

非均匀耦合传输线瞬态响应灵敏度分析

赵进全, 张丹阳, 李贺龙, 曹雯雯
(西安交通大学电气工程学院, 710049, 西安)

摘要: 在非均匀耦合传输线瞬态响应灵敏度分析中,提出了一种基于精细积分法的分析方法.这是一种半解析的时域分析方法,该方法将非均匀耦合传输线时域电报方程在空间差分离散,建立起传输线瞬态响应及传输线瞬态响应灵敏度对时间的一阶微分方程,通过分步积分,从而将求解传输线瞬态响应灵敏度问题转换成了求解传输线瞬态响应问题,极大地简化了问题的分析.该方法具有算法稳定、简单、精确及通用性强等特点,能够分析任意类型的传输线及负载.算例结果表明了文中方法的正确性和有效性.

关键词: 非均匀耦合传输线;瞬态响应;灵敏度分析;精细积分法

中图分类号: TN701;TN811 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)06-0053-05

Sensitivity Analysis for Transient Response of Nonuniform Coupled Transmission Lines

ZHAO Jinquan, ZHANG Danyang, LI Helong, CAO Wenwen
(School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A semi-analytic method in time domain with precise integration is proposed for sensitivity analysis of transient response of nonuniform coupled transmission lines, the lines axis x is discretized in Δx increment, the telegraph equation of nonuniform coupled transmission lines in time domain is differenced, and transformed into a set of first-order differential equations of transient response of transmission lines and the sensitivity with respect to time, then the sensitivity analysis of transient response of coupled transmission lines is transformed into the calculation of its transient response by decomposition integration to significantly simplify the sensitivity analysis of the transient response of nonuniform coupled transmission lines. This method enables to simply and stably analyze random types of transmission lines and loads, and the examples show its correctness and effectiveness.

Keywords: nonuniform coupled transmission lines; transient response; sensitivity analysis; precise integration method

随着信号频率的快速增加和芯片尺寸的减小,高速大规模集成电路(VLSI)芯片和印制电路板中互联线(传输线)的分析和设计越来越重要.不合适的设计会引起传输线效应(如信号延迟、反射、串音以及开关不能关断等现象)的增加^[1],严重时可使电路无法正常工作.传输线效应已成为高速 VLSI 发展的一个瓶颈.因此,对传输线瞬态响应进行灵敏度

分析,寻找影响传输线效应的关键因素,为系统优化设计提供依据,已成为传输线问题研究的一个重要方向^[2].

传输线瞬态响应灵敏度分析方法有时域法和频域法.频域法主要有拉氏逆变换法^[1]、伴随网络法^[3-4]等.频域法是人们常常采用的方法,但难以分析有损、耦合、非均匀耦合传输线及非线性负载等问

题,且需要不断地进行频域与时域转换,运算复杂,计算量大.时域法通常直接对传输线电报方程在时间和空间域进行差分离散,计算方法相对简单,但受时间步长和空间步长的影响,计算方法的稳定性与精度不易保证.

本文提出了一种基于精细积分法的非均匀有损耦合传输线瞬态响应灵敏度时域分析方法.该方法将有损耦合非均匀传输线时域电报方程在空间差分离散,建立起传输线瞬态响应及其灵敏度对时间的一阶常系数微分方程,通过分步积分,从而将求解传输线瞬态响应灵敏度问题转换成了求解传输线瞬态响应问题.基于精细积分法的传输线瞬态响应分析方法是一种简单有效的半解析分析方法^[5-7],因此本文方法极大地简化了耦合传输线瞬态响应灵敏度问题的分析.算例结果表明,本文方法能够分析均匀、非均匀耦合传输线以及任意性质的负载,具有算法稳定、计算简单、通用性强等特点.

1 耦合传输线瞬态响应灵敏度分析

在横电磁波的近似下, N 导体有损非均匀耦合传输线上的电压和电流满足电报方程

$$-\frac{\partial \mathbf{v}(x,t)}{\partial x} = \mathbf{R}(x)\mathbf{i}(x,t) + \mathbf{L}(x)\frac{\partial \mathbf{i}(x,t)}{\partial t}, \quad 0 \leq x \leq l \quad (1a)$$

$$-\frac{\partial \mathbf{i}(x,t)}{\partial x} = \mathbf{G}(x)\mathbf{v}(x,t) + \mathbf{C}(x)\frac{\partial \mathbf{v}(x,t)}{\partial t} \quad (1b)$$

