

DOI: 10.7652/xjtuxb201303002

双树复小波时频构造在齿轮系装配间隙检测的应用

陈彬强, 张周锁, 郭婷, 孙闯, 张杰, 何正嘉
(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为优化离散小波变换在机械设备非平稳周期性故障特征提取的时频局部化能力,研究了一种时频域的双树复小波构造方法。通过调整复尺度函数滤波器的频率响应函数,获得初始滤波器的冲击响应向量,然后从时域上利用迭代优化算法增强构造结果的正交性,来进一步抑制能量泄漏,从而可在零消失矩下保证构造结果的正则性。数值仿真表明,时频域构造方法具有低能量泄漏的特性,在重型车床主轴箱齿轮系的振动信号应用中,可有效地提取由滑移齿轮装配间隙引起的微弱周期性调制特征,提取效果明显优于经典 Daubechies 规范正交小波,以及纯粹时域构造的双树复小波。

关键词: 装配间隙;能量泄漏;双树复小波;滑移齿轮

中图分类号: TH117 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)03-0007-06

Time-Frequency Domain Construction of Dual Tree Complex Wavelets for Assembly Clearance Detection of Gear Chains

CHEN Binqiang, ZHANG Zhousuo, GUO Tin, SUN Chuang, ZHANG Jie, HE Zhengjia
(State Key Laboratory for Manufacturing and System Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To optimize the time-frequency localizability of discrete wavelet transform in extracting nonstationary and periodic fault signatures of mechanical equipment, a time-frequency domain constructing scheme of dual tree complex wavelet transform (DTCWT) is investigated. Frequency responses with imposed phase shift condition and reduced energy leakage are designed for the prototype filters of scaling functions in the frequency domain. Subsequently, in the time domain the orthogonality and the energy leakage of the constructed DTCWT are further addressed. The regularity of the constructed DTCWT can be guaranteed even at zero vanishing moment. The reduced energy leakage effect of the constructing method is validated via numerical simulations. The constructed DTCWT is utilized to analyze the vibration signal of the gear train of a heavy-duty lathe and to successfully extract the weak periodic modulation signatures induced by the assembly clearance of the sliding gears. The extracting performance is superior to Daubechies orthonormal wavelet and DTCWT constructed purely in the time domain.

Keywords: assembly clearance; energy leakage; dual tree complex wavelet; sliding gear

在重型机械设备中,齿轮、轴承和转子等传动部件^[1]被普遍应用,而小波变换则被广泛地用于旋转机械的故障特征提取^[2-3]中,但由于平移不变性差、频带能量泄漏而制约了小波变换对周期性非平稳故

收稿日期: 2012-06-07。 作者简介: 陈彬强(1986—),男,博士生;张周锁(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275382,1117602);高校博士点专项基金资助项目(20110201130001)。

网络出版时间: 2012-12-23 网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20121223.1637.014.html>

障特征的提取效果^[4]。Kingsbury 提出了双树复小波变换^[5-6],它的滤波器组由 2 个小波基构成,2 个小波函数呈近似 Hilbert 变换对,以很少的冗余为代价却有效地提高了周期性特征的提取效果。王衍学等人结合双树复小波变换和相邻系数收缩策略^[7],对齿轮和轴承的微弱故障特征进行了提取。

离散小波无法同时具有时域和频域的正交性^[8],因为经典小波和第 2 代小波都是实小波变换,因此信号分解后在相邻尺度的过渡频带上伴随显著的能量泄漏现象。彭志科等人定量地分析了 Daubechies (DB) 小波正交规范基的能量泄漏^[9],发现通过增加小波基的消失矩阶数可间接地抑制这一问题,但具有高阶消失矩的小波的基支撑区间则很长,在分解过程中容易使高频尺度的系数变得稀疏^[10],造成机械动态测试信号中重要特征失真。

