

DOI: 10.7652/xjtuxb201304001

采用等效特征扩散长度计算微波击穿电场

翁明^{1,2}, 王瑞², 崔万照²

(1. 西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安; 2. 空间微波技术重点实验室, 710000, 西安)

摘要: 为解决气压较低时,由扩散控制的击穿模型计算出的微波击穿电场误差较大,甚至与实验趋势不符的问题,提出了用等效特征扩散长度计算击穿电场的方法。该方法将实际特征扩散长度与电子平均自由程结合起来,使电子碰撞概率较高,以满足击穿模型在低气压下的使用要求。分析等效特征扩散长度与击穿阈值的关系,得出了等效特征扩散长度的表达式,并依此计算了平板系统中空气的微波击穿电场。用该方法所得的计算结果与实验结果相符,当频率为 0.994 GHz、电极间隙为 1.98 cm、气压为 6.65 Pa 时,计算误差仅是采用实际特征扩散长度时误差的 11%。计算与实验结果都表明:随着气压的下降,击穿电场将升高并趋于一个固定值。

关键词: 特征扩散长度; 击穿; 微波; 电场

中图分类号: TN13 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)04-0001-05

Calculation of Microwave Breakdown Electric Field Using the Equivalent Characteristic Diffusion Length

WENG Ming^{1,2}, WANG Rui², CUI Wanzhao²

(1. The School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. Science and Technology on Space Microwave Laboratory, Xi'an 710000, China)

Abstract: A method to calculate the breakdown electric field using the equivalent characteristic diffusion length is proposed to eliminate the large deviation in value and even in tendency between the microwave breakdown electric field calculated by the diffusion-controlled breakdown mode and the experiment in the lower pressure. The method combines the actual characteristic diffusion length with the electron mean free path, so that the electron collision probability has a higher value to meet the requirements of the breakdown mode used in the lower pressure. The relation between the equivalent characteristic diffusion length and the breakdown threshold is analyzed to give an expression of the equivalent characteristic diffusion length, and then the microwave breakdown electric field in air for parallel plate discharge system is calculated. The results show that the breakdown electric field calculated by the method agrees well with the experimental data both in tendency and in value, and when the frequency is 0.994 GHz, the electrode gap is 1.98 cm and the pressure is 6.65 Pa, the calculation error is only 11% of the error with the actual characteristic diffusion length being used. Both the calculation and the experiment results also show that the breakdown electric field increases and tends to a fixed value when the gas pressure decreases.

Keywords: characteristic diffusion length; breakdown; microwave; electric field

收稿日期: 2012-09-24。 作者简介: 翁明(1964—),男,副教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11175140);重点实验室基金资助项目(9140C530103110C5301)。

网络出版时间: 2013-01-10

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20130110.1159.005.html>

对于低气压下气体的微波放电问题,人们广泛使用电子扩散控制的击穿模型来计算气体的击穿电场^[1-2]。Brown首先提出了该模型,并采用高频电离系数计算了气体的击穿电场,取得了与实验吻合的结果^[3-4]。但是,在计算击穿电场之前,往往需要通过实验先测量出击穿场强,然后再确定出高频电离系数。由于高频电离系数与气体、电场强度以及频率有关,因此对于不同的气体、不同的频率和电场,需要通过大量的实验,事先总结出高频电离系数与它们的关系曲线,这本身就是一件很复杂的事情。

在扩散控制的击穿模型下,采用数值计算的方法研究微波击穿,已有很多文献^[5-8]。但是,这类研究方法比较复杂。

为避免繁杂的高频电离系数和复杂的数值模拟,本文利用直流情况下已有的气体放电基本概念和表达式,对于平板放电系统,给出了简便、直观、快速的计算微波击穿电场的方法。在此基础上,研究了3种不同的电子扩散公式对击穿电场的影响,提出了采用等效扩散长度来代替实际扩散长度,以减少在低气压时普遍存在的误差。

1 击穿电场的计算

1.1 击穿表达式

在微波电场作用下,放电空间电子的浓度 n_e 可以由电子的连续性方程给出^[9-10]

