

正交三维扫描测头标定的多区域变参数法研究

万鹏, 郭俊杰, 李海涛, 王金栋
(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对正交三维扫描测头的3个探测方向间存在着相互干涉,即耦合的问题,提出了一种基于多区域变参数系数矩阵的正交三维扫描测头标定方法. 运用 3×3 系数矩阵对测头进行标定,该方法依据测头变形量的正负将标准球划分为4个基本区域,通过控制测头接触标准球上不同区域中的若干探测点,在每个探测点上向标准球球心方向连续步进测量,利用两者变化量之间的关系建立标定方程,运用最小二乘法确定出4个标定矩阵,实现了正交三维扫描测头的高精度标定. 采用2种方法对标定结果进行了实验验证,实验结果表明,多区域变参数系数矩阵的标定方法是可行的,具有标定快速、准确的优势,为正交三维扫描测头的高精度测量奠定了坚实的基础.

关键词: 正交三维扫描测头;耦合;最小二乘法;多区域变参数系数矩阵

中图分类号: TH161.21 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)07-0057-06

Study on Multiregion Variable Parameters Method for 3D Orthogonal Scanning Probe Calibration

WAN Peng, GUO Junjie, LI Haitao, WANG Jindong
(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To solve coupling of 3D orthogonal scanning probe among three detecting directions, a calibration method based on multiregion and variable parameters coefficient matrix is presented. The 3×3 calibration matrix is used in calibration process, and the standard ball is divided into four basic areas according to the probe deformations. Let the probe contact several points planned on different areas of the standard ball and approach continuously to every point, and a number of data of the probe and linear grating are collected to establish a calibration equation, then four calibration matrices are so obtained with the least square method, and high-precise calibration for 3D orthogonal scanning probe can be finally achieved. The calibration results are experimentally verified with other two methods, which shows the higher calibration rate and precision. This study may offer a foundation for the high-precise measurement of 3D orthogonal scanning probe.

Keywords: 3D orthogonal scanning probe; coupling; least square method; multiregion variable parameters coefficient matrix

快速、准确的检测出齿轮齿面的误差,一直是国内外齿轮测量行业不懈追求的目标^[1]. 传统的一维、二维测头由于仅能测量1、2个方向的变形情况,因此无法完全反映出齿面在三维空间上的变化,一般仅用于测量圆柱、直尺锥齿轮等比较简单的齿轮,而

无法对螺旋锥齿轮等复杂齿面进行精确测量. 正交三维扫描测头由于符合空间测量的维度要求,以及具有快速扫描测量的优势,所以被国内外测量行业广泛采用^[2]. 在理想条件下,三维扫描测头的3个探测方向应严格垂直,但由于加工、安装误差及外界环

境的影响会造成各方向间存在耦合现象,即各方向间不能保证严格的垂直关系,因此给后期测量带来了很大的系统误差.为了避免扫描测头本身各测量方向间的耦合影响,一般在使用前需对测头进行精度标定.目前,受英国 Renishaw 等测头生产公司的技术保密和封锁,国外鲜有该方面的文献资料,而国内也尚无一种简单有效地方法来实现快速、准确的标定.

本文针对上述问题,采用齿轮测量中心,运用一种多区域变参数来确定系数矩阵的方法,对三维扫描测头实现了标定,并最终通过实验验证了该方法的可行性.

1 多区域变参数系数矩阵的标定原理

三维扫描测头在 x_p, y_p, z_p 方向间存在的耦合、干涉现象,会造成测得的微位移矢量的 3 个变量间互相干扰.设测头只沿 x_p 方向发生变形,在 x_p 方向测得的测头位移变化量为 ΔX_p ,在不发生干涉的情况下,测头在 y_p, z_p 方向的变化量应为 0,但现实中 y_p, z_p 的变化量并不为 0.为了对此现象进行一种定量化描述,本文建立了测头标定矩阵

