

采用峰值平均功率比的低信噪比水下多目标检测方法

王静, 黄建国, 侯云山

(西北工业大学航海学院, 710072, 西安)

摘要: 针对信息论准则多目标检测方法在低信噪比水下应用环境中不能正确检测目标源个数的问题, 提出了基于峰值平均功率比(PAR)的多目标检测方法(PARTC). 该方法首先使用相关矩阵特征向量对水下基阵接收数据加权计算阵列加权输出数据, 然后计算加权输出数据的 PAR 并对 PAR 进行降序排列, 由于纯噪声加权输出数据的 PAR 呈线性分布, 并且其平均梯度与快拍数无关, 存在信号时的加权输出数据的 PAR 梯度大于纯噪声加权输出数据的 PAR 梯度, 因此可根据该信息判定信号源个数. 八元阵的仿真结果表明, PARTC 方法在低信噪比、小快拍和小信号源夹角情况下的多目标正确检测概率大于信息论准则和最小描述长度多目标检测方法, 并且运算量适中, 水下应用前景广阔.

关键词: 水下多目标; 检测; 低信噪比; 峰值平均功率比

中图分类号: TN911 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)02-0124-06

A Detection Method for Underwater Multiple Source under Low Signal-to-Noise Ratio Using Peak-to-Average Power Ratio

WANG Jing, HUANG Jianguo, HOU Yunshan

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A new multiple source detection threshold criterion based on peak-to-average power ratio (PAR) is proposed to solve the problem that multiple source detection methods based on information criterion cannot correctly estimate the number of sources under low signal-to-noise ratio in underwater environment (PARTC). The underwater array receiving data are weighted using the eigenvectors of the data correlation matrix, and the weighted data are calculated. Then, PARs of the weighted data are computed, and then sorted in a descend order. The number of sources can be estimated using the information that the PARs of pure noise have a linear distribution, and that the average grad of PARs is independent of snapshots, and when there exists signals the grad of signal PARs will be larger than the average grad of pure noise PARs. Simulation results on an 8-elements array show that the probability of correct detection of PARTC is larger than those of both the Akaike information criterion method and the minimum description length method under the conditions of low signal-to-noise ratio, small snapshots and closely spaced sources, while the calculation of PARTC is not expensive. Thus PARTC has board applications in underwater environment.

Keywords: underwater multiple sources; detection; low signal-to-noise ratio; peak-to-average power ratio

水下单列信号处理中目标参数估计、目标跟踪等算法都是在信号源个数已知的前提下进行的。由于水下噪声环境复杂,噪声背景能量大,因此低信噪比下的信号源个数估计尤为重要。大多数目标检测方法能够在高信噪比下正确地检测目标,但由于仅使用了协方差矩阵特征值的信息,因此在低信噪比下不能正确估计信号源个数^[1],如多目标估计的经典方法——信息论准则(AIC)^[2]和最小描述长度(MDL)^[3]等方法。

一些学者先后提出了一些改进方法^[4-9]以提高AIC和MDL方法的检测性能。这些改进方法首先要充分分析基阵接收数据的协方差矩阵特征值的内在特征,然后采用迭代方法^[4]、特征值修正方法^[5],并根据协方差矩阵特征值的统计分布给出固定的检测门限^[6-8],或采用Radon模糊变换进行目标能量累积^[9],进而检测目标源个数。然而,该类基于特征值的多目标检测方法在低信噪比下的多目标正确检测概率还有待提高。

本文使用水下基阵接收数据的协方差矩阵特征向量对阵列接收数据进行加权处理,计算加权输出数据的峰值平均功率比,提出了一种基于峰值平均功率比的多目标检测(PARTC)方法,仿真结果表明PARTC方法能在更低的信噪比下正确检测出目标信号源个数,并且在小快拍下、目标信号源空间夹角较小和目标信号源数量大的情况下,PARTC多目标正确检测概率大于AIC和MDL方法。PARTC方法可用于水下实时系统的宽带信号源的检测,且运算量小。

1 阵列信号模型

假设阵列接收信号存在相关性,噪声序列不相关,信号和噪声之间不相关,该条件在实际的阵列信号处理中比较容易满足。 q 个远场目标信号入射到 M 元阵列上,接收信号的矩阵形式可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t), t = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_q)]$ 为阵列流形矩阵,其中 $\mathbf{a}(\theta_i), i = 1, 2, \dots, q$ 表示第 i 个信号的方向矢量; $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_q(t)]^T$ 为阵列接收信号矢量; $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ 为阵列接收加性噪声矢量; $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ 为阵列接收数据; N 表示接收数据长度的快拍数。