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = n_e \nu_i + \nabla^2 (n_e D_e) \quad (1)$$

式中: n_e 为电子的浓度; ν_i 为电子的电离频率; D_e 为电子的扩散系数。

当电场到达击穿值时,由电离产生的电子数量与电子通过扩散损失的数量应相等,这时空间的电子浓度不再随时间 t 变化,此时气体被击穿。因此,由式(2)可得到微波击穿的阈值条件式(3)^[9]

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = n_e \nu_i + \nabla^2 (n_e D_e) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{1}{\Lambda^2} = \frac{\nu_i}{D_e} \quad (3)$$

式中: Λ 为放电系统的特征扩散长度,它实际上反映了放电系统的几何结构。对于结构规则的放电系统,特征扩散长度可以通过解扩散方程得到。对于平板系统,特征扩散长度可以表示为^[4,11]

$$\frac{1}{\Lambda^2} = \left(\frac{\pi}{d} \right)^2 \quad (4)$$

其中 d 为平板系统中电极间距。对于非规则的放电系统,特征扩散长度将很难用表达式给出。

为了用直流场中相关的公式表示阈值条件式(3),引入等效直流电场的概念是必要的。

等效直流电场 E_{eff} 可以用微波电场的有效值 E_{rms} 、角频率 ω 以及电子与气体分子之间的碰撞频率 ν 来表示^[4,12]

$$E_{\text{eff}} = E_{\text{rms}} / [1 + (\omega/\nu)^2]^{1/2} \quad (5)$$

等效直流电场 E_{eff} 表示这样一个直流电场,此直流电场所给予电子的能量等于有效值为 E_{rms} 的微波电场所给予电子的平均能量。

式(5)中,碰撞频率 ν 代表单位时间内电子与气体分子发生的碰撞次数。文献[9]建议取 $\nu = 3.985 \times 10^7 P$ 。这里气压 P 的单位为Pa,碰撞频率 ν 的单位为 s^{-1} 。

由直流电场中汤生第一电离系数 α 的概念,可以得出电子的电离碰撞频率为

$$\nu_i = \alpha K_e E_{\text{eff}} \quad (6)$$

式中: K_e 为电子的迁移率。

汤生第一电离系数的一般表达式为^[13]

$$\frac{\alpha}{P} = A \exp[-B/(E_{\text{eff}}/P)] \quad (7)$$

式中: A 和 B 为2个气体常数,对于空气,分别是 $A = 0.113 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$, $B = 2.744 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$ 。这样,将式(6)、式(7)代入式(3),就得到了与微波击穿对应的等效直流阈值电场的计算关系式

$$\left(\frac{1}{\Lambda P} \right)^2 \frac{D_e}{K_e} \left(\frac{E_{\text{eff}}}{P} \right)^{-1} = A \exp[-B/(E_{\text{eff}}/P)] \quad (8)$$

如果能按照式(8)计算出微波击穿时对应的等效直流电场 E_{eff} ,那么根据式(5),就可以计算出微波击穿时的阈值场强 E_{rms} 。

1.2 计算中涉及的其他参量

1.2.1 电子和离子的迁移率 电子和离子的迁移率 K_e 、 K^+ 分别由式(9)、式(10)给出^[13]

$$K_e = (0.64 e \bar{\lambda}_e / m_e)^{1/2} \delta^{1/4} / E_{\text{eff}}^{1/2} \quad (9)$$

$$K^+ = 0.64 \frac{e \bar{\lambda}_i}{M_i \bar{v}_i} \quad (10)$$

式中: δ 代表电子与气体分子通过弹性碰撞而损失的能量的平均百分数; m_e 、 M_i 分别代表电子、离子的质量; $\bar{\lambda}_e$ 、 $\bar{\lambda}_i$ 分别代表电子、离子的平均自由程; $\bar{v}_i$ 为离子的热平均速度。

1.2.2 电子温度 电子温度 T_e 由式(11)计算^[13]

$$\left(\frac{e V_i}{k T_e} \right)^{-1/2} \exp \left(\frac{e V_i}{k T_e} \right) = 1.16 \times 10^7 (C P \Lambda)^2 \quad (11)$$

