

轴承结合部动态参数识别与等效分析模型的研究

方兵, 张雷, 赵继, 曲兴田

(吉林大学机械科学与工程学院, 130022, 长春)

摘要: 针对轴承结合部有限元分析模型参数难以确定的问题, 提出了基于模态实验数据的建模方法, 分析了球轴承接触变形的特点, 利用拉格朗日力学分析原理建立了球轴承装配结构 3 自由度的动力学方程, 依据模态实验测得的固有频率和阻尼比, 采用最小二乘法解得单个钢球在接触法线方向上的刚度和阻尼, 进而计算得到了轴承结合部在径向、轴向以及转角等 3 个方向的刚度和阻尼. 采用弹簧阻尼单元模拟轴承结合部的结构动力学方程, 通过与由拉格朗日力学分析原理建立的动力学模型的对比, 来确定弹簧阻尼单元的数值, 并建立了轴承结合部有限元分析模型. 研究结果表明: 在对装配结构有限元进行分析计算时, 结构前 3 阶固有频率及振型与实验测得的振型一致, 对应固有频率的相对误差在 5% 以内.

关键词: 轴承; 结合部; 动态参数识别; 动力学建模

中图分类号: TH133 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)11-0069-06

Dynamic Parameter Identification and Modeling for Bearing Joint Interfaces

FANG Bing, ZHANG Lei, ZHAO Ji, QU Xingtian

(College of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

Abstract: Aiming at the key problem in determining the parameters of finite element analysis (FEA) model of bearing joint interfaces, a new scheme according to the experimental data of modal testing is proposed. A 3-DOF dynamic equation following Lagrange theory is reported for the analysis to ball bearing vibrations, the stiffness and damping along normal of single ball is obtained by least square method, then the stiffness and damping matrix of bearing joint interfaces are identified. A new 3-DOF dynamic equation by two pairs of springs instead of the ball bearings is established, where the of spring values are calculated by substituting the stiffness and damping matrix into new equation to gain the FEA model of structure containing ball bearing. The results show that the first three modes by the FEA model coincide well with the experiments, and the error of natural frequencies gets less than 5%.

Keywords: bearing; joint interfaces; dynamic parameter identification; dynamic modeling

在机床设计阶段, 预测整体结构的静、动态特性是当前研究的热点. 由于结合面(结合部)在机床结构中大量存在, 因此使结构或系统不再具有连续性, 从而导致了计算机床静、动态问题的复杂性. 研究表明, 机床总柔度的 40%~60% 是由结合面产生的,

而机床总阻尼的 90% 以上来源于结合面^[1]. 因此, 对结合面静、动、热态特性的研究是机床设计的关键问题. 目前, 在机床结构的静、动力学特性分析中, 一般采用黏弹性单元来等效固定结合面, 该方法简单实用, 已被众多学者和工程师所采用^[2-3].

收稿日期: 2012-05-07. 作者简介: 方兵 (1985—), 男, 博士生; 张雷 (通信作者), 男, 教授. 基金项目: 国家科技重大专项课题资助项目 (2009ZX0401-035).

网络出版时间: 2012-09-23

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20120923.1734.009.html>

轴承是机床结构回转系统中最常用的支撑部件,轴承对回转系统动力学特性有着重要影响,尤其是在精度要求较高的场合.目前,国内外对轴承静、动态特性分析与建模的研究诸多^[4-14],利用轴承滚动体的接触变形关系建立轴承静、动态分析模型,但对机械结构进行有限元分析时,则采用黏弹性单元来等效轴承.

目前的研究工作主要集中在滚动轴承刚度的理论计算,以及滚动轴承结合面分析模型的建立上,且分析模型中的参数一般来自经验公式或者理论计算,并没有将实验测试结果与等效分析模型有机地结合起来.本文提出了一种滚动轴承动态特性参数的识别方法,并结合实验结果建立了滚动轴承结合部的有限元分析模型.