假设 $\mathbf{n}(t)$ 为方差为 σ_n^2 、均值为零的高斯白噪声序列,则阵列接收数据的相关矩阵表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} = \sum_{i=1}^q \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H + \sum_{i=q+1}^M \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H \quad (2)$$

式中: $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$ 表示信号相关矩阵; $\mathbf{u}_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 为相关矩阵的特征向量; $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_q \geq \lambda_{q+1} \geq \dots \geq \lambda_M$ 为相关矩阵的特征值,理想白噪声条件下有 $\lambda_{q+1} = \lambda_{q+2} = \dots = \lambda_M = \sigma_n^2$ 。入射信号源个数为 q ,信号子空间和噪声子空间分别定义为

$$\mathbf{U}_S \triangleq [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_q] \quad (3)$$

$$\mathbf{U}_N \triangleq [\mathbf{u}_{q+1}, \mathbf{u}_{q+2}, \dots, \mathbf{u}_M] \quad (4)$$

式中: $\mathbf{U}_S, \mathbf{U}_N$ 分别为信号子空间和噪声子空间,由矩阵的基本知识,信号子空间和噪声子空间是正交的。

信号子空间可以由阵列流形矩阵 $\mathbf{A}(\theta)$ 的列向量张成,记为

$$\mathbf{U}_S = \text{span}\{\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_q)\} \quad (5)$$

由于信号子空间和噪声子空间的正交性,因此下式成立

$$\mathbf{u}_k^H \mathbf{a}(\theta_i) = 0,$$

$$k = q+1, q+2, \dots, M, \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (6)$$

式(6)表示噪声子空间的每个特征向量和信号方向矢量之间的内积为0。

使用阵列接收数据相关矩阵的 M 个特征向量对阵列接收数据加权,分别得到 M 个阵列加权输出数据序列

$$\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{u}_i^H \mathbf{X}(t) = \mathbf{u}_i^H (\mathbf{a}(\theta_1)s_1(t) + \dots + \mathbf{a}(\theta_q)s_q(t)) + \mathbf{u}_i^H \mathbf{n}(t), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (7)$$

式中: $\mathbf{y}_i(t) (i = 1, 2, \dots, M)$ 为加权输出数据,相当于采用特征向量对阵列接收数据进行了线性滤波处理,滤波器的权系数取接收数据相关矩阵的特征向量。

由于噪声序列不相关,信号和噪声之间不相关,因此由式(6)可知,由噪声子空间特征向量加权输出的数据中,噪声能量没有得到累积,而由信号子空间特征向量加权输出的数据中信号能量得到累积,因此对阵列接收数据采用特征向量加权,噪声和信号子空间的能量差距变大,提高了信噪比。

实际处理中,相关矩阵 $\mathbf{R}$ 无法直接测得,可以根据阵列实际接收的数据估计得到

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t) \quad (8)$$

式中: N 为估计相关矩阵的序列长度。对 $\hat{\mathbf{R}}$ 进行特征分解得到估计的特征值和特征向量

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_{i=1}^q \hat{\lambda}_i \hat{\mathbf{u}}_i \hat{\mathbf{u}}_i^H + \sum_{i=q+1}^M \hat{\lambda}_i \hat{\mathbf{u}}_i \hat{\mathbf{u}}_i^H \quad (9)$$

式中: q 为目标源个数; $\hat{\lambda}_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 为估计的

相关矩阵的特征值; $\hat{\mathbf{u}}_i(i=1,2,\cdots,M)$ 为估计的特征向量.

对式(7)中的阵列加权输出数据求 $\text{PAR}^{[10]}$, 得到

$$L_i = \max_f(\mathbf{P}_i(f))/\text{mean}[\mathbf{P}_i(f)],$$
$$i = 1, 2, \cdots, M$$

(10)

式中: $L_i(i=1,2,\cdots,M)$ 为计算得到的功率谱峰值和工作频带内各频点上功率谱幅值均值的比值,称为峰值平均功率比; f 为系统的工作频带; $\mathbf{P}_i(f)$ 为阵列加权输出数据 $\mathbf{y}_i(t)$ 在工作频带内的功率谱; $\max_f(\mathbf{P}_i(f))$ 为工作频带内功率谱的最大值; $\text{mean}[\mathbf{P}_i(f)]$ 为工作频带内功率谱的均值. 实际处理中对 $\mathbf{y}_i(t)$ 求FFT变换来计算功率谱. 由于PAR对于窄带和宽带信号均有效,因此本文方法可以检测窄带和宽带多目标信号源. 由于FFT变换在实际DSP数据处理系统中所需的内存不大,因此PAR的计算简单易行.

