

DOI: 10.7652/xjtuxb201403022

用于非均质复合材料应力分析的 交错网格有限体积法

宣领宽, 龚京风, 张文平, 明平剑

(哈尔滨工程大学动力与能源工程学院, 150001, 哈尔滨)

摘要: 针对非均质复合材料的应力问题, 发展了一种交错网格有限体积法(SCV-FVM)。该方法基于非结构网格离散线弹性平衡方程, 采用交错网格技术将材料的空间变化引入离散过程, 从而不需要显式处理复合材料交界面。用 SCV-FVM 对宏观非均质复合材料应力场进行了数值模拟, 结果与理论解吻合良好。与其他数值结果的对比表明, SCV-FVM 能够避免材料物性突变引起的牵引力方向的应力数值波动及不连续现象, 但是难以捕捉垂直于牵引力方向的应力跳跃现象, 可以通过加密交界面网格来改善计算结果。用 SCV-FVM 对微观非均质复合材料应力场进行了数值模拟, 结果不存在由物性参数空间变化引起的数值不连续现象及应力集中现象, 表明 SCV-FVM 适合对微观非均质材料进行应力分析。

关键词: 非均质复合材料; 层合材料; 功能梯度材料; 交错网格技术; 有限体积法

中图分类号: O343.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)03-0121-07

Staggered Cell-Vertex Finite Volume Method for Analyzing Stress in Heterogeneous Composite Materials

XUAN Lingkuan, GONG Jingfeng, ZHANG Wenping, MING Pingjian

(College of Power and Energy Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: A staggered cell-vertex finite volume method (SCV-FVM) is developed for stress analysis in heterogeneous composite materials. The linear elastic equilibrium equation is discretized based on unstructured grids. The staggered grid technique is adopted to introduce the material variation into the discretization, so it is unnecessary to treat the material interfaces explicitly. SCV-FVM is taken to simulate the elastic fields of macrostructures and the results agree well with the analytical ones. Comparisons between different numerical results show that SCV-FVM is able to avoid numerical oscillation of the stress along traction direction, however it is hard for SCV-FVM to capture the stress jump vertical to the traction direction, which can be improved by refining the mesh around the material interface. The elastic performance of multi-layer composites with microstructures is discussed via SCV-FVM, and the numerical discontinuity and stress concentration due to variation of physical parameters do not appear in the predicted results, which demonstrates the feasibility of SCV-FVM for stress analysis of heterogeneous composite materials.

Keywords: heterogeneous composite material; laminated material; functionally graded material; staggered grid technique; finite volume method

层合材料、功能梯度材料、涂层材料等复合材料已被广泛应用于工程实际中。采用不同的制备工艺得到的复合材料可能存在界面形貌的波动^[1]、微尺度颗粒的随机分布^[2-3]等。

关于均质(即不存在物性突变)复合材料热力性能的研究已有较多报道^[4-14]。非均质复合材料包括微观非均质结构,如具有微结构的功能梯度材料;宏观非均质结构,如层合材料、包含问题等。文献[15]指出,基于连续介质理论的有限元法不能有效地直接求解非均质问题,如无限体中含微观结构的问题。为此,文献[15]建立了基于均匀化理论确定复合材料结构应力场的方法,用均质的宏观结构和非均质的具有周期性分布的微观结构来描述原结构。文献[3]基于高阶功能梯度理论(HOTFGM),对具有微结构的热障涂层的热力性能进行了数值分析,并指出:基于有限元法得到的应力场存在不合理的应力集中现象。另一方面,文献[4-6]基于HOTFGM发展了有限体积理论(FVT),并用于研究经典包含问题,结果表明:用FVT计算得到的沿牵引力方向的应力与理论解吻合良好,但计算得到的垂直于牵引力方向的应力存在数值不连续现象,并且难以得到收敛解。文献[16]根据分界面法向应力连续和位移切向梯度连续的情况,提出了3种显式处理材料分界面的途径,改进了格心型有限体积法(CC-FVM),计算结果表明,改进后的CC-FVM能够避免不合理的应力波动。

