

数值积分函数对超声波流量计精度的影响

陈强, 李伟华, 吴婷, 吴江涛

(西安交通大学热流科学与工程教育部重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对数值积分函数在超声波流量计计量过程中会引入固有误差的问题, 对常用的 4 种积分函数在 Re 为 $1.0 \times 10^3 \sim 1.0 \times 10^7$ 区间的固有误差进行了比较. 通过建立超声波流量计数学模型, 结合发展管内流速的分布规律, 计算各积分函数的 2~5 个声路的误差, 得到了误差分布曲线. 研究表明: 各积分函数的声路数越多, 引入的固有误差越小, 当 Re 大于等于 1.0×10^5 时, 各积分函数的引入误差随着 Re 的增大逐渐趋于稳定. 在声路数不受限制且管路流量检测范围内会出现最大引入误差时, Gauss-Legendre 积分具有明显优势. 当 Re 大于等于 8.0×10^3 、小于等于 4.0×10^5 时, Tailored 积分具有较小误差, 而 Owics 积分更适用于声路数受限制和 Re 大于 4.0×10^5 的管路流量检测.

关键词: 超声波流量计; 数值积分; 误差分析

中图分类号: TK313 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)09-0021-05

Influence of Numerical Integration on Error of Ultrasonic Flowmeter

CHEN Qiang, LI Weihuang, WU Ting, WU Jiangtao

(MOE Key Laboratory of Thermo-Fluid Science and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Comparative research was carried out on the inherent error of four commonly used inherent in the Reynolds number interval $1.0 \times 10^3 - 1.0 \times 10^7$ according to the inherent error introduced by the numerical integration of ultrasonic flowmeters during the measuring process. From the mathematical model of an ultrasonic flowmeter and the universal velocity distribution of a fully developed pipe flow, the error of integrations of a flowmeter with two to five acoustic paths was calculated, and the error distribution curves were obtained. The results show that inherent error introduced by the integration decreases with an increase in the number of acoustic paths. When the Reynolds number is higher than 1.0×10^5 , all the integrations' importing error is gradually stable. However, Gauss-Legendre has obvious advantages when the number of acoustic paths is unlimited and the maximum importing error occurs in the flow detecting range. Tailored has a smaller error than the others in the Reynolds number range of $8.0 \times 10^3 - 4.0 \times 10^5$. Owics is more suitable for the flow measurement where the number of acoustic paths is limited and the Reynolds number is higher than 4.0×10^5 .

Keywords: ultrasonic flowmeter; numerical integration; error analysis

超声波流量计作为一种新型流量计, 具有准确度高、多声路可达 0.5%, 以及重复性好、量程比宽 (1:30)、无压力损失、可在线维修及检定等特点^[1],

其准确度取决于计时电路时间测量的精度, 以及流量计采用的数值积分函数. 目前, 时间测量的分辨率可达皮秒级^[2-4], 完全可以保证超声波流量计的计时

要求,数值积分函数引入的固有误差已逐渐成为流量计误差的重要部分。但是,国内外学者对此的研究多从纯数学的角度出发^[5-8],并未结合流场分析数值积分的引入误差。本文针对当前超声波流量计采用的4种数值积分函数,结合管内流动流速的统一分布式,编程计算得到了不同声路数的流量计误差随 Re 的分布。

1 超声波流量计的基本原理

如图1所示,管内流体的平均流速为

$$\bar{V} = \frac{1}{\pi} \iint_A V_A(x, y) dx dy = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \left[\int_{-(1-x^2)^{1/2}}^{(1-x^2)^{1/2}} V_A(x, y) dy \right] dx = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 V_L(x) dx \quad (1)$$

$$V_L(x) = \int_{(1-x^2)^{1/2}}^{(1-x^2)^{1/2}} V_A(x, y) dy \quad (2)$$

式中: V_A 为面速度; V_L 为线流速度。

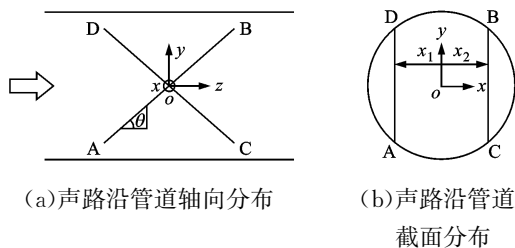


图1 平行交叉布置的2声路模型示意图
A~D:超声波传感器; θ :声路与流速夹角;
 x_1, x_2 :各声路的相对位置

图1 平行交叉布置的2声路模型示意图

利用数值积分将式(1)离散计算,得到

$$\bar{V} = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 V_L(x) dx \approx \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N w_i V_L(x_i), \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