$$\begin{bmatrix} \Delta X_r \\ \Delta Y_r \\ \Delta Z_r \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \Delta X_p \\ \Delta Y_p \\ \Delta Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_p \\ \Delta Y_p \\ \Delta Z_p \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $\Delta X_p, \Delta Y_p, \Delta Z_p$ 分别为测头沿 x_p, y_p, z_p 方向的位移变化量; $\Delta X_r, \Delta Y_r, \Delta Z_r$ 分别为与此 3 个方向相一致的标定基准(激光干涉仪或长光栅)位移变化量; $\mathbf{A}$ 为待求的 3×3 标定矩阵; $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{32}, \alpha_{33}$ 为 $\mathbf{A}$ 中的各项系数.在理想条件下, $\mathbf{A}$ 为单位矩阵,即测头 3 个方向的变化量同标定基准值的变化量相对应.由于耦合现象的存在,所以 $\mathbf{A}$ 并不是单位矩阵.本文的标定目标是要确定出 $\mathbf{A}$ 中的 9 个系数值,实现方法为:令测头分别触测标准球的 M 个点,在每一点上连续向球心方向步进 N 次,使测头变形量逐渐增大,每一次步进时采集一组测头和光栅数据,共采集到 $M \times N$ 个测头变形数据和长光栅(作为标定基准值)的位移变化量,分别带入式(1)中,运用最小二乘法求出 $\mathbf{A}$ 中的 9 个系数值.

在选定基准值方面,需要同时搭建 3 个方向的基准仪器,从节省成本的角度考虑,选用长光栅尺作为标定基准元件.实验采用的是三层平行片簧结构的测头系统,设测头接触某一点时, $\Delta X_p > 0, \Delta Y_p > 0, \Delta Z_p > 0$,此时的 3 层片簧在一定方向上发生变形,如果变形方向发生改变,片簧本身机械结构各向

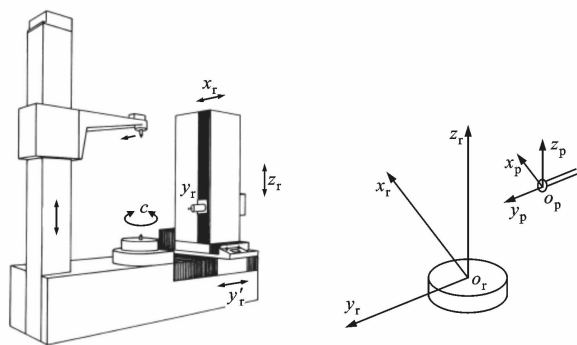
异性的影响会造成耦合关系发生变化^[3],即系数标定矩阵发生改变.针对此问题,依据测头变形量将触测区域划分为 4 个,分别令测头触测 4 个区域中的若干点,求取出 4 个基本标定矩阵,最终实现三维扫描测头的精确标定.

2 多区域变参数系数矩阵的标定算法

建立的测量机和测头的坐标系如图 1 所示.为了避免在标定过程中的坐标转换,测头坐标系与测量机坐标系各方向间需保持严格平行且方向相同,测量机的坐标原点定为转台中心的上表面,测球坐标系的坐标原点定为测球球心.此时,测头在 y_p 方向只能发生负方向变形,因此在标定中只需考虑 $\Delta Y_p < 0$ 的情况.为了能够尽量在测头的量程范围内实现标定,此时的初始变形量应保证足够小,步进到最终时的测头变形量应尽量达到满量程^[4].因此,可得出测头的变化量为

$$\begin{bmatrix} \Delta X_p^{ij} \\ \Delta Y_p^{ij} \\ \Delta Z_p^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_p^{ij} \\ Y_p^{ij} \\ Z_p^{ij} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_p^{0j} \\ Y_p^{0j} \\ Z_p^{0j} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $(X_p^{ij}, Y_p^{ij}, Z_p^{ij})^T$ 为测头触测标准球的某一点 j 、步进第 i 步时的测头位移变形矩阵; $(X_p^{0j}, Y_p^{0j}, Z_p^{0j})^T$ 为初始触测此点时的位移变形矩阵.



