

用于机械系统精度预测的理想表面法

王永, 郭俊康, 洪军, 王少锋

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了实现复杂机械系统的精度预测,提出了一种能够综合考虑尺寸、形位公差的精度预测方法. 将零部件的实际配合面抽象为理想配合面,用单位法矢量表示位置和方向,在刚体条件下从设计信息中获取理想配合面的单位法矢量. 采用齐次转换矩阵的方法,得到各零件坐标系之间的转换矩阵,根据系统末端功能面在基准坐标系下单位法矢量的变动范围,分析系统末端功能面的空间位置分布范围和分布规律,从而实现了机械系统的精度预测. 以某型圆柱磨齿机的砂轮修整器为例,进行了3 000次的模拟公差分析计算,得到了工作点位置分布云图和概率密度曲线,与不考虑形位公差精度预测结果的对比表明,该方法能够综合考虑尺寸和形位公差,得到的公差分析结果更接近实际生产情况.

关键词: 公差分析;理想配合面;单位法矢量

中图分类号: TH161 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)12-0104-07

Ideal Mating Surface Method Used for Tolerance Analysis of Mechanical System

WANG Yong, GUO Junkang, HONG Jun, WANG Shaofeng

(State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A new tolerance analysis method for complex mechanical systems by ideal mating surface is proposed. The actual mating surfaces are abstracted as the ideal mating surfaces. The position and orientation of these surfaces are expressed by the normal unit vectors from the design information in the condition of rigid body. Stacking up the normal unit vectors of every part in local coordinate system, the normal unit vector of end part in the foundational coordinate system can be solved by the homogeneous transformation matrix (HTM). Taking a grinding wheel dresser as the example, the tolerance analysis results verify the design accuracy index by 3 000 simulations, which gets closer to the real station in tolerance analysis considering both dimensional tolerance and form/position tolerance.

Keywords: tolerance analysis; ideal mating surface; normal unit vector

在机床、精密仪器等精度要求较高、装配环节复杂的机械系统中,整机及零部件的精度对产品性能影响较大,因此对于这些装配环节繁多且精度要求多样的机械系统,需要能够综合考虑多个环节多种要求的有效模型,来分析系统末端精度,合理确定零部件的精度要求,否则产品的制造成本难以控制,或

者相应的性能要求^[1-2]难以达到. 然而,按照传统精度的预测方法,计算过程烦琐易出错,更重要的是没有发挥尺寸公差、形位公差在系统精度形成过程中的相互作用及综合效应.

近年来,许多学者对复杂机械系统的精度进行了分析研究,如何博侠等人^[3]将机械装配过程中的

位置和质量特征信息进行集成,建立了两类偏差模型和状态空间模型. Alain 等人^[4]应用雅克比矩阵建立了具有统计学意义的公差分析模型. 周志革等人^[5]在应用蒙特卡罗法对复杂装配组件公差分析时,通过数论方法产生伪随机数仿真计算,提高了计算效率. 张宇等人^[6]建立了组成环的三层次统计公差构架,提出了保证组成环和封闭环的精度及质量指标的统计公差设计方法. 王会卿等人^[7]对三维尺寸链进行向量分解,得到了封闭环偏差的一般表达式. Anselmetti 等人^[8]讨论了多种配合面的尺寸链的建立. Wang^[9]用语义分析的方法估计误差的大小和形位公差的空间向量环的累积. 张博等人^[10]使用多色集合理论对基于特征的层次式公差信息进行了描述,并对底层框架的约束元层实现了推理. Shen 等人^[11]对目前已有的 4 类精度分析方法进行了综合比较研究.

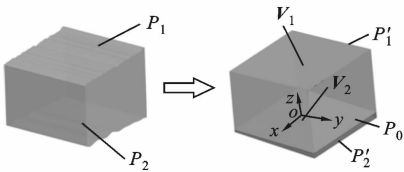
目前,在机械系统的精度预测方面,综合考虑各类公差及其相互作用的研究还不是很充分,为此,本文通过获取与实际配合面的对应的理想配合的变动范围,得到了综合考虑各类形位公差与尺寸公差信息的零件模型;通过提取理想配合面的单位法矢量,应用齐次转换矩阵的方法得到了系统末端对应的理想装配平面及其空间位置和分布规律,实现了机械系统整体的装配精度预测.