为了优化离散小波变换的时频局部化能力,本文对双树复小波基的时频域构造方法进行了研究,在频域上设计了小波尺度函数原型滤波器的频率响应,以保证良好的带通特性,再从时域上对小波函数的正交性进行改进,从而得到了频带能量泄漏较小的离散双树复小波。将时频域方法构造的双树复小波应用于重型车床主轴箱齿轮系的振动信号分析中,成功地提取了由滑移齿轮装配间隙引起的微弱调制特征,与 DB9 规范正交基和时频域设计的双树复小波对早期微弱故障特征的提取具有更好的能力。

1 双树复小波的基本理论

双树复小波基的尺度函数 $\phi(t)$ 和小波函数 $\psi(t)$ 都是复值函数,并且由 $\psi(t)$ 的实部和虚部构成一个 Hilbert 变换对,即

$$\text{Re}\varphi = H[\text{Im}\varphi] \quad (1)$$

在频域上,式(1)可以被等价为

$$|G_0(e^{j\omega})| = |H_0(e^{j\omega})| \quad (2)$$

$$\angle G_0(e^{j\omega}) = \angle H_0(e^{j\omega}) - 0.5\omega \quad (3)$$

式中: $H[\cdot]$ 为 Hilbert 变换算子; $H_0(e^{j\omega})$ 、 $G_0(e^{j\omega})$ 分别为 $\text{Re}\varphi$ 、 $\text{Im}\varphi$ 的频谱; ω 为响应频率, $\omega \in (-\pi, \pi]$ 。

2 双树复小波基时频域构造方法

2.1 双树复小波基的时频域构造流程

定义 $\phi(t)$ 的滤波器冲击响应向量为

$$\mathbf{h}_A(n) = \begin{cases} \mathbf{h}_0(n), & n = 2k + 1 \\ \mathbf{g}_0(n), & n = 2k \end{cases} \quad 0 \leq k \leq L - 1 \quad (4)$$

式中: $\mathbf{h}_0(n)$ 、 $\mathbf{g}_0(n)$ 分别为 $\text{Re}\varphi$ 、 $\text{Im}\varphi$ 的滤波器冲击响应向量; L 为 $\mathbf{h}_0(n)$ 和 $\mathbf{g}_0(n)$ 的系数。 $\mathbf{h}_A(n)$ 的频谱为

$$H_A(z) = H_0(z^2) + z^{-1}G_0(z^2), \quad z = e^{j\omega} \quad (5)$$

双树复小波的时频域构造流程的步骤归纳如下。

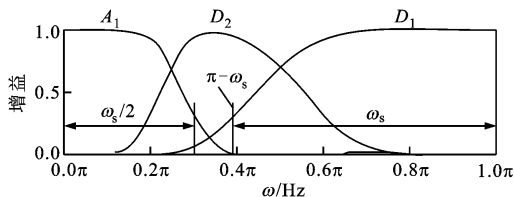
步骤 1 采用 4 次多项式在频域上设计 $\mathbf{h}_A(n)$ 的频率响应 $H'_A(e^{j\omega})$,使频率响应的过渡带光滑并陡峭,以减小相邻小波尺度的频带能量泄漏。

步骤 2 对 $H'_A(e^{j\omega})$ 施加半采样延迟条件得到 $H''_A(e^{j\omega})$,对 $H''_A(e^{j\omega})$ 进行傅里叶逆变换以获取 $\mathbf{h}_A(n)$ 的初始冲击响应向量 $\mathbf{h}_A^{(0)}(n)$ 。

步骤 3 对 $\mathbf{h}_A^{(0)}(n)$ 进行截断,在 $\omega = \pm\pi/2$ 上增加传递函数零点。

步骤 4 对 $\mathbf{h}_A^{(0)}(n)$ 进行时域优化,以实现:①双树复小波基的时域正交性和完美重构性;②抑制非相邻尺度间的频带混叠。

设 $H_0(e^{j\omega})$ 的阻带为 $[\omega_s, \pi]$,经过 2 层小波分解后,信号的频谱被划分为 3 个尺度,即 A_1 、 D_1 、 D_2 ,如图 1 所示。