式中: V_i 为气体的电离电位; C 是关于气体的常数,

对于空气, $C=1.81 \times 10^{-2}$ 。

1.2.3 电子和离子的平均自由程 电子和离子的平均自由程可分别表示为^[13]

$$\bar{\lambda}_e = 4 \times 2^{1/2} \bar{\lambda} \quad (12)$$

$$\bar{\lambda}_i = 2^{1/2} \bar{\lambda} \quad (13)$$

式中: $\bar{\lambda}$ 代表气体分子的平均自由程。

2 不同扩散系数对击穿电场的影响

本文计算了空气的微波击穿电场。计算击穿电场时,可以选择3种电子扩散系数^[14-15],即电子在气体中的扩散系数(式(14))、爱因斯坦公式(式(15))以及双极性扩散系数(式(16))。分别将这3种扩散系数代入击穿表达式(8)中,得到了这3种扩散系数对击穿电场的影响,结果如图1所示。

$$D_e = \frac{1}{3} \bar{\lambda}_e \bar{v}_e \quad (14)$$

$$D_e = K_e \frac{kT_e}{e} \quad (15)$$

$$D_a = K^+ \frac{kT_e}{e} \quad (16)$$

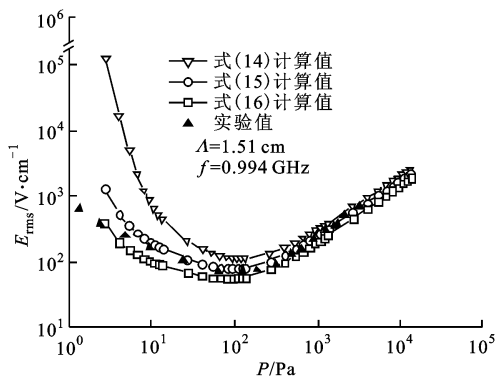


图1 3种扩散系数对击穿电场的影响

由图1可见,用不同的扩散系数计算出的击穿电场差别很大。其中用式(14)计算得到的结果与文献[16]给出的实验值相差非常大,而用另外2种扩散系数计算出的击穿电场与实验接近。

式(14)的电子扩散系数为电子在气体中扩散的一般公式,它适合于无电场或弱电场时电子在气体中的扩散情况。由于气体在击穿时,电子已处于一个较强的电场中,因而用式(14)计算击穿电场不太适合。由图1可见,用式(14)计算出的击穿电场与实验偏差很大。

爱因斯坦公式(式(15))适合于有电场存在时电子的扩散情况,它既考虑了电子在气体中的一般扩散情况,也考虑了电子在电场中的迁移问题。因此,

在计算气体击穿时,式(15)是适合的。由图1可见,用式(15)计算的微波击穿电场与实验值接近。

气体处于击穿之前,由于空间的带电粒子浓度并不高,所以电子的扩散基本不受正离子空间电荷电场的影响。因此,电子的扩散可以看成是电子在气体中的自由扩散,扩散系数可以用爱因斯坦公式计算。气体一旦击穿之后,空间的带电粒子浓度急剧增加,电子的扩散将受正离子空间电荷电场的影响。由于双极性扩散系数是描述电子在正离子空间电荷作用下的扩散情况,所以用双极性扩散系数计算电场,计算出的应该是击穿后的情况,也就是说用双极性扩散系数计算出的并非击穿电场,而是熄灭电场。由图1可以看出,用双极性扩散系数(式(16))计算得到的结果分别比用爱因斯坦公式和实验值要低。

图1的研究说明,在计算击穿电场时,使用爱因斯坦公式较好。本文使用爱因斯坦公式,计算了其他参数情况下空气的击穿电场,并与文献[16]的实验值进行了比较,结果如图2所示。