作者曾提出了一种新的数值方法——交错网格有限体积法(SCV-FVM)。该方法采用网格有限体积法(CV-FVM)离散控制方程,利用交错网格技术将物性参数的空间变化引入离散过程。SCV-FVM现已被成功应用于求解均质功能梯度材料及层合材料的热传导问题^[7]。本文进一步将SCV-FVM推广应用于宏观和微观非均质复合材料的应力问题研究。

1 数学模型

1.1 控制方程

考虑二维线弹性材料的静态应力问题。根据控制体 Ω 内的力平衡建立控制方程

$$\oint_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} dS + \int_V \rho \mathbf{g} dV = 0 \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$ 为应力张量; $\mathbf{g}$ 为单位质量体积力矢量; V 为 Ω 的体积; S 为 Ω 的边界; $\mathbf{n}$ 为垂直于边界 S 的单位外法线矢量。将方程(1)写为张量形式

$$\oint_S \sigma_{ij} n_j dS + \int_V \rho g_i dV = 0 \quad (2)$$

式中: σ_{ij} 为 $\boldsymbol{\sigma}$ 在垂直于 i 方向的微元面沿 j 方向的分量; g_i 为 $\mathbf{g}$ 沿 i 方向的分量; n_j 为 $\mathbf{n}$ 沿 j 方向的分量。

线弹性体的本构方程为

$$\sigma_{ij} = 2G\epsilon_{ij} + \lambda\epsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (3)$$

式中: δ_{ij} 为克罗尼克尔符号,当 $i=j$ 时 $\delta_{ij}=1$,当 $i \neq j$ 时 $\delta_{ij}=0$;拉姆系数 G 与 λ 可由弹性模量 E 和泊松比 μ 根据式(4)和式(5)计算:

对于平面应变

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{E}{2(1+\mu)} \\ \lambda &= \frac{\mu E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对于平面应力

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{E}{2(1+\mu)} \\ \lambda &= \frac{\mu E}{(1+\mu)(1-\mu)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ϵ_{ij} 为应变张量 $\boldsymbol{\epsilon}$ 的分量,其表达式为

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

将式(3)和式(6)代入式(2),得到待解控制方程

$$\oint_S \left[G \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] n_j dS + \int_V \rho g_i dV = 0 \quad (7)$$

式中: u_i 为位移矢量 $\mathbf{u}$ 沿 i 方向的分量。

对于固支边界 S_D ,位移为0;对于载荷边界 S_N ,给定边界载荷矢量 $\mathbf{f}_0$;自由边界 S_F 是载荷边界的特殊情况,即 $\mathbf{f}_0=0$;简支边界可以由固支边界和自由边界组合得到。

1.2 数值离散

采用三节点三角形(T3)和四节点四边形(Q4)网格单元划分计算域。SCV-FVM与CC-FVM最基本的区别在于控制体的建立。如图1所示,CC-FVM以网格单元作为控制体,变量定义在单元中心(实心圆点),如网格单元15,而SCV-FVM则围绕单元节点(空心圆点)依次连接相邻单元中心和边长中点(实心圆点)建立控制体,网格单元由实线围成,控制体由虚线围成,如围绕内部节点 a 建立的控制体1-2-3-4-5-6-7-8-9-10,围绕边界节点 b 建立的控制体11-12-13- b -14-4-3-2。

基于交错网格的思想,将待解变量定义在单元节点上,物性参数定义在单元中心。假设待解变量在控制体内均匀分布,物性参数在单元内均匀分布,

则物性参数在控制体内是变化的(如图 1 所示),从而可将物性参数的空间变化自然地引入离散过程。

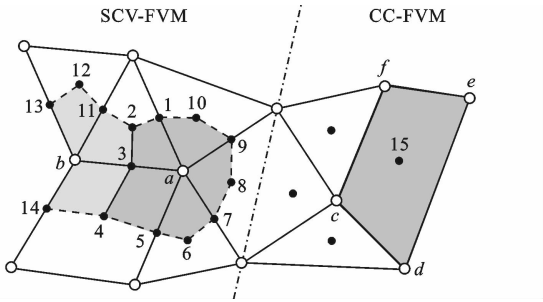


图 1 控制体示意图

基于 CV-FVM 离散方程(7),可得

$$\oint_S \left[G \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] n_j dS + \int_V \rho g_i dV = \sum_{\alpha=1}^{n_c} G_{\alpha} \sum_{\beta=1}^{n_a} \left(u_{i\alpha\beta} \int_{S_{\alpha}} \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial x_j} n_j dS + u_{j\alpha\beta} \int_{S_{\alpha}} \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial x_i} n_j dS \right) + \sum_{\alpha=1}^{n_c} \lambda_{\alpha} \sum_{\beta=1}^{n_a} \left(u_{k\alpha\beta} \int_{S_{\alpha}} \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial x_k} n_i dS \right) + \rho g_i V \quad (8)$$

