

DOI: 10.7652/xjtuxb201403012

参数曲面三角网格生成的改进波前法

王伟, 樊宏周, 席光

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为了消除基于波前法的有限元三角网格算法在参数曲面网格剖分过程中单元形状映射畸变的问题, 结合直接法和映射法各自的优点, 提出了一种新的三角网格生成算法, 即: 对当前节点进行剖分, 并在三维空间直接产生新节点且进行节点的合法性判断, 再将物理网格映射到参数空间形成参数域网格; 对相邻波前段形成的角度进行剖分, 依据角度大小生成个数不等的单元, 通过优先剖分锐角节点使波前段始终构成钝角多边形。经剖分算例表明: 所提算法减少了节点合法性判断内容和判断次数, 避免了重复剖分, 取消了剖分结束算法, 提高了网格剖分效率, 生成了高质量的三角网格; 仅需对网格排列情况的直观分析, 便可定性判断三维曲面的空间曲率变化。该算法对叶片加工中振动分析、精密加工研究等具有指导意义。

关键词: 有限元; 曲面网格; 波前法; 三角剖分; 映射畸变

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)03-0061-07

A New Algorithm for Triangular Mesh Generation by Advancing Front Technique

WANG Wei, FAN Hongzhou, XI Guang

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A new algorithm for triangular mesh generation by advancing front technique is proposed to remove the mapping distortion when the parametric mesh is generated by mapping method. For the current node, this algorithm combines direct method with mapping method to directly locate a new node and to determine the validity in the real space, the mesh in the parametric spaces is generated by mapping method. The angle formed by the adjacent fronts is divided into several units according to the angle scope. The acute angles of nodes is firstly divided, to always retain the polygon fronts with obtuse angle. The proposed algorithm enables to reduce the content and number of validities, avoid the repeated subdivision, cancels the part of the convergence checking, and generate a highly quality mesh. The mesh arrangement can also be used to determine spatial curvature distribution of 3D surfaces for analyzing vibration and precision cutting of the blade.

Keywords: finite element method; surface mesh; advancing front technique; triangulation; mapping distortion

曲面网格生成是有限元分析中几何建模的关键, 曲面网格可以直接作为膜结构、壳体等的有限元

模型进行计算分析。三维实体的表面是由各种曲面和平面组成, 三维实体表面离散的数据点及曲面网

收稿日期: 2013-07-09。 作者简介: 王伟(1982—), 男, 博士生; 席光(通信作者), 男, 教授, 博士生导师。 基金项目: 国家“973 计划”资助项目(2011CB706505); 陕西省自然科学基金资助项目(2012JM7004)。

网络出版时间: 2013-12-19

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20131219.1121.003.html>

格质量将直接影响剖分算法的可靠性和生成体网格的质量^[1]。所以,有限元、计算流体动力学和计算机图形学分析中获得高质量的曲面网格是必不可少的前提条件^[2]。

曲面网格剖分算法中波前法(Advancing Front Technique, AFT)是曲面三角网格生成的重要方法,具有启发性、局部适应性和单元可控性^[3]。基于波前法的三角网格剖分算法涉及到映射法和直接法。映射法是运用波前法将参数空间的参数域进行剖分,并映射到三维曲面上生成曲面网格,其研究重点是克服曲面参数化不均匀导致的网格映射畸变。为了解决映射畸变问题,Cuillière先由曲面参数方程推导出描述映射畸变程度的解析式,再运用改进的波前法来剖分参数域,然后将参数域映射到曲面上以形成曲面网格^[4-5]。这种由解析式对映射畸变的度量,其结果是准确的,但通用性略显不足。Lee等在采用映射法剖分复杂三维曲面时,将整个曲面分割成若干小而简单的曲面片,然后各自进行剖分,在参数域的剖分中运用黎曼度量剖分后得到各向异性网格,这样在三维曲面上得到理想的三角网格^[6-7]。可见,映射法在网格映射过程中的映射畸变是制约该方法生成高质量网格的关键。直接法是运用波前法直接在曲面上产生新节点并生成新单元,是波前法从二维空间向三维空间的扩展,其研究重点是在三维空间曲面上精确定位新节点,生成高质量单元,做高效的网格剖分。在三维空间生成新节点方面:Lo先在剖分区域构造辅助曲线,再采用线面求交的方法精确定位曲面上的新节点^[8],该方法对剖分曲率变化平缓的空间曲面能够得到高质量网格;Ito等在曲面的网格节点中采用插值的方法生成新节点,但新节点过度依赖曲面上网格节点的数量和分布情况^[9]。可见,在新节点生成之前直接法缺少对区域有效的预判环节,从而导致新节点的产生具有盲目性,区域剖分出现重复进行,对新节点的合法性要进行大量判断,包括相交判断、包含判断及距离判断等,这种判断耗用了大约80%的计算时间,既影响剖分效率,又影响网格质量。