(a) 测量机坐标 (b) 测头坐标
 x_r, y_r, z_r : 测量机沿直线轴的运动方向; c : 转台运动方向;
 y'_r : 测量机沿 y_r 轴辅助运动方向

图 1 测量机及测头坐标系图

同理可以得出作为标定基准值长光栅的变化量为

$$\begin{bmatrix} \Delta X_r^{ij} \\ \Delta Y_r^{ij} \\ \Delta Z_r^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_r^{ij} \\ Y_r^{ij} \\ Z_r^{ij} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_r^{0j} \\ Y_r^{0j} \\ Z_r^{0j} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $(X_r^{ij}, Y_r^{ij}, Z_r^{ij})^T$ 和 $(X_r^{0j}, Y_r^{0j}, Z_r^{0j})^T$ 分别为测头触测标准球第 j 点、步进第 i 步以及初始触测时相对应的长光栅位移矢量.从图 1 可以看出,在实际标

定中,测头的变化量同长光栅的变化量符号相反,则由标定方程可得

$$Q(\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{32}, \alpha_{33}) = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_p^{ij} \\ \Delta Y_p^{ij} \\ \Delta Z_p^{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X_r^{ij} \\ \Delta Y_r^{ij} \\ \Delta Z_r^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

由式(4)得到最小二乘标定方程

$$\left. \begin{aligned} F &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (\alpha_{11} \Delta X_p^{ij} + \alpha_{12} \Delta Y_p^{ij} + \alpha_{13} \Delta Z_p^{ij} + \Delta X_r^{ij})^2 \\ G &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (\alpha_{21} \Delta X_p^{ij} + \alpha_{22} \Delta Y_p^{ij} + \alpha_{23} \Delta Z_p^{ij} + \Delta Y_r^{ij})^2 \\ H &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (\alpha_{31} \Delta X_p^{ij} + \alpha_{32} \Delta Y_p^{ij} + \alpha_{33} \Delta Z_p^{ij} + \Delta Z_r^{ij})^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: F, G, H 分别为测头沿 x_p, y_p, z_p 方向变形时的最小二乘方程. 在求解最小二乘方程时,主要采用 Gauss-Newton 法、信赖域法和广义逆法等,但无论采用哪种方法都需要设置初值进行迭代,为了避免选择初值,采用拉格朗日终值方法求取出解析解.

如果 F, G, H 为最小,则必有下列式成立^[5]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \alpha_{11}} &= 0; & \frac{\partial F}{\partial \alpha_{12}} &= 0; & \frac{\partial F}{\partial \alpha_{13}} &= 0 \\ \frac{\partial G}{\partial \alpha_{21}} &= 0; & \frac{\partial G}{\partial \alpha_{22}} &= 0; & \frac{\partial G}{\partial \alpha_{23}} &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial \alpha_{31}} &= 0; & \frac{\partial H}{\partial \alpha_{32}} &= 0; & \frac{\partial H}{\partial \alpha_{33}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

同时应保证式(6)中的二阶偏导数恒正,即

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_{11}^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{2ij} > 0 \\ \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_{12}^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{2ij} > 0 \\ \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_{13}^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Z_p^{2ij} > 0 \\ \frac{\partial^2 G}{\partial \alpha_{21}^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{2ij} > 0 \\ \frac{\partial^2 G}{\partial \alpha_{22}^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{2ij} > 0 \\ \frac{\partial^2 G}{\partial \alpha_{23}^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Z_p^{2ij} > 0 \\ \frac{\partial^2 H}{\partial \alpha_{31}^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{2ij} > 0 \\ \frac{\partial^2 H}{\partial \alpha_{32}^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{2ij} > 0 \\ \frac{\partial^2 H}{\partial \alpha_{33}^2} &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Z_p^{2ij} > 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

整理式(6)可得三组正规方程组

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{2ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Y_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Y_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{2ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Z_p^{2ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \\ \alpha_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_r^{ij} \Delta X_p^{ij} \\ - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_r^{ij} \Delta Y_p^{ij} \\ - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_r^{ij} \Delta Z_p^{ij} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{2ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Y_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Y_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{2ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Z_p^{2ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{21} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_r^{ij} \Delta X_p^{ij} \\ - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_r^{ij} \Delta Y_p^{ij} \\ - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_r^{ij} \Delta Z_p^{ij} \end{bmatrix} \quad (9)$$