式中: l 为传输线的长度; $\mathbf{v}(x,t)$ 、 $\mathbf{i}(x,t)$ 分别为传输线上电压、电流矩阵

$$\mathbf{v}(x,t) = [v_1(x,t) \ v_2(x,t) \ \cdots \ v_N(x,t)]^T$$

$$\mathbf{i}(x,t) = [i_1(x,t) \ i_2(x,t) \ \cdots \ i_N(x,t)]^T$$

$\mathbf{R}(x)$ 、 $\mathbf{L}(x)$ 、 $\mathbf{G}(x)$ 、 $\mathbf{C}(x)$ 分别是传输线单位长度的电阻、电感、电导和电容矩阵,表达式如下

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_0^{-1} \mathbf{G}_0 & 0 & \mathbf{C}_0^{-1} \frac{1}{\Delta x} & -\mathbf{C}_0^{-1} \frac{1}{\Delta x} & 0 \\ & \ddots & & \ddots & \\ 0 & -\mathbf{C}_{M-1}^{-1} \mathbf{G}_{M-1} & 0 & \mathbf{C}_{M-1}^{-1} \frac{1}{\Delta x} \\ -\mathbf{L}_1^{-1} \frac{1}{\Delta x} & 0 & -\mathbf{L}_1^{-1} \mathbf{R}_1 & 0 \\ \mathbf{L}_2^{-1} \frac{1}{\Delta x} & & & \ddots & \\ & \ddots & & & \\ 0 & \mathbf{L}_M^{-1} \frac{1}{\Delta x} & -\mathbf{L}_M^{-1} \frac{1}{\Delta x} & 0 & -\mathbf{L}_M^{-1} \mathbf{R}_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(x) = \begin{bmatrix} R_{11}(x) & R_{12}(x) & \cdots & R_{1N}(x) \\ R_{21}(x) & R_{22}(x) & \cdots & R_{2N}(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{N1}(x) & R_{N2}(x) & \cdots & R_{NN}(x) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}(x) = \begin{bmatrix} L_{11}(x) & L_{12}(x) & \cdots & L_{1N}(x) \\ L_{21}(x) & L_{22}(x) & \cdots & L_{2N}(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ L_{N1}(x) & L_{N2}(x) & \cdots & L_{NN}(x) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(x) = \begin{bmatrix} G_{11}(x) & G_{12}(x) & \cdots & G_{1N}(x) \\ G_{21}(x) & G_{22}(x) & \cdots & G_{2N}(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ G_{N1}(x) & G_{N2}(x) & \cdots & G_{NN}(x) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(x) = \begin{bmatrix} C_{11}(x) & C_{12}(x) & \cdots & C_{1N}(x) \\ C_{21}(x) & C_{22}(x) & \cdots & C_{2N}(x) \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ C_{N1}(x) & C_{N2}(x) & \cdots & C_{NN}(x) \end{bmatrix}$$

对式(1)在空间进行 M 等分差分离散,有

$$\frac{d\mathbf{v}_k(t)}{dt} = \mathbf{C}_k^{-1} \frac{\mathbf{i}_k(t) - \mathbf{i}_{k+1}(t)}{\Delta x} - \mathbf{C}_k^{-1} \mathbf{G}_k \mathbf{v}_k(t) \quad (2a)$$

$$\frac{d\mathbf{i}_{k+1}(t)}{dt} = \mathbf{L}_k^{-1} \frac{\mathbf{v}_k(t) - \mathbf{v}_{k+1}(t)}{\Delta x} - \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{R}_k \mathbf{i}_{k+1}(t) \quad (2b)$$

式中

$$\Delta x = l/M, \mathbf{v}_k(t) = \mathbf{v}_k(k\Delta x, t)$$

$$\mathbf{i}_k(t) = \mathbf{i}_k(k\Delta x, t), \mathbf{R}_k(x) = \mathbf{R}_k(k\Delta x)$$

$$\mathbf{L}_k(x) = \mathbf{L}_k(k\Delta x), \mathbf{C}_k(x) = \mathbf{C}_k(k\Delta x)$$

$$\mathbf{G}_k(x) = \mathbf{G}_k(k\Delta x), k = 0, 1, \cdots, M$$

将式(2)写成矩阵形式

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{F} \quad (3)$$

式中

$$\mathbf{X} = (\mathbf{v}_0 \ \mathbf{v}_1 \ \cdots \ \mathbf{v}_{M-1} \ \mathbf{i}_1 \ \mathbf{i}_2 \ \cdots \ \mathbf{i}_M)^T$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & -\mathbf{C}_M^{-1} \frac{\mathbf{i}_M}{\Delta x} & \mathbf{L}_0^{-1} \frac{\mathbf{v}_0}{\Delta x} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$$

