

高稳快速非线性-线性跟踪微分器设计

赵鹏, 姚敏立, 陆长捷, 胡友涛
(第二炮兵工程学院 602 教研室, 710025, 西安)

摘要: 针对典型跟踪微分器函数形式复杂、稳定性差和输出振颤明显的问题,设计了一种改进的高稳定性快速收敛非线性-线性跟踪微分器(MTD). 首先通过引入非线性奇指数函数环节和线性函数环节构造 MTD 的跟踪函数,然后利用李雅普诺夫直接法和系统等价性证明 MTD 的全局渐近稳定性,最后通过对参数物理意义和参数变化对跟踪输出精度影响的分析得到 MTD 参数整定规则. 跟踪过程中,当状态与平衡点距离较远时,MTD 以非线性环节为跟踪函数主体驱动状态向平衡点快速收敛,以提高系统输出的跟踪速度;当状态与平衡点接近时,MTD 以线性环节为跟踪函数主体驱动状态平稳逼近平衡点,以抑制系统输出振颤. 仿真表明,MTD 参数容易整定,与典型跟踪微分器相比,MTD 在系统稳定性、收敛速度和输出平稳性方面具有优势,且具有滤波功能.

关键词: 跟踪微分器;李雅普诺夫直接法;非线性;滤波

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)08-0043-06

Design of Nonlinear-Linear Tracking Differentiator with High Stability and High Speed

ZHAO Peng, YAO Minli, LU Changjie, HU Youtao
(Staff Room 602, The Second Artillery Engineering College, Xi'an 710025, China)

Abstract: A modified nonlinear-linear tracking differentiator (MTD) with high stability and high speed is proposed to improve the performance of tracking differentiator (TD) with complicated function, poor stability and obvious chatter. A combination of a nonlinear odd exponent function and a linear function are introduced into the MTD as a tracking function, and then the global asymptotic stability of MTD is proved using Lyapunov's direct method and the equivalence of systems. The principle of parameter tuning is deduced through analyzing the physical meaning and effects of parameters on accuracy of system outputs. In the signal tracking process, the fast convergence to equilibrium point is mainly achieved by the nonlinear exponent function when the state is far away from the equilibrium point, and the linear function works as a main portion in the convergence to generate the output without chattering when the state is near the equilibrium point. Simulation results show that tuning of MTD parameters are simple, and that the performance of MTD is better than the classical TD in stability, tracking speed, smoothness of outputs and filtering.

Keywords: tracking differentiator; Lyapunov's direct method; nonlinear; filtering

微分信号的提取对参数估计^[1]、信号处理^[2-3]和控制器设计^[4]都有十分重要的意义. 经典调节理论中常采用时间常数较小的一阶惯性环节作为微分器完成对输入信号的微分计算^[5],但是惯性环节不可

避免的噪声放大效应常常使得结果中噪声过大,甚至将微分信号淹没^[5-6].

针对此问题,韩京清研究员设计了非线性跟踪微分器^[7]来获得参考信号的微分信号,并指出由跟踪微分器得到的跟踪信号和微分信号分别是在平均收敛和弱收敛意义下对原函数及其广义导数的光滑逼近.但是,由于跟踪微分器采用了开关函数,其Bang-Bang特性导致跟踪输出振颤十分明显,因此文献[8]基于最速控制综合函数(fhan)构造了离散形式的跟踪微分器(discrete form of tracking differentiator, DTD),并在极值点附近设置线性区域以去除振颤.为了简化文献[8]中跟踪微分器的fhan函数的复杂形式,文献[9]通过在系统中同时引入线性环节和非线性环节设计了在接近和远离平衡点时都能以较快速度收敛的全程快速跟踪微分器(non-linear tracking-differentiator with high speed in whole course, HSTD),但由于在系统极点附近使用了非光滑的分数指数函数,导致跟踪信号明显振颤,且仿真表明系统微分方程组极易产生复数状态解而导致系统不稳定.文献[10]提出了一种改进的非线性跟踪微分器希望减小振颤,但该跟踪微分器参数多,同样易产生复数解导致系统不稳定或跟踪结果仍有较大振颤.

