

方管内混合对流与管壁导热耦合换热的数值模拟

张颖莉, 种道彤, 刘继平, 严俊杰

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对方管内空气混合对流时的流固耦合换热问题, 提出将壁面导热作为边界条件进行处理的壁面导热与流动耦合简化计算方法, 推导了计算公式, 并采用 SIMPLER 算法进行了数值模拟. 算法忽略壁面沿厚度方向的导热, 假设管壁温度沿轴向一维分布, 采用热量平衡法建立边界单元的能量守恒方程, 将固体区域的导热简化为流体区域的边界条件, 以提高计算的精度和可靠性. 计算结果表明, 受二次流影响, 沿通道周向热量从加热面同时沿顺时针和逆时针方向迅速向两边传递, 各壁面最大温差小于 $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$, 在轴向归一化长度为 $2\sim 4$ 时壁面轴向导热热流密度出现最大值. 平均 Nusselt 数 Nu_m 随 Reynolds 数 Re 及方管倾斜角度 θ 的增大而增大, 最优倾角在 -30° 和 0° 之间变化, 但当 $Re > 1\ 500$ 时, Nu_m 随 θ 的变化近似保持不变. 计算结果与实验数据吻合良好, 最大偏差小于 $\pm 28.7\%$.

关键词: 流固耦合换热; 混合对流; 数值模拟; 壁面导热; 耦合计算

中图分类号: TK124 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)05-0019-06

Numerical Investigation on Conjugated Heat Transfer of Conduction in Wall and Mixed Convection

ZHANG Yingli, CHONG Daotong, LIU Jiping, YAN Junjie

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The conjugated heat transfer of heat conduction in the wall and air mixed convection in tubes was numerically simulated with the SIMPLER algorithm and a new simplified method developed for dealing with conjugated problems. The results show that the circumferential conductive heat of the duct plate moves in both clockwise and anticlockwise directions, and the temperature difference of each plate is less than $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$. In the axial direction, the maximum conductive heat flux occurs at the places where the axial non-dimensional length equals $2\sim 4$. The average Nusselt number increases with the Reynolds number and the inclination angle of the tube, and the optimum inclination angle is a variable value from -30° to 0° . However, the average Nusselt number is almost independent of the inclination angle when $Re > 1\ 500$. The numerical results are in reasonably good agreement with the experimental data with the deviations within $\pm 28.7\%$.

Keywords: fluid-solid conjugated heat transfer; mixed convection; numerical simulation; heat conduction in wall; coupling calculation

管内气体混合对流换热广泛应用于能源动力等工业过程^[1-2]. 由于气体混合对流换热系数较小, 当管壁材料导热系数较大时, 管壁导热将影响管内温

度分布, 形成固体导热与气体对流相耦合的流固耦合换热问题^[3]. 此类问题的数值研究对查清其流动换热机理、获得其换热特性、指导相关设备的设计和

运行有重要意义。

由于流固耦合换热的复杂性,早期研究者往往通过对固体导热简化处理来获得其分析解^[4-6]。随着计算传热学的发展,出现了同时耦合求解流体与固体温度场的计算方法^[7-12]。现有流固耦合算法主要有整场求解及分区求解两种。整场求解对流体和固体区域均使用能量方程及 Navier-Stokes 方程,但固体区域黏性系数取值很大。这种方法简便易行,特别适合 CFD 商用软件,但因固体区域求解不必要的流动方程而效率较低;同时,流固界面的物性参数一般通过插值确定,如处理不当容易产生较大误差。分区求解是流体区域求解能量方程及 Navier-Stokes 方程,固体区域只求能量方程,而流固边界通过温度连续及热流密度连续方程进行耦合。这种方法效率高、精度好,但编程较为繁杂。