A_1 、 D_1 、 D_2 : 两层小波变换后得到的小波尺度; ω_s : 截止频率

图 1 小波分解子带的幅频率响应示意图

为抑制 D_1 和 A_1 之间的能量泄漏,应使

$$0.5\omega_s \leq \pi - \omega_s \Rightarrow \omega_s \leq (2/3)\pi \quad (6)$$

将式(6)的约束转换为对 $\mathbf{h}_A(n)$ 的要求,应使 $H_A(e^{j\omega})$ 在 $\omega \in [\pi/3, \pi]$ 的增益接近 0,当完成时域优化后,可以通过计算得到 $\mathbf{h}_0(n)$ 和 $\mathbf{g}_0(n)$ 。

步骤 5 由小波基的正交约束条件,求解双树复小波基的其他滤波器及其对应的重构滤波器组。

2.2 时域优化算法

时域优化步骤有 2 个优化目标:①较小的小波尺度能量泄漏,即 $H_A(e^{j\omega})$ 在 $[\pi/3, \pi]$ 上的增益为 0;②时域正交性,即 $H_A(z)$ 中的 z^{4k} ($k \neq 0$ 且 $k \in \mathbf{Z}$) 项的系数为 0。2 个优化目标可以表示为

$$\mathbf{h}_A(n)\mathbf{h}_A(n+4k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad k \in \mathbf{Z} \quad (7)$$

$$\mathbf{F}\mathbf{h}_A \approx [0, \dots, 0]^T \quad (8)$$

式中: $\mathbf{F}$ 是 $\mathbf{h}_A$ 在 $[\pi/3, \pi]$ 上各点谱系数的傅里叶系数矩阵。

采用线性迭代优化算法对式(8)中的二次型问题进行简化。将 $\mathbf{h}_A^{(0)}$ 作为迭代过程中的初始值,相邻 2 次的数值迭代之间应满足

$$\mathbf{h}_A^{(k+1)} = \mathbf{h}_A^{(k)} + \mathbf{h}_f \Delta \mathbf{h}_A^{(k+1)}$$

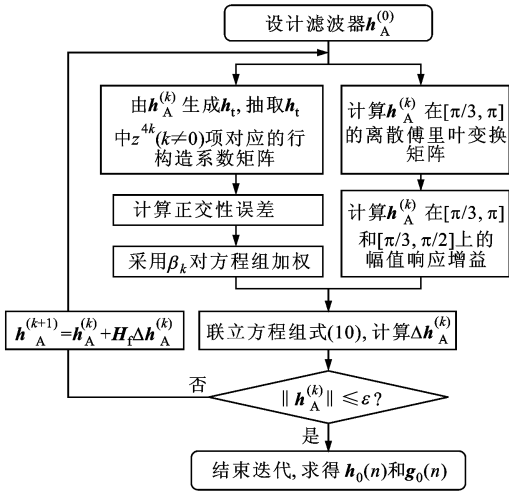
式中: $\mathbf{h}_f$ 为零点对数矩阵,是保证 $\mathbf{h}_A^{(k+1)}$ 在 $\omega = \pm \pi/2$ 上的零点对数矩阵。忽略 $\mathbf{h}_A^{(k+1)} * \mathbf{h}_A^{(k+1)}$ 中的高阶项 $\Delta \mathbf{h}_A^{(k+1)}$,可得

$$\mathbf{h}_A^{(k+1)} * \mathbf{h}_A^{(k+1)} \approx \mathbf{h}_A^{(k)} (\mathbf{h}_A^{(k)} + 2\Delta \mathbf{h}_A^{(k+1)}) \quad (9)$$