式中: n_c 为当前节点周围的单元总数; n_a 为第 α 个单元内的节点数; $N_{\alpha\beta}$ 为型函数,型函数的导数在不同单元中的积分可参考文献[7];下角标 α 表示第 α 个单元中心的变量值, $\alpha\beta$ 表示第 α 个单元内第 β 个节点上的变量值。

对于固支边界,保持节点位移为 0。对于载荷边界,将边界力代入方程(8),得

$$\oint_S \left[G \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] n_j dS + \int_V \rho g_i dV = \sum_{\alpha=1}^{n_c} G_{\alpha} \sum_{\beta=1}^{n_a} \left(u_{i\alpha\beta} \int_{S_{\alpha}} \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial x_j} n_j dS + u_{j\alpha\beta} \int_{S_{\alpha}} \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial x_i} n_j dS \right) + \sum_{\alpha=1}^{n_c} \lambda_{\alpha} \sum_{\beta=1}^{n_a} \left(u_{k\alpha\beta} \int_{S_{\alpha}} \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial x_k} n_i dS \right) + \rho g_i V + \int_{S_N} f_{i0} dS \quad (9)$$

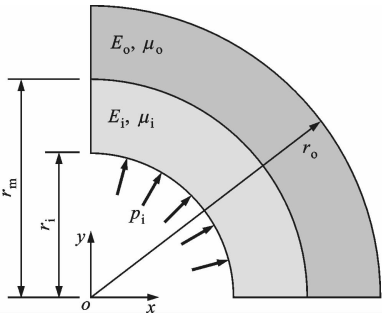
耦合求解不同方向的位移,从而可以一次计算得到整个位移场,避免迭代。

2 方法验证及应用

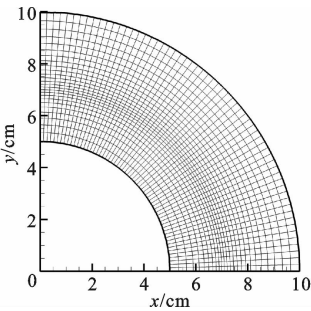
2.1 双层材料圆盘问题

考虑如图 2 所示的双层材料圆盘^[16],采用平面应力假设。内表面半径 $r_i=0.05\text{ m}$,受到的均匀压力 $p_i=1\text{ MPa}$;外表面半径 $r_o=2r_i$,为自由边界。两层材料分界面的半径 $r_m=1.4r_i$;内层材料的泊松比 $\mu_i=0.35$,外层材料的泊松比 $\mu_o=0.3$;外层材料的弹性模量 E_o 是内层材料弹性模量 E_i 的 10 倍。

由于对称性,取 1/4 圆盘作为计算域(如图 2a 所示),径向划分 25 个均匀网格,周向划分 60 个均匀网格。在文献[16]中,计算模型径向有 50 个均匀网格,周向有 120 个均匀网格。