为了改善上述跟踪微分器函数形式复杂、参数多、稳定性差和输出存在明显振颤的问题,本文设计了一种改进的高稳快速非线性-线性跟踪微分器(modified nonlinear-linear tracking differentiator with high stability and high speed, MTD).该跟踪微分器参数的数目较少且物理意义明确.在跟踪过程中,当系统状态远离平衡点时,MTD以指数函数为主快速趋近平衡点;在到达平衡点附近时,则以线性函数为主平稳逼近.与DTD、HSTD等其他跟踪微分器系统相比,本文方法具有以下优势:①简化了参数的整定过程;②去除了系统参数产生复数解的可能性,极大提升了系统稳定性;③使系统采用最短路径向平衡点收敛,且去除了系统输出在平衡点附近产生振颤的非线性因素,保证了跟踪输出和微分输出的快速收敛和无振颤.

1 全程快速跟踪微分器

为了便于分析,将全程快速跟踪微分器(HSTD)原理简述如下.

定理 1^[9] 有如下系统 Σ_0

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= R^2 \left[-a_0(x_1 - v(t)) - a_1(x_1 - v(t))^{m/n} - \right. \\ &\quad \left. b_0 \frac{x_2}{R} - b_1 \left(\frac{x_2}{R} \right)^{m/n} \right] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{X} = [x_1(t), x_2(t)]^T \in \mathbf{R}^2$ 为系统 Σ_0 的状态变量, $t \in [0, T]$; R 为时间尺度; a_0, a_1, b_0, b_1 为比例参数.若时间尺度 R 和系统的比例参数 a_0, a_1, b_0, b_1 均为正数, m, n 为大于 0 的奇数,且 $m < n$, 那么对于给定参考输入 $v(t) \in [0, \infty)$, $\lim_{R \rightarrow \infty} x_1(t) = v(t)$. 定理 1 的证明见文献[9].

分析系统参数, Σ_0 共有 7 个参数,且 m, n 均为正奇数,所以当 m/n 为分数且 $x_1(t) - v(t) < 0$ 时,微分方程组出现复数解,导致系统不稳定.分析系统结构,在接近平衡点时, Σ_0 中非光滑的分数指数函数 $-a_1 R^2 (x_1 - v(t))^{m/n} - b_1 R^2 \left(\frac{x_2}{R} \right)^{m/n}$ 在 HSTD 中起主导作用,导致跟踪输出产生了明显振颤.

2 高稳快速非线性-线性跟踪微分器设计

为了设计高稳快速非线性-线性跟踪微分器,先给出并证明以下引理.

引理 有如下系统 Σ_1

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1(h) &= z_2(h) \\ \dot{z}_2(h) &= -a(z_1(h) + z_2(h)) - \\ &\quad b(z_1(h)^m + z_2(h)^m) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{Z} = [z_1(h), z_2(h)]^T \in \mathbf{R}^2$ 为系统 Σ_1 的状态变量, $h \in [0, T]$ 为时间.如果系统的比例参数 a, b 为正数,指数 m 为奇数,且 $m > 2$, 那么系统 Σ_1 满足 Lyapunov 渐近稳定条件,即

$$\lim_{h \rightarrow \infty} z_1(h) = 0; \quad \lim_{h \rightarrow \infty} z_2(h) = 0 \quad (3)$$

证明 根据 Lyapunov 直接法,选取 Lyapunov 函数

$$V(z_1, z_2) = \frac{b}{m+1} z_1^{m+1} + \frac{a}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \geq 0$$

当且仅当 $z_1 = 0, z_2 = 0$ 时, $V(z_1, z_2) = 0$, 且

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1, z_2) &= \frac{\partial V(z_1, z_2)}{\partial z_1} z_2 + \frac{\partial V(z_1, z_2)}{\partial z_2} z_1 = \\ &= -a z_2^2 - b z_2^{m+1} \leq 0 \end{aligned}$$

当且仅当 $z_1 = 0, z_2 = 0$ 时, $\dot{V}(z_1, z_2) = 0$. 因此系统 Σ_1 渐近稳定,即式(3)成立.引理得证.

定理 2 有如下系统 Σ

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -aR^2 \left[(x_1(t) - v(t)) + \frac{x_2(t)}{R} \right] - bR^2 \left[(x_1(t) - v(t))^m + \left(\frac{x_2(t)}{R} \right)^m \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{X} = [x_1(t), x_2(t)]^T \in \mathbf{R}^2$ 为系统 Σ 的状态变量, $t \in [0, T]$. 如果 $R, a, b > 0, m$ 为奇数, 且 $m > 2$, 那么系统 Σ 对于任意有界可积的输入信号 $v(t), t \in [0, T]$ 系统解满足

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |x_1(t) - v(t)| dt = 0 \quad (5)$$

证明 根据引理并以引理中系统 Σ_1 为参照系统来证明定理 2. 将输入信号 $v(t)$ 分为 2 种情况考虑.