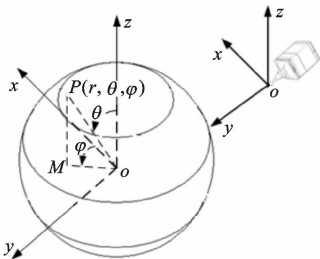
$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{2ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Y_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Y_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{2ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta X_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Y_p^{ij} \Delta Z_p^{ij} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Z_p^{2ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{31} \\ \alpha_{32} \\ \alpha_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Z_r^{ij} \Delta X_p^{ij} \\ - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Z_r^{ij} \Delta Y_p^{ij} \\ - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Delta Z_r^{ij} \Delta Z_p^{ij} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中 $\Delta X_p^{ij}, \Delta Y_p^{ij}, \Delta Z_p^{ij}, \Delta X_r^{ij}, \Delta Y_r^{ij}, \Delta Z_r^{ij}$ 由式(2)、式(3)获得. 当式(8)~式(10)中的系数行列式的值不为 0 时,此方程组有唯一确定的解,据此可以最终求出标定矩阵中的 9 个系数值,实现测头的标定.

3 标定矩阵的实验确定

先建立标准球的球坐标系 $O_b(r_b, \theta, \varphi)$,此坐

标系统的原点为标准球球心,各坐标轴方向同测头坐标系各方向相一致,如图2所示. 选用标准球的半径 $R=7\text{ mm}\pm 1\text{ }\mu\text{m}$,测球半径 $r=1\text{ mm}$,并将标准球放置在圆柱斜齿轮上. 由于测头在 y_b 方向只能发生负方向变形,因此标定的整体区域选定为 $180^\circ\leq\varphi\leq 360^\circ$. 将整体区域依据测头变形的正负量进行细分,可以得到如下4个区域:① $0^\circ\leq\theta\leq 90^\circ, 180^\circ\leq\varphi\leq 270^\circ$;② $90^\circ\leq\theta\leq 180^\circ, 180^\circ\leq\varphi\leq 270^\circ$;③ $0^\circ\leq\theta\leq 90^\circ, 270^\circ\leq\varphi\leq 360^\circ$;④ $90^\circ\leq\theta\leq 180^\circ, 270^\circ\leq\varphi\leq 360^\circ$. 在这4个区域上规划出的触测点坐标分别为:① $(R, 30^\circ, 210^\circ), (R, 30^\circ, 240^\circ), (R, 60^\circ, 210^\circ), (R, 60^\circ, 240^\circ)$;② $(R, 120^\circ, 210^\circ), (R, 120^\circ, 240^\circ), (R, 150^\circ, 210^\circ), (R, 150^\circ, 240^\circ)$;③ $(R, 30^\circ, 300^\circ), (R, 30^\circ, 330^\circ), (R, 60^\circ, 300^\circ), (R, 60^\circ, 330^\circ)$;④ $(R, 120^\circ, 300^\circ), (R, 120^\circ, 330^\circ), (R, 150^\circ, 300^\circ), (R, 150^\circ, 330^\circ)$. 每个区域共规划出4个触测点,在控制测头沿标准球上规划的测量点进行触测的过程中,必须保证测头和标准球的接触点始终保持不变,否则会产生相对滑动,造成较大的标定误差. 因此,在标定时,要求测头的运动一直在测球和标准球的球心连线上.



$P(r, \theta, \varphi)$:球面坐标上的任意点; M : P 在平面 xoy 上的投影点; θ : OP 与 z 轴的夹角; φ : OM 与 x 轴的夹角