将式(10)计算得到的PAR进行降序排列得到新的有序PAR—— $L_i(i=1,2,\cdots,M)$,使用该有序PAR序列作为统计量设定新准则,进行多目标检测.

2 峰值平均功率比特性

检测门限的设定基于纯噪声的PAR的内在特性. 假设基于纯噪声的PAR呈线性分布,并且平均梯度与快拍数无关.

在纯噪声条件下分别进行了快拍在100、1 000和5 000时的100次蒙特-卡罗仿真,得到八元阵的纯噪声PAR分布,其结果如图1所示. 仿真结果验证了纯噪声的PAR的分布呈线性分布的假设. 从图1可以看出,纯噪声条件下PAR基本呈线性分布,符合假设条件,而且不同的快拍下PAR最大最小差基本接近. $\mathbf{P}_i(f)$ 是阵列加权输出数据 $\mathbf{y}_i(t)$ 在工作频带内的频谱,其取值仅和阵列接收数据的频

谱结构、计算频谱所用的数据快拍数 N 有关. 快拍数 N 影响 $\mathbf{P}_i(f)$ 幅度的绝对值大小,两者存在正比关系,即 $|\mathbf{P}_i(f)| \propto N^2$. 在计算 $L_i(i=1,2,\cdots,M)$ 时,由于分子和分母同时含有 $\mathbf{P}_i(f)$ 项,因此快拍数对于 $L_i(i=1,2,\cdots,M)$ 的影响在分子和分母上抵消,导致 $L_i(i=1,2,\cdots,M)$ 的取值和快拍数无关,仅和阵列接收数据的频谱构成有关,因此PAR的平均梯度与仿真采用的快拍数无关.

在阵元个数为8、信号入射角为 $[-6^\circ, 6^\circ]$ 、信噪比为-10 dB、阵元间距为信号源中心频率半波长及快拍数分别为100、1 000和5 000的情况下进行仿真,得到含信号情况下峰值平均功率比的分布结果如图2所示. 从图2看出,在不同快拍下最大的2个PAR对应的梯度远大于纯噪声情况下最大的2个PAR对应的梯度,因此可以利用该信息检测目标信号. 图2中快拍数100的情况下最大2个PAR的变化最小,其次是快拍数1 000的情况快拍数5 000情况下变化最明显,说明采用PAR梯度法检测目标源的方法受快拍数影响,快拍数大的情况下其检测性能较好.

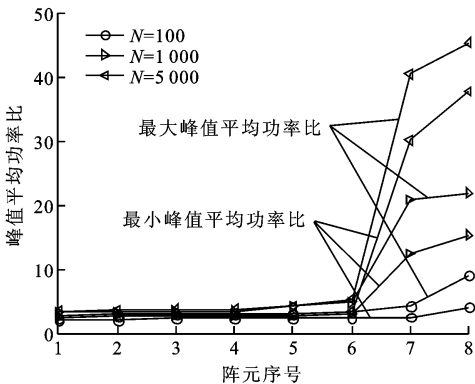


图2 含信号情况下峰值平均功率比的分布

3 基于峰值平均功率比的多目标检测门限设定准则

通过分析可以得出结论:①纯噪声的PAR符合线性分布;②PAR平均梯度值的大小和快拍数无关,因此纯噪声的相邻PAR的梯度基本相等,当阵列接收数据存在信号时,有信号的PAR的梯度大于平均梯度,可以利用PAR梯度的分布检测目标信号. 根据PAR梯度设定相应的门限,门限系数的选取与快拍数 N 、阵元个数 M 和PAR有关. 仿照文献[9]的门限设定方法,得出以下基于PAR的门限