将式(9)带入式(7)、式(8),可以得到线性方程组

$$\begin{bmatrix} 2\beta_k \mathbf{C}_{k+1} \\ \mathbf{t}_k \mathbf{f} \end{bmatrix} \mathbf{h}_f \Delta \mathbf{h}_A^{(k+1)} = \begin{bmatrix} \beta_k (\mathbf{c} - \mathbf{C}_k \mathbf{h}_A^{(k)}) \\ -\mathbf{t}_k \mathbf{f} \Delta \mathbf{h}_A^{(k)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{C}_{k+1}$ 为系数矩阵; β_k 为加权系数, $\beta_k = 2^k$,可用于提高方程组数值的稳定性; $\mathbf{c}$ 为 Dirac 冲击向量; $\mathbf{t}_k$ 为增益矩阵,用于改善滤波器过渡带的光滑性。双树复小波基的时域迭代优化算法流程见图 2。



ϵ : 容许误差, $\epsilon = 10^{-3}$

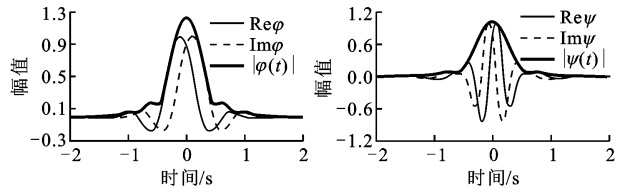
图 2 双树复小波时域优化迭代算法流程图

2.3 构造实例

采用本文算法,令 $L = 18$,消失矩阶数为 0, $H_A(e^{j\omega})$ 在 $\omega = \pm \pi/2$ 上的零点对数为 1, $\omega_s = 2/3\pi$ 。双树复小波的设计结果如图 3 所示,其中复尺度函数和复小波函数都具有光滑的包络曲线(良好的正则性)。

3 仿真验证

为了验证所构造的双树复小波具有更小的频带能量泄漏,一组多谐波成分构成的仿真信号为



(a) 复尺度函数

(b) 复小波函数

图 3 复尺度函数和复小波函数的包络图

$$\begin{aligned} s(t) = & 0.5\cos(2\pi 30t) + \cos(2\pi 85t) + \\ & 1.5\cos(2\pi 170t) + \cos(2\pi 340t) + \\ & 0.5\cos(2\pi 700t), t \in [0, 1.024] \end{aligned}$$

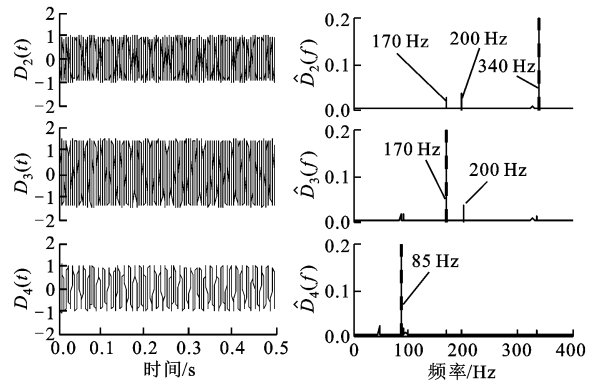
$s(t)$ 的采样频率为 2 kHz,采样长度为 2 048 点。对仿真信号进行 4 层小波分解后,小波尺度频谱 $\hat{D}_2, \hat{D}_3, \hat{D}_4$ 的中心频率分别为 $f_2 = 340$ Hz、 $f_3 = 170$ Hz、 $f_4 = 85$ Hz。频率对应的原始谐波信号为

$$s_i(t) = \cos(2\pi f_i t), t \in [0, 1.024], i = 2, 3, 4$$

采用 3 种小波基对仿真信号进行分解和子频带单支重构,再通过小波尺度-原始成分相关系数、小波尺度泄漏成分的能量强度来对比 3 种小波基的优劣。

3.1 3 种小波基的分析结果对比

采用双树复小波基对仿真信号进行 4 层分解,小波尺度信号 $D_2(t), D_3(t), D_4(t)$ 及其对应的频谱 $\hat{D}_2(f), \hat{D}_3(f), \hat{D}_4(f)$ 如图 4 所示(运算点数为 2 000,频率分辨率为 1 Hz),各尺度的中心频率受其他频带能量泄漏影响很小。在 $\hat{D}_2$ 中,200 Hz 是最强的泄漏成分,其幅值仅为 0.034 9。