本文运用映射法的思路在三维曲面上为每个节点建立正交标架,运用直接法的思路、采用投影算法直接在三维曲面上定位新节点。在节点的正交标架中,通过投影算法定位新节点,在三维空间中结合映射法、直接法直接对新节点进行合法性判断。曲面剖分时先对相邻波前段形成的角度进行剖分,再结合节点间的距离生成单元网格。为避免区域剖分的

重复性,优先剖分锐角节点,从而减少了节点合法性判断的次数,缩短了算法的运行时间,增强了算法的可靠性,提高了剖分效率和网格质量。

1 新节点生成

在生成三角网格的过程中,波前法将边界上的网格点所形成的一系列有向线段的集合定义为波前,从波前出发,逐一与区域内部的点形成三角形单元,该三角形单元的新边加入到波前的行列,生成该单元的边则从波前行列中消除,如此不断地向区域内部推进,直到波前的行列为空为止,此时生成的三角网格覆盖整个区域,剖分结束。

在剖分网格的过程中,本文借鉴了映射法中的坐标系,即在三维曲面上为任意节点建立正交标架,并在2个空间中分别建立具有一一对应关系的坐标系,而在三维曲面上借鉴了直接法的节点生成方式直接定位新节点。所以,本文算法在2个空间共建立了3个坐标系,在三维曲面上的坐标系中运用投影算法直接产生新节点。这样,在一个节点的产生过程中,本文算法集中了映射法和直接法各自的优点,巧妙避免了映射畸变的问题。

波前法的关键是新节点生成算法,其在待剖分的三维曲面上,根据不同部位的特点产生相应的新节点。对于远离边界约束的中心区域,应尽可能产生理想形状的单元新节点;对于边界附近的区域,受边界、角点等因素的约束,应灵活生成不同形状的单元新节点。

如图1所示,参数空间中波前任意一个矢量段 ab ,其2个节点的坐标分别为 (u_a, v_a) 和 (u_b, v_b) ,相应物理空间中2个节点分别为 A 和 B 。节点 B 为当前剖分节点,波前段 AB 绕当前剖分节点 B 顺时针旋转,旋转角度为 ϕ ,设定 $\widehat{BC} = d_{BC}$,可唯一确定三角单元 ABC 及新节点 C 。通过解三角形可以得到节点 C 在 $\widehat{AB}$ 上的投影点 M 及 $d_{MC} = \|MC\|$,通过参数化可确定点 M 在参数空间的对应点 m 及其参数坐标 (u_m, v_m) 。为点 M 建立正交标架时,令 $\mathbf{X}_L = AB/\|AB\|$, $\mathbf{Y}_L$ 为曲面在点 M 的单位法向量,则 $\mathbf{Z}_L = \mathbf{X}_L \times \mathbf{Y}_L$ 。对于正则曲面 $\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v \neq 0$,点 C 相对于点 M 的参数增量 Δu 和 Δv 满足如下方程组

$$\left. \begin{aligned} \Delta u(\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{X}_L) + \Delta v(\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{X}_L) &= 0 \\ \Delta u(\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{Z}_L) + \Delta v(\mathbf{r}_v \cdot \mathbf{Z}_L) &= d_{MC} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{r}_u$ 、 $\mathbf{r}_v$ 分别为曲面上点 M 沿 u 、 v 的单位切向量。

方程(1)表示线段 MC 在 $\mathbf{X}_L$ 方向上的投影为

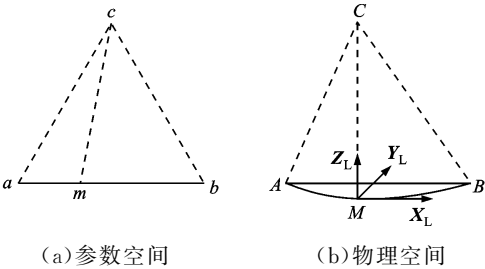


图 1 新节点生成示意图

0,在 Z_L 方向上的投影为 d_{MC} ,求解该方程可得相应参数的增量 Δu 和 Δv 。点 c 在参数空间的坐标为

$$\left. \begin{aligned} u_c &= u_m + \Delta u \\ v_c &= v_m + \Delta v \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