(1) $v(t)$ 为常值, $t \in [0, T]$. 令 $v(t) = c, h = Rt$, 则 $z_1(h) = x_1(t) - c, z_2(h) = \frac{x_2(t)}{R}$, 代入系统 Σ_1 , 整理后得

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1(h) &= z_2(h) \\ \dot{z}_2(h) &= -aR^2 \left[(z_1(h) - c) + \frac{z_2(h)}{R} \right] - bR^2 \left[(z_1(h) - c)^m + \left(\frac{z_2(h)}{R} \right)^m \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式(6)即为当 $v(t) = c$ 时系统 Σ 的形式. 由此可知系统 Σ 与系统 Σ_1 等价, 且 $t \in [0, T]$ 时, $R \rightarrow \infty$ 等价于 $h \rightarrow \infty$. 因此, 由式(3)得 $\lim_{R \rightarrow \infty} z_1(Rt) = 0$, 即

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |x_1(t) - c| dt = 0 \quad (7)$$

(2) $v(t) \in [0, \infty), t \in [0, T]$ 为一般的有界可积函数. 存在一函数序列 $v_d(i), i = 1, 2, \dots, N$ 一致收敛于 $v(t)^{[11]}$, $v(t)$ 与 $v_d(i)$ 的逼近关系如图 1 所示.

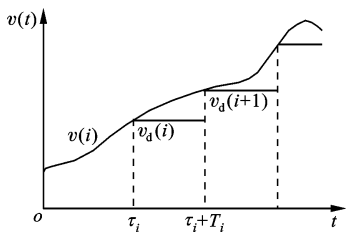


图 1 $v(t)$ 与 $v_d(i)$ 的逼近关系示意图

对于任意给定的 $\epsilon > 0$, 存在 N_0 , 使 M 满足 $M > N_0 > 0$ 时下式成立

$$\int_{\tau_i}^{\tau_i + T_i} |v(t) - v_d(i)| dt < \frac{\epsilon}{2M}$$

式中: $[\tau_i, \tau_i + T_i]$ 为 $[0, T]$ 中第 i 个子区间. 因此, 有

下式成立

$$\sum_{i=1}^M \int_{\tau_i}^{\tau_i + T_i} |v(t) - v_d(i)| dt < \frac{\epsilon}{2M} M = \frac{\epsilon}{2} \quad (8)$$

另一方面, 根据引理和式(7)可知, 在每个子区间 $[\tau_i, \tau_i + T_i]$ 内, 有 $\lim_{R \rightarrow \infty} (x_1(t) - v_d(i)) = 0$, 即存在 R_0 , 使 R 满足 $R > R_0 > 0$ 时下式成立

$$\int_{\tau_i}^{\tau_i + T_i} |x_1(t) - v_d(i)| dt < \frac{\epsilon}{2M}$$

因此, 在 $[0, T]$ 内有

$$\sum_{i=1}^M \int_{\tau_i}^{\tau_i + T_i} |x_1(t) - v_d(i)| dt < \frac{\epsilon}{2M} M = \frac{\epsilon}{2} \quad (9)$$

由式(8)、式(9)可知, 当 $R > R_0$ 时下式成立

$$\begin{aligned} \int_0^T |x_1(t) - v(t)| dt &\leq \\ \sum_{i=1}^M \int_{\tau_i}^{\tau_i + T_i} |x_1(t) - v(t)| dt &\leq \\ \sum_{i=1}^M \int_{\tau_i}^{\tau_i + T_i} |x_1(t) - v_d(i)| dt + & \\ \sum_{i=1}^M \int_{\tau_i}^{\tau_i + T_i} |v(t) - v_d(i)| dt &< \epsilon \end{aligned}$$

即 $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |x_1(t) - v(t)| dt = 0$. 因此, $v(t)$ 不论是常数还是一般有界可积函数, 式(5)均成立. 由此, 定理 2 得证.

将满足定理 2 条件的系统 Σ 定义为改进的稳定性快速非线性-线性跟踪微分器(MTD).