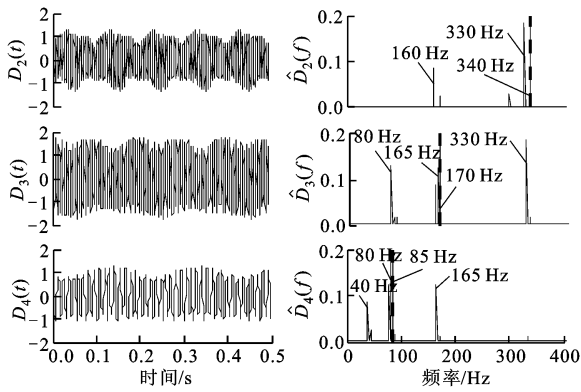


(a) 尺度信号

(b) 频谱

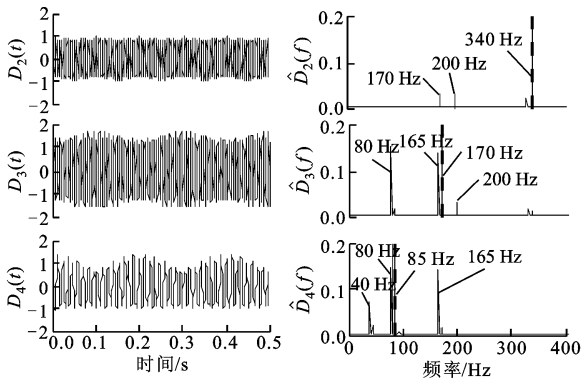
图 4 本文方法构造的双树复小波基的尺度信号及频谱

DB9 经典小波基的冲击响应向量的系数为 18,消失矩阶数为 9,仿真信号的分解结果见图 5。由图 5 可知,各尺度间的能量泄漏严重,虚假频率成分较多,其中 $\hat{D}_3$ 的 80、165 和 330 Hz 的频谱线在幅值上甚至接近 0.2。



(a) 尺度信号 (b) 频谱

图 5 DB9 小波基的尺度信号及频谱



(a) 尺度信号 (b) 频谱

图 6 仿真信号的 MV8 小波基的尺度信号及频谱

MV8 小波基^[11]是一种通过提高消失矩阶数构造的双树复小波,冲击响应向量的系数为 18,消失矩阶数为 8,对仿真信号的分解结果见图 6。其中, $\hat{D}_2$ 的分解效果较好,但在 $\hat{D}_3$ 、 $\hat{D}_4$ 分解结果的频谱中,干扰频率的幅值较大,时域波形失真也较大。

3.2 子带-原始成分相关系数的分析结果

采用各小波基分解后的各尺度信号与原始成分的互相关系数为

$$C(D_i, s_i) = \frac{\sum_{k=1}^{2000} (D_i(k) - \bar{D}_i)(s_i(k) - \bar{s}_i)}{(\sum_{k=1}^{2000} (D_i(k) - \bar{D}_i)^2)^{1/2} (\sum_{k=1}^{2000} (s_i(k) - \bar{s}_i)^2)^{1/2}}$$

$i = 2, 3, 4$

式中: $D_i(k)$ 为小波变换后的分解信号; $\bar{D}_i$ 为 D_i 的时域平均值; $s_i(k)$ 为 f_i 对应的原始各谐波信号; $\bar{s}_i$ 为 $s_i(k)$ 的时域平均值。它们的 $C(D_i, s_i)$ 越大,能量泄漏越小。

图 4~图 6 中各尺度信号与 $s_i(t)$ ($i=2,3,4$) 的相关系数如图 7 所示。各尺度中,时频域构造的双树复小波基的分解结果与原始成分的相关系数都是最大的,说明分解后的信号失真最小。