1 建立零件数学模型

作为机械系统装配的基本单元,建立包括尺寸公差和形位公差信息的零件数学模型,是系统精度分析、研究精度形成机理的基本条件.

1.1 零件的理想配合面

零件的理想配合面是指假设的配合零件间完全接触的理想平面(见图 1),若将它们代替零件实际配合面,在三维空间内可产生相同的零件间的误差传递和积累效果. 理想配合面可以用其几何中心的单位法向矢量来表示空间位置和方向,其中包括方位角 α 、 β 、 γ 和位置坐标值 x 、 y 、 z . 对于单个零件,在



P_1 、 P_2 :配合面; P'_1 、 P'_2 :与 P_1 、 P_2 对应的理想配合面;
 P_0 : P_2 的理想位置; V_1 、 V_2 : P'_1 、 P'_2 的单位法矢量

图 1 零件的理想配合面

任一配合面理想特征的几何中心,建立笛卡尔类型的零件坐标系,在此坐标系下,使用单位法向矢量来表示该零件各实际配合面所对应的理想配合面,从而获得单个零件用于精度预测的数学模型.

使用单位法矢量来表示在公差控制范围的理想配合面的变动,即确定单位法矢量各项参数的变动范围及其约束条件. 理想配合面的单位法向矢量为

$$D=[R;T]=[\alpha,\beta,\gamma;x,y,z]^T \tag{1}$$

式中: R 为旋转子矩阵,包含方位角 α 、 β 、 γ ; T 为位移子矩阵,包含 x 、 y 、 z .

1.2 理想配合面的提取

如图 2 所示,以平面度公差^[12]为例,得到其对单位法矢量各参数的控制范围及约束条件. 其子矩阵形式和各参数的控制范围如下

$$R=[\Delta\alpha \quad \Delta\beta \quad 0]^T \tag{2}$$

$$T=[0 \quad 0 \quad \Delta z]^T \tag{3}$$

$$-\frac{2T}{l}\leqslant\Delta\alpha\leqslant\frac{2T}{l} \tag{4}$$

$$-\frac{2T}{w}\leqslant\Delta\beta\leqslant\frac{2T}{w} \tag{5}$$

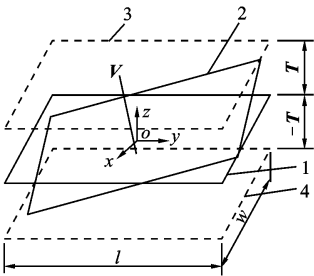
$$-T\leqslant\Delta z\leqslant T \tag{6}$$

$$-T\leqslant\Delta z+\frac{l}{2}\Delta\alpha+\frac{w}{2}\Delta\beta\leqslant T \tag{7}$$

2 零件误差的装配传递累积模型

使用理想配合面方法对零件建模,将装配过程中各零件误差转换为各零件坐标系下的单位法矢量,应用齐次坐标转换方法将单位法矢量嵌入到机械系统的装配路径中,得到零件误差在装配过程中的传递累积模型. 在机械系统的装配过程中,后装配的零件的单位法矢量会受到已装配零件的累积误差的影响^[13],因此需对单位法矢量的位置和方向进行计算.

在单个零件的坐标系中,将原点到单位法矢量基



1:配合面的理想位置;2:理想配合面;3、4:理想配合面的极限变动范围; w :平面宽度; V :理想配合面的单位法矢量; l :平面长度

图 2 平面度公差控制下单位法矢量的变动范围

点作为位置矢量,并转换到基准坐标系中,从而得到

$$\mathbf{T}' = \mathbf{R}_M \mathbf{T} + \mathbf{T}_M \quad (8)$$

$$[\mathbf{T}' \quad 1]^T = \mathbf{M}[\mathbf{T} \quad 1]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_M & \mathbf{T}_M \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{T}_M = [x_M, y_M, z_M]^T \quad (11)$$

式中: $\mathbf{T}_M$ 为坐标系间的位移矩阵; $\mathbf{R}_M$ 为旋转矩阵; $\mathbf{M}$ 为转换矩阵; x_M, y_M, z_M 为零件坐标系沿 x, y, z 轴的偏移分量。