分析 MTD 系统 Σ 结构, 在状态 $\mathbf{X}$ 的收敛过程中, 非线性环节 $-bR^2 \left[(x_1(t) - v(t))^m + \left(\frac{x_2(t)}{R} \right)^m \right]$ 在系统中的比例逐渐减小, 而线性环节 $-aR^2 \cdot \left[(x_1(t) - v(t)) + \frac{x_2(t)}{R} \right]$ 的比例逐渐增大, 因此整个收敛过程就是一个系统 Σ 结构连续调整的过程, 引起系统 Σ 状态输出振颤的非线性因素将以指数函数速度快速减小至忽略不计. 为了便于分析, 将 MTD 跟踪输入信号和产生微分信号的过程简化为以下 2 个步骤.

(1) 当等价系统 Σ_1 的状态 $\mathbf{Z}$ 由远离平衡点处向平衡点 $(0, 0)$ 运动时, $|\mathbf{Z}| \geq 1$. 因为 $m > 2$, 所以 $|\mathbf{Z}|^m \gg |\mathbf{Z}|$, 此时非线性部分在系统中起决定作用. 系统 Σ 和 Σ_1 分别近似简化为以下结构

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -bR^2 (x_1(t) - v(t))^m - bR^2 \left(\frac{x_2(t)}{R} \right)^m \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1(h) &= z_2(h) \\ \dot{z}_2(h) &= -bz_1(h)^m - bz_2(h)^m \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(2) 当等价系统 Σ_1 的状态 $\mathbf{Z}$ 运动至接近平衡点 $(0,0)$ 时, $|\mathbf{Z}| < 1$. 因为 $m > 2$, 所以 $|\mathbf{Z}| \gg |\mathbf{Z}|^m$, 此时线性部分起主要作用. 系统 Σ 和 Σ_1 分别近似简化为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -aR^2(x_1(t) - v(t)) - aRx_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1(h) &= z_2(h) \\ \dot{z}_2(h) &= -az_1(h) - az_2(h) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

与引理及定理 2 的证明过程类似, 可证得系统式(10)、式(12)均渐近稳定. 在步骤(1)中, 系统 Σ 的幂指数 m 取值为正奇数, 排除了产生复数解可能性, 保证了系统稳定, 且根据指数函数特性, 系统 Σ 以最短路径趋近平衡点, 收敛速度明显快于全程快速跟踪微分器. 在步骤(2)中, 根据线性函数特性可知系统的输出无振颤.

3 MTD 参数整定规则

与 HSTD 有 7 个参数相比, MTD 只有 4 个参数 R, a, b, m , 且都具有明确的物理意义: R 为系统时间尺度, 是代表系统响应快慢程度的指标; a, b 分别为线性环节和非线性环节的相对比重; 为避免因产生复数解而导致系统不稳定, 幂指数 m 设置为正奇数. R 越大系统的跟踪速度越快; b/a 越大, 非线性环节在系统中比重越高, 系统跟踪速度越快; 而 m 越大, 系统在远离平衡点区域的收敛越快, 系统跟踪速度也越快.

当系统状态远离 $(0,0)$ 时, Σ 近似为式(10). 设跟踪误差 $e(t) = v(t) - x_1(t)$, 并满足下式

$$e(t)^m = \ddot{x}_1(t) + bR^2 \left(\frac{\dot{x}_1(t)}{R} \right)^m \left/ \left[bR^2(-1)^{m+1} \right] \right.$$

上式两边取绝对值后开方得

$$e(t) = \left| \frac{\ddot{x}_1(t)}{bR^2} + \left(\frac{\dot{x}_1(t)}{R} \right)^m \right|^{1/m} \quad (14)$$

当系统状态接近平衡点 $(0,0)$ 时, Σ 近似为式(9), 则跟踪误差满足

$$e(t) = \frac{\dot{x}_1(t) + aR\dot{x}_1(t)}{aR^2} \quad (15)$$

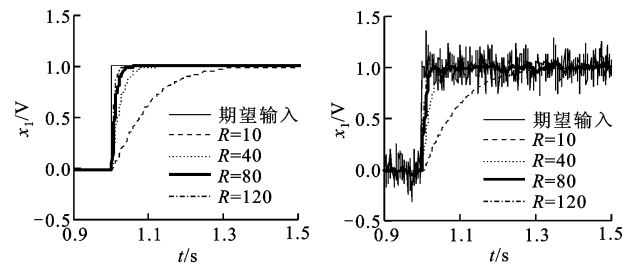
由式(14)、式(15)可知, MTD 的跟踪误差主要由时间尺度 R 控制, R 越大误差越小, 同时 a, b 增大也会使跟踪误差减小. 但是, R 过大会使系统因过于敏感而导致噪声放大; b/a 过大会使系统近似为