(a)几何模型

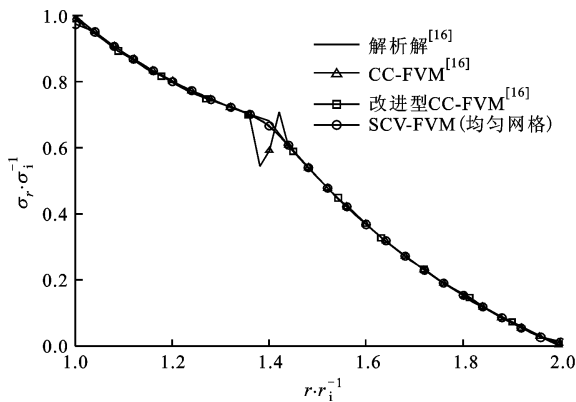


(b)非均匀网格

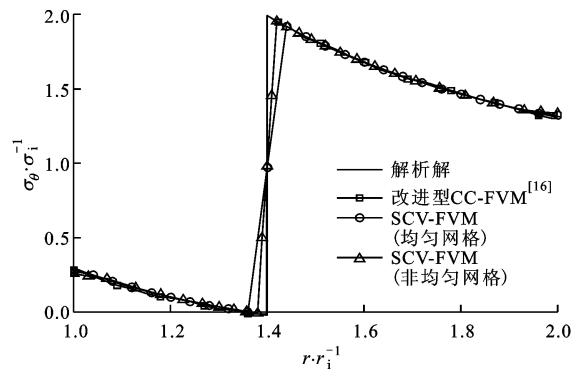
图 2 双层材料圆盘示意图

图 3 为采用传统 CC-FVM、文献[16]的改进型 CC-FVM 和本文的 SCV-FVM 获得的双层材料圆盘应力计算结果比较。从图 3a 可以看到,传统 CC-FVM 得到的径向应力 σ_r 在分界面附近存在不正确的数值波动,由改进型 CC-FVM 得到的结果与理论解吻合良好,而本文的 SCV-FVM 不需要特殊处理分界面,得到的 σ_r 不存在数值波动。

图 3b 为采用不同方法得到的周向应力 σ_{θ} 曲线。由于在分界面存在材料突变, σ_{θ} 曲线应有跳跃现象。由改进型 SCV-FVM 得到的 σ_{θ} 在远离分界面的区域与理论解一致,但在分界面上计算值存在一定误差。CC-FVM 以位移为求解变量,根据本构关系计算应力场,空间一个点仅计算一个应力值,因此得到的分界面上的应力是一个平均值。当细化交界面附近网格,即采用如图 2b 所示的非均匀网格时,计算得到的 σ_{θ} 曲线有明显改善。非均匀网格与均匀网格采用相同的网格数,非均匀网格的最小网格尺寸为 1 mm,在交界面处,交界面两侧沿径向的网格数分别为 10 和 15,所以交界面附近网格更细密(见图 2b)。



(a) 径向应力 σ_r



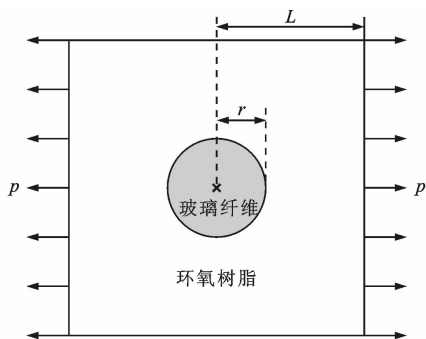
(b) 周向应力 σ_θ

图 3 双层材料圆盘的归一化应力曲线比较

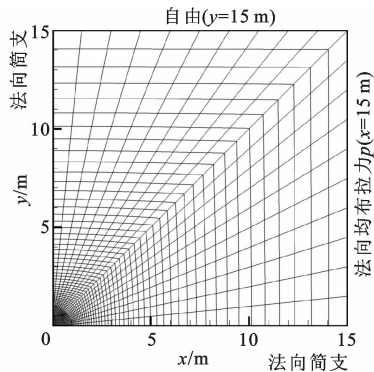
2.2 包含问题

考虑如图 4a 所示的经典包含问题^[1,6]。方形结构($2L=30\text{ m}$)基体为环氧树脂,物性参数为 $E_m=4.9\text{ GPa}$, $\mu_m=0.34$ 。包含区域($r=1\text{ m}$)为玻璃纤维,物性参数为 $E_f=69.0\text{ GPa}$, $\mu_f=0.2$ 。方形结构的左面和右面受到沿 x 方向的均匀拉力 $p=100\text{ MPa}$,上、下表面自由。由于结构的对称性,取其 $1/4$ 作为计算域(见图 4b), $x=0$ 和 $y=0$ 为简支边界,采用平面应变假设。