在单个零件的坐标系中,单位法矢量的方位角会在基准坐标系中发生变化,因此采用单位法矢量的方向余弦来表示方位角。根据转换后的方向余弦值得到基准坐标系中的方位角,叠加计算后,由基准坐标系表示的方向余弦矩阵为

$$\mathbf{C}' = \mathbf{R}_M \mathbf{C} \quad (12)$$

$$\mathbf{C} = [\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma]^T \quad (13)$$

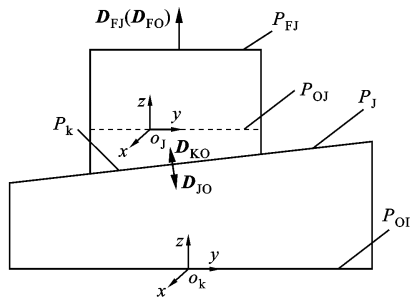
$$[\mathbf{T}_{FO} \quad 1]^T = \mathbf{M}_{IJ}[\mathbf{T}_{FJ} \quad 1]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{C}_{FO} = \mathbf{R}_M \mathbf{C}_{FJ} \quad (15)$$

$$\mathbf{M}_{JK} = [\mathbf{D}_{KO} \quad \mathbf{I}]^T - [\mathbf{D}_{JO} \quad \mathbf{I}]^T \quad (16)$$

式中: $\mathbf{I}$ 为零件坐标系中的单位矩阵; $\mathbf{M}_{JK}$ 为零件的转换矩阵。

采用理想配合面方法对机械系统的装配精度进行预测,先建立零件理想装配面的单位法矢量,来表示各零件坐标系下单位法矢量的连接关系(见图3)。



P_{OI}, P_{OJ} : 零件的理想表面; P_J, P_k : 实际理想配合面; $\mathbf{D}_{KO}, \mathbf{D}_{JO}$: 零件的单位法矢量; $\mathbf{D}_{FJ}$: 零件末端实际配合面的理想配合面;

$\mathbf{D}_{FO}, \mathbf{D}_{FJ}$: o_J, o_k 中的单位法矢量

图3 零件 J, k 间单位法矢量的转换示意图

在机械系统中,根据各零件之间的装配关系,抽象出具有层次关系的拓扑结构图,并且在每层结构中标识出零件坐标系,在该坐标系下确定装配过程中该层各理想配合面的单位法矢量,来表达各层单位法矢量的连接关系。对于机械系统装配过程中的偏差传递累积问题,可以使用一系列不同坐标系下

的矢量累积表示,并将这些矢量转换到统一坐标系下,求解出末端矢量的位置和方向,对机械系统的装配偏差累积问题进行求解。

如图4所示,机械系统由 m 个零件装配组成,第 m 个末端零件的功能表面在基准坐标系下的单位法矢量可通过下式计算

$$[\mathbf{T}'_m \quad 1]^T = \prod_{k=2}^m \mathbf{M}_{IK} [\mathbf{T}_m \quad 1]^T \quad (17)$$

$$\mathbf{C}'_m = \prod_{k=2}^m \mathbf{R}_M \mathbf{C}_m \quad (18)$$

式中: $\mathbf{T}'_m, \mathbf{C}'_m$ 为第 m 个零件在基准坐标系中的位移矩阵和方向余弦矩阵; $\mathbf{T}_m, \mathbf{C}_m$ 为第 m 个零件在转换前的位移矩阵和方向余弦矩阵; $\mathbf{M}_{IK}$ 为从 I 到 K 的转换矩阵。

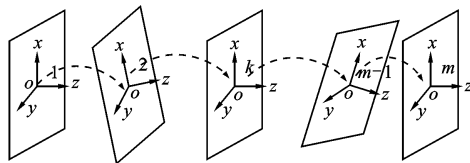


图4 机械系统装配结构示意图

3 实例分析

以某磨齿机修整器进给系统的装配为例,说明应用理想配合面方法进行精度预测的过程。如图5所示,该修整器由6个零部件装配而成,工作台在基准坐标系中的位置是最终装配精度的直接体现,工作性能也取决于工作台固定的某工作点的空间位置。各零部件的结构和配合关系如图6~图8所示,在其表面建立零件坐标系,取底座零件为基准坐标系,各安装面的形位公差如表1所示。导轨为高精度等级的标准件,为简化计算忽略了其配合面的误差。

