

# 规则递归 T-S 模糊模型及其辨识方法

梁炎明, 刘丁

(西安理工大学自动化与信息工程学院, 710048, 西安)

**摘要:** 针对传统 T-S 模糊模型不能较好描述系统时变特性的问题, 提出了一种基于递归策略的动态 T-S 模糊模型及其辨识方法. 规则递归 T-S 模糊模型在传统 T-S 模糊模型基础上, 增加了具有一定权重的反馈环节, 该环节对当前激励强度与前一时刻激励强度进行加权和得到当前时刻新的规则激励强度, 从而实现动态递归变化, 有效描述了系统的动态过程. 为使规则递归 T-S 模糊模型具有较少的规则数量和较好的泛化能力, 前件参数采用一种基于规则激励强度的模糊聚类算法获得, 而后件和递归环节参数则采用一种由支持向量机和粒子群优化算法组成的联合辨识方法获得. Box-Jenkins 煤气炉的仿真结果表明, 规则递归 T-S 模糊模型及其辨识方法具有较好的动态描述能力, 与混合聚类方法相比, 均方差降低了 1.2%.

**关键词:** T-S 模糊模型; 规则递归; 模糊聚类; 支持向量机; 粒子群优化

**中图分类号:** TP181 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)08-0054-05

## A T-S Fuzzy Model with Recurrent Rule and Its Identification Method

LIANG Yanming, LIU Ding

(School of Automation & Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** A dynamic T-S fuzzy model with a recurrent rule structure (TFM-RR) and its identification are proposed to improve the problem that conventional T-S fuzzy models can not exactly describe the time-varying characteristics of systems. A weighted feedback component that bases on the traditional T-S fuzzy model, is introduced in TFM-RR, and produces a new firing strength of the current rule from the weighted sum of the current firing strength and the previous firing strength. Thus, the firing strength of a rule varies dynamically and recursively, and effectively describes the dynamic process of the system. In order to make TFM-RR has fewer rules and good generalization capabilities, parameters of the antecedent of a rule are achieved using a fuzzy clustering algorithm that bases on the firing strength of the rule, while parameters of the consequent and the recursion are achieved by an integrated identification method that combines the support vector machine and a particle swarm optimization algorithm. Simulation results and comparisons with the hybrid clustering method on Box-Jenkins gas furnace show that the TFM-RR and its identification algorithm significantly reduce the mean variance by 1.2%, and show a better dynamic description ability.

**Keywords:** T-S model; recurrent rule; fuzzy clustering; support vector machine; particle swarm optimization

T-S 模糊模型<sup>[1]</sup>具有很强的非线性逼近能力, 是一种非常有效的非线性模型辨识工具, 目前已被

广泛用于控制和系统辨识、信号和图像处理、通信、模式识别和数据挖掘等许多工程领域。然而, T-S 模糊模型本质是一种静态映射,不能较好地描述系统的动态行为,这使得 T-S 模糊模型在一些动态系统辨识中有较大误差。因此,如何提高 T-S 模糊模型的动态辨识性能受到人们的关注<sup>[2-3]</sup>。用传统 T-S 模糊模型描述系统动态模型时,需要额外选择系统过去的输入、输出信息作为输入变量,这使传统 T-S 模糊模型对系统进行动态辨识时,除了要解决模型结构辨识问题和参数学习问题外,还需要解决输入变量的选择问题。对于复杂动态系统,输入变量较难确定,一般采用较复杂的方法<sup>[4-5]</sup>确定,计算量较大,实际使用极不方便。

为使 T-S 模糊模型能够较好地描述系统动态行为,避免在利用 T-S 模糊模型辨识动态系统时需要额外确定输入变量,本文借鉴动态递归神经网络<sup>[6]</sup>的思想,提出一种具有规则递归结构的 T-S 模糊模型。与一般的 T-S 模糊模型相比,本文模型能够存储系统过去和现在的信息,并能够较好地描述系统动态行为。

由于具有规则递归结构的 T-S 模糊模型除前件和后件参数外,还有递归参数,因此已有的 T-S 模糊模型辨识方法不再适用于对该模型的参数辨识。为此,本文提出了一种适用于规则递归 T-S 模糊模型的参数辨识方法。