在确定了当前剖分节点 B 之后,通过调整 ϕ 和 d_{BC} 可以在三维曲面上任意定位新节点 C ,生成各种不同形状的三角单元。理想单元显然不能覆盖角点、极点等特殊区域,这就需要通过合理调整 ϕ 和 d_{BC} 灵活移动新节点的位置,以运用高质量的单元完全覆盖所有区域。新节点生成算法利用了波前法的良好局部适应性和灵活性来调整 ϕ 和 d_{BC} 。

2 新单元生成

波前法生成三角网格是一种探索推进式的单元生成过程,其根据已有波前向区域内部延伸网格,在产生新节点的同时生成新单元,并随时检验新节点的合法性。波前段的大小直接反映已生成单元的质量,同时影响后续将要生成的新单元的质量,对波前段大小进行严格的控制,可保证生成高质量的单元。当前剖分节点 B 的确定决定着网格剖分的顺序, ϕ 和 d_{BC} 的确定决定着新生成单元的形状。节点的合法性判断占用了算法大部分的计算时间,所以压缩判断内容、减少判断次数,才能提高剖分算法的效率。在新单元的生成过程中,将两相邻波前形成的角度定义为剖分角度 θ ,本文算法通过对 θ 的剖分,再配合线段长度,将生成合理的新单元。

2.1 波前段极值

三角单元的边长会影响网格质量,波前段是连接已有单元和后续新单元的纽带,其大小直接影响新单元的质量,本文设定了单元边长的 2 个极值。

令单元边长的极小值

$$d_{\min} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 75^\circ} d \quad (3)$$

单元边长的极大值

$$d_{\max} = \frac{1}{\sin 45^\circ} d \quad (4)$$

式中: d 为理想单元边长。

将网格单元的边长严格控制在 2 个极值下,不会生成单个边长过小的锐角单元和单个边长过大的钝角单元。

2.2 三角网格生成

区域外边界初始化的波前以逆时针方向为正向,区域内边界初始化的波前以顺时针方向为正向,这样可确保剖分区域始终位于波前正方向的左侧。每个波前节点都有相应的剖分角度 θ ,随着波前的不断更新, θ 需要适时更新。以节点 P_3 (见图 2)为当前剖分节点,根据 θ 的大小判断局部区域的形态,结合节点间的长度生成新节点,产生新单元。 θ 可以分为以下几种。

当 $\theta \leq \frac{\pi}{6}$ 时,如图 2a 所示,表明该区域过于狭小,不适于生成新单元,故合并节点 P_2 、 P_4 ,以两节点的中点 P_6 代替,在波前节点列中取消节点 P_3 。若节点 P_2 、 P_4 中有剖分区域边界上的离散点,则两节点不能合并,保留边界上的节点,生成相应的单元。在三角剖分过程中,对于这种过于狭小区域的波前节点须优先剖分,保证待剖分区域为钝角多边形,以避免对区域进行不必要的重复剖分。