图2 球坐标系图

为了保证测头的触测点不变,需先确定出标准球在测量机坐标系下的球心坐标. 本文通过测头在标准球上触测若干点,运用最小二乘法求取出该球心坐标值,列出的正规方程组如下

$$\begin{bmatrix} 2\sum_{i=1}^N X_i^2 & 2\sum_{i=1}^N X_i Y_i & 2\sum_{i=1}^N X_i Z_i & -\sum_{i=1}^N X_i \\ 2\sum_{i=1}^N X_i Y_i & 2\sum_{i=1}^N Y_i^2 & 2\sum_{i=1}^N Y_i Z_i & -\sum_{i=1}^N Y_i \\ 2\sum_{i=1}^N X_i Z_i & 2\sum_{i=1}^N Y_i Z_i & 2\sum_{i=1}^N Z_i^2 & -\sum_{i=1}^N Z_i \\ -\sum_{i=1}^N P_{xi} & -\sum_{i=1}^N P_{yi} & -\sum_{i=1}^N P_{zi} & \frac{N}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N X_i (X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2) \\ \sum_{i=1}^N Y_i (X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2) \\ \sum_{i=1}^N Z_i (X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2) \\ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (P_{xi}^2 + P_{yi}^2 + P_{zi}^2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: X_i, Y_i, Z_i 表示测头在标准球上第 i 个触测点的坐标值; $(a, b, c, r)^T$ 为标准球球心坐标. 设在标准球上规划出的触测点坐标为 $(R, \theta_i, \varphi_i)^T$,通过空间直线方程即可确定出测头的运动路径.

测头沿规划的路径触测标准球,并在每一点上连续向球心方向步进10次,为了防止在触测过程中因测头振动造成测量值的不稳定,实验中采用了在每一次步进时,连续读取10次测头数据后取平均值的方法. 抽取区域1中第1个测点的测头步进数和光栅数据如表1、表2.

表1 步进触测标准球测头读数 mm

步进数	$ \Delta X_p $	$ \Delta Y_p $	$ \Delta Z_p $
2	-0.053 16	-0.039 34	0.099 803
4	-0.186 46	-0.120 72	0.036 94
6	-0.318 20	-0.199 76	0.581 38
8	-0.453 40	-0.240 50	0.702 58

表2 步进触测标准球长光栅尺读数 mm

步进数	$ \Delta X_p $	$ \Delta Y_p $	$ \Delta Z_p $
2	-6.149 000	-3.550 203	12.297 719
4	-6.019 125	-3.474 656	12.037 891
6	-5.889 297	-3.400 406	11.778 156
8	-5.759 469	-3.325 000	11.518 375

将最终采集到的测头和光栅尺读数带入式(2)、式(3)、式(8)、式(9)和式(10)中,计算得到4个区域的标定矩阵分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} 0.994\ 56 & 0.013\ 24 & -0.002\ 32 \\ 0.061\ 21 & 1.012\ 32 & 0.023\ 98 \\ 0.123\ 78 & -0.012\ 38 & 1.003\ 22 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} 1.002\ 43 & 0.002\ 68 & -0.014\ 35 \\ 0.032\ 44 & 1.015\ 76 & 0.148\ 79 \\ 0.095\ 77 & 0.053\ 85 & 0.986\ 56 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} 0.982\ 65 & -0.021\ 27 & 0.049\ 56 \\ 0.067\ 45 & 0.993\ 43 & 0.034\ 56 \\ 0.114\ 45 & 0.145\ 65 & 1.003\ 45 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 1.021\ 48 & -0.092\ 34 & 0.106\ 75 \\ 0.045\ 30 & 1.031\ 67 & 0.023\ 47 \\ 0.116\ 56 & 0.089\ 67 & 1.123\ 29 \end{bmatrix}$$

利用下式最终计算出标定后的测头读数

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}'_p \\ \mathbf{Y}'_p \\ \mathbf{Z}'_p \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_p \\ \mathbf{Y}_p \\ \mathbf{Z}_p \end{bmatrix} \tag{12}$$

式中: $(\mathbf{X}_p, \mathbf{Y}_p, \mathbf{Z}_p)^T$ 为标定前的测头读数; $(\mathbf{X}'_p, \mathbf{Y}'_p, \mathbf{Z}'_p)^T$ 为标定后的测头读数. 为了使标定结果尽量准确, 应保证每一次测头的初始触测变形量小于 $20\ \mu\text{m}$.

4 实验验证及分析

本文分别采用 2 种实验方法对上述标定结果进行了验证, 与单区域定参数系数矩阵的标定结果进行了比较, 分析了标准球上规划的测点分布及最小二乘点数对标定精度的影响.

4.1 基准值比对法

该实验同上述标定方法相类似, 令测头触测标准球上任意一点并进行步进, 通过取多点求平均的方法测得每一步的测头数据和长光栅读数, 利用每一步测头变形量与对应长光栅变化量之间的差, 求取测头在 x_p, y_p, z_p 方向的变化量与对应长光栅变化量的残差值 $\delta_x, \delta_y, \delta_z$, 并以此为依据判断出标定前、后测头精度的变化. 设待验证的测点在第 2 区域, 标定前、后的部分残差值分别列于表 3、表 4 中.