## 1 基于规则递归的 T-S 模糊模型结构

假设有  $r+1$  条规则的 T-S 模糊模型,其中前  $r$  条规则为

$$R^{(i)}: \text{if } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_{in} \\ \text{then } y^{(i)} = \sum_{j=1}^n p_{ij}x_j + p_{i0} \quad (1)$$

式中:  $x_j$  为输入变量;  $A_{ij}$  为模糊集;  $y^{(i)}$  为输出变量,  $i \leq r$ ;  $p_{ij}$ 、 $p_{i0}$  为规则结论部分的实参数。  $A_{ij}$  模糊集的隶属度函数为高斯函数,如下式所示

$$M_{ij}(x_j) = \exp\left(\frac{-\|x_j - m_{ij}\|^2}{2\sigma_{ij}^2}\right) \quad (2)$$

式中:  $m_{ij}$ 、 $\sigma_{ij}$  分别为高斯隶属度函数的中心和宽度。

第  $r+1$  条规则有如下形式

$$R^{(r+1)}: \text{if } x_1 \text{ is } A_{(r+1)1} \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_{(r+1)n} \\ \text{then } y^{(r+1)} = b \quad (3)$$

式中:  $A_{(r+1)j}$  模糊集的隶属度取为 1, 即  $M_{(r+1)1}(x_1) = \cdots = M_{(r+1)n}(x_n) = 1$ 。

每一条规则的激励强度采用乘积推理计算,其

中前  $r$  条规则的激励强度计算如下

$$\mu_i(\mathbf{X}) = \prod_{j=1}^n M_{ij}(x_j) \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]$  为输入向量。

从式(4)可以看出,当  $\mathbf{X}$  不变时,  $\mu_i(\mathbf{X})$  即为固定值,模型的总输出也不变,因此一般的 T-S 模糊模型不能捕捉系统的动态响应。为使 T-S 模糊模型能捕捉系统的动态响应,本文引入递归激励强度,定义如下的激励强度递归公式

$$\Psi_k^{(i)} = (1 - \xi^{(i)})\mu_i(\mathbf{X}) + \xi^{(i)}\Psi_{k-1}^{(i)}, \quad \Psi_0^{(i)} = 0 \quad (5)$$

式中:  $i \leq r$ ;  $k \geq 1$ ;  $\Psi_k^{(i)}$  为第  $i$  条规则第  $k$  时刻的激励强度;  $\Psi_{k-1}^{(i)}$  为第  $i$  条规则第  $k-1$  时刻的激励强度;  $\xi^{(i)}$  为第  $i$  条规则的递归系数,  $\xi^{(i)} \in [0, 1]$ 。

从式(5)可以看出, T-S 模糊模型引入递归激励强度后,即使  $\mathbf{X}$  不变,每条规则的激励强度都是动态变化的,因此能较好捕捉系统的动态响应。

第  $r+1$  条规则的  $\mu_{(r+1)}(\mathbf{X}) = 1$ 。根据文献[7]提出的加权和的方法,可求出具有规则递归的 T-S 模糊模型的输出

$$y(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^r [\Psi_k^{(i)} (\sum_{j=1}^n p_{ij}x_j + p_{i0})] + b \quad (6)$$

## 2 基于规则递归的 T-S 模糊模型参数辨识

### 2.1 前件参数辨识

为了减少模糊规则和合理划分模糊空间,本文参考文献[8]和文献[9]的聚类方法辨识前件参数,具体过程如下。

(1) 产生第一条规则。当模型接收到第一个输入样本数据  $\mathbf{X}(0)$  时,产生第一条规则。该规则的模糊集参数  $m_{1j}$ 、 $\sigma_{1j}$ 、输入变量区域划分数  $k_j$  及其对应的模糊集参数  $m'_1(k_j)$ 、 $\sigma'_1(k_j)$  取值如下:  $m_{1j} = x_j(0)$ ;  $\sigma_{1j} = \sigma_{\text{init}}$ , 其中  $\sigma_{\text{init}}$  为预先设定的高斯函数宽度值;  $m'_1(k_j) = m_{1j}$ ;  $\sigma'_1(k_j) = \sigma_{1j}$ ;  $k_j = 1$ ,  $j = 1, 2, \cdots, n$ 。