1 轴承动态特性参数的识别原理

如图1所示,为了便于轴承的轴向定位,采用双列安装的方式,由内、外圈隔套的宽度差来调整轴承的预紧载荷,并将端盖通过螺栓与轴承座紧固连接.除轴承结合面以外,装配结构中还包括其他类型的结合面,如端盖与轴承座、隔套与轴承、轴承内圈以及外圈与轴承座之间的固定结合面,但由于刚度比轴承结合面高出1~2个数量级,因此在本文分析中将固定结合面视为刚性连接^[1].根据轴承结构轴对称的特点,将装配结构简化成3个自由度进行分析.

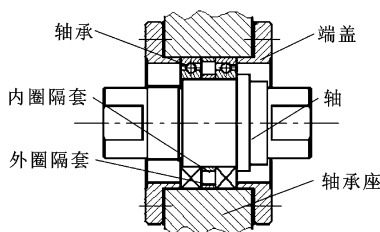


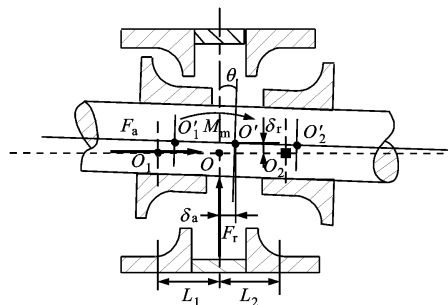
图1 双列面对面的轴承组件结构

假设外圈固定,球轴承在外加载荷的作用下,内圈将产生相对位移,如图2所示^[15].两列轴承的 O_1 、 O_2 距离 O 的长度分别为 L_1 、 L_2 ,因此由 θ 引起的两列轴承的内圈径向位移为

$$\left. \begin{aligned} \delta_{r1} &= L_1 \sin\theta \\ \delta_{r2} &= L_2 \sin\theta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

由 θ 引起的两列轴承内圈轴向位移 δ_{a1} 、 δ_{a2} 可以忽略不计^[4],因此得到

$$\left. \begin{aligned} \delta_{b1} &= \delta_a; \delta_{b2} = \delta_a \\ \theta_1 &= \theta; \theta_2 = \theta \\ \delta_{c1} &= \delta_r + \delta_{r1}; \delta_{c2} = \delta_r - \delta_{r2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$



F_a :轴向力; F_r :径向力; M_m :力矩载荷; δ_a :轴向位移; δ_r :径向位移; θ :转角; O 、 O_1 、 O_2 :变形前轴和两列轴承的中心点; O' 、 O'_1 、 O'_2 :变形后轴和两列轴承的中心点;
 L_1 : O 与 O_1 的距离; L_2 : O 与 O_2 的距离

图2 轴承在联合载荷作用下的位移

式中: δ_{b1} 为装配结构中第1列轴承的轴向位移; δ_{b2} 为第2列轴承的轴向位移; θ_1 为第1列轴承转角; θ_2 为第2列轴承转角; δ_{c1} 为第1列轴承的径向位移; δ_{c2} 为第2列轴承的径向位移.

根据滚动体在任意位置角 φ 处的变形特点(见图3),其径向变形量为

$$\delta_{di} = \delta_{ci} \cos\varphi, \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

式中: δ_{di} 为由 δ_{ci} 引起的位置角处钢球的径向变形量,其中 $i=1$ 表示第1列轴承, $i=2$ 表示第2列轴承.由于所有滚动体轴向变形分量相同,因此

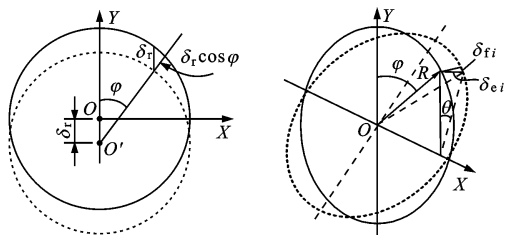
$$\delta_{ci} = \delta_a, \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

由 θ 产生的轴向变形量为

$$\delta_{fi} = R\theta_i \cos\varphi, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

式中: R 为轴承内圈沟道曲率中心圆的半径.

由 θ 引起的径向变形量 δ_{gi} 比 δ_{fi} 小得多,且 θ 很小^[15],因此取 $\delta_{gi}=0$.