由图2可以看出,使用式(15)计算出的击穿电场整体上与实验值相符,击穿电场与气压的关系呈现出典型的帕邢曲线关系。

计算结果和实验结果的差别体现在2个方面:①在频率较高时(如图2c),这个差别较大,这可能与高频时不能很好地满足扩散模型所要求的均匀场条件所导致;②在气压较低时,误差较大。明显地,在曲线的左枝,随着气压的下降,计算出的击穿电场上升,这虽然在规律上与实验符合,但是误差越来越大。以图2a为例,当气压为26.6 Pa时,计算值与实验值之间的误差仅为13%,但是当气压降低至6.65 Pa时,误差升高至224%。对于图2b和2c也是如此,当气压分别降低至39.9 Pa和53.2 Pa时,对应的误差高达44%和132%。

3 关于曲线左半枝的讨论

3.1 实验现象

实验发现,在较低的气压下,随着气压的下降,击穿电场上升缓慢,并趋于一定值,不再随气压的变化而变化。如图3中文献[16]所给的实验值所示。

3.2 低气压下误差较大的原因

扩散模型的基础是电子与气体分子的碰撞以及电子在气体中的扩散,这都要求满足 $\bar{\lambda}_e \leq \Lambda$ 的条件^[17]。但是,随着气压的降低,电子的平均自由程

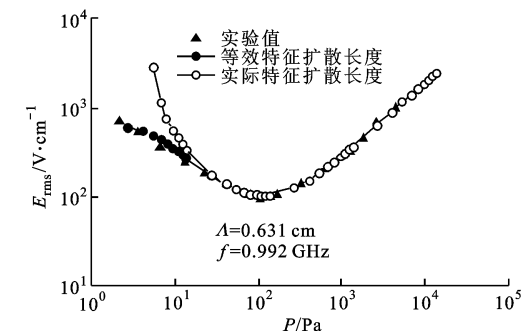
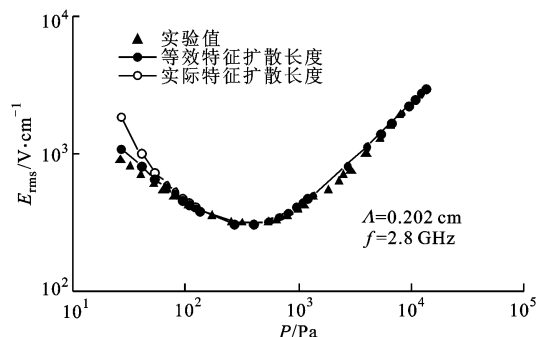
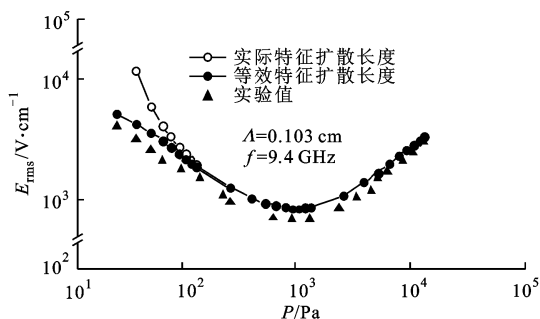
(a) $f=0.992\text{ GHz}, \Lambda=0.631\text{ cm}$ (b) $f=2.8\text{ GHz}, \Lambda=0.202\text{ cm}$ (c) $f=9.4\text{ GHz}, \Lambda=0.103\text{ cm}$

图2 计算的击穿电场与文献[16]实验值的比较

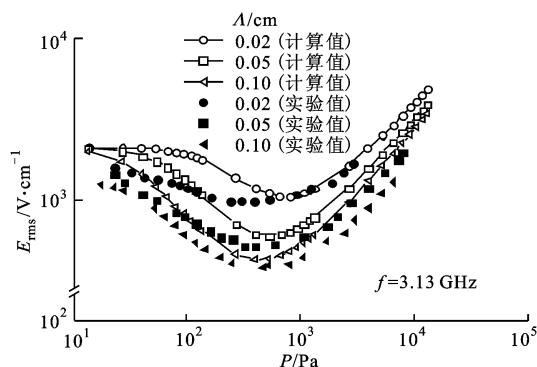


图3 文献[16]的实验曲线

得不到满足。

电子在扩散的路途中,经过 Λ 路程时与气体分子发生碰撞的概率^[18]为

$$p(\Lambda) = 1 - \exp\left[-\frac{\Lambda}{\bar{\lambda}_e}\right] \quad (17)$$