(2) 对于任一输入  $\mathbf{X}(t)$ , 判断是否需要产生新规则。如果模型对样本数据  $\mathbf{X}(t)$  缺乏支持规则,则需要产生一条新规则。按以下步骤判断模型是否缺乏样本数据  $\mathbf{X}(t)$  的支持规则。

**步骤 1** 根据式(7)计算模型中每条规则对样本数据  $\mathbf{X}(t)$  的激励强度

$$I = \arg \max_{1 \leq i \leq r(t)} \mu_i(\mathbf{X}(t)) \quad (7)$$

式中:  $I$  为对样本数据支持程度最大的规则的序号;  $r(t)$  为当前规则的数量。

**步骤2** 如果  $\mu_l < \mu_{th}$ , 则说明模型对样本数据  $\mathbf{X}(t)$  缺乏支持规则, 其中  $\mu_{th}$  为激励强度阈值.

(3) 确定新规则的模糊集参数. 按照式(8)确定  $m_{(r(t)+1)j}$  和  $\sigma_{(r(t)+1)j}$ , 其中  $j=1, 2, \dots, n$ , 同时模型的规则数  $r(t)$  增加 1, 即  $r(t)=r(t)+1$ .

$$m_{(r(t)+1)j} = x_j(t); \sigma_{(r(t)+1)j} = \beta | x_j(t) - m_{r(t)j} | \quad (8)$$

式中:  $\beta$  为两类模糊空间的重叠系数, 一般取 0.5.

(4) 合并输入空间. 为减少模糊集数量, 将相似度大的输入空间合并成一个输入空间. 输入空间相似度可由式(9)和式(10)获得

$$E(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} = \frac{|A \cap B|}{\sigma_1 \pi^{1/2} + \sigma_2 \pi^{1/2} - |A \cap B|} \quad (9)$$

$$|A \cap B| = \frac{h^2[m_2 - m_1 + \pi^{1/2}(\sigma_1 + \sigma_2)]}{2\pi^{1/2}(\sigma_1 + \sigma_2)} + \frac{h^2[m_2 - m_1 + \pi^{1/2}(\sigma_1 - \sigma_2)]}{2\pi^{1/2}(\sigma_2 - \sigma_1)} + \frac{h^2[m_2 - m_1 - \pi^{1/2}(\sigma_1 + \sigma_2)]}{2\pi^{1/2}(\sigma_1 - \sigma_2)} \quad (10)$$

式中:  $A, B$  为 2 个不同的输入空间;  $E(A, B)$  表示输入空间  $A$  和  $B$  的相似度;  $\sigma_1, \sigma_2$  分别是输入空间  $A$  和  $B$  的宽度;  $m_1, m_2$  分别是输入空间  $A$  和  $B$  的中心;  $h(x) = \max\{0, x\}$ .

利用式(9)和式(10)计算新模糊集与模型现存模糊集的相似度, 如式(11)所示

$$d_g(j) = \max_{1 \leq l \leq k_j} E(M(m_{(r(t)+1)j}, \sigma_{(r(t)+1)j}), M(m'_l(l), \sigma'_l(l))) \quad (11)$$

如果  $d_g(j) < \rho$  ( $\rho$  为预先给定的阈值), 则第  $j$  个输入变量的区域划分数  $k_j$  增加 1, 即  $k_j = k_j + 1$ , 新模糊集参数  $m'_l(k_j) = m_{(r(t)+1)j}$ ,  $\sigma'_l(k_j) = \sigma_{(r(t)+1)j}$ , 否则第  $j$  个输入变量的区域划分数不变, 并将新模糊集合并到与它最接近的模糊集.

## 2.2 后件参数和递归参数联合辨识

在前件参数确定后, 将式(5)的递归系数  $\xi^{(i)}$  看作已知量, 则式(6)可转化成一标准线性支持向量机模型

$$y(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^r [\Psi_k^{(i)} (\sum_{j=1}^n p_{ij} x_j + p_{i0})] + b = \sum_{i=1}^r (\sum_{j=1}^n p_{ij} \Psi_k^{(i)} x_j + p_{i0} \Psi_k^{(i)}) + b = \mathbf{P}^T \mathbf{O} + b \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{P} = [p_{10}, p_{11}, \dots, p_m] \in \mathbf{R}^{r(n+1)}$ ;  $\mathbf{O} = [\Psi_k^{(1)},$

$$\Psi_k^{(1)} x_1, \dots, \Psi_k^{(1)} x_n, \dots, \Psi_k^{(r)}, \Psi_k^{(r)} x_1, \dots, \Psi_k^{(r)} x_n] \in \mathbf{R}^{r(n+1)}.$$