表 3 标定前的残差值 μm

步进数	δ_x	δ_y	δ_z
2	1.089	2.947	3.252
4	3.033	7.543	8.769
6	4.294	8.790	10.498
8	5.940	10.320	12.921
10	4.740	12.703	16.990

表 4 标定后的残差值 μm

步进数	δ_x	δ_y	δ_z
2	0.090	0.683 2	0.801 2
4	0.249	1.075 2	1.326 5
6	0.565	1.343 0	1.548 0
8	1.254	1.867 0	2.188 0
10	1.327	2.010 0	2.487 0

标定前、后 3 个方向的残差用 Matlab 画出, 从图 3 中可以明显看到, 标定后比标定前的残差大大减小, 最终的标定残差值控制在 $[0\ \mu\text{m} \sim 2.5\ \mu\text{m}]$ 以

内, 表明测量精度符合要求.

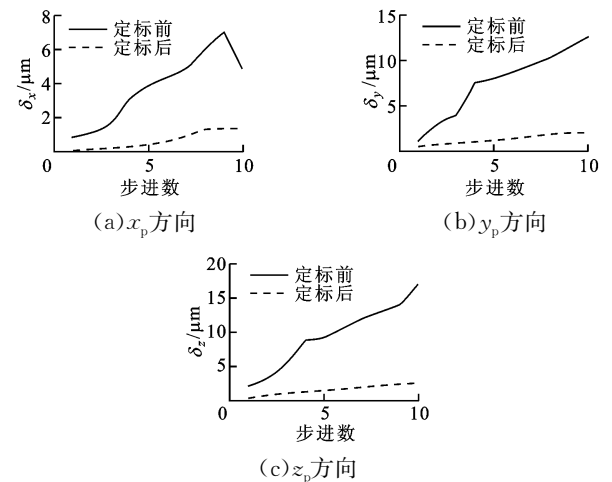


图 3 标定前、后的残差比较

4.2 拟合球心偏差法

采用拟合球心偏差的方法来控制测头触测标准球上的坐标点(每一点上无需步进), 利用采集到的测头和长光栅数据, 通过合成得到在此一系列点上的测头球心坐标, 即探测点坐标 (P_{xi}, P_{yi}, P_{zi}) . 探测点的选取原则参照 ISO10360 标准^[6]《坐标测量机性能评定规范》, 运用这些坐标点、通过最小二乘法拟合出标准球的球心坐标 (R_x, R_y, R_z) , 求取各探测点坐标到拟合球心坐标之间的距离偏差, 从而实现测头探测误差的评定. 设各探测点到拟合球心的坐标为 R_i , 其探测误差^[7] $\delta = R_{\text{imax}} - R_{\text{imin}}$. 实验选用球度误差为 $1\ \mu\text{m}$ 、半径为 $3.5\ \text{mm}$ 的标准球, 测头半径为 $1\ \text{mm}$. 抽取标定前、后部分探测点的坐标如表 5、表 6 所示. 利用标定后的探测点坐标, 运用最小二乘法拟合得到的球心坐标为 $(6.237\ 5, 16.384\ 3, 67.712\ 6)\ \text{mm}$, 标定前测头的探测误差为 $33.4\ \mu\text{m}$.

表 5 标定前的部分探测点坐标 mm

探测点	P_{xi}	P_{yi}	P_{zi}
1	6.081 2	16.378 8	72.184 9
2	1.766 4	16.150 1	67.556 4
3	3.946 3	13.840 7	64.842 6
4	7.945 8	14.951 5	63.854 5

表 6 标定后的部分探测点坐标 mm

探测点	P_{xi}	P_{yi}	P_{zi}
1	5.916 7	16.357 1	72.191 6
2	1.745 9	15.986 6	67.543 4
3	3.782 1	14.095 8	64.686 8
4	8.204 5	14.260 7	64.249 6