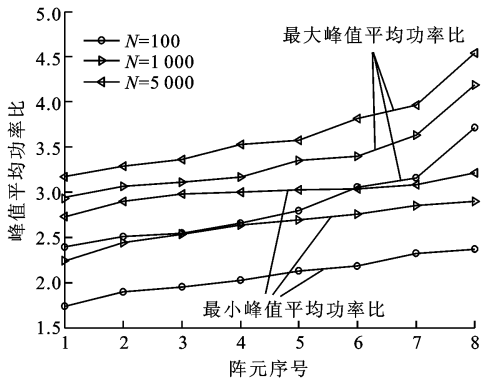


图1 纯噪声峰值平均功率比的分布

准则

$$T_h = c_o \frac{A_s}{[1 + (A_s/L_M)^{1/2}]^2} \tag{11}$$

式中: T_h 为多目标检测门限; L_M 为 PAR 序列 L_i ($i=1,2,\cdots,M$) 的最大值; $A_s=(L_1-L_M)/M$ 为 PAR 的平均梯度; c_o 为可调参数,可以通过调节该参数使检测系统的性能达到最优。

根据第 2 小节 的分析,在阵元数固定的情况下,PAR 平均梯度值的大小和快拍数无关,因此可以对式(11)中的门限作进一步简化.阵元数固定,平均梯度值 A_s 接近常数,因此可以用固定常数代替式(11)中的 PAR 平均梯度,检测门限还可以简化表达成以下形式

$$T_h = c_o \frac{1}{[1 + 1/(2ML_M)^{1/2}]^2} \tag{12}$$

获得的简化门限仅与阵元个数和最小的 PAR 有关.新准则的检测条件是:当相邻的 2 个 PAR 之差 $L_i-L_{i+1}>T_h$ 时,即判断有 $\hat{q}=i$ 个目标源。

4 仿真研究

本小节对基于峰值平均功率比的 PARTC 方法进行了仿真研究,采用式(12)计算门限.将本文方法和文献[1]方法进行对比,文献[1]的判源准则为

$$C(i) = L_i - \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^{M-1} L_k, i = 1,2,\cdots,M-1 \tag{13}$$

式中: $C(i)$ 为第 i 个加权输出值.当第一个 $C(i) \leq 0$ 时,即判信号源个数为 $\hat{q}=i-1$ 。

在阵元个数为 8、信号入射角为 $[-3^\circ,3^\circ]$ 、阵元间距为信号源中心频率半波长、快拍数为 1 000 以及 100 次蒙特-卡罗仿真的情况下进行实验,得到参数选取对 PARTC 性能的影响结果如图 3 所示.从图 3 可以看出,参数 c_o 在 4~9 之间变化时,PARTC 方法的多目标检测性能曲线变化不大,表明当信号出现时,信号子空间对应的 PAR 相对于噪声子空间对应的 PAR 有很大改变;相对于仅使用特征值信息的多目标检测方法,使用 PAR 信息的检测方法时信号和噪声子空间的划分更加明显.因此,本文提出的 PARTC 方法的参数很容易确定。

在阵元个数为 8、阵元间距为信号源中心频率半波长、入射信号为等强度信号、快拍数为 1 000 以及 100 次蒙特-卡罗仿真的情况下进行实验,得到 PARTC 方法的性能与 AIC、MDL 和文献[1]方法的性能进行比较的结果,如图 4、图 5 所示。