在递归系数  $\xi^{(i)}$  作为已知量的情况下, 当系统有一个输入数据  $\mathbf{X}$  时, 就会有一个  $\mathbf{O}(\mathbf{X})$  与之对应, 因此可以把  $\mathbf{O}(\mathbf{X})$  看成式(12)的 SVM 输入. SVM 的训练数据对为

$$S = \{(\mathbf{O}(\mathbf{X}_1), y_1), (\mathbf{O}(\mathbf{X}_2), y_2), \dots, (\mathbf{O}(\mathbf{X}_N), y_N)\} \quad (13)$$

利用式(13)的训练数据对即可求出 T-S 模糊模型的后件参数  $\mathbf{P} = [p_{10}, p_{11}, \dots, p_m] \in \mathbf{R}^{r(n+1)}$  和  $b$ , 其中  $\mathbf{P}$  的求解公式如下

$$\mathbf{P} = \sum_{k=1}^N \alpha_k \mathbf{O}(\mathbf{X}_k) \quad (14)$$

式中:  $\alpha_k$  为拉格朗日乘子.

由式(5)、式(6)、式(12)和式(14)分析可知, T-S 模糊模型输出  $y$  是递归系数  $\xi^{(i)}$  的函数. 根据这一关系, 可以通过 T-S 模糊模型的输出均方差 (MSE) 来寻找合适的  $\xi^{(i)}$ , 认为使均方差 (MSE) 最小的  $\xi^{(i)}$  即为合适值. 因此, 递归参数的辨识问题可以转化为输出均方差的优化问题

$$\min E_r = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (\hat{y}_j - y_j)^2 \quad \text{st.} \quad 0 \leq \xi^{(i)} \leq 1 \quad (15)$$

式中:  $L$  为平均处理的数据长度;  $\hat{y}_j$  为 T-S 模糊模型输出值;  $y_j$  为实际样本输出值.

通过优化式(15)便可求得递归系数  $\xi^{(i)}$ , 然后根据式(14)即可确定后件参数  $\mathbf{P}$ . 考虑到式(15)的目标函数对于  $\xi^{(i)}$  为复杂非线性函数, 本文利用混沌粒子群算法对式(15)进行优化, 具体实现步骤参照文献[10], 其中粒子的适应度值按式(16)进行计算

$$E_r = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (\hat{y}_j - y_j)^2 + \eta \Phi(\xi) \quad (16)$$

式中:  $\eta$  为惩罚因子;  $\Phi(\xi)$  为惩罚函数,  $\Phi(\xi) =$

$$\sum_{n=1}^r \max(0, \xi^{(n)} - 1) + \sum_{n=1}^r \max(0, -\xi^{(n)}).$$

## 2.3 算法复杂性分析

本辨识算法的时间复杂度包括样本训练时间复杂度和数据计算时间复杂度两部分, 但由于数据计算时间复杂度不会超过样本训练时间复杂度, 故只对样本训练时间复杂度进行分析. 假设训练样本数为  $N$ , 利用本文模糊聚类方法获得的规则数为  $L$ , 则由式(7)可知, 前件辨识所需的最大时间复杂度为  $o(NL)$ . 由式(12)可知, 后件参数辨识所需的时间

和支持向量数目成正比,如果以核函数的计算次数来度量,则后件参数辨识的时间复杂度为 $o(M)$ ,其中 $M$ 为支持向量数,由于本辨识模型的支持向量数等于规则数,所以有 $M=L$ . 递归参数辨识是利用混沌粒子群算法寻优来实现的,其时间复杂度取决于混沌粒子群算法的收敛速度,假设混沌粒子群算法的迭代步数为 $K$ ,则递归参数辨识的时间复杂度为 $o(K)$ . 由于后件参数和递归参数是以式(15)为适应度函数,通过粒子群算法迭代 $K$ 步获得的,所以它们联合辨识的时间复杂度为 $o(K)o(L)=o(KL)$ . 由上述分析可知,本文辨识方法的样本训练时间复杂度为 $o(NL)+o(KL)$ .