文献[6]计算了完整的方形结构,采用 $4\times 2\ 600$ 个四边形网格划分计算域,而本文仅采用 $1\ 200$ 个四边形网格划分计算域,如图 4b 所示,网格分布与文献[6]的类似。图 5 为基于本文 SCV-FVM 计算得到的应力云图,图 6 为基于不同方法计算得到的应力曲线。由图 6 可见:采用有限元法得到的应力曲线不连续;采用 FVT 得到的应力曲线沿牵引力方向是连续的(见图 6a),但垂直于牵引力方向则是不连续的(见图 6b);采用本文 SCV-FVM 得到的应力曲线与理论解吻合良好,不存在数值不连续现象。需要指出的是,在环氧树脂和玻璃纤维的分界面存在物性参数的突变,垂直于牵引力方向的应力存在

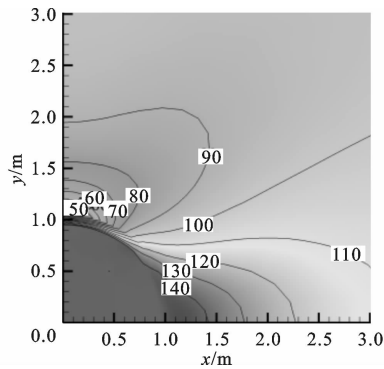


(a) 几何结构及边界条件

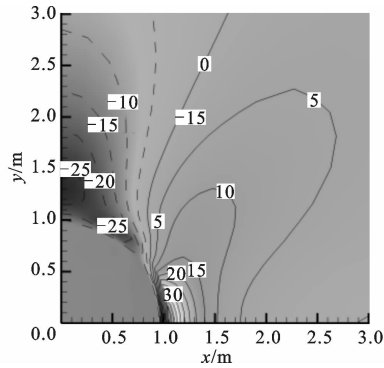


(b) 计算域划分

图 4 矩形结构包含圆形结构的包含问题



(a) σ_x (MPa)



(b) σ_y (MPa)

图 5 $3\text{ m}\times 3\text{ m}$ 方形区域的应力云图

跳跃。与 2.1 节中的问题类似,因为 SCV-FVM 计算得到的应力在分界面上是一个平均值,因此采用

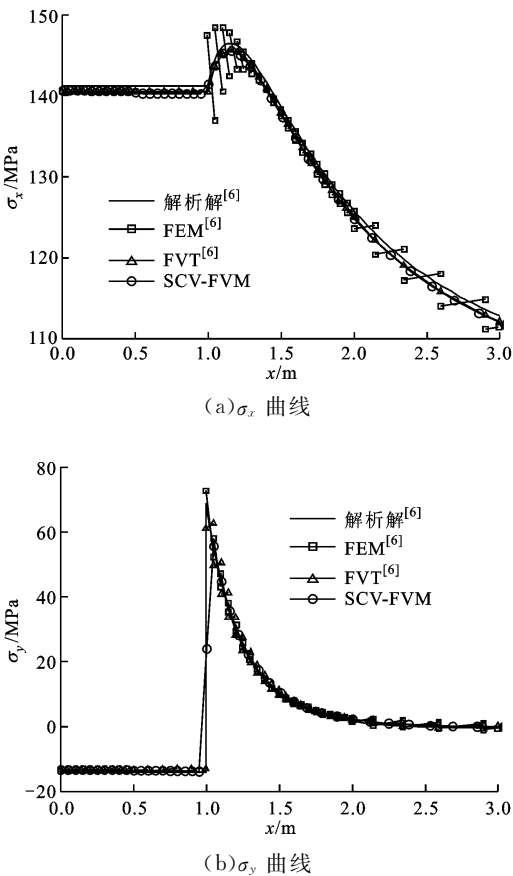


图 6 应力计算结果对比($y=0$)

SCV-FVM 计算应力跳跃问题时需要加密分界面两侧的网格。

2.3 微结构涂层问题

利用 SCV-FVM 求解如图 7 所示的 4 层微结构涂层的应力场。用均匀四边形网格划分计算域,网格为边长 $20\text{ }\mu\text{m}$ 的正方形。为了避免结构的刚性平移,底面中间 3 个节点固支,其余节点简支。涂层顶端受到沿 x 方向变化的压力,两侧自由,采用平面应变条件。