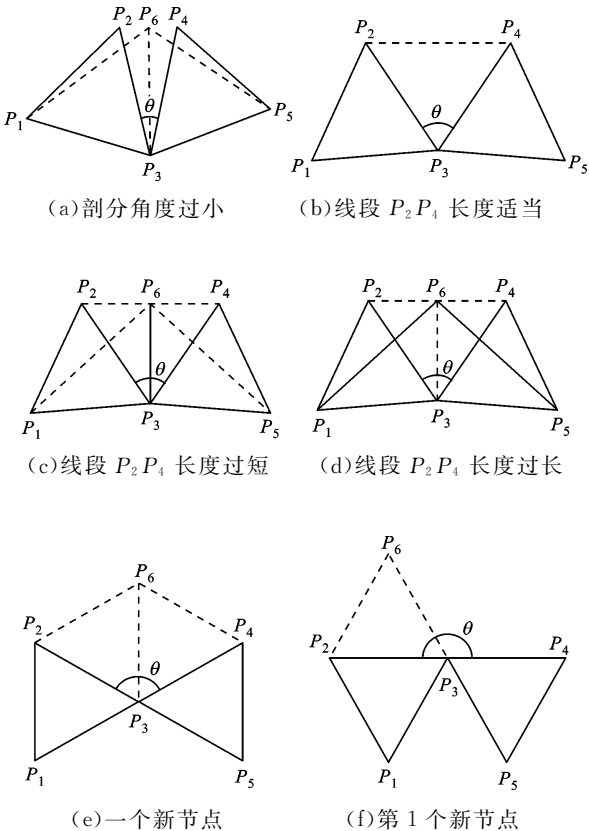


图 2 区域剖分示意图

当 $\frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 时,如图 2b 所示,表明该区域角度适于生成一个新单元,在三角剖分过程中这种波前节点须优先剖分,以避免出现不必要的重复剖分。生成新单元的数量应结合 $\|P_2P_4\|$ 的大小分为以下 3 种情况:

(1) 当 $d_{\min} \leq \|P_2P_4\| \leq d_{\max}$ 时,如图 2b 所示,表明该区域适于生成一个新单元 $P_2P_3P_4$,此时 $\phi = \theta$,应在波前节点列中取消节点 P_3 ;

(2) 当 $\|P_2P_4\| < d_{\min}$ 时,如图 2c 所示, $\|P_2P_3\| < d_{\min}$ 且 $\|P_3P_4\| < d_{\min}$,该区域过小,不适于生成新单元,因此合并节点 P_2 、 P_4 ,以两节点的中点 P_6 代替,不生成新单元,且在波前节点列中取消节点 P_3 ;

(3) 当 $\|P_2P_4\| > d_{\max}$ 时,如图 2d 所示,表明 $\|P_2P_3\| > d_{\max}$ 且 $\|P_3P_4\| > d_{\max}$,该区域过大,可生成 2 个新单元以保证新波前段在给定的范围内,此时 $\phi = \frac{\theta}{2}$,故确定节点 P_2 、 P_4 的中点 P_6 ,生成 2 个新单元 $P_2P_3P_6$ 和 $P_3P_4P_6$,且在波前节点列中以节点 P_6 替代节点 P_3 。

当 $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{5}{6}\pi$ 时,如图 2e 所示,表明该区域适于生成 2 个新单元,此时 $\phi = \frac{\theta}{2}$,故新节点 P_6 在 θ 的角平分线上。假定 $\|P_4P_6\| = d$,解三角形 $P_3P_4P_6$ 得到 $d_{36} = \|P_3P_6\|$ 。如果三角形 $P_3P_4P_6$ 无解,则令

$$d_{36} = \frac{d_{34} + 4d}{5} \quad (5)$$

如果 $\|d_{36} - d\| > 0.1d$,则令 $d_{36} = d$,以保证新生成的波前段尽量接近 d ,进而保证后续新单元的大小尽量接近 d 。在此,算法对线段的长度范围进行了严格限制,使波前段的长度尽量接近 d ,以确保优化后续的剖分形态。由新节点 P_6 生成 2 个新单元 $P_2P_3P_6$ 和 $P_3P_4P_6$ 后,波前节点列中以节点 P_6 替代节点 P_3 。在三角剖分过程中,剖分角度为钝角时,表明该节点区域开阔,可以生成给定要求的新单元,且不易发生重复剖分,也不存在优先剖分,可按照算法要求的剖分顺序确定当前的剖分节点。

当 $\theta > \frac{5}{6}\pi$ 时,如图 2f 所示,根据该区域的角度分 3 段分别生成不同数量的单元,具体的单元数如下式确定

$$\left. \begin{aligned} &3 \text{ 个单元, } \frac{5}{6}\pi < \theta \leq \frac{7}{6}\pi \\ &4 \text{ 个单元, } \frac{7}{6}\pi < \theta \leq \frac{9}{6}\pi \\ &5 \text{ 个单元, } \frac{9}{6}\pi < \theta \leq \frac{11}{6}\pi \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

根据单元数将 θ 均分,由此得到 ϕ ,顺时针依次解三角形,运用新节点的生成算法依次生成相应的新节点和新单元,直至将 θ 剖分完毕为止。

本文算法创新性地角度剖分,为波前形态的描述提供了确切的依据,解决了传统波前法对于图 3 所示的部分波前 $P_1P_2P_3$ 及新节点 P_4 、 P_5 中,相邻单元容易相交(见图 3a)或距离过近(见图 3b),从而造成剖分失败、算法复杂度增加的问题。

