

DOI: 10.7652/xjtuxb201305018

机床滚转角测量中敏感元件倾斜引起的误差分析

钟丽红¹, 王昭¹, 汤善治¹, 高建民², 郭俊杰³

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学机械系统工程国家重点实验室, 710049, 西安;
3. 陕西智能恒通机械有限公司, 710049, 西安)

摘要: 为研究正交偏振光相位法测量机床滚转角过程中, 机床的俯仰、偏摆运动误差对测量精度的影响, 建立了测量光路数学模型, 利用琼斯矩阵法计算光路中光的偏振态变换过程, 并推导出被测滚转角与相位变化量间的测量公式。在此基础上, 采用光的偏振和晶体光学理论, 分析了测量过程中机床俯仰、偏摆运动误差造成的敏感元件(即 1/2 波片)倾斜所引起的测量误差。分析结果表明, 1/2 波片在倾斜角度小于 2° 的情况下所引起的测量误差小于 0.1%, 对测量精度影响较小, 从而论证了正交偏振光相位法高精度测量机床滚转角的可行性。

关键词: 滚转角; 1/2 波片; 运动误差; 测量误差

中图分类号: TH741.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)05-0099-05

Measurement Error Analysis for Machine Tool Roll Error Measurement Due to Inclined Half Wave Plate

ZHONG Lihong¹, WANG Zhao¹, TANG Shanzhi¹, GAO Jianmin², GUO Junjie³

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
3. Shaanxi Hengtong Intelligent Machines Co., Ltd., Xi'an 710049, China)

Abstract: To evaluate the influence of motion error of machine tool, such as pitch and yaw, on the roll error measurement, a mathematical model was established, then the conversion process of the lasers through the measurement system was calculated by Jones matrix method and measurement formula between the phase and the roll error was ultimately derived. The measurement error caused by angular motion error of the sensitive component, ie the half wave plate, was analyzed theoretically following polarization and crystal optics theory. Results show that the measurement error gets less than 0.1% which illustrates the feasibility of the method for roll error measurement by orthogonally polarized lasers.

Keywords: roll error; half wave plate; motion error; measurement error

现代工业的快速发展,对机床的加工精度提出了越来越高的要求,而提高机床加工精度的一个重要途径就是对机床进行误差补偿,实现机床的软升级。由于对误差进行补偿需要先对误差进行测量,因此作为误差补偿技术的条件,精确测量机床的各

项误差是十分重要的。激光干涉仪法具有非接触性、高分辨率^[1]、高精度和快速测量等优点,因此被广泛用于机床的几何误差测量^[2-3]。利用激光干涉仪可精确测量机床除滚转角误差之外的多项几何误差,而机床滚转角误差由于角位移方向垂直于测量

收稿日期: 2012-09-17。 作者简介: 钟丽红(1987—),女,硕士生;王昭(通信作者),女,教授,博士生导师。 基金项目: 国家科技重大专项资助项目(2012ZX04003071)。

网络出版时间: 2013-03-15

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20130315.1137.009.html>

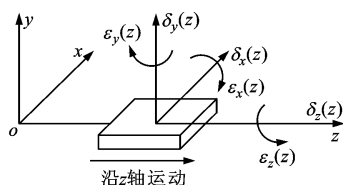
光线,因此采用传统的激光干涉仪难以测量。国内外许多专家学者对机床滚转角的测量进行了研究,提出了激光准直法^[4-5]、光栅测量法^[6]和偏振法^[7-12]等测量方法。但是,由于操作环境、测量精度及测量可靠性等问题,在实际应用中滚转角的测量依然是个难题。偏振法是目前较为有效的一种方法,该方法将光路中的偏振元件作为探测器,利用偏振元件的旋转,引起通过它的偏振光光强、相位或频差的变化,通过检测测量信号光强^[7-8]、相位^[9-11]或频率的变化^[12]来实现滚转角测量。基于此原理,文献[9]提出了利用检偏器作为传感器进行滚转角测量的测量系统。文献[10]对该系统进行了改进,增加了一个 1/2 波片,并用 1/2 波片作为传感器,利用直角棱镜使测量光线 2 次通过 1/2 波片。对比文献[9]与文献[10]中的测量公式可以看出,利用直角棱镜使测量光线 2 次通过 1/2 波片,滚转角被放大了 4 倍,提高了测量灵敏度,但在实际测量中,安装精度及机床其他误差因素对测量结果的影响程度尚不明确。