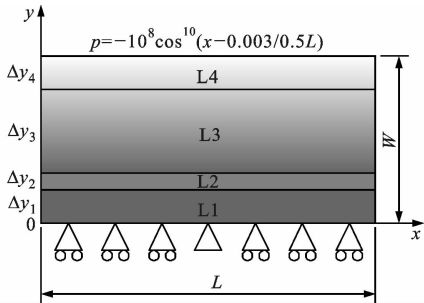


图 7 4 层微结构涂层示意图

涂层长 $L=2\text{ mm}$,宽 $W=1\text{ mm}$,共有 4 层。底层 L1 为纯 Fe,厚度 $\Delta y_1=0.2\text{ mm}$;第 2 层 L2 为黏结剂 CoCrAlY,厚度 $\Delta y_2=0.1\text{ mm}$;第 4 层为纯

ZrO_2 ,厚度 $\Delta y_4=0.2\text{ mm}$ 。各涂层材料的物性参数见表 1。第 3 层为梯度层,厚度 $\Delta y_3=0.5\text{ mm}$,材料由 CoCrAlY 逐渐变为 ZrO_2 。 ZrO_2 的质量分数沿 y 轴变化

$$\varphi_z = \left(\frac{y - \Delta y_1 - \Delta y_2}{\Delta y_3} \right)^m \tag{10}$$

则梯度层的物性参数

$$P = P_z \varphi_z + P_c (1 - \varphi_z) \tag{11}$$

式中: P 代表表 1 中的参数 k 、 E 、 μ ;下角标 Z 代表 ZrO_2 , C 代表 CoCrAlY;指数 m 控制梯度层中材料质量分数的变化规律。

表 1 涂层材料的物性参数

涂层	$k/W \cdot (\text{m} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$	E/GPa	μ
Fe(L1)	60.5	207	0.33
CoCrAlY(L2)	2.42	197	0.25
ZrO_2 (L4)	0.5	35	0.20

梯度层 L3 中 ZrO_2 颗粒随机分布,但其统计平均质量分数满足式(10)。假设颗粒为边长 $20\text{ }\mu\text{m}$ 的正方形,与网格尺寸相同,考虑如图 8 所示的 2 种梯度层结构。图 9 为计算得到的位移 u_y 和应力 σ_x 的云图,图 10 为计算得到的应力沿 $y=0.5\text{ mm}$ 的分布曲线。由图 9 和图 10 可知,由于微结构颗粒的随机分布,位移和应力在梯度层存在不均匀分布,位

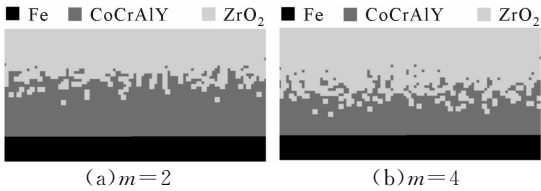
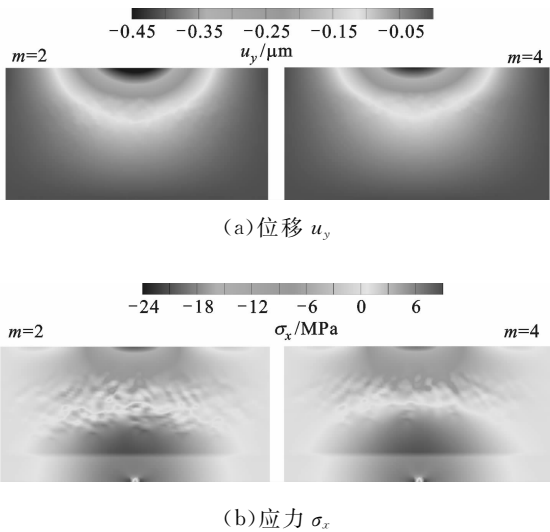


图 8 微结构涂层材料分布



(b)应力 σ_x

图 9 微结构涂层的位移和应力云图

移场的不均匀度小于应力场的不均匀度。另外,随着 m 的增大,涂层的变形和应力幅值减小,同时不均匀度降低。

由于微尺度颗粒的存在,使梯度层的物性参数变化剧烈。文献[2]中采用有限元法计算类似的微尺度问题时,存在不合理的应力集中现象,而本文方法的计算结果不存在数值应力集中问题,这进一步验证了本文方法对非均匀材料的适用性。