3 仿真实验

为验证本文所提出的基于规则递归的 T-S 模糊模型辨识算法的有效性,给出了 2 个仿真实例. 第 1 个例子是著名的 Box-Jenkins 煤气炉模型辨识,第 2 个例子是直拉单晶炉热场模型辨识. 本文采用输出的均方差(MSE)来衡量模型的辨识精度

$$E_r = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (\hat{y}_j - y_j)^2$$

(17)

3.1 Box-Jenkins 煤气炉模型辨识

Box-Jenkins 煤气炉的输入输出数据来自文献[11],共有 296 个. 实验参数设置如下: $\mu_{th}=0.75$ , $\sigma_{init}=0.52$ , $\rho=0.87$ ,粒子个数取 30,学习因子 $c_1=c_2=2.2$ ,方差阈值 $\xi$ 取 0.01,最大迭代次数取 1 000,惩罚因子 $\eta=100$ . 图 1 为样本实际值与模型估计值的比较. 为说明本文辨识算法在不额外增加输入变量情况下,仍具有较高的辨识精度,将本文算法与文献[12-16]的算法进行了比较,结果如表 1 所示. 从表 1 可以看出,本文提出的辨识方法在 1 个输入变量的情况下,仍具有较高的辨识精度.

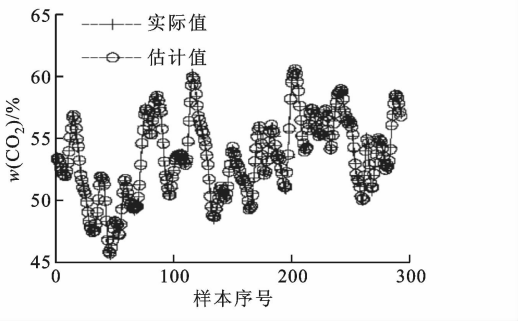


图 1 样本实际值与模型估计值的比较

表 1 几种算法部分性能对比

| 模型来源   | 输入数 | 规则数 | 输出均方差   |
|--------|-----|-----|---------|
| 文献[12] | 2   | 19  | 0.469   |
| 文献[13] | 2   | 81  | 0.320   |
| 文献[14] | 2   | 25  | 0.328   |
| 文献[10] | 6   |     | 0.202   |
| 文献[15] | 3   | 6   | 0.19    |
| 文献[16] | 6   | 2   | 0.058   |
| 本文     | 1   | 15  | 0.057 3 |

3.2 直拉单晶炉热场模型辨识

图 2 和图 3 为热场的输入输出数据,实验参数设置如下: $\mu_{th}=0.917$ , $\sigma_{init}=0.5$ , $\rho=0.85$ ,粒子个数取 30,学习因子 $c_1=c_2=2.2$ ,方差阈值 $\xi$ 取 0.01,最大迭代次数取 1 000,惩罚因子 $\eta=100$ . 图 4 为热场实际值与估计值的比较,表 2 比较了本文模型与文献[9]模型的辨识结果. 比较的结果表明,利用本文方法建立的热场模型具有较高的精度.

表 2 2 种模型对直拉单晶炉热场的辨识规则数对比

| 模型来源  | 模型结构 | 激励强度阈值 | 输入数 | 规则数 | 输出均方差   |
|-------|------|--------|-----|-----|---------|
| 文献[9] | 前向结构 | 0.965  | 16  | 79  | 0.117 1 |
| 本文    | 递归结构 | 0.917  | 1   | 63  | 0.116 9 |