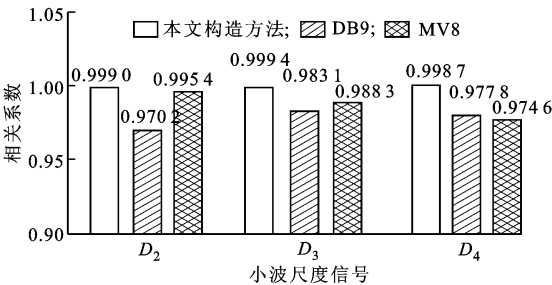


图 7 3 种小波基的子带-原始成分的相关系数

3.3 子频带泄漏成分的能量强度

对图 5~图 7 中各尺度重构信号进行快速傅里叶变换,并且分别计算各小波尺度频谱中心频率谱线的幅值,结果见表 1。

表 1 由 $D_2 \sim D_4$ 提取的实际谐波幅值

f_i/Hz	$ s_i(k) $		
	本文方法	DB9	MV8
85	0.978 9	0.977 8	0.970 4
170	1.466 0	1.466 0	1.450 0
340	0.956 0	0.976 9	0.894 0

为了对图 4~图 6 中能量泄漏的现象进行定量分析,各小波尺度中泄漏成分的能量强度为

$$E(D_i) = \int_0^{f_i-\delta} |\hat{D}_i(f)|^2 df + \int_{f_i+\delta}^{f_s/2} |\hat{D}_i(f)|^2 df$$

式中: δ 为频率中心的半径, $\delta=0.1$ 。3 种小波基的分解结果及子频带泄漏成分的能量强度见表 2。由表 2 可知,时频域构造的双树复小波基子频带泄漏成分能量最小,分解效果最佳,与相关系数对比的结果相一致。

表 2 3 种小波基子频带泄漏成分能量强度的对比

小波尺度信号	$E(D_i)$		
	本文方法	DB9	MV8
D_2	0.002 1	0.059 0	0.007 0
D_3	0.002 4	0.074 3	0.049 1
D_4	0.001 5	0.039 6	0.047 2

由图 7、表 1、表 2 可知,DB9 和 MV8 小波基对各频带中心频率具有较好的提取能力,但由于频带能量泄漏较严重,因此导致各尺度信号与原始信号的相关系数较小,分解效果不佳。

4 重型车床齿轮系装配间隙的检测

为检测一台 63T 重型卧式车床主轴箱齿轮系的装配间隙,在主轴箱体的前、后表面上对称地布置了 10 个加速度传感器测点,主轴箱的轴系结构如图 8 所示。在轴 3、轴 4 上布置了一对滑移齿轮副,空载情况下启动机床,控制主轴转速 $n=60\text{ r/min}$ 。各传动轴的转频和齿轮的啮合频率见表 3。

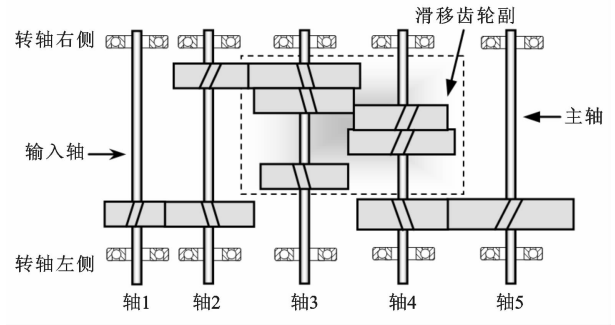
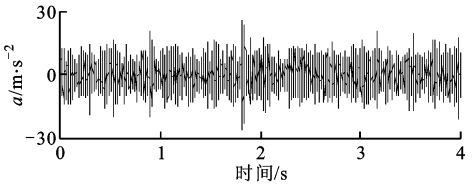


图 8 重型车床主轴箱齿轮系结构示意图

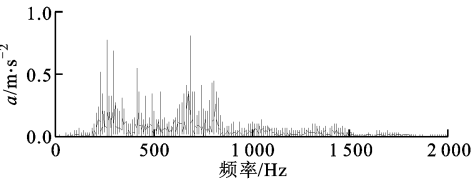
表 3 传动轴的转频及齿轮啮合频率

参数	轴 1	轴 2	轴 3	轴 4	轴 5
转频/Hz	19.5	11.1	3.4	5.0	1.0
啮合频率/Hz	488.0	255.2	228.0	114.0	114.0