式中: w_i 为第 i 声路的积分权重; x_i 为第 i 声路的相对位置。在实际应用中,超声波流量计电路并不能

实现对 $V_L(x_i)$ 的测量,而是通过测量顺逆流超声波传播时间差来近似得到线流平均速度

$$\bar{V}_L(x_i) = \frac{L(x_i)}{2 \cos \theta} \left(\frac{1}{t_d} - \frac{1}{t_u} \right) \quad (4)$$

式中: $L(x_i)$ 为第 i 声路探头前端间距; t_d 为声波顺流飞行时间; t_u 为声波逆流飞行时间。最终,可得面平均流速即超声波流量计数学模型

$$\bar{V} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N w_i \frac{L(x_i)}{2 \cos \theta} \left(\frac{1}{t_d} - \frac{1}{t_u} \right) \quad (5)$$

$$Q_V = \bar{V} A \quad (6)$$

$$Q_M = \rho Q_V \quad (7)$$

式中: Q_V 为体积流量; Q_M 为质量流量; A 为圆管截面积; ρ 为流体密度。顺逆流飞行时间由流量计计时电路测得,探头间距可在探头安装时确定,设计者根据探头的性能及精度要求来确定声路方向角。声路定位参数及积分权重可由流量计选取的数值积分函数及声路数共同确定。

2 数值积分函数及管内流动流速模型

目前,超声波流量计采用的数值积分函数主要有4种,如表1所示。其中,高斯-勒让德积分(Gauss-Legendre)及高斯-雅可比积分(Gauss-Jacobi)可由数学手册^[9]得到,圆管流速修正积分(Tailored)由Pannell等人^[10]于1990年提出,圆管最优权重积分(Owics)由Voser等人^[5]于1996年提出。

工业现场的流体输送均为黏性流动,按照流动状态可分为层流与紊流。当 $Re < 2\,000$ 时,管内流动为层流;当 $Re > 4\,000$ 时,管内流动为紊流。充分发展管内流动流速分布的统一表达式为

$$V(r, Re) = V_L(r) \frac{1}{1 + (Re/2\,000)^{12}} + V_T(r, Re) \left(1 - \frac{1}{1 + (Re/2\,000)^{12}} \right) \quad (8)$$

表1 适用于超声波流量计的4种数值积分函数

声路数	Gauss-Legendre		Gauss-Jacobi		Tailored		Owics	
	x_i	w_i	x_i	w_i	x_i	w_i	x_i	w_i
2	$\pm 0.577\,35$	1.000 00	$\pm 0.500\,00$	0.906 90	$\pm 0.478\,20$	0.869 55	$\pm 0.487\,95$	0.890 79
3	0.000 00	0.888 89	0.000 00	0.785 40	0.000 00	0.930 40	0.000 00	0.768 69
4	$\pm 0.774\,60$	0.555 56	$\pm 0.707\,11$	0.555 36	$\pm 0.779\,38$	0.503 54	$\pm 0.695\,61$	0.553 71
	$\pm 0.339\,98$	0.652 15	$\pm 0.309\,02$	0.597 57	$\pm 0.406\,73$	0.744 08	$\pm 0.303\,78$	0.588 23
5	$\pm 0.861\,14$	0.347 85	$\pm 0.809\,02$	0.369 32	$\pm 0.889\,28$	0.227 31	$\pm 0.799\,64$	0.371 88
	0.000 00	0.568 89	0.000 00	0.523 60	0.000 00	0.811 20	0.000 00	0.515 77
	$\pm 0.538\,47$	0.478 63	$\pm 0.500\,00$	0.453 45	$\pm 0.686\,03$	0.465 73	$\pm 0.493\,27$	0.448 86
	$\pm 0.906\,18$	0.236 93	$\pm 0.866\,03$	0.261 80	$\pm 0.947\,42$	0.124 35	$\pm 0.858\,53$	0.265 43