设 p 为传输线参数或终端负载参数,式(3)两边对 p 求偏导,得

$$\frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial t \partial p} = \frac{\partial \mathbf{H} \mathbf{X}}{\partial p} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial p} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial p} \quad (4)$$

令 $\mathbf{X}_p = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial p}$, 式(4)变为

$$\frac{\partial \mathbf{X}_p}{\partial t} = \mathbf{H} \mathbf{X}_p + \frac{\partial \mathbf{H} \mathbf{X}}{\partial p} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial p} \quad (5)$$

式(5)的解为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_p(t) &= \exp(\mathbf{H}t) \int_{-\infty}^t \exp(-\mathbf{H}\zeta) \cdot \\ &\left[\frac{\partial \mathbf{H} \mathbf{X}}{\partial p}(\zeta) + \frac{\partial \mathbf{F}(\zeta)}{\partial p} \right] d\zeta = \exp(\mathbf{H}t) \mathbf{X}_p(0) + \\ &\int_0^t \exp[\mathbf{H}(t-\zeta)] \left[\frac{\partial \mathbf{H} \mathbf{X}}{\partial p}(\zeta) + \frac{\partial \mathbf{F}(\zeta)}{\partial p} \right] d\zeta \quad (6) \end{aligned}$$

式中

$$\mathbf{X}_p(0) =$$

$$\exp(\mathbf{H}t) \int_{-\infty}^0 \exp(-\mathbf{H}\zeta) \left[\frac{\partial \mathbf{H} \mathbf{X}}{\partial p}(\zeta) + \frac{\partial \mathbf{F}(\zeta)}{\partial p} \right] d\zeta$$

令 $t_j = j\Delta t$, $\mathbf{X}_p^j = \mathbf{X}_p(t_j)$, $j=0, 1, 2, \dots$, Δt 为时间步长,则

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_p^{j+1} &= \exp(\mathbf{H}t_{j+1}) \mathbf{X}_p^0 + \\ &\int_0^{t_{j+1}} \exp[\mathbf{H}(t_{j+1}-\zeta)] \left[\frac{\partial \mathbf{H} \mathbf{X}}{\partial p}(\zeta) + \frac{\partial \mathbf{F}(\zeta)}{\partial p} \right] d\zeta = \\ &\exp(\mathbf{H}\Delta t) \mathbf{X}_p^j + \\ &\int_{t_j}^{t_{j+1}} \exp[\mathbf{H}(t_{j+1}-\zeta)] \left[\frac{\partial \mathbf{H} \mathbf{X}}{\partial p}(\zeta) + \frac{\partial \mathbf{F}(\zeta)}{\partial p} \right] d\zeta = \\ &\exp(\mathbf{H}\Delta t) \mathbf{X}_p^j + \\ &\int_0^{\Delta t} \exp(\mathbf{H}\zeta) \left[\frac{\partial \mathbf{H} \mathbf{X}}{\partial p}(t_{j+1}-\zeta) + \frac{\partial \mathbf{F}(t_{j+1}-\zeta)}{\partial p} \right] d\zeta = \\ &\exp(\mathbf{H}\Delta t) \mathbf{X}_p^j + \mathbf{H}^{-1} [\mathbf{I} - \exp(\mathbf{H}\Delta t)] \cdot \\ &\left[\frac{\partial \mathbf{H} \mathbf{X}^{j+1} + \mathbf{X}^j}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{F}(t_{j+1})}{\partial p} + \frac{\partial \mathbf{F}(t_j)}{\partial p} \right) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

由式(7)可以看出,本文方法没有直接求解传输线瞬态响应灵敏度,而是把求解传输线瞬态响应灵敏度问题转换成了求解传输线瞬态响应问题。大量的研究分析表明,基于精细积分法的传输线瞬态响应分析法是一种简单有效的时域分析方法。因此,本文方法极大地简化了传输线瞬态响应灵敏度问题的分析。

从以上分析过程可以看出,本文方法直接在时域进行,空间与时间步长对算法的稳定性无影响,仅仅只对算法的精度有一定影响,步长越小,计算精度越高。同时,本文方法也不需要耦合传输线进行解耦以及大量复杂的频域与时域转换,并且可以分析均