利用标定后的探测点坐标、运用最小二乘法拟合得到的球心坐标(6.230 0, 16.379 0, 67.700 6) mm 可得标定后测头的探测误差为 $4.98 \mu\text{m}$ 。通过比较可以看出, 标定后测头的探测误差得到了明显的改善。但是, 此标定需建立在各机械轴的几何精度较好的基础上, 否则会带来比较大的系统误差。

4.3 单区域定参数标定矩阵的比较分析

当上述实验中的所有测头及长光栅数据统一时, 即限定标定区域数为 1 时, 把所有数据统一带入式(8)~式(10), 可以得到定参数标定矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.978\ 76 & 0.028\ 63 & -0.143\ 45 \\ 0.102\ 76 & 1.002\ 37 & -0.104\ 95 \\ 0.002\ 33 & -0.114\ 89 & 0.982\ 30 \end{bmatrix}$$

通过基准值比对法得到触测标准球上的任意一点, 以及单区域定参数、多区域变参数在 x_p 、 y_p 、 z_p 方向的残差曲线如图 4 所示。通过拟合球心偏差法得到单区域定参数法的球心探测误差为 $10.2 \mu\text{m}$, 这 2 种方法均可得到多区域变参数法比单区域定参数的标定精度高, 这是由三维扫描测头本身机械结构的各向异性所造成的。

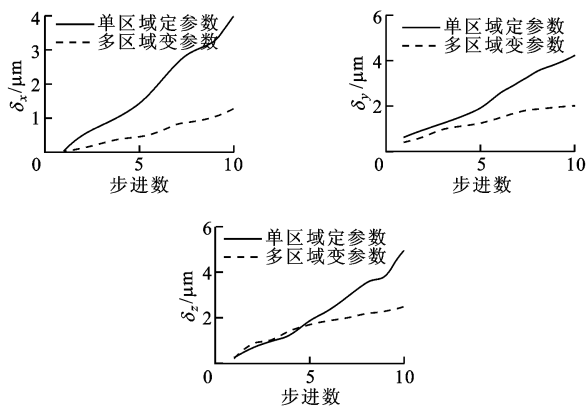


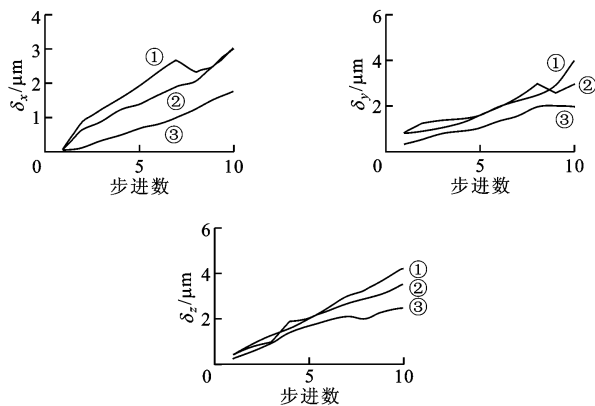
图 4 单区域定参数及多区域变参数的残差比较

4.4 触测点分布对标定精度的影响

本文分 3 种情况进行标定实验: ①各触测点分布于标准球坐标系的 y 轴附近; ②各触测点分布于标准球坐标系的 z 轴附近; ③各触测点均匀分布于标准球的 4 个标定区域中。通过计算各种情况的标定矩阵, 得到的 3 种探测点的残差曲线如图 5 所示。从图 5 中看到, 测点均匀分布于各区域时得到的标定矩阵精度最好, 此时测头各个方向的变形都比较大, 相互耦合的现象最为明显, 因此采用这些点进行标定可以得到更好的标定结果。