本文以某电子设备冷却问题为背景,对方管内混合对流进行数值模拟。考虑到上述两种流固耦合方法均存在缺陷,本文仿照 Faghri 等^[4]的处理方法,忽略壁面沿厚度方向的导热,假设管壁温度沿轴向一维分布,采用热量平衡建立边界单元的能量守恒方程,将固体区域的导热简化为流体区域的边界条件,以提高计算的精度和可靠性。

1 物理模型及数值模拟方法

本文对文献[13-15]所述单侧壁面加热方管内混合对流换热进行研究,物理模型见图 1a。流动通道为内嵌加热板方管,横截面见图 1b,管材为铝合金,长 300 mm,截面为 46 mm×20 mm。由于通道结构对称,故选取一半作为数值模拟研究对象,此时通道一个侧面为均匀热流边界,其他 3 个壁面绝热。

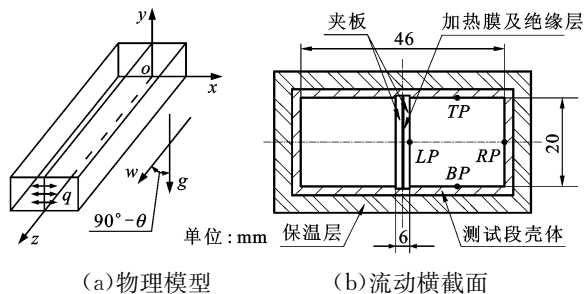


图1 方管结构示意图

假设通道内的流动为三维稳态层流,流体为干空气,满足 Boussinesq 假设。忽略能量方程中黏性耗散引起的加热源项,流体在固体壁上无滑移。引入有效压力,流动换热过程可描述如下^[3]。

连续性方程

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1)$$

动量方程

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w u) = -\frac{\partial p_{\text{eff}}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u v) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w v) = -\frac{\partial p_{\text{eff}}}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho_c g \alpha (T - T_c) \cos \theta \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u w) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v w) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w w) = -\frac{\partial p_{\text{eff}}}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho_c g \alpha (T - T_c) \sin \theta \quad (4)$$

能量方程

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v T) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w T) = \left(\frac{\lambda}{c_p} \right) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (5)$$

式中: T_c 和 ρ_c 分别为选定参考点温度及对应密度; p_{eff} 为有效压力, $p_{\text{eff}} = p + \rho_c g y \cos \theta + \rho_c g z \sin \theta$ 。边界条件为进口处 $u = v = 0, w = w_{\text{in}}, T = T_{\text{in}}$; 固体边界上 $u = v = w = 0, \partial T / \partial n = 0$ 。

壁面材料导热系数 (20°C 时为 $169 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) 很大, 导热的影响必须考虑。由于管壁很薄, 且空气的对流传热系数很小, 固体壁面沿厚度方向温差很小, 因此忽略壁面厚度方向温度变化, 假设管壁温度沿轴向一维分布, 采用热量平衡法建立边界单元的能量守恒方程, 将壁面的导热问题转换为边界条件。图 2 所示加热壁面内任意非边界节点的能量守恒方程如下

$$-k_f \frac{\partial T}{\partial n} \Delta A - k_s \oint \frac{\partial T}{\partial n} dS + q \Delta A = 0 \quad (6)$$

上式 3 项依次表示固体壁面某点与相邻流体的换热量、固体壁面某点与壁面内相邻各点的换热量、壁面所施加加热流的热量。将各项展开并整理可得

$$(a_s + a_N + a_B + a_T + a_f) T_b = a_s T_s + a_N T_N + a_B T_B + a_T T_T + a_f T_f + S_b \quad (7)$$

