扩展状态及其对应的协方

差. 式(15)中非对角线上的元素为 0 是因为在观测更新之前预测值和观测噪声是相互独立的,所以二者正交,互协方差为零(只有在观测更新之前进行状态扩展才有此性质). 状态扩展之后,可以认为新的观测噪声为零,而零向量和所有向量都是正交的,所以状态扩展之后每次迭代后的估计值和观测噪声都是正交的,则不正交的问题将不存在.

由于状态扩展之后的观测噪声和所有向量都是正交的,即此噪声不仅与预测值正交,也与最新的迭代估计值正交,因此可以采用最新的迭代估计值 $\hat{\mathbf{x}}_n$ 取代预测值 $\hat{\mathbf{x}}^-$ 代入迭代公式,从而使迭代公式更为简洁.

综上,基于扩展状态量的改进 IUKF 迭代公式如下

$$\hat{\mathbf{x}}_{a,n+1} = \hat{\mathbf{x}}_{a,n} + \text{cov}(\boldsymbol{\chi}_a, \boldsymbol{\gamma}) [\text{cov}(\boldsymbol{\gamma})]^{-1} [\mathbf{y}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_n)] \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{a,n+1} = \mathbf{P}_{a,n} - \text{cov}(\boldsymbol{\chi}_a, \boldsymbol{\gamma}) [\text{cov}(\boldsymbol{\gamma})]^{-1} \text{cov}(\boldsymbol{\chi}_a, \boldsymbol{\gamma}) \quad (17)$$

当迭代结束时,取扩展状态估计及其方差中相应的部分赋给状态(非扩展)估计及其方差,以进行下一个滤波周期的预测(时间更新).

4 实例仿真

4.1 单变量非平稳增长模型

单变量非平稳增长模型(univariate nonstationary growth model, UNGM)在经济领域应用很普遍,由于其高度的非线性以及状态量分布的双模态特性,而经常被作为验证非线性滤波算法的基准模型. UNGM 模型的离散时间动态系统方程如下

$$x_k = 0.5x_{k-1} + 25 \frac{x_{k-1}}{1 + x_{k-1}^2} + 8\cos(1.2(k-1)) + w_{k-1} \quad (18)$$

$$z_k = \frac{x_k^2}{20} + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (19)$$

仿真中,系统噪声 $w_{k-1} \sim N(0, 1)$, 观测噪声 $v_k \sim N(0, 1)$, 仿真步数 K 为 500, 仿真时用于产生仿真数据的初始真值 $x_0 = 0.1$, Monte Carlo 仿真次数取为 $M=50$ 次.

在进行滤波解算时,设定滤波初始值为 $\hat{\mathbf{x}}_0^+ = 0$, $\mathbf{P}_0^+ = 1$.

定义每次 Monte Carlo 仿真时所有时间上估计误差的均方值,即时间域均方误差(每次 Monte

Carlo 仿真中对所有时间点上的共 K 个估计误差求均方值)为

$$\xi(m) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (x_k(m) - \hat{x}_k^+(m))^2 \tag{20}$$

式中: m 表示 Monte Carlo 仿真的次数. 图 1 为 EKF、MIEKF 和 IEKF 算法的时间域均方误差曲线,图 2 为 UKF、IUKF 和 IIUKF 算法的时间域均方误差曲线,其中各误差为归一化误差.