(a)由 δ_r 引起的变形 (b)由 θ 引起的变形

图3 轴承弹性变形示意图

综上所述,在内外圈产生相对位移 δ_r 、 δ_a 和 θ 时,在任意位置角处,滚动体的轴向和径向变形量为

$$\left. \begin{aligned} \delta_{s1} &= \delta_a + R\theta \cos\varphi \\ \delta_{t1} &= (\delta_r + L_1\theta) \cos\varphi \\ \delta_{s2} &= \delta_a + R\theta \cos\varphi \\ \delta_{t2} &= (\delta_r - L_2\theta) \cos\varphi \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: δ_{s1} 为第 1 列轴承位置角处钢球的轴向总变形量; δ_{s2} 为第 2 列轴承位置角处钢球的轴向总变形量; δ_{t1} 为第 1 列轴承位置角处钢球的径向总变形量; δ_{t2} 为第 2 列轴承位置角处钢球的径向总变形量。

各钢球在接触法线上的总变形量为

$$\delta_{\varphi i} = \delta_{si} \sin \alpha_0 + \delta_{ti} \cos \alpha_0, \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

式中: α_0 为接触角。系统在轴向预紧力 F_{a0} 的作用下,若已知单个滚动体在接触法线方向上的刚度 k_n 和阻尼 c_n ,则系统的动能、势能和耗散函数分别为

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m \dot{\delta}_a^2 + \frac{1}{2} m \dot{\delta}_r^2 + \frac{1}{2} j \dot{\theta}^2 \\ U &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{\varphi=0}^{2\pi} k_n \delta_{\varphi i}^2 \\ \Phi &= \sum_{i=1}^2 \sum_{\varphi=0}^{2\pi} c_n \dot{\delta}_{\varphi i}^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: m 为轴的质量; j 为轴的转动惯量。

将系统的动力学方程写成拉格朗日方程的形式,即

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

$$\mathbf{q} = (\delta_a, \delta_r, \theta)^T$$

将式(7)、式(8)代入式(9)中,写成矩阵形式有

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & j \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = 2c_n \mathbf{S}; \quad \mathbf{K} = k_n \mathbf{S}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_a & 0 & 0 \\ 0 & s_b & s_c \\ 0 & s_c & s_d \end{bmatrix}$$

$$s_a = 2 \sum_{\varphi=0}^{2\pi} \sin^2 \alpha_0; \quad s_b = 2 \sum_{\varphi=0}^{2\pi} \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha_0$$

$$s_c = \sum_{\varphi=0}^{2\pi} \cos^2 \varphi \sin \alpha_0 (L_1 \cos \alpha_0 + R \sin \alpha_0) + \cos^2 \varphi \sin \alpha_0 (-L_2 \cos \alpha_0 + R \sin \alpha_0)$$

$$s_d = \sum_{\varphi=0}^{2\pi} \cos^2 \varphi (L_1 \cos \alpha_0 + R \sin \alpha_0)^2 + \cos^2 \varphi (-L_2 \cos \alpha_0 + R \sin \alpha_0)^2$$

式中: $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为轴承的阻尼、刚度矩阵; $\mathbf{M}$ 为结构质量矩阵; $\mathbf{S}$ 为刚度系数矩阵; $\mathbf{q}$ 为广义自由度向量; $\mathbf{F}$ 为广义向量; s_a 、 s_b 、 s_c 、 s_d 分别为轴承结合部的轴向、径向耦合及角刚度系数。当系统作自由振动^[10]时,令式(10)中的 $\mathbf{F} = 0$,得到轴向的固有频率和阻尼比为

$$\left. \begin{aligned} f_a &= \frac{1}{2\pi} (k_a (1 - \zeta_a^2) / m)^{1/2} \\ \zeta_a &= \frac{1}{2} c_a (m k_a)^{-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

轴承装配结构的径向振动为 2 自由度的振系统,取式(10)的一部分,并重写方程得到

$$\mathbf{M}' \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}' \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}' \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (12)$$

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} \delta_r \\ \theta \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{M}' = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}' = 2c_n \begin{bmatrix} s_b & s_c \\ s_c & s_d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}' = k_n \begin{bmatrix} s_b & s_c \\ s_c & s_d \end{bmatrix}$$