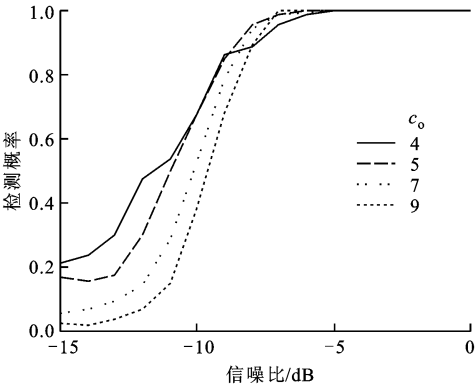


图 3 可调参数对 PARTC 方法检测性能的影响

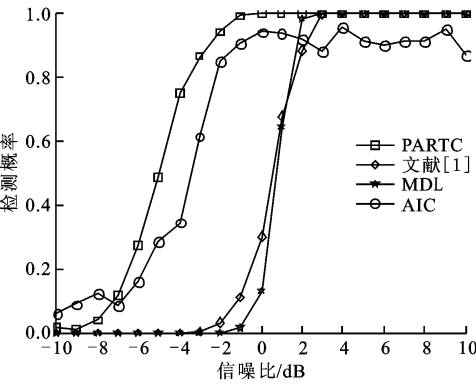


图 4 2 个目标的检测概率曲线

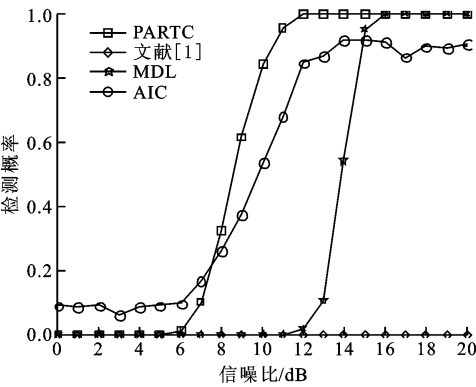


图 5 4 个目标的检测概率曲线

在 2 个信号入射角为 $[-1.5^\circ,1.5^\circ]$,即 1/4 束宽的情况下,空间夹角较小目标的检测结果如图 4 所示.从图 4 可以看出,PARTC 方法的检测性能优于 AIC、MDL 和文献[1]的方法,在高信噪比下具有一致收敛性,PARTC 方法的双目标可检测信噪比比 AIC 方法提高约 2 dB,比 MDL 方法提高约 5~6 dB,比文献[1]方法提高约 5~6 dB.图 4 表明 PARTC 方法对空间夹角小的目标分辨性能高。

在 4 个信号源入射角度为 $[-6^\circ,0^\circ,6^\circ,12^\circ]$ 的情况下,检测仿真结果如图 5 所示.从图 5 的结果可

以看出,在目标源数为 4 时,PARTC 方法的检测性能优于 AIC 方法约 1~2 dB,优于 MDL 方法约 5~6 dB. 文献[1]方法在信噪比小于 20 dB 时已不能正确检测到目标.

综合图 4 和图 5 的结果可以看出,PARTC 方法对于空间夹角较小的 2 个目标和空间多个目标源的检测性能都优于现有的多目标检测方法,验证了 PARTC 方法门限取值的合理性.

在阵元个数为 8、阵元间距为信号源中心频率半波长、快拍数为 1 000、信号入射角为 $[-3^{\circ},3^{\circ}]$ 、2 个目标不等强的情况下,得到检测仿真结果如图 6 所示. 第 1 个信号强度为-10 dB,横坐标表示第 2 个信号超出第 1 个信号的强度. 图 6 的仿真结果表明:PARTC 方法对于相差 20 dB 的不等强双目标检测依然有效;AIC 方法在另一个目标能量加大的情况下,不等强双目标的检测性能和 PARTC 方法相近;MDL 方法不能正确检测不等强双目标,文献[1]的方法在两目标强度相差 10 dB 时,也不能正确检测目标. 因此,PARTC 方法对不等强目标的检测能力超过了 AIC、MDL 和文献[1]方法.

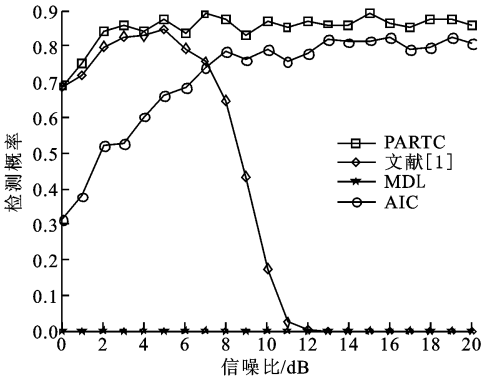


图 6 不等强双目标检测性能曲线

在阵元个数为 8、信号入射角为 $[-6^{\circ},6^{\circ}]$ 、信噪比为-10 dB 以及阵元间距为信号源中心频率半波长的情况下进行仿真,得到正确检测概率随快拍数变化的曲线如图 7 所示. 图 7 结果表明:PARTC 方法在小快拍的情况下,检测性能优于 AIC 和 MDL 方法;在快拍数小于 300 的情况下,文献[1]方法的检测性能好于 PARTC 方法;在快拍数大于 300 的情况下,两者的检测性能接近. 因此,PARTC 方法在小快拍的情况下具有较好的检测性能.