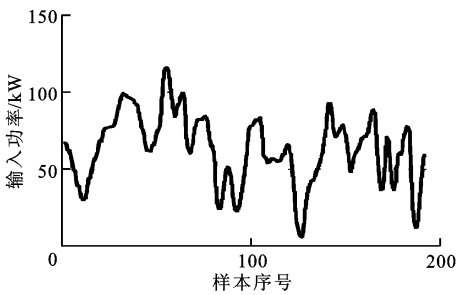


图 2 热场输入曲线

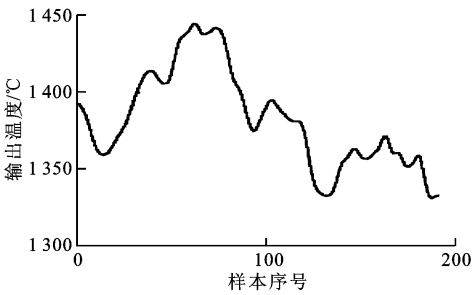


图 3 热场输出曲线

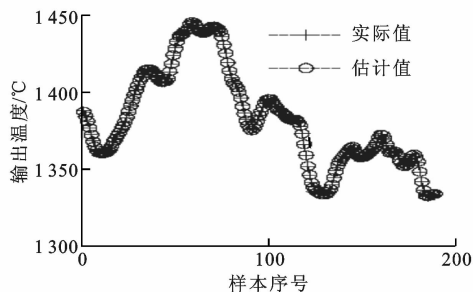


图4 热场实际值与估计值的比较

## 4 结 论

本文提出的基于规则递归的 T-S 模糊模型能够较好地捕捉系统的动态响应,用它辨识动态系统时,不需要确定 T-S 模糊模型输入变量的个数,简化了辨识过程。通过线性支持向量机和混沌粒子群优化算法的结合使用,较好地解决了规则递归 T-S 模糊模型后件参数和递归参数的辨识问题。仿真结果表明,本文的 T-S 模糊模型及其辨识算法有效,且具有较高的辨识精度。

## 参考文献:

- [1] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132.
- [2] CHENG Long, HOU Zengguang, LIN Yingzi, et al. Recurrent neural network for non-smooth convex optimization problems with application to the identification of genetic regulatory networks [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(5): 714-726.
- [3] 彭宇,王建民,彭喜元. 模糊回声状态网络[J]. 电子学报, 2011, 39(7): 1538-1544.  
PENG Yu, WANG Jianmin, PENG Xiyuan. Fuzzy echo state networks [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7): 1538-1544.
- [4] YANG Yong, MAHFOUF M, QIAN Zhang. Optimal input selection for neural fuzzy modelling with application to Charpy energy prediction[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 2756-2762.
- [5] 王心哲,韩敏. 基于变量选择的转炉炼钢终点预报模型[J]. 控制与决策, 2010, 25(10): 1589-1592.  
WANG Xinzhe, HAN Min. Variable selection based BOF endpoint prediction model[J]. Control and Decision, 2010, 25(10): 1589-1592.
- [6] LU Chihuang. Wavelet fuzzy neural networks for identification and predictive control of dynamic systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(7): 3046-3058.
- [7] JANG J S R, SUN C T. Functional equivalence between radial basis function networks and fuzzy inference system [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1993, 4(1): 156-159.
- [8] JUANG Chia-Feng, LIN Chin-Teng. An on-line self-constructing neural fuzzy inference network and its applications [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1998, 6(1): 12-32.
- [9] 梁炎明,刘丁. 一种 T-S 模糊模型的自组织辨识算法及应用[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(9): 1941-1947.  
LIANG Yanming, LIU Ding. Self-organizing identification algorithm for T-S fuzzy model and its application [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(9): 1941-1947.
- [10] 杨延西,刘丁,辛菁. 基于混沌粒子群优化的图像相关匹配算法研究[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(3): 529-533.  
YANG Yanxi, LIU Ding, XIN Jing. Research of image correlation matching method based on CPSO [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(3): 529-533.
- [11] BOX G E P, JENKINS G M. Time series analysis, forecasting and control [M]. San Francisco, USA: Holden Day, 1970.
- [12] TONG R M. The evaluation fuzzy models derived from experimental data [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1980, 4(1): 1-12.
- [13] PEDRYCZ W. An identification algorithm in fuzzy relational systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1984, 13(2): 153-167.
- [14] XU Chenwei, LU Yongzai. Fuzzy model identification and self-learning for dynamic systems [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1987, 17(4): 683-689.
- [15] SUGENO M, YASUKAWA T. A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1993, 1(1): 7-31.
- [16] 施建中,韩璞,王东风,等. 基于混合聚类算法的模糊函数系统辨识方法[J]. 信息与控制, 2011, 40(3): 387-400.  
SHI Jianzhong, HAN Pu, WANG Dongfeng, et al. A hybrid clustering algorithm for fuzzy functions system identification[J]. Information and Control, 2011, 40(3): 387-400.

(编辑 刘杨)