随着气压的下降,电子的平均自由程增加,碰撞概率下降。例如,在图3中,对于 $\Lambda=0.02\text{ cm}$ 的情况,在气压为 798 Pa 时,平均自由程为 0.004 7 cm,碰撞概率为 0.985 8;在气压为 186 Pa 时,平均自由程为 0.020 2 cm,碰撞概率为 0.628 5;在气压为 13.3 Pa 时,平均自由程为 0.282 6 cm,碰撞概率为 0.068 3。很明显,随着气压的下降,碰撞概率下降得很快,而扩散过程的基础就是粒子间的相互碰撞,所以碰撞概率过小,以上所采用的扩散模型将不再成立。一般而言,当气压下降到 $\bar{\lambda}_e \geq \Lambda$ 时,扩散模型不再适用,而较为适用的是二次电子倍增模型。

3.3 等效特征扩散长度

3.3.1 等效特征扩散长度概念的引出 实际上,在气压低于某个值后,如上述的 186 Pa,电子的平均自由程已经超过了 Λ 。在这种情况下,电子的平均自由程受 Λ 的限制,只能取为固定的 Λ 。那么,随着气压进一步下降,平均自由程将不再发生变化,所以电子与气体分子的碰撞概率也不变。另一方面,由于平均自由程不变,所以电子在平均自由程中获得的能量也不变,使得电子的电离概率不变。所以,在气压低于某个值后,随着气压的下降,击穿电场与气压无关。这正是图3实验得到的趋势。

但是,不能简单地将平均自由程取为 Λ ,然后用本文的方法计算击穿电场,这是因为以下的原因。

将爱因斯坦公式(15)代入式(8)后,得到式(18)。另外,在气压较低时,由式(5)可得式(19),其中 q 是常数。

$$\left(\frac{1}{\Lambda P}\right)^2 \frac{kT_e}{e} \left(\frac{E_{\text{eff}}}{P}\right)^{-1} = A \exp[-B/(E_{\text{eff}}/P)] \quad (18)$$

$$E_{\text{rms}} = \frac{E_{\text{eff}} P}{P} \left[1 + \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^2\right]^{1/2} \approx \frac{E_{\text{eff}} P}{P} \frac{\omega}{\nu} = \frac{E_{\text{eff}}}{P} q \omega \quad (19)$$

由式(18)、(19)可见,无论是 $\frac{E_{\text{eff}}}{P}$ 还是 E_{rms} ,均与平均自由程无关。所以,用式(18)、(19)计算得到的结果仍然是:随着气压的下降, $\frac{E_{\text{eff}}}{P}$ 上升, E_{rms} 也升高,但并不会趋于固定值。

为了能够让扩散模型适用于较低的气压下,可

将增加,所以当气压下降时, $\bar{\lambda}_e \leq \Lambda$ 的条件将越来越

以考虑如下处理方法来解决问题。处理的基本原则是,即使在较低的气压下,也应该等效地让电子与气体分子具有最起码的碰撞概率。

为了不影响扩散模型的整个计算过程,可以反过来考虑问题。在低气压下,若仍然认为平均自由程是可以变化的,即仍然满足与气压成反比的关系,那么,为了满足电子与气体分子有一定大小的碰撞概率,只能考虑 Λ 是变化的。也就是说,在低气压下,特征扩散长度不是原来的实际特征扩散长度,而是随气压的变化而变化的。把随气压变化的特征扩散长度称为等效特征扩散长度 Λ_{eff} 。这样,随着气压的下降,电子的平均自由程增加,为了满足一定大小的碰撞概率条件,等效特征扩散长度也应增加,所以 $\Lambda_{\text{eff}}P$ 可以是不变的。用 Λ_{eff} 代替式(18)中的 Λ ,可以看出只要 $\Lambda_{\text{eff}}P$ 不变,那么 $\frac{E_{\text{eff}}}{P}$ 不变,最终 E_{rms} 也与气压无关,从而解决了图3中的趋势问题。