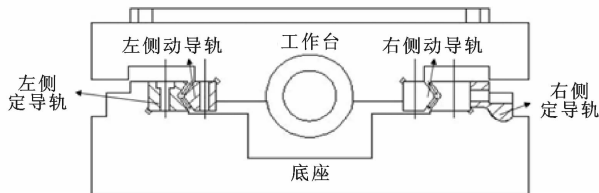
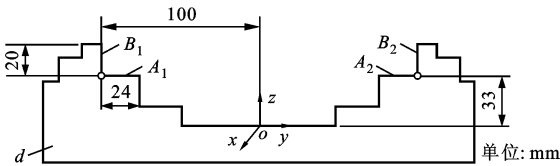


图5 修整器进给系统工作简图

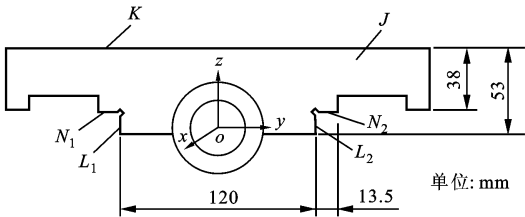
各配合面的公差要求均为独立原则,而理想表面的参数取值应分别满足各项约束。确定 A_1 对应理想配合面的变动范围,其单位法矢量为

$$\mathbf{D}_{A_1} = \begin{bmatrix} \alpha & x \\ \beta & y \\ \gamma & z \end{bmatrix}$$



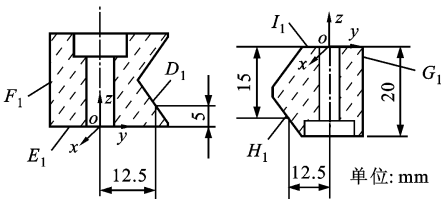
$A_1、A_2$:底座两侧水平导轨的安装面;
 $B_1、B_2$:垂直安装面; d :底座端面

图 6 修整器底座示意图



$L_1、L_2$:两侧垂直导轨安装面; $N_1、N_2$:两侧水平导轨安装面;
 J :工作台端面; K :工作台面

图 7 修整器工作台示意图



D_1 :定导轨内侧面; E_1 :定导轨水平安装面; F_1 :定导轨竖直安装面;
 H_1 :动导轨外侧面; I_1 :动导轨水平安装面; G_1 :动导轨竖直安装面

图 8 修整器导轨示意图

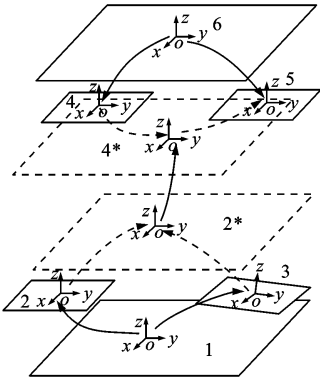
表 1 各零件安装面的形位公差

安装面	平面度/mm	垂直度/mm	平行度/mm
A	0.020	0.005	
B	0.020		0.005
E	0.005		
F		0.001	0.001
G		0.001	
I	0.005		0.001
L		0.005	0.005
N	0.020	0.005	0.005

理想单位法矢量位置的坐标为(0,−92.5,33),用式(19)~式(25)的约束条件来控制单位法矢量各参数的变动范围,从中分别独立抽取一组参数,可得 A_1 安装面的随机理想配合面的单位法矢量.对其余零件理想配合面的单位法矢量参数进行一组随机提取(略去提取过程),得到

$$\begin{aligned} &-0.01/24\text{ mm}\leq\Delta\alpha\leq0.01/24\text{ mm} \\ &-0.01/300\text{ mm}\leq\Delta\beta\leq0.01/300\text{ mm} \\ &-0.01\text{ mm}\leq\Delta z\leq0.01\text{ mm} \\ &-0.01\text{ mm}\leq\Delta z+12\Delta\alpha+150\Delta\beta\leq0.01\text{ mm} \\ &-0.025/24\text{ mm}\leq\Delta\alpha\leq0.025/24\text{ mm} \\ &-0.025\text{ mm}\leq\Delta z\leq0.025\text{ mm} \\ &-0.025\text{ mm}\leq\Delta z+12\Delta\alpha\leq0.025\text{ mm} \end{aligned}$$

如图 9 所示,修整器的实际装配过程是将零件 2、3 固结到零件 1 上,将零件 4、5 固结到零件 6 上,然后再将两部分整体进行装配.零件 1 的坐标系为机械系统的基准坐标系,精度分析过程为先将零件 2 和零件 3 的理想虚拟面转换到零件 1 的基准坐标系中,拟合出零件 1、2、3 整体的理想虚拟面 2*,然后以相同方法得到在零件 6 的坐标系下零件 3、5、6 的整体理想配合面 4*,再将其转换到零件 1 的基准坐标系中,得到零件 6 在基准坐标系中的结果.