匀、非均匀有损耦合传输线及任意性质的负载,通用性强,是传输线瞬态响应灵敏度分析的一种新方法。

2 算例

算例摘自文献[8],电路如图1所示,非线性负载的伏安特性为 $i=10(e^{40u_n}-1)$ nA,传输线参数为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R_{33} \end{bmatrix} \Omega/\text{m}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_\lambda(x) & L_\mu(x) & 0 \\ L_\mu(x) & L_\lambda(x) & L_\mu(x) \\ 0 & L_\mu(x) & L_\lambda(x) \end{bmatrix} \text{nH/m}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_\lambda(x) & C_\mu(x) & 0 \\ C_\mu(x) & C_\lambda(x) & C_\mu(x) \\ 0 & C_\mu(x) & C_\lambda(x) \end{bmatrix} \text{pF/m}$$

$$\mathbf{G} = 0 \text{ S/m}$$

$$R_{11} = R_{22} = R_{33} = 1.2 \Omega/\text{m}$$

$$L_\lambda(x) = \frac{387}{1+K_1(x)}$$

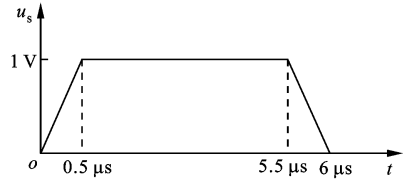
$$L_\mu(x) = K_1(x)L_\lambda(x)$$

$$K_1(x) = 0.1 \left[1 + 0.6 \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \right]$$

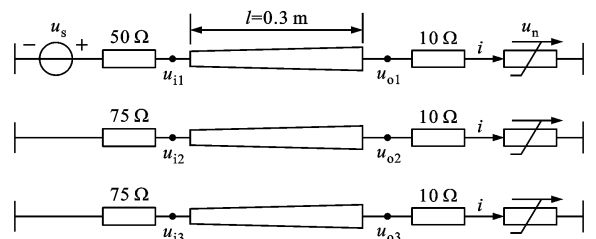
$$C_\lambda(x) = \frac{104.13}{1-K_2(x)}$$

$$C_\mu(x) = -K_2(x)C_\lambda(x)$$

$$K_2(x) = 0.15 \left[1 + 0.6 \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \right]$$



(a)激励源波形



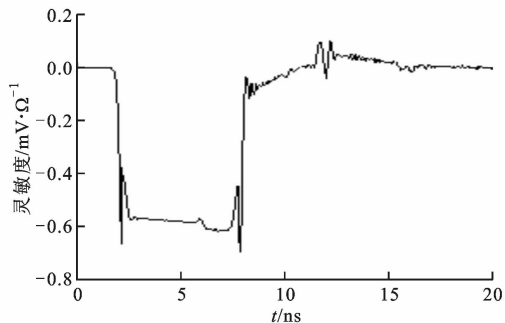
(b)非均匀耦合传输线系统

图1 算例电路图

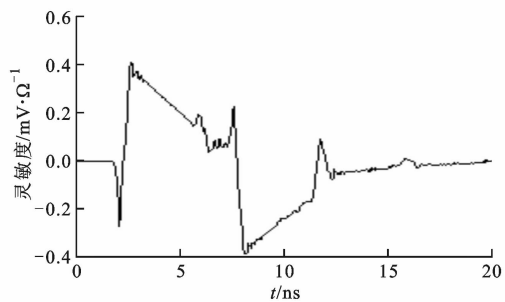
取 $M=50$, $\Delta t=10$ ps, 限于篇幅,图2、图3分别示出了本文方法与文献[8]方法的部分分析计算结

果. 由图可见, 2 种方法的计算结果, 包括灵敏度波形的幅值、延迟时间、波形等基本吻合. 本文方法计算结果的波形图上有一些毛刺, 这是由于传输线的等分数 M 较小、时间步长 Δt 较大而引起的, 但为了结果的真实性, 本文并没有对数据进行拟合处理.