本文基于文献[10]中的测量方案,利用琼斯矩阵计算建立了相应的数学模型,针对敏感元件 1/2 波片,重点分析了机床部件运动产生的俯仰、偏摆运动误差对测量结果的影响。鉴于偏振光的变换均可用琼斯矩阵进行推导计算,因此本文的误差分析方法具有较好的推广性,对于基于正交偏振光变换原理的测量方案均适用。

1 滚转角测量

1.1 测量原理

机床部件沿导轨运动时共有 6 项运动误差,如图 1 所示。本文的测量对象为滚转误差,测量方案^[10]如图 2 所示。激光器发出的正交线偏振光被分光镜分成 2 束,即透射光和反射光,其中反射光为参考光,透射光为测量光。1/2 波片为敏感元件,它固结在机床部件上并随之一起运动,当机床部件发生滚转角误差时,会使 1/2 波片滚转相同角度,引起



$\delta_x(z)$ 、 $\delta_y(z)$ 、 $\delta_z(z)$: 分别为物体沿 x 、 y 、 z 轴的平移误差;

$\varepsilon_x(z)$ 、 $\varepsilon_y(z)$ 、 $\varepsilon_z(z)$: 分别为物体沿 x 、 y 、 z 轴的角位移误差,

又分别称为俯仰误差、偏摆误差和滚转误差

图 1 机床部件沿导轨运动时的运动误差示意图

通过它的测量光相位发生改变,因此通过检测测量光相位变化量即可求解出滚转角。在此方案基础上,若使光束多次通过敏感元件 1/2 波片,可提高测量的分辨率。

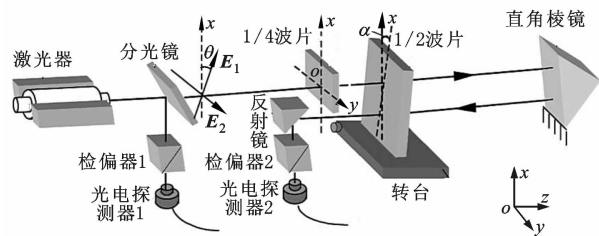


图 2 滚转角测量方案示意图

1.2 测量光路的数学建模

建立如图 2 所示的坐标系,为计算方便,调整 1/4 波片、1/2 波片及检偏器位置,使波片快轴和检偏器透光轴均位于 x 方向。

入射光矩阵

$$\mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

旋转矩阵

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

1/4 波片矩阵

$$\mathbf{Q}(\delta_q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_q} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{E}_1$ 、 $\mathbf{E}_2$ 分别为正交线偏振光的偏振矢量; θ 为 $\mathbf{E}_1$ 与 x 轴的夹角; α 为 1/2 波片的滚转角; δ_q 为 1/4 波片的相位延迟量。因光线往返通过 1/2 波片,即沿 z 轴正向、负向通过波片,当滚转角分别为正、负向时,1/2 波片的矩阵为

$$\mathbf{H}(\alpha, \delta_h) = \mathbf{R}(\alpha) \mathbf{J}_2(\delta_h) \mathbf{R}(-\alpha) \quad (4)$$

$$\mathbf{H}(-\alpha, \delta_h) = \mathbf{R}(-\alpha) \mathbf{J}_2(\delta_h) \mathbf{R}(\alpha) \quad (5)$$

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J}_2(\delta_h) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_h} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(-\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

检偏器矩阵

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: δ_h 为 1/2 波片的相位延迟量。光电探测器接收到的测量光矢量信号为

$$\mathbf{E} = \mathbf{P} \mathbf{H}(-\alpha, \delta_h) \mathbf{H}(\alpha, \delta_h) \cdots \mathbf{H}(-\alpha, \delta_h) \cdot \mathbf{H}(\alpha, \delta_h) \mathbf{Q}(\delta_q) \mathbf{R}(\theta) \mathbf{E}_0 \quad (7)$$