1~6:零件; 2*:由零件 2、3 拟合得到的虚拟面;
4*:由零件 4、5 拟合得到的虚拟面

图 9 修整器精度分析结构图

在底座坐标系中, P 点坐标为(295 mm,60 mm,120 mm),现以表 2 所示的一组随机抽取数据为例,计算 P 点在基准坐标系中的空间位置,结果如表 3 所示.设零件的各项误差均符合正态分布,从所控制的单位法矢量变动范围中随机抽取 3 000 次误差样本,按理想表面法进行数值模拟计算,得到 P 点在基准坐标系中的位置分布云图,沿 $x、y、z$ 轴的坐标变动及其坐标分布的概率密度曲线.

将 P 点的精度分析进行 3 000 次模拟计算,得到空间位置坐标,其跳动平均值为 57.1 μm ,跳动方差值为 46.8 μm ,工作点坐标在三轴方向的跳动均近似正态分布.若不考虑形位公差,进行 3 000 次模拟计算后,得到的坐标跳动平均值为 17.5 μm ,跳动方差值为 19.4 μm .考虑形位公差与不考虑形位公

表 2 一组随机获取的方位和位置参数

安装面	$\Delta\alpha/10^{-4}$ rad	$\Delta\beta/10^{-4}$ rad	$\Delta\gamma/10^{-4}$ rad	$\Delta x/\mu\text{m}$	$\Delta y/\mu\text{m}$	$\Delta z/\mu\text{m}$
A_1	2.100 0	−0.100	0.000 0	0.420	0.000	0.420 00
A_2	−0.600 0	0.200	0.000 0	0.310	0.000	0.230 00
B_1	1.200 0	0.000	0.300 0	0.000	0.000	0.420 00
B_2	0.900 0	0.000	0.100 0	0.000	0.000	−0.220 00
D_1	0.000 0	0.000	0.000 0	0.000	0.000	0.000 00
D_2	0.000 0	0.000	0.000 0	0.000	0.000	0.000 00
E_1	0.200 0	−0.080	0.000 0	0.000	0.000	−0.210 00
E_1	0.300 0	0.020	0.000 0	0.000	0.000	0.130 00
F_1	0.001 2	0.000	−0.020 0	0.000	0.000	0.000 01
F_2	0.001 7	0.000	0.110 0	0.000	0.000	0.000 02
G_1	−0.002 1	0.000	−0.001 3	0.000	0.000	0.000 02
G_2	−0.001 3	0.000	−0.000 3	0.000	0.000	0.000 03
H_1	0.000 0	0.000	0.000 0	0.000	0.000	0.000 00
H_2	0.000 0	0.000	0.000 0	0.000	0.000	0.000 00
I_1	−1.300 0	0.030	0.000 0	0.000	0.000	−0.160 00
I_2	0.700 0	−0.010	0.000 0	0.000	0.000	0.330 00
L_1	1.600 0	0.000	0.170 0	0.000	0.000	0.230 00
L_2	0.700 0	0.000	0.060 0	0.000	0.000	0.030 00
N_1	−1.100 0	0.210	0.000 0	0.020	0.000	0.230 00
N_2	0.300 0	0.120	0.000 0	0.110	0.000	0.160 00
K	3.100 0	0.270	0.070 0	0.000	0.000	0.180 00