求解式(12)得到系统的二阶无阻尼固有频率及相应的振型

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{a+d}{2} \mp \left(\left(\frac{a-d}{2} \right)^2 + bc \right)^{1/2} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \left(1, \frac{\omega_1^2 - a}{b} \right)^T \\ \mathbf{u}_2 &= \left(1, \frac{\omega_2^2 - a}{b} \right)^T \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$a = k_n s_b / m; \quad b = k_n s_c / m; \quad c = k_n s_c / j; \quad d = k_n s_d / j$$

对式(12)进行对角化,有

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}_1 \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_1 \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{U} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{U}^T \mathbf{M}' \mathbf{U} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_1 = \mathbf{U}^T \mathbf{C}' \mathbf{U} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{U}^T \mathbf{K}' \mathbf{U} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}$$

式中: $\mathbf{U}$ 为模态矩阵,且 $\mathbf{U} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ 。

求解式(15),得到结构的阻尼固有角频率及阻尼系数

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{2\pi} (k_1 (1 - \zeta_1^2) / m_1)^{1/2} \\ \zeta_1 &= \frac{1}{2} c_1 (m_1 k_1)^{-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} f_2 &= \frac{1}{2\pi} (k_2 (1 - \zeta_2^2) / m_2)^{1/2} \\ \zeta_2 &= \frac{1}{2} c_2 (m_2 k_2)^{-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式(11)、式(16)、式(17)共有 6 个方程,含有 2 个未知数 c_n 、 k_n ,需利用最小二乘法求解 k_n 、 c_n ,并代入式(10)中,从而可得到轴承的阻尼矩阵和刚度矩阵。

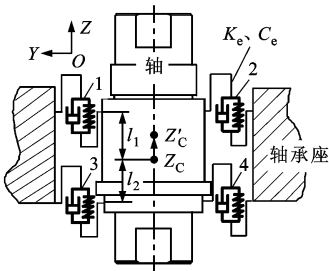
2 轴承结合部的等效分析模型

在机床整机静、动态性能的分析中,通常用黏弹性单元来等效代替轴承。根据轴承结构的轴向振动

与径向振动相互独立的特点,分别建立轴向、径向振动模型.如图 4 所示,在 l_1 、 l_2 处各建立一圈黏弹性单元,每圈周向均匀布置 4 个、共计 8 个单元.若实验测得的轴向刚度和阻尼分别为 K_a 和 C_a ,则等效刚度、阻尼为

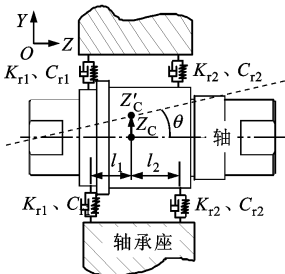
$$\left. \begin{aligned} K_e &= K_a/8 \\ C_e &= C_a/8 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

如图 5 所示,根据轴承结合部的径向振动特点,可用两圈弹簧阻尼单元等效轴承结合部,每圈对称布置 2 个相同的单元,两圈弹簧阻尼单元的刚度和阻尼值不同.弹簧阻尼单元的刚度和阻尼值与单元的位置有关.



Z_C 、 Z_C' :轴的质心; l_1 、 l_2 :两列弹簧到质心的距离;
1~4:黏弹性单元

图 4 轴承结合部轴向等效动力学模型



K_{r1} 、 C_{r1} : l_1 处的刚度和阻尼; K_{r2} 、 C_{r2} : l_2 处的刚度和阻尼

图 5 轴承结合部径向等效动力学模型

根据牛顿定律,可求得两自由度结构的振动模型,采用沿 Y 方向的平动自由度和绕 X 方向的转动自由度来描述装配结构的径向振动.由于每圈内单元的数值相同,因此为了表达方便,令 $K_{R1}=2K_{r1}$, $K_{R2}=2K_{r2}$, $C_{R1}=2C_{r1}$, $C_{R2}=2C_{r2}$,则有

$$\mathbf{M}_N \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_N \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_N \mathbf{q} = \mathbf{F}_N \quad (19)$$

$$\mathbf{M}_N = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_N = \begin{bmatrix} C_{R1} + C_{R2} & -C_{R1} l_1 + C_{R2} l_2 \\ -C_{R1} l_1 + C_{R2} l_2 & C_{R1} l_1^2 + C_{R2} l_2^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_N = \begin{bmatrix} K_{R1} + K_{R2} & -K_{R1} l_1 + K_{R2} l_2 \\ -K_{R1} l_1 + K_{R2} l_2 & K_{R1} l_1^2 + K_{R2} l_2^2 \end{bmatrix}$$