将式(7)展开计算,就可以得到测量光矢量信号的表

达式,进而得到测量信号相位与滚转角的关系。

在理想情况下,光线垂直入射到 $1/2$ 波片时,波片相位延迟量为理想值,即 $\delta_q = \frac{\pi}{2}$, $\delta_h = \pi$, 此时可得到测量信号的相位变化量为

$$\Delta\psi = \arctan(\tan\theta \tan 2n\alpha) + \arctan(\cot\theta \tan 2n\alpha) \quad (8)$$

式中: n 为光线通过 $1/2$ 波片的次数。当 α 较小时,式(8)可进一步近似为

$$\Delta\psi = 2n(\tan\theta + \cot\theta)\alpha \quad (9)$$

设

$$k_0 = 2n(\tan\theta + \cot\theta) \quad (10)$$

得到测量系统的测量公式

$$\alpha = \Delta\psi/k_0 \quad (11)$$

2 测量相对误差分析

根据式(7)可知,测量光的相位除受到 α 影响之外,还受到 θ 、 δ_q 、 δ_h 和 n 的影响,而 δ_q 、 δ_h 又受到环境温度、湿度、光线入射到波片的入射角和波片厚度等因素的影响。由于本文主要分析 $1/2$ 波片倾斜所引起的误差,因此取其余参数为理想值。假设在环境温度、湿度保持不变的条件下,取 $\theta = 2^\circ$, $\delta_q = \frac{\pi}{2}$ 。

2.1 公式近似引起的测量相对误差

由式(9)对式(8)做近似带来的测量相对误差为

$$\varepsilon = \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_0} \times 100\% \quad (12)$$

式中: α_0 是滚转角的实际值。当给定一个 α_0 时,可按式(9)计算得到 $\Delta\psi$ 值,再由式(11)计算得到 α 。由图3给出的误差曲线可见,由公式近似引起的测量相对误差小于0,测量相对误差绝对值随 n 、 α 绝对值的增大而增大, α 在 $\pm 0.004^\circ$ 范围内,由公式近似引起的测量相对误差的绝对值小于 0.02% 。

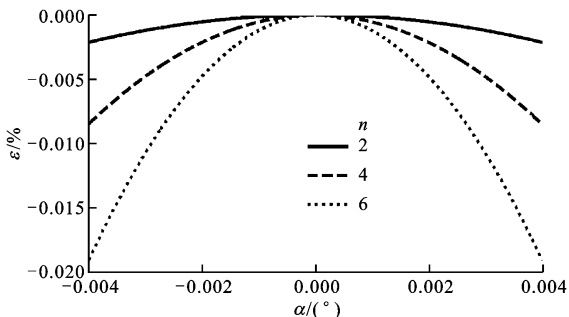


图3 由公式近似引起的测量误差曲线

2.2 $1/2$ 波片偏摆误差引起的测量相对误差

将 $1/2$ 波片固结在机床部件上,并随机床部件

一起沿机床导轨运动,当机床发生偏摆误差时, $1/2$ 波片也会产生相同的偏摆误差,此时测量光线由垂直入射 $1/2$ 波片变为倾斜入射,引起 $1/2$ 波片矩阵发生变化,进而引起测量误差。具体分析过程如下。

偏摆时 $1/2$ 波片正向矩阵为

$$\mathbf{H}(\alpha_p, \delta_{hp}) = \mathbf{R}(\alpha_p) \mathbf{J}_2(\delta_{hp}) \mathbf{R}(-\alpha_p) \quad (13)$$

$1/2$ 波片负向矩阵为

$$\mathbf{H}(-\alpha_p, \delta_{hp}) = \mathbf{R}(-\alpha_p) \mathbf{J}_2(\delta_{hp}) \mathbf{R}(\alpha_p) \quad (14)$$

$$\delta_{hp} = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_e - n_o) \frac{(n^2 - \sin^2 i_p)^{1/2}}{n_o}$$

$$\alpha_p = \arccos\left(\cos\alpha \left(\frac{n_o^2 - \sin^2 i_p}{n_o^2 - \sin^2 i_p \cos^2 \alpha}\right)^{1/2}\right)$$

$$\mathbf{R}(\alpha_p) = \begin{bmatrix} \cos\alpha_p & -\sin\alpha_p \\ \sin\alpha_p & \cos\alpha_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_2(\delta_{hp}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_{hp}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(-\alpha_p) = \begin{bmatrix} \cos\alpha_p & \sin\alpha_p \\ -\sin\alpha_p & \cos\alpha_p \end{bmatrix}$$