式中: r 为质点与圆心的相对距离; V_T 为紊流流速. 对于层流速度分布,可由N-S方程得到层流流速为

$$V_d(r) = 1 - r^2 \tag{9}$$

由于无法得到 $V_T(r, Re)$ 的精确解析解,早期国外学者多利用实验得出分段式半经验公式,这些经典的分段式模型与实验数据吻合得较好,但表达式则是按照管壁距离分段的,不便于工程应用. 因此,国内外学者相继提出了紊流下整个管截面的流速统一分布式^[10-14],本文采用Pannell等人^[10]提出的表达式

$$V_T(r, Re) = g\{Re(1-r)\lambda^{1/2}/[4 \times 2^{1/2}\Omega(Re)]\}/g \cdot \{Re \lambda^{1/2}/[4 \times 2^{1/2}\Omega(Re)]\} \tag{10}$$

$$g(x) = b_1 \lg(1+a_1x) + b_2(1-e^{-a_2x}) + b_3(1-e^{-a_2x})^2 \tag{11}$$

式中: g 为拟合函数; $a_1, a_2, b_1 \sim b_3$ 为函数系数; λ 为摩擦系数; $\Omega(Re)$ 为平均流速与最大流速之比. 根据实验数据拟合得到 $a_1 = 4.517\ 368 \times 10^{-2}$, $a_2 = 3.534\ 997 \times 10^{-2}$, $b_1 = 2.572\ 035$, $b_2 = 1.944\ 606$, $b_3 = 1.073\ 174$. 由流体力学^[15]相关理论得到

$$\frac{1}{\lambda^{1/2}} = 2\lg(Re \lambda^{1/2}) - 0.8 \tag{12}$$

$$\Omega(Re) = \bar{V}/V_{\max} = \begin{cases} 0.5, & Re \leq 2\ 000 \\ 1/(1+4.07(\lambda/8)^{1/2}), & Re > 2\ 000 \end{cases} \tag{13}$$

3 积分函数误差分析

在假定流量计可实现线积分的运算情况下,利用式(1)~式(3)得到超声波流量计的计量误差为

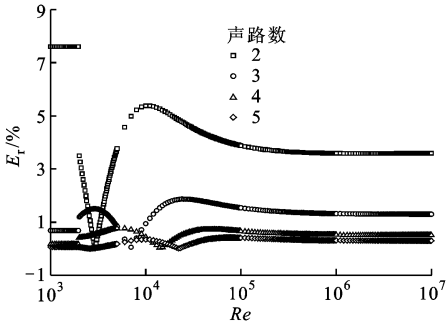
$$E_r = \frac{\left| \sum_{i=1}^N w_i \int_{-(1-x_i^2)^{1/2}}^{(1-x_i^2)^{1/2}} V(x_i, y) dy - \iint_A V(x, y) dx dy \right|}{\iint_A V(x, y) dx dy} \times 100\% \tag{14}$$

利用式(8)~式(14),编程计算各积分函数在不同声路下的相对误差, Re 在 $1.0 \times 10^3 \sim 1.0 \times 10^7$ 以内,计算结果如图2、图3及表2所示.