表 3 转换矩阵和各安装面的方位及位置参数

转换参数	$\Delta\alpha/10^{-4}$ rad	$\Delta\beta/10^{-4}$ rad	$\Delta\gamma/10^{-4}$ rad	$\Delta x/\mu\text{m}$	$\Delta y/\mu\text{m}$	$\Delta z/\mu\text{m}$
$\boldsymbol{M}_{12}$	1.90	−0.020	0.300	0.420	0.00	0.63
$\boldsymbol{M}_{13}$	−0.90	0.180	0.100	0.310	0.00	0.10
$\boldsymbol{M}_{64}$	−0.20	0.180	0.170	0.020	0.00	0.39
$\boldsymbol{M}_{65}$	−0.40	0.130	0.060	0.110	0.00	−0.17
$\boldsymbol{M}_{16}$	0.60	−0.075	0.085	0.520	−0.10	1.60
$\boldsymbol{D}_{D_1}$	1.90	−0.020	0.300	0.035	−0.95	3.00
$\boldsymbol{D}_{D_2}$	−0.90	0.180	0.100	0.520	0.45	1.20
$\boldsymbol{D}_D$	0.50	0.080	0.200	0.280	−0.25	2.10
$\boldsymbol{D}_{H_1}$	0.20	0.180	0.170	−0.460	0.30	0.64
$\boldsymbol{D}_{H_2}$	−0.40	0.130	0.060	−0.010	−0.60	0.33
$\boldsymbol{D}_H$	−0.10	0.160	0.120	−0.240	−0.15	0.49
$\boldsymbol{D}_K$	3.70	0.190	0.160	0.120	−3.28	1.81
$\boldsymbol{T}_P$				1.500	−43.00	18.00

注： $\boldsymbol{M}_{12}$:零件 1、2 的转换矩阵； $\boldsymbol{M}_{13}$:零件 1、3 的转换矩阵； $\boldsymbol{M}_{64}$:零件 6、4 的转换矩阵； $\boldsymbol{M}_{65}$:零件 6、5 的转换矩阵； $\boldsymbol{M}_{16}$:零件 1、6 的转换矩阵； $\boldsymbol{D}_{D_1}$: $\boldsymbol{D}_1$ 的单位法矢量； $\boldsymbol{D}_{D_2}$: $\boldsymbol{D}_2$ 的单位法矢量； $\boldsymbol{D}_D$: $\boldsymbol{D}$ 的单位法矢量； $\boldsymbol{D}_{H_1}$: $\boldsymbol{H}_1$ 的单位法矢量； $\boldsymbol{D}_{H_2}$: $\boldsymbol{H}_2$ 的单位法矢量； $\boldsymbol{D}_H$: $\boldsymbol{H}$ 的单位法矢量； $\boldsymbol{D}_K$: $\boldsymbol{K}$ 的单位法矢量； $\boldsymbol{T}_P$:点 P 的矢量坐标。

差得到的精度预测、传统精度预测结果如图 10 所示。 P 点在 x 、 y 、 z 轴的概率密度分布曲线如图 11 所示,从图中可以看出,在考虑形位公差的精度预测结果中, P 点的分布范围更广,分布密度在 3 个方向均有明显的不同,因此应用理想配合面的精度预测方法得到的精度分析结果更接近实际生产情况。

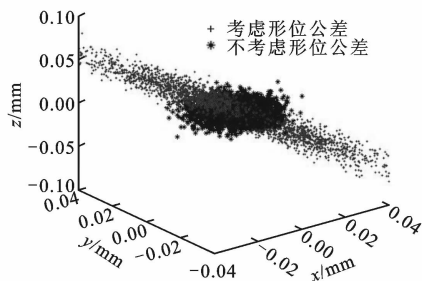


图 10 修整器工作点位置分布比较图

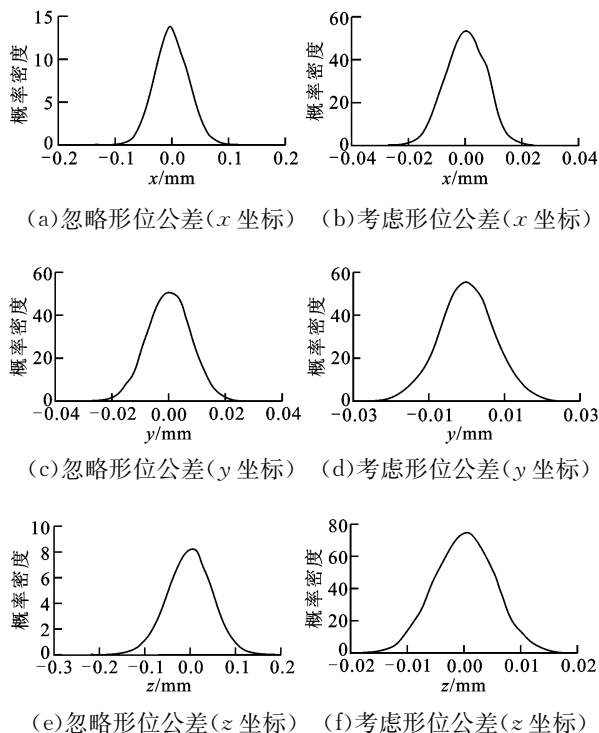


图 11 修整器工作点位置坐标的概率密度曲线

4 结 论

(1) 本文建立了包括尺寸公差和形位公差信息的零件精度模型,该模型以配合面的理想表面为核心要素,集成了零件在精度设计中的多种因素,为零部件的公差表达提供了一种新思路。