表 1 给出了 PARTC 方法和文献[1]方法在信号源夹角不同情况下的检测概率. 其中,阵元个数为 8,阵元间距为信号源中心频率半波长,入射信号为

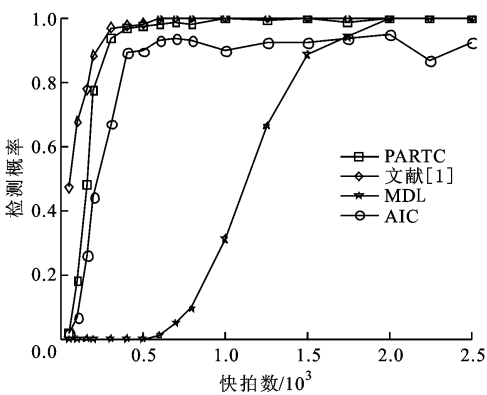


图 7 检测概率随快拍数的变化

等强度信号,信噪比为-10 dB,快拍数为 1 000. 从表 1 可以看出:在信号源夹角小于 6° 时 PARTC 方法检测概率大于文献[1]方法;当信号源夹角大于 6° 时,两者检测概率相当. 表 1 结果表明,PARTC 方法在信号源夹角小的情况下,其性能比文献[1]方法优越.

表 1 PARTC 和文献[1]方法在不同信号源入射角情况下的检测性能比较

信号源入射角度	检测概率	
	PARTC	文献[1]方法
$[-1.5^{\circ},1.5^{\circ}]$	0.02	0.00
$[-2^{\circ},2^{\circ}]$	0.13	0.03
$[-2.5^{\circ},2.5^{\circ}]$	0.39	0.24
$[-3^{\circ},3^{\circ}]$	0.66	0.67
$[-6^{\circ},6^{\circ}]$	1.00	1.00

5 结 论

为了提高多目标检测方法在水下环境中低信噪比下多目标的正确检测概率,本文将基阵接收数据相关矩阵的特征向量对阵列输出数据加权,并分析加权输出数据的峰值平均功率比的内在规律,提出了一种基于峰值平均功率比的多目标检测方法——PARTC 方法. 仿真结果表明:在低信噪比条件下,当空间存在多个目标源、目标源空间夹角较小和不等强的情况下,PARTC 方法的多目标正确检测概率均大于现有的多目标检测方法;在快拍数小的情况下,PARTC 方法的多目标正确检测概率大于 AIC 和 MDL 方法. PARTC 方法的门限易于设定,在阵元配置固定的情况下,检测性能达到稳定时,系数固定不需要再次调整. PARTC 方法可以推广至

宽带信号源的检测,运算量适中,在水下实时处理系统中有广阔的应用前景.

参考文献:

- [1] GU Jianfeng, WEI Ping, TAI Hengming. Detection of the number of sources at low signal-to-noise ratio [J]. IET Signal Process, 2007, 1(1):2-8.
- [2] AKAIKE H. A new look at the statistical model identification [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, 19(6): 716-723.
- [3] WAX M, KAILATH T. Detection of signals by information theoretic criteria [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985, 33(2):387-392.
- [4] CHU Fuzhao, HUANG Jianguo, JIANG Min, et al. Detecting the number of sources using modified EIT [C]//Proceedings of ICIEA. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 563-566.
- [5] 张群飞,马娟,刘晓涛,等. 一种采用盖儿圆半径修正特征值的信息论判源方法[J]. 西北工业大学学报, 2008,26(6):678-683.
ZHANG Qunfei, MA Juan, LIU Xiaotao, et al. An information criterion for source number detection with the eigenvalues modified by Gerschgorin radii [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2008, 26(6): 678-683.
- [6] KRITCHMAN S, NADLER B. Non-parametric detection of the number of signals; hypothesis testing and random matrix theory [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(10): 3930-3941.
- [7] NADLER B. Nonparametric detection of signals by information theoretic criteria: performance analysis and an improved estimator [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5): 2746-2756,
- [8] NADAKUDITI R R, EDELMAN A. Sample eigenvalue based detection of high-dimensional signals in white noise using relatively few samples [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 2625-2638.
- [9] 苏军海,李亚超,邢孟道,等. 采用 Radon 模糊变换的宽带雷达多目标检测方法[J]. 西安交通大学学报, 2009,43(4):85-89.
SU Junhai, LI Yachao, XING Mengdao, et al. A wideband detection method for multi-target using radon ambiguity transform [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(4):85-89.
- [10] QUINN B G, HANNAN E. The estimation and tracking of frequency [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2001.

(编辑 刘杨)