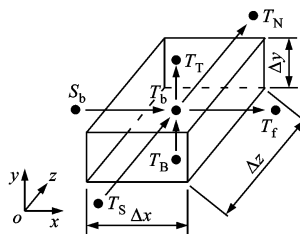


图2 加热壁面内单元体热平衡示意图

各系数的表达式为

$$a_s = \frac{\Delta x \Delta z}{(\Delta y)_s} \lambda_s; a_N = \frac{\Delta x \Delta z}{(\Delta y)_N} \lambda_s; a_B = \frac{\Delta x \Delta y}{(\Delta z)_B} \lambda_s$$

$$a_T = \frac{\Delta x \Delta y}{(\Delta z)_T} \lambda_s; a_f = \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_f} \lambda_f; S_b = q_w \Delta y \Delta z$$

根据上述数学模型和固体导热的处理方法, 壁面某点温度可由其相邻点温度及相邻的流体温度得到, 从而可快速可靠地解决流固耦合问题. 本文采用 SIMPLER 算法^[3] 编制了三维计算程序, 对方管内管壁导热与管内空气混合对流的耦合换热进行了数值模拟研究.

为了考察壁面导热的影响, 对壁面的轴向和周向导热热流密度进行了计算

$$q_z = \frac{-\lambda_s \partial T}{\partial z}; q_c = \frac{-\lambda_s \partial T}{\partial X_c} \quad (8)$$

式中: q_z 、 q_c 为壁面轴向、周向导热热流密度; $\partial T / \partial z$ 、 $\partial T / \partial X_c$ 为壁面轴向、周向温度梯度; λ_s 为固体壁面导热系数.

局部 Nusselt 数和平均 Nusselt 数的定义如下

$$Nu_z = \frac{q_{cv} d_e}{\Delta T_z \lambda_f}; Nu_c = \frac{q_{cv} d_e}{\Delta T_c \lambda_f}; Nu_m = \frac{\bar{q}_{cv} d_e}{\Delta \bar{T}_p \lambda_f} \quad (9)$$

式中: Nu_z 、 Nu_c 为壁面轴向、周向局部 Nusselt 数; q_{cv} 、 $\bar{q}_{cv}$ 为局部、整场对流热流密度; ΔT_z 、 ΔT_c 为壁面轴向、周向温度与空气平均温度之差; $\Delta \bar{T}_p$ 为各壁面平均温度与空气平均温度之差; d_e 为当量直径.

2 计算结果及讨论

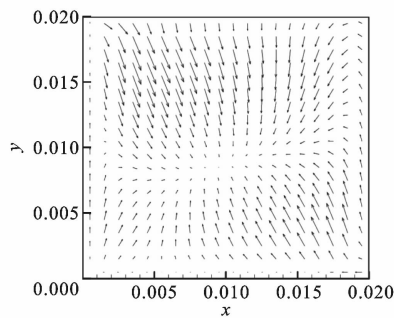
对 $Re=465 \sim 2\,762$ 、修正 Grashof 数 $Gr^*=4.6 \times 10^5, 9.1 \times 10^5, 1.8 \times 10^6$ 、 $\theta=-90^\circ \sim 90^\circ$ 的工况进行数值模拟, 得出方管内的流场和温度场, 并分析其换热特性.

2.1 流场和温度场分析

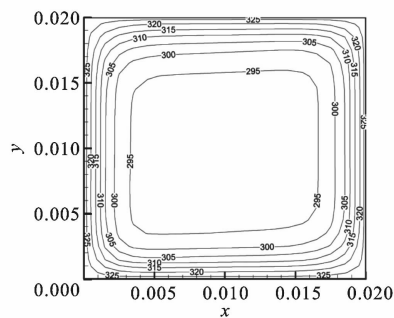
以 $Re=916$ 、 $Gr^*=9.1 \times 10^5$ 、 $\theta=0^\circ$ 的工况为例, 选取轴向归一化长度 $Z=z/d_e$ 为 1.5、7.5、13.5 的 3 个横截面考察管内流动换热情况, 此时浮升力方向与主流方向垂直, 自然对流对通道内流动的影响较为显著.