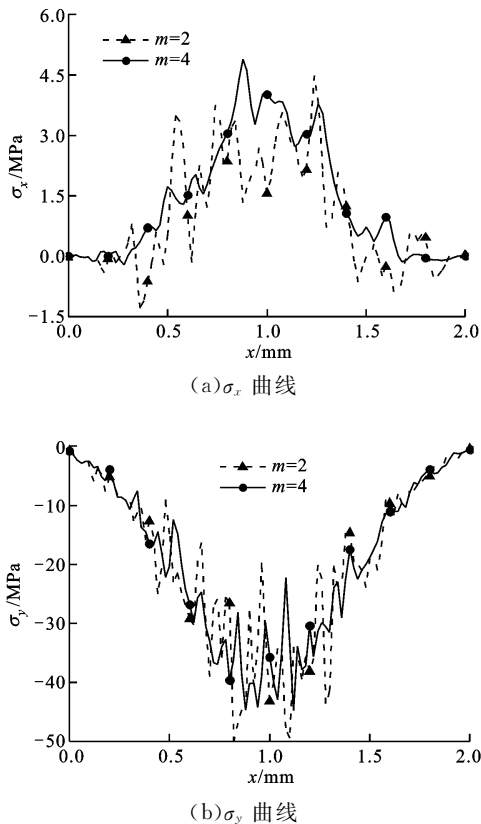


图10 微结构涂层沿 $y=0.5$ mm 的应力曲线

3 结论

本文采用交错网格技术提出了 SCV-FVM。该方法围绕节点建立控制体,将物性参数定义在单元中心,待解变量定义在单元节点上,从而能够考虑非均质材料的空间变化。

采用 SCV-FVM 对宏观非均质复合材料的应力场进行了数值模拟,通过与解析解的对比,验证了结果的正确性。与 CC-FVM 相比,SCV-FVM 不需要显式处理界面,就能避免物性突变引起的界面应力数值波动。与 HOTFGM 及有限元法相比,SCV-FVM 能够避免材料空间变化引起的不合理的应力不连续现象。通过分析发现,SCV-FVM 在空间任一点仅计算一个应力值,计算得到的材料交界

面处的应力是一个平均值,因此难以捕捉由材料物性突变引起的垂直于牵引力方向的应力跳跃现象,但可以通过加密网格来改善计算结果。

由于 SCV-FVM 不需要显式地处理复合材料交界面,因而能够用于分析具有随机分布微观结构的非均质材料问题。对微观非均质涂层的数值模拟结果表明,用 SCV-FVM 计算的应力场不存在数值不连续现象及应力集中问题。

参考文献:

- [1] PINDER M J, ABOUDI J, ARNOLD S M. Analysis of the spallation mechanism suppression in plasma-sprayed TBCs through the use of heterogeneous bond coat architectures [J]. International Journal of Plasticity, 2005, 21(6): 1061-1096.
- [2] ZHONG Y, BANSAL Y, PINDER M J. Efficient reformulation of the thermal higher-order theory for FGMs with locally variable thermal conductivity [J]. International Journal of Computational Engineering Science, 2004, 5(4): 795-831.
- [3] BANSAL Y, PINDER M J. Efficient reformulation of the thermoelastic higher-order theory for functionally graded materials [J]. Journal of Thermal Stresses, 2003, 26(11/12): 1055-1092.
- [4] CAVALCANTE M A A, MARQUES S P C, PINDER M J. Parametric formulation of the finite-volume theory for functionally graded materials: part I Analysis [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 2007, 74(5): 935-945.
- [5] CAVALCANTE M A A, MARQUES S P C, PINDER M J. Parametric formulation of the finite-volume theory for functionally graded materials: part II Numerical results [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 2007, 74(5): 946-957.
- [6] CAVALCANTE M A A, MARQUES S P C, PINDER M J. Computational aspects of the parametric finite-volume theory for functionally graded materials [J]. Computational Materials Science, 2008, 44(2): 422-438.
- [7] GONG Jingfeng, XUAN Lingkuan, MING Pingjian, et al. An unstructured finite-volume method for transient heat conduction analysis of multilayer functionally graded materials with mixed grids [J]. Numerical Heat Transfer: Part B, 2013, 63(3): 222-247.
- [8] GONG Jingfeng, MING Pingjian, XUAN Lingkuan, et al. Thermoelastic analysis of three-dimensional functionally graded rotating disks based on finite volume