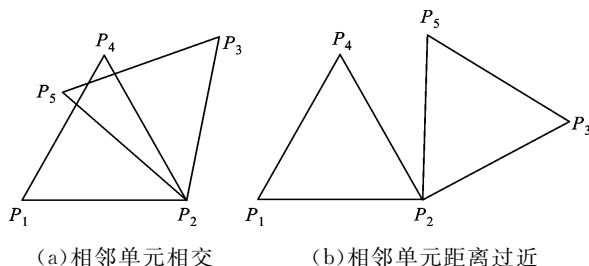


图3 相邻单元位置示意图

从上述剖分角度知,本文算法不必对区域角点单独进行分析,区域角点只是普通的剖分角度,可见按角度大小对波前段进行分类并分别剖分,可减少运算时间,降低算法的复杂度,提高网格的质量。

2.3 节点合法性判断

节点合法性判断是判断新节点能否针对局部区域生成合理的三角单元。当 $\theta > \frac{\pi}{2}$ 时,在剖分过程中由当前剖分节点 P_3 向区域内部延伸后生成新节点 P_6 ,再对新节点 P_6 进行的一系列判断。具体包括新节点 P_6 与波前节点的距离判断,线段 P_3P_6 与波前段的相交判断:①判断节点 P_6 与波前节点(节点 P_3 除外)的距离,若该距离过小,则合并两节点,坐标为两节点的中点,并将波前在此处连接起来;②判断线段 P_3P_6 与其他波前段是否相交,若相交,则将节点 P_6 的坐标调整为与其较靠近的一个节点的中点,并以此节点替代节点 P_6 、 P_3 ,并将波前在此处连接起来。

经过上述判断,新节点 P_6 可能会与自身波前在某一个节点处连接起来,这样一个波前被分割成了 2 个波前;新节点 P_6 也可能与其他波前在某一个节点处连接起来,这样 2 个波前被合并成一个波前。总之,随着三角剖分的推进,波前数越来越

少,波前节点数越来越少,当波前只有一个且其中的节点数为0时,剖分结束,三角网格覆盖整个区域。

从上述节点合法性判断知,本文算法在节点的合法性判断方面仅需考虑新节点与波前的其他节点间的距离、新单元与其他波前段是否相交的问题,相比传统的AFT算法,减少了判断的内容和次数,缩短了计算时间,且可一次性高质量完成剖分任务。

2.4 算法流程

基于波前法的有限元三角网格剖分结合了映射法和直接法的优点,其以 θ 剖分为主线,同时结合线段长度来生成剖分单元,具体剖分步骤如下:①离散待剖分区域的所有边界,并初始化波前;②确定当前剖分节点 P_3 及 θ ,下转步骤③或④;③ $\theta \leq \frac{\pi}{2}$ 时,按第2.2节的方法进行剖分,下转步骤⑦;④ $\theta > \frac{\pi}{2}$ 时,按第2.2节的方法确定单元数及 ϕ ,生成新节点 C ,下转步骤⑤;⑤对节点 C 进行合法性判断;⑥生成新单元;⑦更新波前;⑧检验直到波前为空,剖分结束,否则上转步骤②。

从上述算法流程知,本文算法面对的剖分对象是节点,剖分可以进行到波前段为空,即波前节点为2个或3个时,剖分结束,直接结束程序却不需要进行繁琐的剖分结束判断。

3 网格质量系数

文献[10]对三角网格质量的衡量准则进行了详细分析,本文分别采用形状质量系数和整体质量系数对剖分的三角网格从2个不同的角度进行了评估。对于单元 ABC 的形状质量系数

$$\alpha = 2 \times 3^{1/2} \frac{\|CA \times CB\|}{\|CA\|^2 + \|AB\|^2 + \|BC\|^2} \quad (7)$$

区域网格的形状质量系数

$$\alpha_1 = \frac{1}{N_T} \sum_{i=1}^{N_T} \alpha_i \quad (8)$$

$$\alpha_2 = N_T \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_T} 1/\alpha_i} \quad (9)$$

式中: N_T 为网格总数; α_1 、 α_2 为相同衡量准则下对网格做出共同评价的一对相关系数。

依据文献[6]可以得到网格单元的整体质量系数 μ 及区域网格的整体质量系数 μ_1 和 μ_2 。 μ_1 、 μ_2 作为相同衡量准则下的一对相关的系数共同对网格质量做出评价。