采用移动式数据采集仪记录各测点的振动加速度信号,采样频率为 4 096 Hz,采样时间为 4 s。图 9 为轴 3 左侧轴承的振动加速度 a 的信号时域波形和相对应的频谱,在时域和频域上都没有发现显著的故障特征信息。



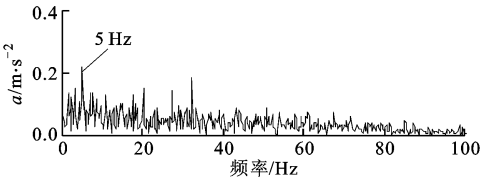
(a) 时域波形



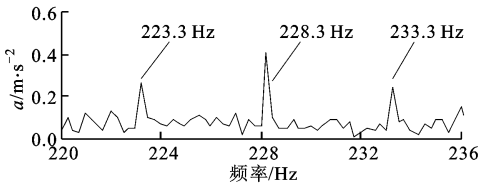
(b) 频谱

图 9 轴承的振动加速度信号时域波形及频谱图

采用本文构造的双树复小波基对信号进行 4 层分解, D_4 的 Hilbert 包络谱及其尺度频谱如图 10 所示。在图 10a 中存在一条突出的 5 Hz 谱峰,表明 D_4 中可能存在调制现象。在图 10b 中也出现了显著的边频带现象,这是以 228.3 Hz 为中心频率,间隔为 5 Hz 的 2 个对称频率点(223.3 Hz, 233.3 Hz),其中 228.3 Hz 对应于图 8 中轴 3 和轴 4 上滑移齿轮副的啮合频率(与理论计算值 228 Hz 十分接近),而图 10a 中的 5 Hz 则为图 8 中轴 4 的旋转频率。



(a) Hilbert 包络谱

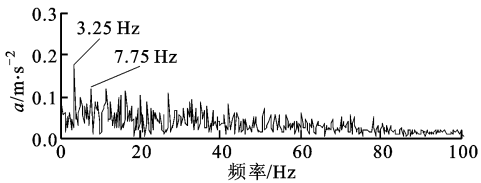


(b) 频谱

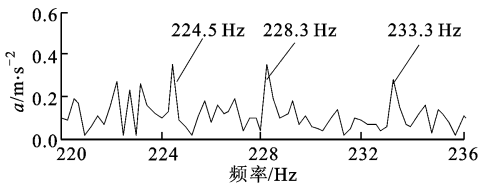
图 10 D_4 的 Hilbert 包络谱及频谱

图 10 的 2 个频率点(223.3 Hz, 233.3 Hz)表明,在轴 3、轴 4 上滑移齿轮副的传动受到轴 4 工作频率的显著调制,经停机后拆卸检查,发现滑移齿轮副上存在不可忽略的装配间隙,从而验证了诊断结果的正确性。