4.5 测量点数对标定精度的影响

采用规划触测点, 在每一点上将测头步进数分



①: 触测点分布于 y 轴附近; ②: 触测点分布于 z 轴附近;
③: 触测点均匀分布于标准球上

图 5 3 种探测点的残差比较

别改为 4、7、15, 即测点数分别为 $4 \times 4 = 16$, $4 \times 7 = 28$, $4 \times 15 = 60$ (其中 4 是每个区域规划的触测点数), 并适当增大每一步的步进距离, 以保证在每一种情况下测头最终都能步进到满量程。通过实验, 得到步进数为 4 与 7 时的标定矩阵中各个系数的最大变化量为 0.435 44, 而步进数分别为 7、10、15 时的各个系数的最大变化量只有 0.000 37。由式(1)可以得到测头在 3 个方向的误差为

$$\begin{bmatrix} \delta_{x_p} \\ \delta_{y_p} \\ \delta_{z_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [(\Delta\alpha_{11} \Delta X_p^{ij})^2 + (\Delta\alpha_{12} \Delta Y_p^{ij})^2 + (\Delta\alpha_{13} \Delta Z_p^{ij})^2]^{1/2} \\ [(\Delta\alpha_{21} \Delta X_p^{ij})^2 + (\Delta\alpha_{22} \Delta Y_p^{ij})^2 + (\Delta\alpha_{23} \Delta Z_p^{ij})^2]^{1/2} \\ [(\Delta\alpha_{31} \Delta X_p^{ij})^2 + (\Delta\alpha_{32} \Delta Y_p^{ij})^2 + (\Delta\alpha_{33} \Delta Z_p^{ij})^2]^{1/2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

当测头在 3 个方向的变形量最大为 $500 \mu\text{m}$ 时, 得到测头各方向的探测误差为

$$\delta_{x_p} < [3(0.000\ 1 \times 500)^2]^{1/2} = 0.086\ 6 \mu\text{m}$$

$$\delta_{y_p} < [3(0.000\ 1 \times 500)^2]^{1/2} = 0.086\ 6 \mu\text{m}$$

$$\delta_{z_p} < [3(0.000\ 1 \times 500)^2]^{1/2} = 0.086\ 6 \mu\text{m}$$

因此, 测头各方向的探测误差完全满足测量不确定度的要求, 可以得出测点数大于 30 可以满足标定矩阵的测量精度。

5 结 论

本文针对三维扫描测头由机械各向异性等原因引起的各个方向间相互耦合所造成的测量误差问题, 提出了一种多区域变参数标定矩阵的方法, 对测

头误差实现了准确标定. 完成的研究工作如下.

(1)建立了标定矩阵方程,运用最小二乘法给出了具体的标定算法.

(2)给出了 2 种验证测头探测误差的方法,并分别运用这 2 种方法对标定后的测头误差进行了实验验证.

(3)通过实验分析,比较了单区域定参数标定和多区域变参数标定的探测误差,以及触测点分布情况和测量点数目对标定精度的影响.

实验结果表明,多区域变参数确定系数矩阵的标定方法是可行的,该方法具有标定快速、准确的优势,因此为三维扫描测头的高精度测量奠定了坚实的基础.

参考文献:

[1] 张泰昌. 齿轮检测 500 问 [M]. 北京:中国标准出版社, 2007:145-146.

[2] FAYDOR L, LITVIN G G. Applied theory [M]. Bergen, New Jersey, USA; Prentice Hall, 1994: 765-800.

[3] WOZNIAK A, DOBOSZ M. Influence of measured objects parameters on CMM touch trigger probe accu-

racy of probing [J]. Precision Engineering, 2005, 3 (13):311-321.

[4] 谭静,任粉梅,温秀兰. 球度误差及其评定方法综述 [J]. 北京:计量与测试技术,2004(1):1-10.
TAN Jing, REN Fenmei WEN Xiulan. Sphericity error and its evaluation methods review [J]. Metrology and Measurement Technique, 2004(1):1-10.

[5] 张国雄. 三坐标测量机 [M]. 天津:天津大学出版社, 1999: 310-320.

[6] 王为农. 坐标测量机性能评价国际标准系列 [J]. 测量与设备,2003(11):26-28.
WANG Weinong. International standard series for the performance evaluation of coordinate measuring center [J]. Measurement Technique, 2003(11):26-28.

[7] 杨新刚,黄玉美,李艳,等. 三维测头探测误差的评定准则及高精度评定方法研究 [J]. 计量学报,2008,7 (29):207-210.
YANG Xingang, HUANG Yumei, LI Yan, et al. Study on assessing criteria and high-precision evaluating method of detection errors for 3D probe [J]. Acta Metrologica Sinica, 2008,7(29):207-210.

(编辑 管咏梅)