式(10)表示的非线性跟踪微分器, 引起输出振颤, b/a 过小会使系统近似为式(12)表示的线性跟踪微分器, 引起动态响应快速性与超调之间的矛盾; m 过大会增加系统复杂度. 因此, R, a, b, m 都不宜过大.

4 仿真实验

4.1 参数设定对 MTD 跟踪性能的影响

仿真 1 时间尺度对 MTD 跟踪性能的影响. 为了分析时间尺度 R 对 MTD 跟踪性能的影响, 令 $a=b=5, m=3$, 分别在 $R=10, 40, 80, 120$ 时对 MTD 跟踪单位阶跃信号进行仿真, 结果如图 2 所示. 其中, 图 2b 的 MTD 的阶跃输入信号附加了方差 0.01 的随机白噪声 $w(t)$. 由图 2a 可以看出, 随着时间尺度 R 增大, MTD 跟踪速度逐渐变快, 但 $R > 80$ 后, 跟踪变快趋势变缓. 由图 2b 可以看出, 随着 R 增大和跟踪速度的加快, MTD 对噪声敏感度增强, 系统滤噪能力减弱. 因此, 在选择 MTD 时间尺度参数时, 应综合考虑 MTD 动态响应速度和输出抗噪能力.



(a) 单位阶跃信号 (b) 加噪声的单位阶跃信号

图 2 时间尺度对 MTD 跟踪性能的影响

仿真 2 比例系数对 MTD 跟踪性能的影响. 为了分析线性环节系数 a 与非线性环节系数 b 之间的比例变化对 MTD 跟踪性能的影响, 令 $m=3, R=40, b=5$, 分别在 $a=0, 0.1, 0.5$ 时对 MTD 跟踪单位阶跃信号进行仿真, 结果如图 3 所示. 可以看出, 随着 a 取值的增大, 线性环节在 MTD 中比重增大, 非线性环节在 MTD 中比重相对减小, 有效地抑制了由非线性环节引起的 MTD 输出振颤.

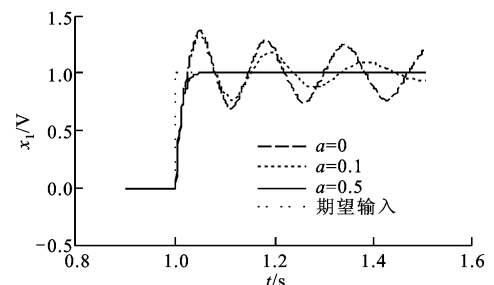


图 3 比例系数对 MTD 跟踪性能影响

4.2 MTD 性能仿真

对 MTD 的跟踪和微分输出性能进行了仿真实验。因为 HSTD 具有不稳定性,因此只对目前较常使用的 DTD^[8]、如式(9)所示的线性跟踪微分器(linear tracking differentiator, LTD)和 MTD 性能进行仿真比较。3 种跟踪微分器采用的最佳参数组合如表 1 所示。

表 1 3 种跟踪微分器的最佳参数组合

跟踪微分器	参数取值
DTD	$R=2\ 000, h_0=0.01, h=0.001$
LTD	$R=40, a=5$
MTD	$R=40, a=5, b=5, m=3$

仿真 1 跟踪阶跃信号。对 3 种跟踪微分器跟踪单位阶跃信号(幅值为 1 V)的过程进行仿真,结果如图 4 所示。由图 4a、4b 可以看出,DTD 和 LTD 的跟踪曲线存在 20%左右的超调,且由于存在动态响应时间与超调间的矛盾,LTD 为了减小超调而使调节时间较长,而 MTD 以最快速度稳定无超调地跟踪了参考信号。图 4c、4d 分别给出了 3 种跟踪微分器的微分输出曲线和微分误差局部放大曲线,可以