(2) 提出了在刚体条件下,综合尺寸公差和形位公差理想配合面,以及单位法矢量变动范围的确定方法。使用单位法向矢量来表示理想配合面的空

间位置和状态,得到了将尺寸公差和形位公差转换成理想配合面单位法矢量变动范围的数学方法。

(3) 本文建立的应用理想配合面的零件误差装配传递累积模型,可实现机械系统的精度预测。对砂轮修整器工作点的精度进行了预测,并与不考虑形位公差的精度预测结果进行对比,验证了该模型的正确性和可靠性,为更进一步的公差优化奠定了基础。

参考文献:

- [1] 蒋庄德,苑国英. 机械精度设计 [M]. 西安:西安交通大学出版社,2000:130-188.
- [2] 卢秉恒. 机械制造技术基础 [M]. 北京:机械工业出版社,2007:220-250.
- [3] 何博侠,张志胜,戴敏,等. 机械装配过程的偏差传递建模理论 [J]. 机械工程学报, 2008,44(12):63-68.
HE Boxia, ZHANG Zhisheng, DAI Min, et al. Theory of modeling variation propagation of mechanical assembly processes [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008,44(12):63-68.
- [4] DESROCHERS A, GHIE W, LAOERRIÈRE L. Application of a unified Jacobian-Torsor model for tolerance analysis [J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2003,3(3):2-14.
- [5] 周志革,黄文振,张利. 数论方法在统计公差分析中的应用 [J]. 机械工程学报, 2000,36(3):70-72.
ZHOU Zhige, HANG Wenzhen, ZHANG Li. Application of number theoretic methods in statistical tolerance analysis [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000,36(3):70-72.
- [6] 张宇,杨慕升,李晓沛. 面向质量目标的尺寸链和统计公差设计方法 [J]. 机械工程学报, 2007,43(4):1-6.
ZHANG Yu, YANG Musheng, LI Xiaopei. Quality oriented design approach of dimensional chain and statistical tolerance [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007,43(4):1-6.
- [7] 王会卿,肖田园,张林鎔. 基于向量环尺寸链模型的公差分析 [J]. 现代制造工程, 2005(8):82-84.
WANG Huiqing, XIAO Tianyuan, ZHANG Linxuan. 3-Dimensional tolerance analysis based on a vector loop model [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2005(8):82-84.
- [8] ANSELMETTI B, MEJBRI H, MAWUSSI K. Coupling experimental design-digital simulation of junctions for the development of complex tolerance chains [J]. Computers in Industry, 2003, 50(3): 277-292.
- [9] WANG Y. Closed-loop analysis in semantic tolerance

- modeling [J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(6): 1-10.
- [10] 张博,李宗斌. 采用多色集合理论的公差信息建模与推理技术 [J]. 机械工程学报, 2005, 41(10): 111-116.
ZHANG Bo, LI Zongbin. Modeling of tolerance information and reasoning technique study using polychromatic sets [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(10): 111-116.
- [11] SHEN Zhengshu, GAURAV A, JAMI J S, et al. A comparative study of tolerance Analysis methods [J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2005, 5(9): 247-256.
- [12] 刘玉生,高曙明,吴昭同,等. 一种基于数学定义的多维公差语义表示方法 [J]. 中国机械工程, 2003, 14(3): 241-245.
LIU Yusheng, GAO Shuming, WU Zhaotong, et al. A representation method of 3D tolerance semantics based on mathematical definition [J]. China Mechanical Engineering, 2003, 14(3): 241-245.
- [13] MARZIALE M, POLINI W. A review of two models for tolerance analysis of an assembly: vector loop and matrix [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2009, 43(11/12): 1106-1120.

(编辑 管咏梅)