式中: δ_{hp} 为 $1/2$ 波片偏摆时的相位延迟量^[13]; α_p 为 $1/2$ 波片偏摆时的滚转角^[14]; i_p 为 $1/2$ 波片偏摆角; n_e 、 n_o 为 $1/2$ 波片的主折射率, $n_e = 1.5517$, $n_o = 1.5426$; λ 为入射光波长, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 。

与理想情况对比可知, $1/2$ 波片偏摆时正向矩阵与负向矩阵发生变化,这将导致测量信号的相位差与滚转角之间的关系不再满足测量式(11),此时若测量系统仍用式(11)计算会引起误差,可利用式(12)来计算该测量误差。给定 α_0 ,按照式(7)得到从检偏器出射光的表达式,其中 $1/2$ 波片正向矩阵与负向矩阵按照式(13)、式(14)计算。根据出射光的表达式进一步求解得到 $\Delta\psi$,再根据式(11)计算得到 α 值, α 相对 α_0 的误差即为测量相对误差。误差曲线如图4所示,由 $1/2$ 波片偏摆误差引起的测量误差图类似于抛物线,开口向上,测量相对误差曲线随 α_0 的增大而下移。对比图4a和图4b可见,测量相对误差曲线随光线通过 $1/2$ 波片次数的增大而下移,在滚转角为 0.004° 时,由 $1/2$ 波片偏摆引起的测量相对误差绝对值小于 0.03% 。

2.3 $1/2$ 波片俯仰误差引起的测量相对误差

将 $1/2$ 波片固结在机床部件上沿导轨运动时会产生俯仰误差,此时测量光线由垂直入射 $1/2$ 波片变为倾斜入射,引起 $1/2$ 波片矩阵发生变化,进而引起测量误差。具体分析如下。

$1/2$ 波片正向矩阵

$$\mathbf{H}(\alpha_f, \delta_{hf}) = \mathbf{R}(\alpha_f) \mathbf{J}_2(\delta_{hf}) \mathbf{R}(-\alpha_f) \quad (15)$$

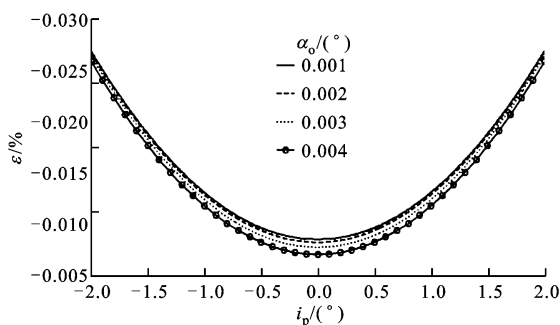
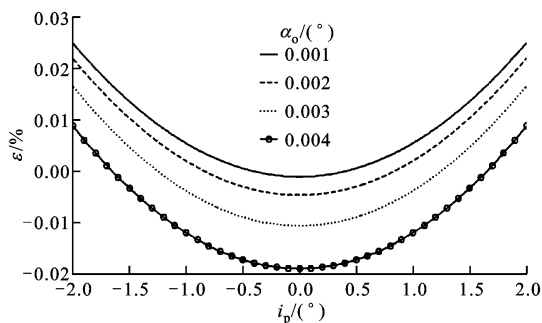
(a) $n=2$ (b) $n=6$

图4 由1/2波片偏摆误差引起的测量误差

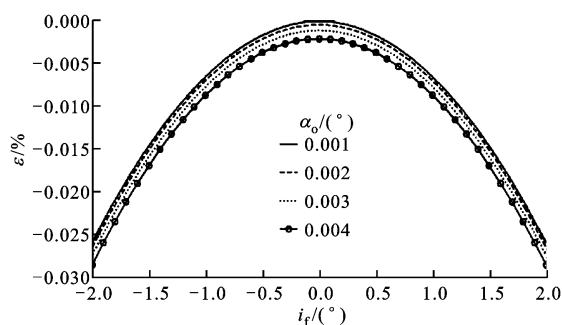
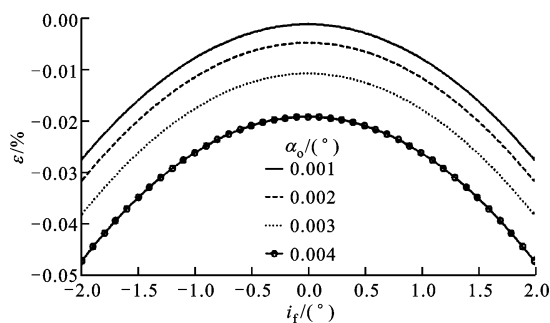
(a) $n=2$ (b) $n=6$