看出 DTD 和 LTD 的微分输出均有较长的动态调节时间,而 MTD 的输出曲线无波动地迅速跟踪了微分信号,效果最好。

仿真 2 跟踪余弦信号。对 3 种跟踪微分器跟踪输入信号 $v(t)=\cos(4t)$ 的过程进行仿真,结果如图 5 所示。由图 5a、5b 可以看出,DTD 和 LTD 启动时有明显超调,而 MTD 以最快速度无超调地进入跟踪过程;跟踪过程中 DTD 和 MTD 的跟踪误差相当,均小于 LTD。由图 5c、5d 所示的微分信号输出曲线和微分输出误差局部放大曲线可以看出,DTD 和 LTD 在初始时刻存在一定波动,而 MTD 迅速平稳输出微分信号,动态响应时间最短。

仿真 3 跟踪加噪余弦信号。如图 6a 所示,给仿真 2 输入信号施加方差 0.01 的随机白噪声 $w(t)$,即 $v(t)=w(t)+\cos(4t)$ 。对跟踪微分器跟踪有噪信号 $v(t)$ 的过程进行仿真,以验证 MTD 的滤波性能,结果见图 6b、6c。因为 LTD 本质为一个低通滤波器,本身具有较强的滤波特性,因此只对 DTD 和 MTD 进行仿真。由图 6b 可以看出,MTD 和 DTD 的滤波效果相当,但由图 6c 可以看出,MTD 响应速度更快。