$Z=1.5$ 的截面靠近管道入口, 方管内的流场和温度场的变化如图 3 所示. 从图 3a 可以看出, 通道横截面内存在径向二次流, 壁面附近流体向中心汇集. 图 3b 给出了通道横截面的温度分布, 由图可知沿壁面法线方向向内流体温度及温度变化梯度均逐渐下降, 等温线与壁面近似平行, 整个横截面温度场分布

较规则. 由此可见, 管壁导热系数很大时, 管壁温度较为均匀, 单侧加热面并未造成入口处流场和温度场的不均匀分布.



(a)速度场



(b)等温线

图3 $Z=1.5$ 时的速度、温度分布

图 4 给出了 $Z=7.5$ (通道中心) 的横截面的流场和温度场分布. 图 4a 显示出截面内存在显著的涡流二次流, 此时近壁处空气被加热, 密度减小, 分别沿着两侧壁面向顶部流动, 两股流体在顶部相遇并混合, 随后沿着通道中心线向下流动, 从而在整个横截面内形成两个涡. 对于导热系数很高的壁面材料, 各壁面温度近似相等, 因而形成的两个涡关于中线近似对称. 涡的产生将影响温度场的分布, 图 4b 表明此时温度场不再关于通道中心对称, 温度的最小值出现在通道中心位置以下.

图 5 给出了通道出口附近 ($Z=13.5$) 的流场和温度场分布. 由图 5 可知, 通道内部仍然存在着显著的涡流二次流, 速度和整场温度受自然对流影响增大, 等温线进一步变形, 最高温度点继续向底部偏移.

2.2 局部换热特性分析

图 6 为管壁温度的轴向和周向变化. 图 6a 选取各壁面中轴线 LP 、 TP 、 RP 、 BP (见图 1b) 为研究对象, 可以看出, 壁面温度沿主流方向逐渐升高, 在入口和出口附近变化相对平缓. 加热面 (LP 所在面) 温度最高, 与加热面垂直的两壁面 (BP 、 TP 所在

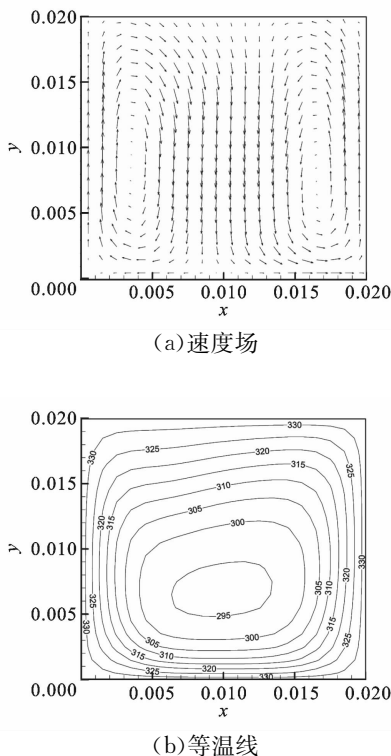


图 4 $Z=7.5$ 时的速度、温度分布

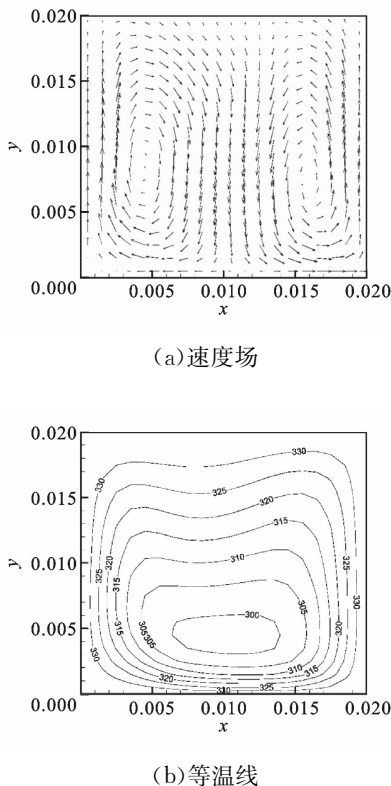


图 5 $Z=13.5$ 时的速度、温度分布

面)次之,与加热面平行的壁面(RP 所在面)温度最低,但各壁面间温差很小(不大于 $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$). 图 6b 选取了 3 个不同横截面($Z=1.5, 7.5, 13.5$)来考察壁