图5 由1/2波片俯仰误差引起的测量误差

1/2波片负向矩阵

$$\mathbf{H}(-\alpha_f, \delta_{hf}) = \mathbf{R}(-\alpha_f) \mathbf{J}_2(\delta_{hf}) \mathbf{R}(\alpha_f) \quad (16)$$

$$\delta_{hf} = \frac{2\pi d}{\lambda} ((n_e^2 - \sin^2 i_f)^{1/2} - (n_o^2 - \sin^2 i_f)^{1/2})$$

$$\alpha_f = \arcsin(\sin \alpha \left(\frac{n_o^2 - \sin^2 i_f}{n_o^2 - \sin^2 i_f \sin^2 \alpha} \right)^{1/2})$$

$$\mathbf{R}(\alpha_f) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_f & -\sin \alpha_f \\ \sin \alpha_f & \cos \alpha_f \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_2(\delta_{hf}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_{hf}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(-\alpha_f) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_f & \sin \alpha_f \\ -\sin \alpha_f & \cos \alpha_f \end{bmatrix}$$

式中: δ_{hf} 为1/2波片俯仰时的相位延迟量^[13]; α_f 为1/2波片俯仰时的滚转角^[14]; i_f 为1/2波片俯仰角。

同偏摆时情况相似,由于1/2波片俯仰时正向矩阵与负向矩阵发生了变化,因此引起了测量误差。利用式(12)计算带来的测量相对误差曲线如图5所示。从图5中可见,由1/2波片俯仰误差引起的测量相对误差图形类似于抛物线,开口向下,测量相对误差曲线随 α_0 的增大而下移。对比图5a和图5b可见,测量相对误差曲线随 n 的增大而下移, α_0 在 0.004° 以内时,由1/2波片俯仰误差引起的测量相对误差绝对值小于 0.05% 。

3 结论

本文推导出测量光线 n 次通过1/2波片时的滚转角测量公式,根据式(8)可以看出,光线 n 次通过1/2波片时,可将滚转角放大 $2n$ 倍。因此,在系统非线性倍增的基础上,可以通过增大 n ,来进一步提高滚转角的放大倍数,以达到较高的测量分辨率及测量精度。由于在测量过程中,由1/2波片偏摆、俯仰等运动引起的测量误差尚不明确,为了论证通过增大 n 来提高滚转角测量分辨率方案的可行性,因此本文建立了机床滚转角测量误差分析模型,对1/2波片角运动误差对测量误差的影响进行了数值分析仿真,并分别讨论了由公式近似、1/2波片偏摆和1/2波片俯仰引起的测量相对误差。

通过分析可知,由测量公式近似引起的测量相对误差绝对值小于 0.02% ,说明对测量公式的近似是可接受的。通过图4、图5可知,1/2波片偏摆、俯仰引起的测量相对误差随 n 的增大而增大,当 n 小于6时,由1/2波片偏摆引起的测量相对误差绝对值小于 0.03% ,1/2波片俯仰引起的测量相对误差绝对值小于 0.05% 。因此,在机床滚转角测量过程中,1/2波片角运动误差对测量精度影响较小,由此论证了方案的可行性。

参考文献:

- [1] 汤善治,王昭,蒋志雄,等. 皮米级分辨率测量及细分技术进程[J]. 光子学报, 2010, 39(S1): 14-18.
TANG Shanzhi, WANG Zhao, JIANG Zhixiong, et al. Progress in measurement with picometer resolution and subdivision technique [J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(S1): 14-18.
- [2] TANG Shanzhi, WANG Zhao, JIANG Zhixiong, et al. A new measuring method for circular motion accuracy of NC machine tools based on dual-frequency laser interferometer [C]// 2011 IEEE International Symposium on Assembly and Manufacturing. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 25-27.
- [3] TANG Shanzhi, WANG Zhao, ZHONG Lihong, et al. Error analysis of a plane mirror interferometer based on geometric optical paths [J]. Optics Express, 2012, 20(5): 5108-5118.
- [4] 张之江,于瀛洁. 三维小角度测量系统建模[J]. 计量学报, 2003, 24(1): 21-25.
ZHANG Zhijiang, YU Yingjie. Modeling of three-dimensional small angle measurement system [J]. Acta Metrologica Sinica, 2003, 24(1): 21-25.
- [5] 马军山,王向朝,方祖捷. 滚转角误差的光学精密测量技术研究[J]. 光学学报, 2000, 20(10): 1403-1406.
MA Junshan, WANG Xiangzhao, FANG Zujie. Optical precision measurement technique of rolling error [J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(10): 1403-1406.
- [6] 翟玉生,冯其波,张斌. 一种基于光栅的滚转角测量新方法[J]. 光学学报, 2008, 28(S2): 112-116.
ZHAI Yusheng, FENG Qibo, ZHANG Bin. A novel method for roll measurement based on grating [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(S2): 112-116.
- [7] 陈蕾,张恩耀,郭宏. 一种新的滚转角检测方法[J]. 光电子激光, 2003, 14(6): 625-628.
CHEN Lei, ZHANG Enyao, GUO Hong. A novel method of rolling angle measurement [J]. Journal of Optoelectronics Laser, 2003, 14(6): 625-628.
- [8] LI Shiguang, YANG Changxi, ZHANG Enyao, et al. Compact optical roll-angle sensor with large measurement range and high sensitivity [J]. Optics Letters, 2005, 30(3): 242-244.
- [9] JIANG Hong, YIN Chunyong. Sensitivity enhanced roll angle measurement [J]. Optical Engineering, 2000, 39(2): 516-519.
- [10] LIU Zhongyao, LIN Dejiao, JIANG Hong, et al. Roll angle interferometer by means of wave plates [J]. Sensors and Actuators: A Physical, 2003, 104(2): 127-131.
- [11] WU C M, CHUANG Y T. Roll angular displacement measurement system with microradian accuracy [J]. Sensors and Actuators: A Physical, 2004, 116(11): 145-149.
- [12] TAN Yidong, ZHANG Shulian. Orthogonally linearly polarized dual frequency Nd: YAG lasers with tunable frequency difference and its application in precision angle measurement [J]. Chinese Physics Letters, 2007, 24(9): 2590-2593.
- [13] 张剑,李国华. 波片延迟误差校正的理论与技术[J]. 激光技术, 2006, 30(3): 274-276.
ZHANG Jian, LI Guohua. The theory of correcting the retardation deviation of a wave-plate [J]. Laser Technology, 2006, 30(3): 274-276.
- [14] 陈西园,单明. 斜入射条件下的琼斯矩阵[J]. 辽宁石油化工大学学报, 2004, 24(4): 93-96.
CHEN Xiyuan, SHAN Ming. Jones matrix with slanting incident wave [J]. Journal of Liaoning University of Petroleum & Chemical Technology, 2004, 24(4): 93-96.

[本刊相关文献链接]

- 张维光,赵宏. 线结构光多传感器三维测量系统误差校正方法. 2011, 45(6): 75-80.
- 罗涛,车轩沁. 一种胸部X射线摄影图像中结节检测的多尺度匹配滤波器. 2011, 45(4): 30-35.
- 郝元宏,韩静,齐春. 一种新的浮选泡沫图像识别方法. 2011, 45(4): 104-108.
- 陈蓉,孙剑,徐宗本. 彩色图像分割中基于图上半监督学习算法研究. 2011, 45(2): 11-14.
- 刘侍刚,彭亚丽,韩崇昭. 一种准线性光束平差方法. 2010, 44(12): 1-4.
- 王金栋,郭俊杰,邓玉芬,等. 应用激光跟踪仪的数控机床几何精度检测. 2011, 45(03): 85-90.
- 伍宏亮,毛军红. 单级悬浮工作台平面运动测量系统对准误差分析. 2010, 44(01): 51-55.
- 姜歌东,陶涛,梅雪松,等. 一种基于Radon变换的精密工作台微位移和转动测量方法. 2009, 43(05): 31-35.

(编辑 管咏梅)