由式(10)得

$$\left. \begin{aligned} K_{R1} + K_{R2} &= k_n s_b \\ K_{R2} l_2 - K_{R1} l_1 &= k_n s_c \\ K_{R1} l_1^2 + K_{R2} l_2^2 &= k_n s_d \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{R1} + C_{R2} &= 2c_n s_b \\ C_{R2} l_2 - C_{R1} l_1 &= 2c_n s_c \\ C_{R1} l_1^2 + C_{R2} l_2^2 &= 2c_n s_d \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

在式(20)、式(21)中, c_n 、 k_n 可通过式(11)、式(16)和式(17)计算得到. s_b 、 s_c 和 s_d 是与轴承几何尺寸和预紧力有关的量,可通过式(10)计算得到.本文取 $l_1=10\text{ mm}$,便可求得 l_2 、 K_{r1} 、 K_{r2} 、 C_{r1} 和 C_{r2} .

3 实验研究与仿真分析

本文对 NSK 公司生产的 7020A5 型轴承装配体在不同预紧等级(见表 1)下进行了模态实验.

表 1 轴承模态实验的预紧力数值

轴承型号	轴承预紧力/N		
	轻	中	重
7020A5	830	1 960	3 920

实验采用北京东方振动与噪声测试研究所研制的模态分析系统,该系统由激振系统、测量系统和分析系统组成.采用 MSC-1 型力锤进行锤击实验,加速度信号则由 INV9824 型 ICP 加速度传感器获取.采用 INV3018G 动态信号分析系统,对模态实验的输入和输出信号进行采集,经过抗混滤波、采样和模数转换,最后经过 FFT 运算得到频率响应函数.

实验中采用海绵垫支撑待测结构,在轴承端盖处产生激振,在轴和端盖上拾取振动信号^[16],激振点及加速度信号拾取点的位置如图 6 所示,测得的频率响应函数曲线如图 7 所示.

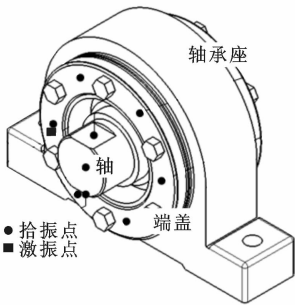


图 6 模态实验激振点与测点的布置

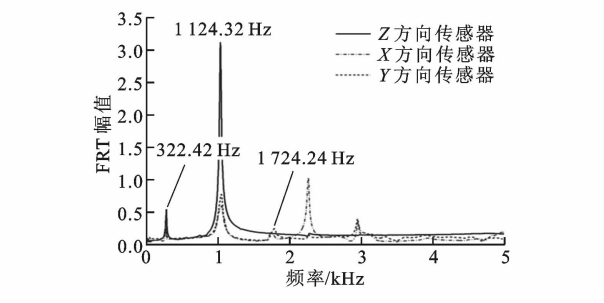


图 7 加速度频率响应函数(FRF)曲线

根据测得的固有频率及阻尼比,将计算得到的 k_n 、 c_n 代入式(15)、式(17)和式(18)中,可求得 l_2 、 K_e 、 C_e 、 K_{r1} 、 C_{r1} 、 K_{r2} 和 C_{r2} ,计算结果如表 2 所示. 结合本文的实验条件,采用 CATIA 软件建立了轴承座、轴和端盖的三维模型,为确保网格划分质量,在导入到 ansys13.0 软件分析前,去掉了模型中倒角等不必要的结构.