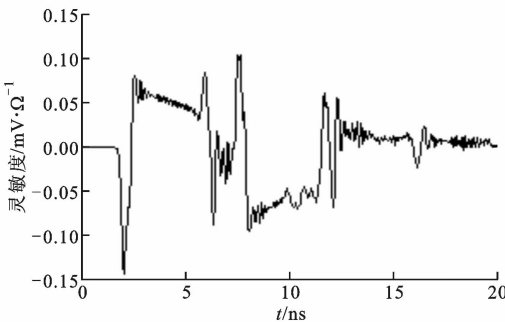
文献[8]基于快速傅里叶变换法, 首先将非均匀传输线分段均匀化, 然后将非均匀传输矩阵表示为无穷级数, 再对具有非线性负载的耦合传输线系统进行戴维宁等效, 最后经过大量的卷积积分及频域变换, 求出了传输线瞬态响应灵敏度. 当传输线分段数



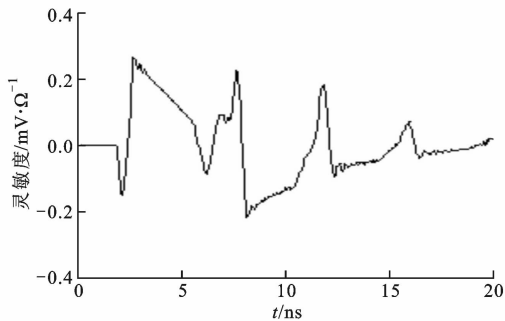
(a) u_{o1} 对 R_{11} 的灵敏度



(b) u_{o2} 对 R_{11} 的灵敏度

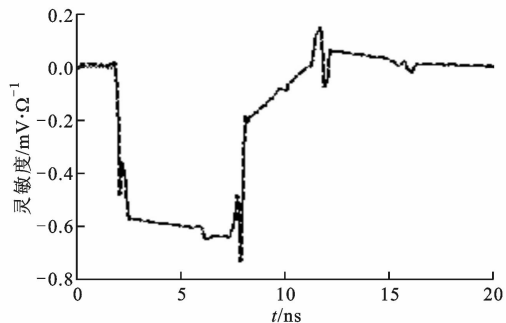


(c) u_{o3} 对 R_{11} 的灵敏度

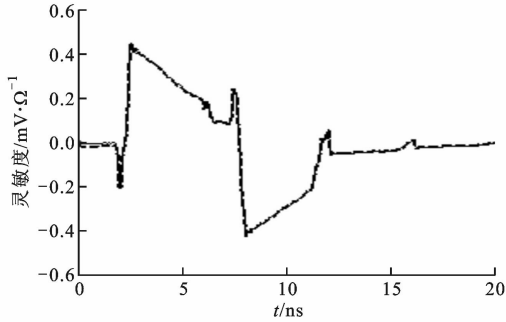


(d) u_{o2} 对 R_{22} 的灵敏度

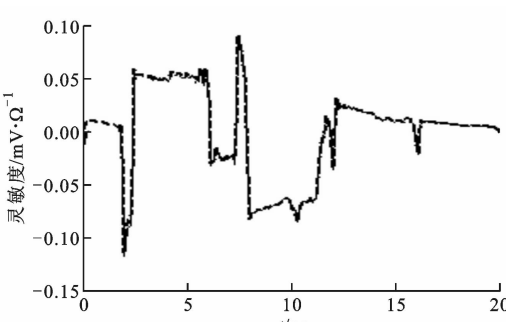
图2 本文方法的计算结果



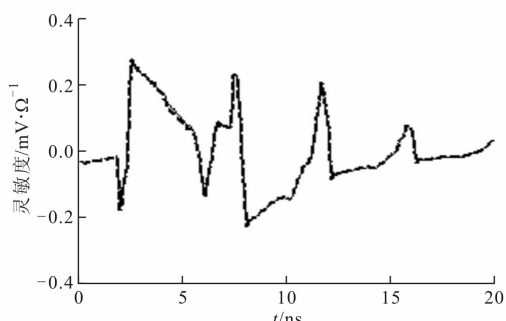
(a) u_{o1} 对 R_{11} 的灵敏度



(b) u_{o2} 对 R_{11} 的灵敏度



(c) u_{o3} 对 R_{11} 的灵敏度



(d) u_{o2} 对 R_{22} 的灵敏度

图3 文献[8]的计算结果

为64时,文献[8]方法运行时间为86.815 s.本文方法不需要对非均匀传输线进行分段均匀化处理以及大量复杂的计算,直接求解式(6)即可获得传输线瞬态响应灵敏度,在传输线等分数为70的情况下,运行时间不超过15 s,计算效率高.

3 结 论

基于精细积分法的非均匀耦合传输线瞬态响应灵敏度分析方法是一种半解析的时域分析方法,能够分析任意类型的传输线及任意性质的负载,具有计算方法简单、算法稳定等特点,是一种简单有效的、通用性较强的传输线瞬态响应灵敏度分析新方法.