温的周向变化,横坐标 $X_c=l/d_c$ 为周向归一化长度,其中 l 为周长,取坐标原点(见图 1a)为起点,顺时针方向为正方向. 由图 6b 可知,不同位置处壁温周向变化规律基本相同,类似正弦曲线, $X_c\approx 0.5$ (加热面中间位置)处温度最高, $X_c\approx 2.5$ (加热面的平行壁面中间位置)处温度最低,但整体变化幅度很小,同一横截面最大温差小于 $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

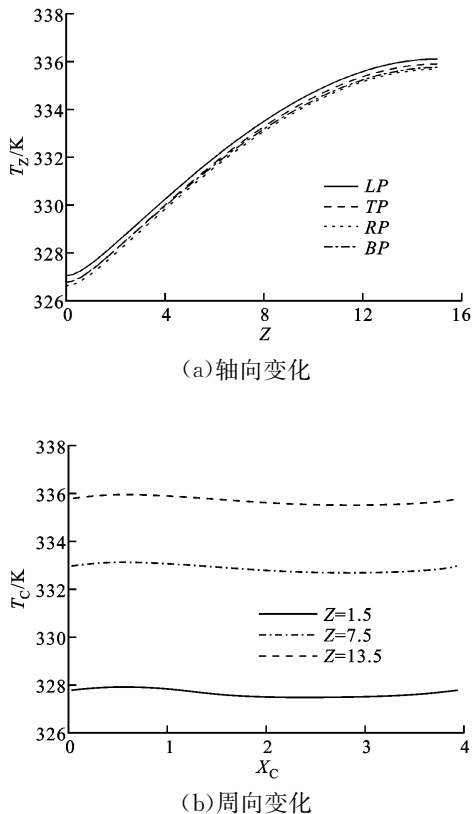
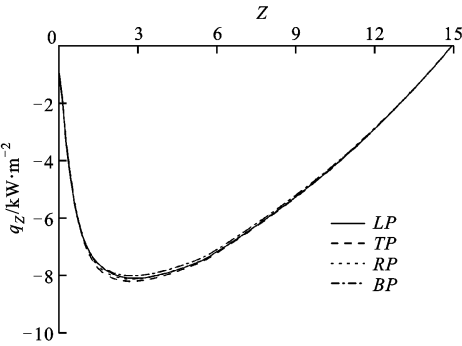


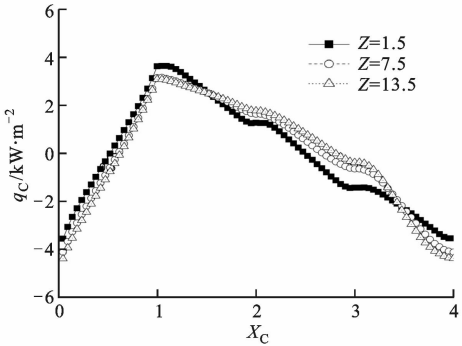
图 6 壁面温度变化

图 7 给出了 q_z 和 q_c 的变化规律. 由图 7a 可知:在整个通道主流方向上 q_z 均为负值,表明热量在通道壁面内由出口向入口方向传递;在入口和出口附近 q_z 很小,在 $Z\approx 3$ 时达到最值,这与图 6a 中壁面温度的变化趋势对应. 图 7b 给出了 3 个不同横截面($Z=1.5, 7.5, 13.5$)的 q_c 变化规律,可以看出 q_c 在加热面两端($X_c\approx 0, 1$)出现最值,在加热面和加热面的平行壁面中间位置($X_c\approx 0.5, 2.5$)近似为 0.