采用 ansys13.0 软件分析轴承装配结构时,轴和端盖的材料为 45 # 钢,轴承座的材料为 HT200,

表 2 弹簧阻尼单元的数值表

预紧等级	l_1/mm	l_2/mm	$K_e/\text{MN}\cdot\text{m}^{-1}$	$C_e/\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$K_{r1}/\text{MN}\cdot\text{m}^{-1}$	$C_{r1}/\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$K_{r2}/\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$	$C_{r2}/\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
轻	10	36.5	32.10	0.420 8	37.99	0.498 1	239.1	3.135
中	10	37.1	56.07	0.414 4	61.59	0.455 2	401.1	2.965
重	10	37.9	73.24	0.444 4	73.22	0.444 3	497.8	3.020

采用 10 节点的四面体单元(SOLID92)划分网格,生成了 22 054 个单元和 33 099 个节点.端盖与轴承座之间采用固结的方式连接,即在连接部位处共用节点.采用 COMBIN14 单元对轴承结合部进行等效,单元的位置如图 4、图 5 所示.由于实验条件中没有对装配结构施加约束,因此在仿真分析时,不添加额外的约束条件,即采用自由边界条件.

利用本文提出的轴承结合部等效分析模型,采用 ansys13.0 软件计算了轴承装配结构的前 3 阶振型及固有频率,并与同等实验条件下测得的振型进行了比较,结果见图 8.从图中可知,实验与仿真的第 1 阶振型绕 X 轴转动,第 2 阶振型沿着 Z 轴平动,第 3 阶振型沿着 Y 轴平动,即仿真分析结果与实验结果相一致.

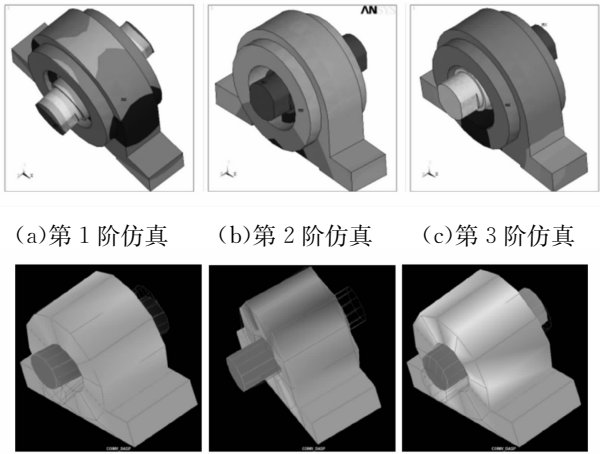


图 8 轴承仿真振型与实验振型的对比

本文计算了 3 种不同预紧力条件下的固有频率及振型,并与实验结果进行了对比,结果如表 3 所示.对比结果表明,采用本文提出的轴承结合部等效模型能够准确地模拟轴承结构的实际振动情况,对应振型的固有频率误差均在 5% 以内.固有频率误差产生的主要原因为:①结构中固定结合面的刚性化;②对结构的线性化处理;③在计算过程中,没有考虑高阶振动对低阶振动的影响.

表 3 轴承装配结构的固有频率及振型的对比

预紧等级	固有频率/Hz		误差/%	振型
	实验值	仿真值		
轻	227.51	238.33	4.54	第 1 阶
	737.67	742.00	1.91	第 2 阶
	1 204.50	1 212.50	0.66	第 3 阶
中	291.58	306.71	4.93	第 1 阶
	983.91	980.69	1.36	第 2 阶
	1 561.40	1 570.10	0.55	第 3 阶
重	322.42	319.81	0.82	第 1 阶
	1 124.32	1 145.95	1.89	第 2 阶
	1 743.60	1 724.24	1.12	第 3 阶

4 结 论

(1)基于拉格朗日力学的分析原理,本文建立了双列面对面安装的角接触球轴承的 3 自由度动力学方程,并在此基础上提出了轴承动态特性参数识别算法,该方法能够准确地计算轴承结构的振动参数.

(2)本文采用黏弹性单元,建立了轴承结合面有限元分析的等效动力学模型,并与轴承结构的固有频率和阻尼比的实测数据相结合,提出了等效模型参数的计算方法。仿真与实验结果的对比表明,等效分析模型能够准确地模拟结构的振动特性,相对误差在5%以内,因此可满足工程计算的需要。

参考文献:

- [1] 张学良. 机械结合面动态特性及应用 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2002: 1-9.
- [2] BOGRAD S, REUSS P, SCHMIDT A, et al. Modeling the dynamics of mechanical joints [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(8): 2801-2826.
- [3] 赵宏林, 丁庆新, 曾鸣, 等. 机床结合部特性的理论解析及应用 [J]. 机械工程学报, 2008, 44(12): 208-214. ZHAO Honglin, DING Qingxin, ZENG Ming, et al. Theoretic analysis on and application of behaviors of machine tool joints [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(12): 208-214.
- [4] HARRIS T A, KOTZALSA M N. Advanced concepts of bearing technology [M]. New York, USA: Taylor & Francis, 2006: 1-40.
- [5] LIM T C, SINGH R. Vibration transmission through rolling element bearings: Part I Bearing stiffness formulation [J]. Journal of Sound and Vibration, 1990, 139(2): 179-199.
- [6] LIM T C, SINGH R. Vibration transmission through rolling element bearings: Part IV Statistical energy analysis [J]. Journal of Sound and Vibration, 1992, 153(1): 37-50.
- [7] 谢涛, 刘品宽, 陈在礼. 转台轴系轴承刚度矩阵的理论推导与数值计算 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003, 35(3): 329-333. XIE Tao, LIU Pinkuan, CHEN Zaili. Theoretical analysis and numerical estimation of stiffness matrix of angular contact ball bearing in a spindle-bearing system [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2003, 35(3): 329-333.
- [8] 刘卫群, 罗继伟, 吴长春, 等. 滚动轴承刚度分析程序 [J]. 计算力学学报, 2001, 18(3): 375-378. LIU Weiqun, LUO Jiwei, WU Changchun, et al. Program for the stiffness analysis of rolling bearing [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001, 18(3): 375-378.
- [9] 刘显军, 洪军, 朱永生, 等. 多支承轴系轴承受力与刚度的有限元迭代计算方法 [J]. 西安交通大学学报, 2011, 44(11): 41-45. LIU Xianjun, HONG Jun, ZHU Yongsheng, et al. Iterative method to solve bearing's force and stiffness for a multi-support spindle system based on finite element analysis [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 44(11): 41-45.
- [10] ROYSTON T J, BASDOGAN I. Vibration transmission through self-aligning (spherical) rolling element bearings: theory and experiment [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 215(5): 997-1014.
- [11] ROOK T E, SINGH R. Structural intensity calculations for compliant plate-beam structures connected by bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 211(3): 365-387.
- [12] LYNAGH N, RAHNEJAT H, EBRAHIMI M, et al. Bearing induced vibration in precision high speed routing spindles [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000, 40(4): 561-577.
- [13] CHEN Y S, CHENG Y D, YANG T, et al. Accurate identification of the frequency response functions for the rotor bearing foundation system using the modified pseudo mode shape method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 329(6): 644-658.
- [14] PATEL V N, TANDON N, PANDEY R K. A dynamic model for vibration studies of deep groove ball bearings considering single and multiple defects in races [J]. Journal of Tribology, 2010, 132(4): 1-10.
- [15] 罗继伟, 罗天宇. 滚动轴承分析计算与应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2009: 205-207.
- [16] 海伦. 模态分析理论与实验 [M]. 白化同, 郭继忠, 译. 北京: 北京理工大学出版社, 2001: 143-180.

[本刊相关文献链接]

- 王福生, 包钢. 新型静压气体球轴承的超声速现象研究. 2011, 45(5): 59-63.
- 宋学宾, 刘恒, 易均, 等. 推力轴承对柔性转子系统的非线性动力影响. 2011, 45(9): 108-113.
- 王福生, 包钢. 新型静压气体球轴承的超声速现象研究. 2011, 45(5): 59-63.
- 马石磊, 马求山, 王琳, 等. 高速动静压轴承支承主轴系统动特性测试研究. 2011, 45(5): 52-58.
- 刘显军, 洪军, 朱永生, 等. 多支承轴系轴承受力与刚度的有限元迭代计算方法. 2010, 44(11): 41-45.
- 范淑琴, 赵升吨, 张琦. 直角法兰双辊夹持扩旋成形有限元模型的确定. 2010, 44(5): 66-70.
- 孙振辉, 齐乐华, 舒扬, 等. 有限元方法的小管径单壁碳纳米管杨氏模量预测. 2007, 41(9): 1066-1069.

(编辑 管咏梅)