采用 DB9 经典小波基和 MV8 双树复小波基对振动信号进行处理。图 11a 和 12a 为 2 种小波基分



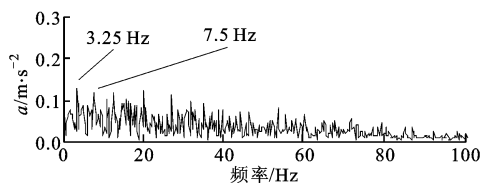
(a) Hilbert 包络谱



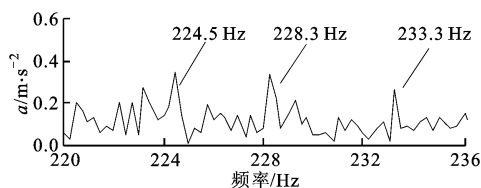
(b) 频谱

图 11 DB9 小波基 D_4 的 Hilbert 包络谱及频谱

解后 D_4 的 Hilbert 包络谱, 其中没有发现 5 Hz 的谱峰, 也没有出现 5 Hz 的边频带现象。由图 10~图 12 可知, 采用离散小波变换对原信号进行 4 层分解后, D_4 的理论通带为 128 Hz 和 256 Hz, 而图 10b 中滑移齿轮啮合副的 3 个特征频率为 223.3、228.3 和 233.3 Hz, 并且都处在滤波器通带的边缘, 且能量泄漏严重。由于时频域设计的双树复小波基具有更好的抗能量泄漏特性, 因此准确地提取了由滑移齿轮装配间隙导致的调制型故障特征。



(a) Hilbert 包络谱



(b) 频谱

图 12 MV8 小波基 D_4 的 Hilbert 包络谱及频谱

5 结 论

针对经典离散小波变换时频局部化特性中存在的能量泄漏严重问题, 本文提出了一种改进的双树复小波时频域构造方法。该方法从频域和时域的角度对双树复小波进行构造, 综合优化其时频局部化的能力, 并且减小了能量的泄漏, 在零消失矩条件下获得了具有高度正则性的双树复小波。

本文采用时频域构造的双树复小波基对仿真信号进行分解, 成功地将多个不同谐波成分独立地分解到不同尺度中, 且各分解尺度信号的波形失真较小。将时频域构造的双树复小波基应用于重型车床的主轴箱齿轮系的装配间隙检测中, 在振动信号中提取了处于小波分解子频带边缘的微弱调制特征, 进而准确地诊断出滑移齿轮副上存在的装配间隙。数值仿真和工程实测数据分析表明, 时频域双树复小波的构造方法与经典规范正交小波和纯粹时域构造的双树复小波相比, 具有更优的抗能量泄漏特性, 对机械设备非平稳周期性故障特征的提取, 具有更好的能力。

参考文献:

- [1] LEI Yaguo, KONG Detong, LIN Jing, et al. Fault detection of planetary gear boxes using new diagnostic parameters [J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(5): 1-10.
- [2] 何正嘉, 訾艳阳, 陈雪峰, 等. 内积变换原理与机械故障诊断 [J]. 振动工程学报, 2007, 20(5): 528-533. HE Zhengjia, ZI Yanyang, CHEN Xuefeng, et al. Transform principle of inner product for fault diagnosis [J]. Journal of Vibration Engineering, 2007, 20(5): 528-533.
- [3] WANG Shibin, HUANG Weiguo, ZHU Zhongkui. Transient modeling and parameter identification based on wavelet and correlation filtering for rotating machine fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(4): 1299-1320.
- [4] SELESNICK I W, BRARNIUK R G, KINGBURY N G. The dual tree complex wavelet transform [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005, 22(6): 123-151.
- [5] KINGSBURY N G. Complex wavelets and shift invariance [C]// IEE Colloquium on Time-Scale and Time-Frequency Analysis and Applications. London, UK: IET, 2000: 1-10.
- [6] KINGSBURY N G. Design of q-shift complex wavelets for image processing using frequency domain energy minimization [C]// IEEE International Conference on Image Processing. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003: 1013-1016.
- [7] WANG Yanxue, HE Zhengjia, ZI Yanyang. Enhancement of signal denoising and multiple fault signatures detecting in rotating machinery using dual-tree complex wavelet transform [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(1): 119-137.
- [8] DAUBECHIES I. Ten lectures on wavelets, CBMS-conference lecture notes [M]. Philadelphia, USA: SI-MA, 1992.
- [9] PENG Zhike, JACKSON R R, CHU Fulei, et al. On the energy leakage of discrete wavelet transform [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(2): 330-343.
- [10] MALLAT S. A wavelet tour of signal processing [M]. 2nd ed. New York, USA: Academic Press, 1999.
- [11] TAY D B H, KINGSBURY N G, PALANISWAMI M. Orthonormal Hilbert-pair of wavelets with (almost) maximum vanishing moments [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2006, 13(9): 533-536.

(编辑 管咏梅)