图 8 给出了 Nu_z 和 Nu_c 的变化规律. 由图 8a 可知:在入口附近各壁面 Nu_z 近似相等,且沿主流方向迅速减小; $Z>2$ 时,沿流动方向底面(BP 所在面) Nu_z 逐渐增大,其他 3 个壁面 Nu_z 继续缓慢减小,且底面 Nu_z 最大,顶面(TP 所在面)最小,两侧面(LP、RP 所在面)近似相等. 由图 8b 可知,在通

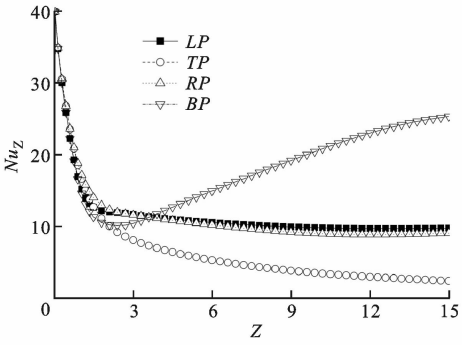


(a)轴向变化

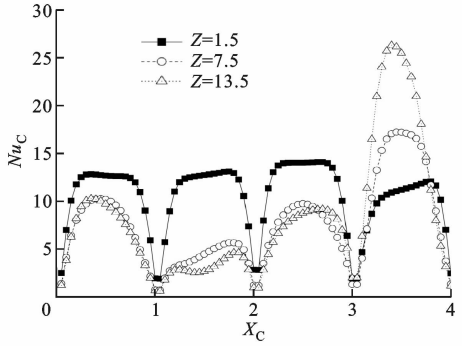


(b)周向变化

图 7 壁面导热热流密度变化



(a)轴向变化



(b)周向变化

图 8 Nu_z 和 Nu_c 的变化规律

道 4 个角点($X_c \approx 0, 1, 2, 3$)附近 Nu_c 最小,在各壁面的中心位置附近存在不同的最值. 在入口附近($Z=1.5$)各壁面 Nu_c 近似相等;随着 Z 的增大,底面($X_c=3 \sim 4$) Nu_c 逐渐增大,且显著大于其他 3 个壁面,而顶部($X_c=1 \sim 2$) Nu_c 最小.

由图 6~8 可知,由于管壁导热系数非常大,热量从加热面同时沿顺时针和逆时针方向迅速向两边传递,即 LP 所在面 $\rightarrow TP$ 所在面 $\rightarrow RP$ 所在面和 LP 所在面 $\rightarrow BP$ 所在面 $\rightarrow RP$ 所在面,从而使方管 4 个壁面的温差很小,换热较为均匀,管内形成如图 3~5 所示的对称温度场和速度场. 入口附近各壁面温度及近壁面流体温度近似相等,因而各壁面 Nusselt 数也近似相等. 沿着主流方向向下,受二次流影响底面附近流体温度明显低于顶部附近流体温度,因而底面 Nusselt 数高于顶部.

2.3 平均换热特性分析

Nu_m 随 θ 和 Re 的变化趋势如图 9 所示. 图 9 表明:同一 Gr^* 下,当 $Re < 1\,500$ 时,随 θ 增大 Nu_m 先增大后减小, Nu_m 最大值对应的最优角度在 -30° 和 0° 之间变化;当 $Re > 1\,500$ 时,随 θ 变化 Nu_m 近似保持不变; Gr^* 相同时, Nu_m 随 Re 增大而增大.