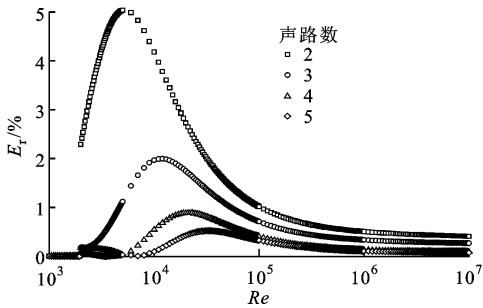
3.1 不同声路数下各积分函数的误差分布及比较

各积分函数的误差分布曲线按照 Re 可划分为3个区域:当 $Re < 2\ 000$ 时,流动处于层流状态,流速分布函数 $V_L(r)$ 仅与 r 有关,因此各积分函数的误差值均为常数;当 $2\ 000 \leq Re \leq 1.0 \times 10^5$ 时,为误差波动区域,总体趋势是误差逐渐增大至最大误差后逐渐减小;当 $Re > 1.0 \times 10^5$ 时,为误差稳定区域,

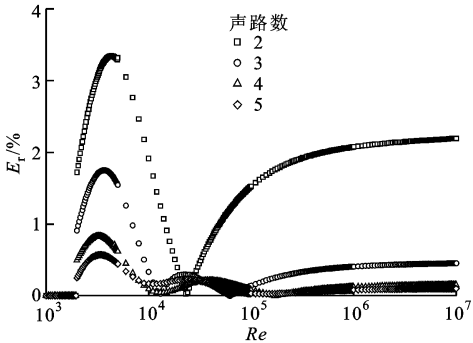
该范围内的误差随着 Re 的增大逐渐稳定在某一个值上,这是由于在 Re 很大时,流速分布更加均匀,各声路数所处位置的线流速随 Re 变化小,因此整体的加权面流速与积分面流速的差值变化较小.