- method [J/OL]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 227 (12). DOI: 10.1177/0954406213489933.
- [9] PENG Xulong, LI Xianfang. Thermal stress in rotating functionally graded hollow circular disks [J]. Composite Structures, 2010, 92(8): 1896-1904.
- [10] PENG Xulong, LI Xianfang. Elastic analysis of rotating functionally graded polar orthotropic disks [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2012, 60 (1): 84-91.
- [11] CARRERA E, BRISCHETTO S, ROBALDO A. Variable kinematic model for the analysis of functionally graded material plates [J]. AIAA Journal, 2008, 46(1): 194-203.
- [12] GIUNTA G, BELOUETTAR S, CARRERA E. Analysis of FGM beams by means of classical and advanced theories [J]. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2010, 17(8): 622-635.
- [13] 仲政, 于涛. 功能梯度悬臂梁弯曲问题的解析解 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2006, 34(4): 443-447.
- ZHONG Zheng, YU Tao. Analytical bending solution of functionally graded cantilever-beam [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2006, 34 (4): 443-447.
- [14] 于涛, 仲政. 均布载荷作用下功能梯度悬臂梁弯曲问题的解析解 [J]. 固体力学学报, 2006, 27(1): 15-20.
- YU Tao, ZHONG Zheng. A general solution of a clamped functionally graded cantilever-beam under uniform loading [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2006, 27(1): 15-20.
- [15] 刘书田, 程耿东. 复合材料应力分析的均匀化方法 [J]. 力学学报, 1997, 29(3): 306-313.
- LIU Shutian, CHENG Gengdong. Homogenization method of stress analysis of composite structures [J]. Acta Mechanica Sinica, 1997, 29(3): 306-313.
- [16] TUKOVIĆ Ž, IVANKOVIĆ A, KARAĆ A. Finite-volume stress analysis in multi-material linear elastic body [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2013, 93(4): 400-419.

(编辑 葛赵青)

(上接第 71 页)

- [6] SAYYAADI H, BABAE LAHI M. Thermoeconomic optimization of a cryogenic refrigeration cycle for reliquefaction of the LNG boil-off gas [J]. International Journal of Refrigeration, 2010, 33(6): 1197-1207.
- [7] SHIN Y, LEE Y P. Design of a boil-off natural gas reliquefaction control system for LNG carriers [J]. Applied Energy, 2009, 86(1): 37-44.
- [8] ERNST P. The LNG BOG labyrinth-piston compressor with flexible capacity control [J/OL]. [2013-01-21]. http://www.kgu.or.kr/download.php?tb=bbs_017&fn=Ernst.pdf&rn=Ernst.pdf.
- [9] SHIN M W, SHIN D, CHOI S H, et al. Optimization of the operation of boil-off gas compressors at a liquefied natural gas gasification plant [J]. Industrial and Engineering Chemistry Research, 2007, 46 (20): 6540-6545.
- [10] 丁仕风, 唐文勇, 张圣坤. 大型液化天然气船温度场及温度应力研究 [J]. 船舶工程, 2008, 30(5): 16-19.
- DING Shifeng, TANG Wenyong, ZHANG Shenkun. A research on temperature field and stress field of large-scale LNG ship [J]. Ship Engineering, 2008, 30 (5): 16-19.

(编辑 苗凌)

(上接第 38 页)

- [10] KUSTERER K, ELYAS A, BOHN D. Film cooling effectiveness comparison between shaped-and double-jet film cooling holes in a row arrangement [C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2010. New York, USA: ASME, 2010: 1503-1515.
- [11] LU Y P, DHUNGEL A, EKKAD S V. Effect of trench width and depth on film cooling from cylindrical holes embedded in trenches [C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2007. New York, USA: ASME, 2007: 28-39.
- [12] DORRINGTON J R, BOGARD D G. Film effectiveness performance for coolant holes embedded in various shallow trench and crater depressions [C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2007. New York, USA: ASME, 2007: 159-170.

(编辑 管咏梅 苗凌)