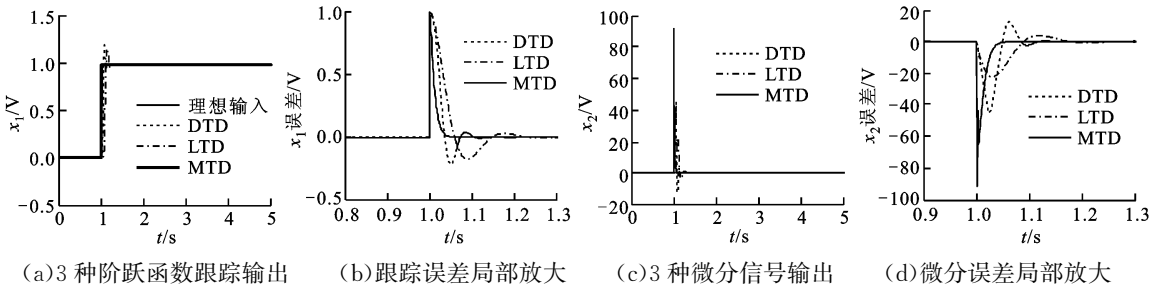


图 4 3 种跟踪微分器跟踪方波信号

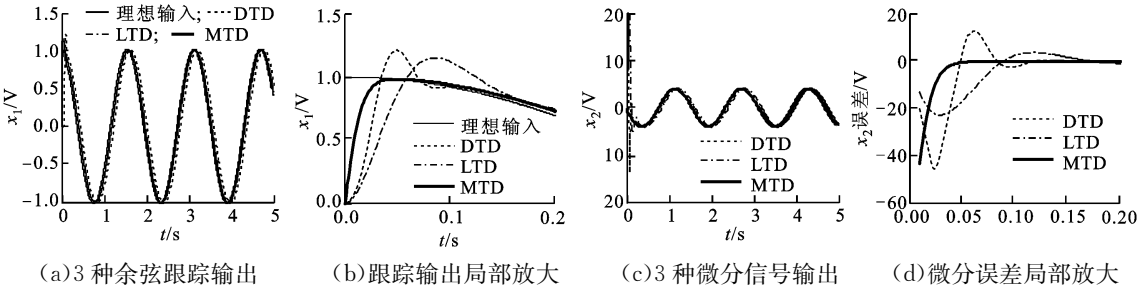


图 5 3 种跟踪微分器跟踪余弦信号

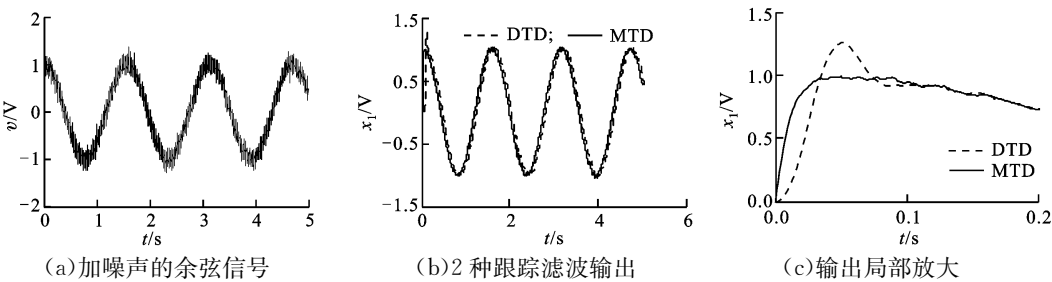


图 6 2 种跟踪微分器跟踪有噪信号

由以上3种仿真可以看出:与LTD相比,引入非线性环节使得MTD具有更好的动态特性,响应速度更快,跟踪超调更小,且稳态跟踪误差较小;与DTD相比,MTD的函数形式更为简单,动态特性更好,且同样具有较强的滤波功能。

5 结 论

为了改进目前典型跟踪微分器函数形式复杂、参数众多、系统稳定性差和输出振颤的问题,提出了一种改进的高稳快速非线性-线性跟踪微分器,并证明了该系统的全局渐近稳定性,并根据系统参数的物理意义和参数对跟踪精度的影响,提出了参数整定原则.该跟踪微分器采用形式简单的指数函数和线性函数结合构造跟踪函数,在跟踪过程中根据系统状态与平衡点之间距离的远近分别以非线性环节或者线性环节为主趋近平衡点,参数整定过程简捷,系统稳定性强,跟踪信号和微分信号的输出速度快,输出平滑无振颤,且具有滤波功能。

参考文献:

- [1] 彭建亮,孙秀霞,董文翰,等.利用跟踪微分器构造机动目标估计模型[J].飞行力学,2010,28(3):59-63.
PENG Jianliang, SUN Xiuxia, DONG Wenhan, et al. Constructing the maneuvering target estimation model with tracking differentiator [J]. Flight Dynamics, 2010, 28(3): 59-63.
- [2] 成研,秦永元,周琪.跟踪微分器在里程仪数据处理中的应用研究[J].弹箭与制导学报,2010,30(3):52-54.
CHENG Yan, QIN Yongyuan, ZHOU Qi. Research on application of tracking differentiator in data processing of odometer [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2010, 30(3): 52-54.
- [3] 马中华,吴国富,陈敏.跟踪微分系统解的研究[J].系统科学与数学,2009,29(1):43-52.
MA Zhonghua, WU Guofu, CHEN Min. Research on

the system solution of tracking differentiator [J]. Journal of System & Mathematic Science, 2009, 29(1): 43-52.

- [4] 孙彪,孙秀霞.基于跟踪微分器的离散滑模控制器[J].控制与决策,2009,24(10):1517-1521.
SUN Biao, SUN Xiuxia. Discrete time sliding mode controller based on tracking differentiator [J]. Control and Decision, 2009, 24(10): 1517-1521.
- [5] 韩京清.自抗扰控制技术:估计补偿不确定因素的控制技术[M].北京:国防工业出版社,2008:46-49.
- [6] HAN Jingqing. From PID to active disturbance rejection control [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900-906.
- [7] 韩京清,王伟.非线性跟踪-微分器[J].系统科学与数学,1994,14(2):177-183.
HAN Jingqing, WANG Wei. Nonlinear tracking-differentiator [J]. Journal of System & Mathematic Science, 1994, 14(2): 177-183.
- [8] 韩京清,袁露林.跟踪微分器的离散形式[J].系统科学与数学,1999,19(3):268-273.
HAN Jingqing, YUAN Lulin. The discrete form of tracking differentiator [J]. Journal of System & Mathematic Science, 1999, 19(3): 268-273.
- [9] 王新华,陈增强,袁著祉.全程快速非线性跟踪-微分器[J].控制理论与应用,2003,20(6):875-878.
WANG Xinhua, CHEN Zengqiang, YUAN Zhuzhi. Nonlinear tracking-differentiator with high speed in whole course [J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(6): 875-878.
- [10] 史永丽,侯朝桢.改进的非线性跟踪微分器设计[J].控制与决策,2008,23(6):647-650.
SHI Yongli, HOU Chaozhen. Design of improved nonlinear tracking differentiator [J]. Control and Decision, 2008, 23(6): 647-650.
- [11] 齐国元.非线性系统新型估计器及其在控制中的应用[D].天津:南开大学,2004.

(编辑 刘杨)