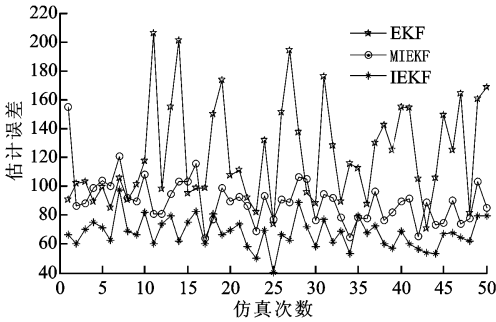


图 1 3 种扩展卡尔曼滤波算法的误差曲线

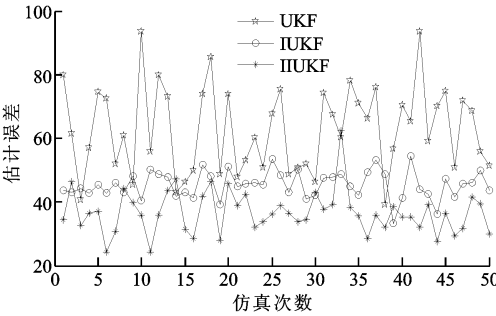


图 2 3 种无味卡尔曼滤波算法的误差曲线

定义总的均方误差(对每一种算法的每次实验、每个时间点处的共 MK 个估计误差求均方值)为

$$\sigma = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \xi(m) \tag{21}$$

图 1 的估计误差和表 1 中的均方误差均表明, IEKF 和 MIEKF 算法的精度虽然都优于 EKF 算法,但 IEKF 相对于 MIEKF 算法的精度优势也是很明显的. 仿真结果符合本文的理论分析. MIEKF 算法虽然在迭代过程中提高了滤波精度,但是由于此算法在迭代中破坏了先验估计和观测噪声统计正交的条件,从而造成其精度低于传统的 IEKF 算法.

表 1 几种滤波算法的总均方误差

算法	σ	算法	σ
EKF	114.465 2	UKF	64.304 0
MIEKF	89.965 0	IUKF	45.564 9
IEKF	69.4480	IIUKF	34.7254

图 2 和表 1 中的均方误差表明,UKF、IUKF 和 IIUKF 的滤波精度依次提高. IUKF 通过迭代提高了算法的滤波精度,得到优于 UKF 的性能,但 IIUKF 避免了 IUKF 中先验估计和观测噪声非统计正交的问题,进一步提高了滤波性能.

4.2 弹道目标再入

弹道目标再入具有重要的应用背景,由于其较强的非线性,因而经常被用于验证滤波算法的有效性. 本文用弹道目标再入实例比较 IIUKF 和 IUKF、UKF 算法的滤波精度. 当载体从高处以很快速度进入大气层时,对目标的位置、速度和弹道常数进行估计. 载体垂直下落,且只受重力和与速度有关的阻力作用^[9]. 系统的连续时间模型为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_2(t) + w_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -e^{-x_1(t)} x_2^2(t) x_3(t) + w_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= w_3(t) \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

式中: $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 分别为载体的 t 时刻的位置、速度和弹道常数. 载体的位置通过测距雷达在离散时刻进行测量,观测噪声服从高斯分布

$$y(t) = [M^2 + (x_1(t) - H)^2]^{1/2} + v(t) \tag{23}$$

式中: M 为雷达与载体之间的水平距离; H 为雷达的高度.

式(22)的离散化以及系统参数的选择和文献[9]相同,此处不再赘述.

第 j 个状态在 k 时刻的均方估计误差为

$$\epsilon_j(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (x_{j,k}(m) - \hat{x}_{j,k}^+(m))^2 \tag{24}$$

式中: k 和 m 的含义同上文,只是本例中 k 的最大取值为 50.

UKF、IUKF 和 IIUKF 这 3 种滤波算法对载体位置、速度以及弹道参数的估计误差曲线分别如图 3~图 5 所示.

由图 4 发现,3 种算法对载体速度的估计精度相当,而由图 3 和图 5 发现,IUKF 算法对载体位置和弹道常数的估计精度甚至低于不迭代的 UKF 算法,IIUKF 算法则可以得到优于 UKF 算法的位置和弹道常数估计. 如前文分析,IIUKF 优于 IUKF 算法的原因就在于,前者在迭代过程中满足正交性条件而后者不满足.