参考文献:

- [1] LUM S, NAKHLA M, ZHANG Q J. Sensitivity analysis of lossy coupled transmission lines with non-linear terminations [J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 1994, 42(4):607-615.
- [2] 毛军发. 高速集成电路中多导体传输线时域响应分析[D]. 上海:上海交通大学,1992.
- [3] 梁贵书,王勇,董华英. 含无损指数传输线网络的频域灵敏度分析[J]. 华北电力大学学报,2006,33(1):7-9.
LIANG Guishu, WANG Yong, DONG Huaying. Research on frequency-domain sensitivity of lossless exponential transmission line network [J]. Journal of North China Electric Power University, 2006, 33(1):7-9.
- [4] 吉长祜,董华英,梁贵书. 确定非均匀传输线网络时域灵敏度的伴随网络法[J]. 电网技术,2007,31(21):41-45.
JI Changhu, DONG Huaying, LIANG Guishu. Adjoint network method of time-domain sensitivity of the networks containing nonuniform transmission lines[J]. Power System Technology, 2007,31(21):41-45.
- [5] 赵进全,马西奎,邱关源. 电报方程求解中的精细积分法[J]. 计算力学学报,1998,15(3):343-346.
ZHAO Jinquan, MA Xikui, QIU Guanyuan. Application of the precise integration method in the solution of telegraph equations [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 1998,15(3):343-346.
- [6] 赵进全,马西奎,邱关源. 有损传输线时域响应分析的精细积分法[J]. 微电子学,1997,27(3):181-185.
ZHAO Jinquan, MA Xikui, QIU Guanyuan. A precise time-integration for analysis of time-domain response to lossy transmission lines [J]. Microelectronics,

1997,27(3):181-185.

- [7] 赵进全,马西奎,邱关源. 非均匀传输线时域响应的精细计算[J]. 西安交通大学学报,1998,32(8):5-7.
ZHAO Jinquan, MA Xikui, QIU Guanyuan. Time-domain response of nonuniform transmission lines based on precise computation [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1998,32(8):5-7.
- [8] 郭兴昕,赵进全,白辽江,等. 非均匀耦合传输线瞬态响应灵敏度的分析方法[J]. 西安交通大学学报,2009,43(8):72-75.
GUO Xingxin, ZHAO Jinquan, BAI Liaojiang, et al. Sensitivity analysis of the transient response of nonuniform coupled transmission lines [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(8):72-75.

[本刊相关文献链接]

- 孟国栋,成永红,酉小广,等. 脉冲方波作用下印制电路板互连系统的击穿特性. 2012,46(4):58-63.
- 马晓龙,陈贵灿. 固定位宽乘法器的量化误差补偿方法及电路实现. 2011,45(12):75-81.
- 韩海涛,曹建福,马红光,等. 非线性输出频域响应函数的自适应辨识算法及应用. 2011,45(10):77-81.
- 张稳稳,吴朝新,朱仁龙,等. 有机电致发光器件稳定性测试系统的设计与实现. 2011,45(2):64-67.
- 叶鸣,贺永宁,王新波,等. 金属波导连接的无源互调非线性物理机制和计算方法. 2011,45(2):82-86.
- 褚建峰,王曙鸿,邱捷,等. 新型桥式高温超导故障限流器的设计. 2010,44(10):99-104.
- 张英娇,罗先觉,牛涛,等. 基于约束总体最小二乘算法的接地网故障诊断新模型. 2010,44(10):110-115.
- 刘晔,张璐,杨新伟,等. 采用硬件神经电路的压力传感器零点温漂补偿研究. 2010,44(8):10-14.
- 郭兴昕,赵进全,白辽江,等. 非均匀耦合传输线瞬态响应灵敏度的分析方法. 2009,43(8):72-75.
- 王润新,刘进军,侯丹. 用于实现互联系统仿真的电源模块大信号模型. 2009,43(6):76-81.
- 门秀花,李舜酩,占日新. 用于多导体传输参数提取的等效电流密度法. 2008,42(12):1521-1525.
- 吴子景,吴晓京,SHEN Weidian,等. 集成电路钝化层薄膜的纳米力学性质研究. 2008,42(11):1345-1349.
- 畅云峰,张金权,邢子文. 直线电机参数对活塞位移传感器输出的影响. 2008,42(11):1382-1385.
- 胡晓菁,宋政湘,王建华,等. 运用电路蕴涵及拓扑信息提高数字电路故障压缩效率. 2008,42(8):958-962.
- 刘晔,陈江波,束秀梅,等. 光源调制全光纤电流互感器的研究. 2008,42(4):436-439.

(编辑 杜秀杰)