2.4 数值模拟结果与实验结果的对比

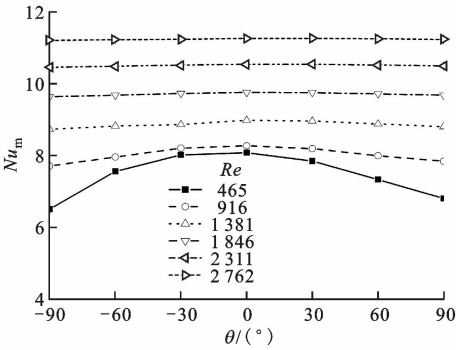
为验证计算结果的准确性及可靠性,本文将数值计算结果与文献[13-15]的实验结果进行了对比. 图 10 给出的是 Nu_m 计算结果与实验结果的对比,可以看出,计算结果和实验结果吻合良好,两者的偏差小于 $\pm 28.7\%$.

3 结 论

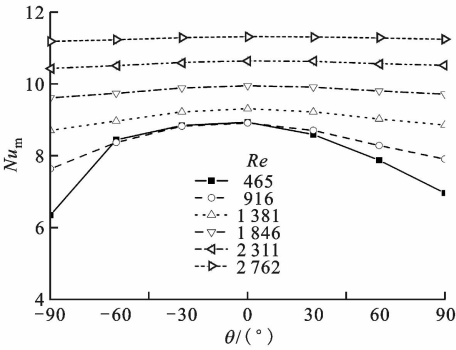
本文针对方管内空气混合对流的流固耦合问题,采用将壁面导热作为边界条件处理的方法推导出计算公式,并将模拟结果与实验结果进行了对比,计算过程中取 $Re=465 \sim 2\,762$ 、 $\theta=-90^\circ \sim 90^\circ$ 、 $Gr^*=4.6 \times 10^5, 9.1 \times 10^5, 1.8 \times 10^6$, 得出结论如下.

(1)受浮升力影响方管存在二次流,从而使管内换热得到强化,温度最低点偏离通道中心. 由于管壁导热系数很大,单侧加热并未造成温度的不均匀分布,管内温度场与速度场仍左右对称.

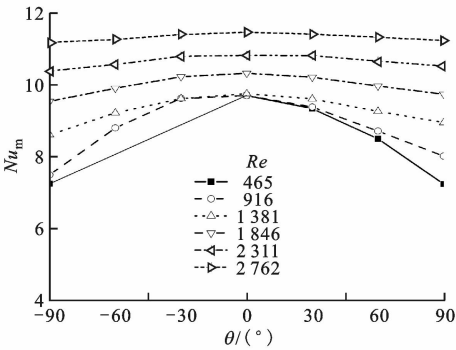
(2)沿通道周向热量从加热面同时沿顺时针和逆时针方向向两边传递,各壁面最大温差小于 0.5°C . 壁面导热热流密度在加热壁面两端出现最值,在加热面及与加热面平行的壁面中间位置处近似为 0. 沿流动方向,热量从出口向入口方向传递,且当 $Z=2 \sim 4$ 时壁面导热热流密度出现最值.



(a) $Gr^* = 4.6 \times 10^5$



(b) $Gr^* = 9.1 \times 10^5$



(c) $Gr^* = 1.8 \times 10^6$

图 9 不同 Gr^* 时 Nu_m 随 θ 的变化

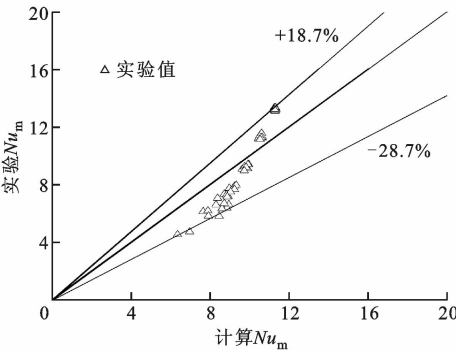


图 10 Nu_m 计算结果与实验结果对比

(3)入口附近($Z < 2$)各壁面 Nu_z 近似相等且沿流动方向迅速减小, $Z > 2$ 时,沿主流方向底面 Nu_z 逐渐增大,其他 3 个壁面 Nu_z 继续但缓慢减小。 Nu_c 在方管的 4 个角点处最小,在各壁面的中心处最大。