总之,由理论分析和仿真可以得出 2 条结论:①是 MIEKF 在迭代过程中破坏了 IEKF 中先验估计值和观测噪声的统计正交条件,这会对滤波的估计性能造成损害;②IIUKF 在迭代过程中保证了最新迭代值和观测噪声的统计正交条件,相对 UKF 和

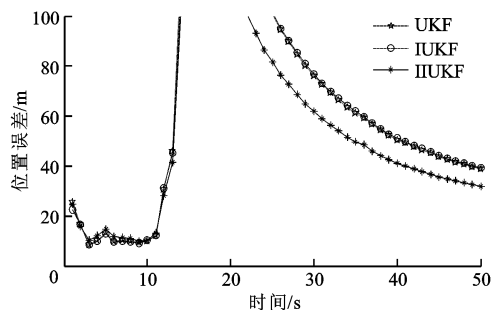


图3 3种算法的位置估计均方误差曲线

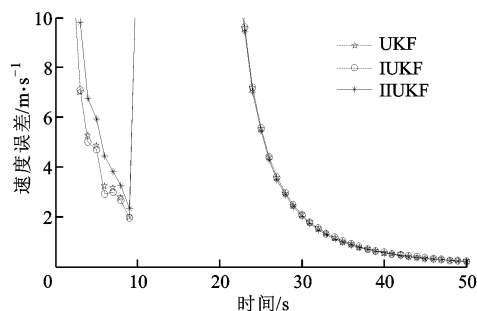


图4 3种算法的速度估计均方误差曲线

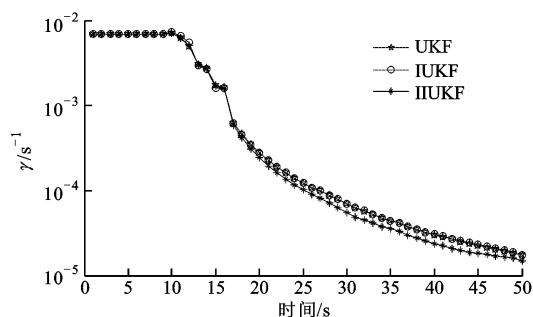


图5 3种算法的弹道常数估计均方误差曲线

IUKF 进一步提高了算法的滤波精度. 当然, 新方法的精度提高是以增大计算量为代价的, 在应用时可以根据精度和计算成本方面的具体要求, 对 UKF、IUKF 和 IIUKF 算法进行选择.

5 结 语

从 KF 的线性递推框架和高斯-牛顿迭代的角对 IEKF 观测迭代过程中的统计正交条件进行了研究, 指出用最新的迭代更新值取代 IEKF 观测更新公式中的预测值, 从而对 IEKF 进行修正的做法是不合适的. 研究了 IUKF 观测更新过程中的统计正交条件, 提出了一种基于状态扩展的改进 IUKF 算法. 弹道目标再入问题的数值仿真结果验证了本文算法的理论分析结论.

参考文献:

- [1] KALMAN R. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-46.
- [2] CANDY J. Bayesian signal processing [M]. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2009.
- [3] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of the IEEE Aerospace and Electronic Systems, 2004, 92(3): 401-422.
- [4] BELL B, CATHEY F. The iterated Kalman filter update as a Gauss-Newton method [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1993, 38(2): 294-297.
- [5] ZHAN Ronghui, WAN Jianwei. Iterated unscented Kalman filter for passive target tracking [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 1155-1163.
- [6] 杨争斌, 钟丹星, 郭福成, 等. 一种基于高斯牛顿迭代的单站无源定位算法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(12): 2006-2009.
YANG Zhengbin, ZHONG Danxing, GUO Fucheng, et al. Gauss-Newton iteration based algorithm for passive location by a single observer [J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(12): 2006-2009.
- [7] 张俊根, 姬红兵. IMM 迭代扩展卡尔曼粒子滤波跟踪算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(5): 1116-1120.
ZHANG Jungun, JI Hongbing. IMM iterated extended Kalman particle filter based target tracking [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(5): 1116-1120.
- [8] 张俊根, 姬红兵. 基于修正 IEKF 的 IRST 系统多站融合跟踪[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(3): 504-507.
ZHANG Jungun, JI Hongbing. Modified iterated extended Kalman filter based multi-observer fusion tracking for IRST [J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(3): 504-507.
- [9] 武元新. 对偶四元数导航算法与非线性高斯滤波研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
- [10] 刘学, 焦淑红, 司锡才. 观测域求积分卡尔曼滤波的机载无源定位算法[J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(5): 137-142.
LIU Xue, JIAO Shuhong, SI Xicai. Measure space square root quadrature Kalman filter for airborne passive location [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(5): 137-142.

(编辑 刘杨)