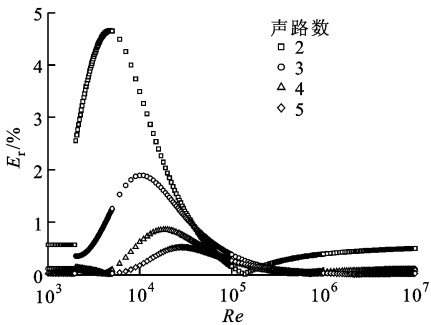
(a) Gauss-Legendre



(b) Gauss-Jacobi



(c) Tailored



(d) Owics

图2 各积分函数2~5个声路的误差分布

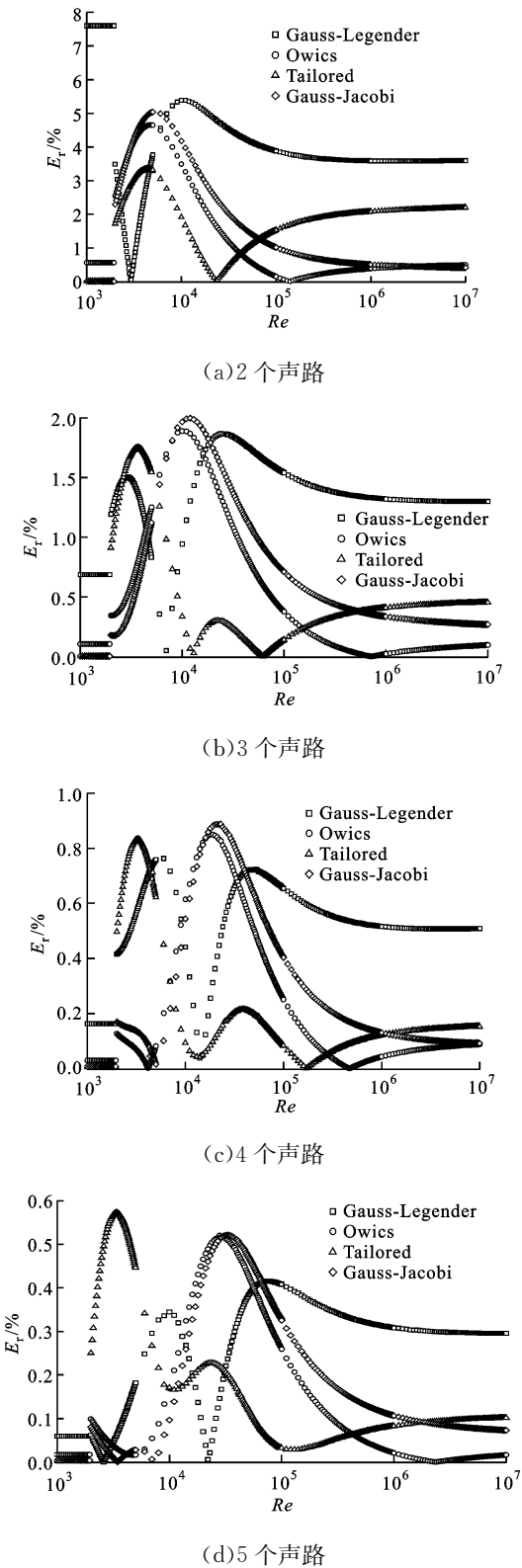


图 3 不同声路下的积分函数误差分布

从图 3 可以看出,Gauss-Legendre 在 2 个声路模型的层流误差、最大误差、误差稳定值均远大于在 3~5 个声路中对应的误差. Tailored 以及 Gauss-Jacobi 所有声路的层流误差值相近,在误差稳定区

表 2 4 种积分函数的误差分布对比

声路数	数值积分函数	层流误差 /%	稳定误差	湍流最大误差 /%	Re
2	Gauss-Legendre	7.603	3.597	5.383	1.1×10^4
	Owics	0.563	0.494	4.656	4.7×10^3
	Tailored	0.006	2.192	3.342	4.3×10^3
	Gauss-Jacobi	0.001	0.410	5.039	5.0×10^3
3	Gauss-Legendre	0.687	1.300	1.870	2.4×10^4
	Owics	0.105	0.097	1.890	1.0×10^4
	Tailored	0.003	0.453	1.748	3.8×10^3
	Gauss-Jacobi	0.003	0.268	1.997	1.2×10^4
4	Gauss-Legendre	0.164	0.508	0.764	6.0×10^3
	Owics	0.029	0.088	0.846	2.0×10^4
	Tailored	0.006	0.152	0.832	3.3×10^3
	Gauss-Jacobi	0.007	0.091	0.888	2.3×10^4
5	Gauss-Legendre	0.060	0.300	0.415	7.6×10^4
	Owics	0.017	0.017	0.520	2.8×10^4
	Tailored	0.002	0.102	0.573	3.3×10^3
	Gauss-Jacobi	0.004	0.073	0.521	3.3×10^4

4、5 个声路模型的误差相差不大,但 Tailored 在 2 个声路的误差稳定值较大. Owics 在 2 个声路的层流误差、误差稳定值远大于 3~5 个声路所对应的误差. 因此,在 $Re>4.0\times10^5$ 时或者声路数受限制的情况下, Owics 具有显著的优势. 对于 Owics 及 Gauss-Jacobi,最大误差对应的 Re 相接近,随着声路数的增多均出现误差增大的趋势,各声路数的湍流最大误差对应的 Re 均集中在低 Re 区域.

3.2 相同声路数下各积分函数的误差比较

对于 2 个声路的模型,各积分函数的最大误差为 5%~8%,层流区域内 Gauss-Legendre 误差最大,为 7.6%,Tailored 与 Gauss-Jacobi 相接近,具有最小误差. 在 $2\,500\leq Re\leq 5\,000$ 内,Gauss-Legendre 具有最小误差,而在 $5\times10^3\leq Re\leq 4.2\times10^4$ 内,Tailored 的误差最小. 当 $Re>1.0\times10^5$ 时,Owics、Tailored 具有最小误差,Gauss-Legendre 的误差最大.

对于 3~5 个声路的模型,各积分函数的最大误差分别为 1.5%~2%、0.7%~0.9%和 0.4%~0.57%,可见此时各积分函数声路数的增加并不能明显改善误差. 与 2 个声路一样,可由误差分布曲线得出不同 Re 区间的引入最小误差的积分.