(4) $Re < 1\,500$ 时,随 θ 从 -90° 增加到 90° , Nu_m 先增大后减小,最优倾角在 -30° 和 0° 之间变化; $Re > 1\,500$ 时, Nu_m 随 θ 变化近似保持不变; Nu_m 随 Re 的增加而增大。

(5)数值模拟得到的 Nu_m 与实验结果吻合良好,二者的最大偏差小于 $\pm 28.7\%$ 。

参考文献:

[1] METAIS B, ECKERT E. Forced, mixed and free convection regimes [J]. ASME J Heat Transfer, 1964, 86: 295-296.

[2] JACKSON J D, COTTON M A, AXCELL B P. Studies of mixed convection in vertical tubes [J]. Int J Heat and Fluid Flow, 1989, 10(1): 2-15.

[3] 陶文铨. 数值传热学[M]. 2 版. 西安:西安交通大学出版社,2000.

[4] FAGHRI M, SPARROW E M. Simultaneous wall and fluid axial conduction in laminar pipe-flow heat transfer[J]. ASME J Heat Transfer, 1980, 102(1): 58-64.

[5] YU W S, LIN H T, HWANG T Y. Conjugate heat transfer of conduction and forced convection along wedges and a rotating cone[J]. Int J Heat and Mass Transfer, 1991, 34(10): 2497-2507.

[6] CHAR M I, CHANG C L. Effect of wall conduction on natural convection flow of micropolar fluids along a flat plate[J]. Int J Heat and Mass Transfer, 1997, 40(15): 3641-3652.

[7] HEGGS P J, INGHAM D B, KEEN D J. The effects of heat conduction in the wall on the development of recirculating combined convection flows in vertical tubes[J]. Int J Heat and Mass Transfer, 1990, 33(3): 517-528.

[8] BILGEN E. Conjugate heat transfer by conduction and natural convection on a heated vertical wall [J]. Applied Thermal Engineering, 2009, 29(2/3): 334-339.

[9] NOUANEGUE H F, MUFTUOGLU A, BILGEN E. Heat transfer by natural convection, conduction and radiation in an inclined square enclosure bounded with a solid wall[J]. Int J Thermal Sciences, 2009, 48(5): 871-880.

[10] KIM D C, CHOI Y D. Analysis of conduction-natural

- convection conjugate heat transfer in the gap between concentric cylinders under solar irradiation[J]. *Int J Thermal Sciences*, 2009, 48(6): 1247-1258.
- [11] ZHANG W, ZHANG C, XI G. Conjugate conduction-natural convection in an enclosure with time-periodic sidewall temperature and inclination [J]. *Int J Heat and Fluid Flow*, 2011, 32(1): 52-64.
- [12] 苏波,钱若军,韩向科. 一种用于流固耦合分析的有限元网格简捷更新方法[J]. *西安交通大学学报*, 2011, 45(3): 16-24.
- SU Bo, QIAN Ruojun, HAN Xiangke. Improved finite element mesh update method for fluid structure interaction analysis[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2011, 45(3): 16-24.
- [13] 种道彤,刘继平,严俊杰. 矩形通道内置加热板混合对流的实验研究[J]. *西安交通大学学报*, 2006, 40(7): 753-756.
- CHONG Daotong, LIU Jiping, YAN Junjie. Experimental investigation of mixed convection in rectangular channel with attached flat heated plate[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2006, 40(7): 753-756.
- [14] CHONG D, LIU J, YAN J, et al. Experimental investigation of mixed convection in a rectangular duct with a heated plate in the middle of cross section[J]. *Heat and Mass Transfer*, 2007, 43(12): 1283-1291.
- [15] CHONG D T, LIU J P, YAN J J. Effects of duct inclination angle on thermal entrance region of laminar and transition mixed convection[J]. *Int J Heat and Mass Transfer*, 2008, 51(15/16): 3953-3962.
- (编辑 荆树蓉)