3.3.2 等效特征扩散长度的应用 实际上,在气压不是很低的情况下,随着气压的下降,电子与气体分子的碰撞概率就已经下降了,这将造成计算与实验的差别。我们认为,将等效特征扩散长度应用于整个气压范围,就有可能降低计算误差。

用式(20)表示等效特征扩散长度

$$\Lambda_{\text{eff}} = (\Lambda^2 + 2\bar{\lambda}_e^2)^{1/2} \quad (20)$$

电子行走 Λ_{eff} 与气体分子发生碰撞的概率为

$$p(\Lambda_{\text{eff}}) = 1 - \exp\left[-\frac{\Lambda_{\text{eff}}}{\bar{\lambda}_e}\right] \quad (21)$$

以图3的参数为例,计算了等效特征扩散长度与气压的关系,如图4所示。可见,在气压高于266 Pa时,由于 $\bar{\lambda}_e \ll \Lambda$, 所以 $\Lambda_{\text{eff}} \approx \Lambda$, 等效特征扩散长度仍然为实际的特征扩散长度,电子与气体分子的碰撞概率较大。在气压低于26.6 Pa时,由于 $\bar{\lambda}_e \gg \Lambda$, 所以 $\Lambda_{\text{eff}} \approx (2\bar{\lambda}_e)^{1/2}$, 等效特征扩散长度基本上与实际特征扩散长度无关,此时电子与气体分子的碰撞概率约为75%。也就是说,采用等效特征扩散长度后,无论处于什么气压下,电子与气体分子之间都有较大的碰撞概率。

用 Λ_{eff} 代替式(18)中的 Λ , 计算出的击穿场强如图3中计算值曲线所示。可见,随着气压的下降,击穿电场升高,并趋于一个固定值,这在规律上与实验符合。

用等效特征扩散长度代替特征扩散长度,还计算了其他3组参数的击穿电场,如图2所示。可见,使用等效特征扩散长度后,在较低的气压下,计算与

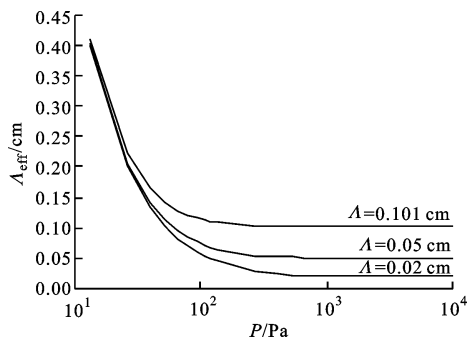


图4 等效特征扩散长度与气压的关系

实验间的误差明显减小了。例如,在图2a至图2c中,当气压为6.65 Pa、39.9 Pa和53.2 Pa时,所对应的误差大幅降低至24%、17%和39%,分别是原来的11%、39%和30%。同时,在较高的气压下,等效特征扩散长度的引入并没有改变原有的计算结果。

4 结 论

本文采用电子扩散控制的击穿模型,利用直流情况下已有的气体放电基本概念和表达式,对于平板放电结构,计算了空气中的微波击穿电场。在此基础上,研究了电子的不同扩散系数对击穿电场的影响,提出了用等效特征扩散长度代替实际特征扩散长度的方法,降低了帕邢曲线左枝的理论误差,并对左枝的规律作了合理的分析。

本文的研究结果表明:

(1)在计算击穿电场时,电子的扩散系数应选择爱因斯坦公式,而计算熄灭电场时,应选用双极性扩散公式;

(2)在气压很低时,扩散模型不成立,若非要用扩散模型,可以考虑用等效特征扩散长度代替特征扩散长度;

(3)在使用等效特征扩散长度后,计算误差明显减小,并且计算结果与实验结果都表明,在气压较低时,随着气压的下降,击穿电场升高并趋于一个固定值。

参考文献:

- [1] ORTEGA T P, MONGE J, MARINI S, et al. Microwave corona breakdown prediction in arbitrarily-shaped waveguide based filters [J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2010, 20(4): 214-216.

(下转第16页)