4 结 论

(1)超声波流量计的设计采用的积分形式主要取决于声路数、适当的测量区间以及流量计成本,随着各积分函数声路数的增加,各积分函数引入的固有误差会减小,但成本也会随之增加。

(2)各积分函数引入的固有误差在 $Re < 2 \times 10^3$ 时为常数,当 $2 \times 10^3 \leq Re \leq 1.0 \times 10^5$ 时,误差逐渐增大到最大,然后逐渐减小. 在 $Re > 1.0 \times 10^5$ 的范围内,误差随着 Re 的增大,固有误差逐渐稳定在某一个值上。

(3)在声路数不受限制且流速范围会出现最大误差时,Gauss-Legendre 相对于其他 3 种积分具有较小的误差. 在 $8.0 \times 10^3 \leq Re \leq 4.0 \times 10^5$ 的流量区间,Tailored 的误差较小,在声路数受限制以及 $Re > 4.0 \times 10^5$ 的流量测量中,Owics 具有明显的优势。

参考文献:

- [1] LYNNWORTH L C, LIU Yi. Ultrasonic flowmeters; half-century progress report, 1955-2005 [J]. Ultrasonics, 2006, 44(S1): 1371-1378.
- [2] WANG Yuhui. New-type ultrasonic flow meter design based on FPGA high-speed data sampling [C]// The Ninth International Conference on Electronic Measurement & Instruments. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1999, 509-512.
- [3] ROOSNEK N. Novel digital signal processing techniques for ultrasonic gas flow measurements [J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2000, 11(2): 89-99.
- [4] 李广峰,刘昉,高勇. 超声波流量计的高精度测量技术 [J]. 仪器仪表学报, 2001, 22(6): 644-647.
LI Guangfeng, LIU Fang, GAO Yong. Accurate measurement technology of the ultrasonic flowmeter [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2001, 22(6): 644-647.
- [5] VOSER A, BRUTTIN C, PRENAT J E, et al. Improving acoustic flow measurement [J]. Water Power & Dam Construction, 1996, 48(2): 30-34.
- [6] TRESCH T, GRUBER P L U, SCHER B, et al. Presentation of optimized integration methods and weighting corrections for the acoustic discharge measurement [C]// International Conference on Hydraulic Efficiency Measurement. Piscataway, NJ, USA;

IEEE, 2008; 1-14.

- [7] 李跃忠,李昌禧. 多声道超声气体流量计的建模与仿真 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2006, 34(4): 39-55.
LI Yuezhong, LI Changxi. Modeling and simulating of multi-path ultrasonic gas flowmeters [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2006, 34(4): 39-55.
- [8] 胡鹤鸣,王池,孟涛. 多声路超声流量计积分方法及其准确度分析 [J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(6): 1218-1223.
HU Heming, WANG Chi, MENG Tao. Integration method of multi-chord ultrasonic flowmeter and its accuracy analysis [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(6): 1218-1223.
- [9] SULI E, MAYERS D F. An introduction to numerical analysis [M]. Cambridge, England: Cambridge University Press, 2003: 277-287.
- [10] PANNELL C N, EVANS W A B, JACKSON D A. A new integration technique for flowmeters with chordal paths [J]. Flow Measurement and Instrumentation, 1990, 1(4): 216-224.
- [11] NIKURADSE J. Laws of turbulent flow in smooth pipes, NASA-TT-F-10359 [R]. Washington, USA: NASA, 1966.
- [12] 薛银春,龚家彪. 充分发展圆管流流速分布统一模型及其平均流速位置的研究 [J]. 计量学报, 1985, 6(4): 274-278.
XUE Yinchun, GONG Jiabiao. Studies of the universal velocity distribution model and the position of mean velocity for fully-developed turbulent flow in cylindrical pipes [J]. Acta Metrologica Sinica, 1985, 6(4): 274-278.
- [13] 张维一,龚家彪. 圆管中充分发展紊流的流速分布与平均流速位置的研究 [J]. 计量学报, 1983, 4(1): 1-6.
ZHANG Wei-yi, GONG Jiabiao. Studies on the velocity distribution and position of mean velocity in cylindrical pipes with fully developed turbulent flow [J]. Acta Metrologica Sinica, 1983, 4(1): 1-6.
- [14] DEAN R B. A single formula for the complete velocity profile in a turbulent boundary layer [J]. Journal of Fluids Engineering, 1976, 98(4): 723-726.
- [15] FRANK M W. Fluid mechanics [M]. New York, USA: McGraw-Hill, 1998: 326-352.

(编辑 管咏梅 荆树蓉)