形状质量系数是评价网格单元形状的系数,等边三角单元的形状质量系数为1。由于本文算法在三维空间直接产生了新节点和新单元,不会发生映射畸变,所以运用该系数可以准确衡量算法生成单元的质量。

从网格质量衡量准则知,本文算法针对区域的不同部分,可以灵活生成不同形状的三角单元,所以运用所提系数可以准确衡量覆盖整个区域网格的整体质量,避免了文献[6]只有在保证单元的大小与理想单元接近时才能保证区域网格整体质量的问题。

4 剖分算例

运用本文算法剖分了平面上的正方形,比较了2种剖分方式的优劣;剖分了平面上的多联通区域,以检验算法对多个波前剖分的能力;通过平面区域剖分验证了算法对角度剖分的可行性及生成网格的质量。在三维空间进行了圆柱面剖分,所得三角化网格与解析计算结果完全一致,如图4所示。

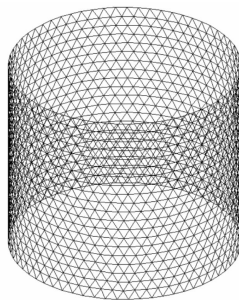
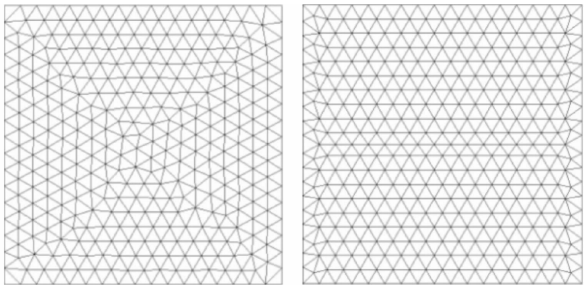


图4 圆柱曲面网格

4.1 二维空间方形剖分

图5a运用波前法以方形的四条边界为波前进行了环形推进剖分,在四条边界附近生成了高质量的网格,在区域内部波前交界处形成如水流交汇的网格,最终在方形中心结束剖分。图5b运用波前法以上下2个相对的边界为波前进行剖分,在初始的2个边界附近和区域内部生成布局整齐的高质量网格,在另外2个边界附近和剖分结束区域形成明显的波前剖分相交的痕迹,生成排列复杂的网格。由此可知,波前法可以根据剖分区域的要求灵活选择剖分方式。如果剖分区域的边界是后续计算分析的关键部位,则可采取所有边界为波前进行环形剖分;如果剖分区域的中间部分为后续分析的重点,则可采取两相对较长边界为波前的剖分方式。总之,初始波前附近的网格,由于是剖分的起始部分,所以网格质量一般都比较高,排列较为整齐。



(a)按边界环形推进 (b)按对边推进

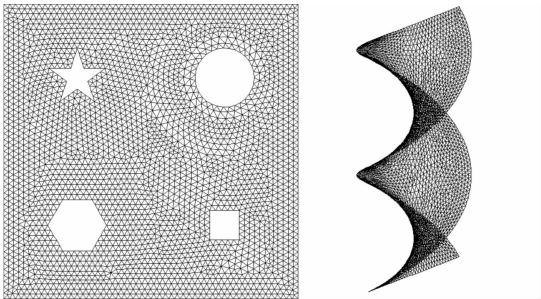
图 5 正方形区域三角网格

4.2 二维多联通区域剖分

如图 6 所示,运用波前法剖分了平面多联通区域,共生成了 5 363 个三角网格单元,单元的质量系数 $\alpha_1 = 0.988\ 3$ 、 $\alpha_2 = 0.987\ 9$ 、 $\mu_1 = 0.965\ 6$ 、 $\mu_2 = 0.956\ 2$ (见图 6a)。该剖分以 5 个边界分别为初始波前同时推进剖分,而在 5 个边界附近明显存在按层推进剖分的高质量网格。随着剖分的推进,5 个波前相互合并,形成类似水流交汇的网格排列,最终合并为一个波前,直至剖分结束。网格的形状质量系数较高,表明所得网格的形状较好;整体质量系数偏低,表明该层网格中有过大、过小的网格,该类网格恰恰出现在波前交汇区域。由于区域中有 5 个初始波前最终合并为 1 个波前,经 4 次波前合并后有 4 个明显的波前交界线,其会导致网格的整体质量系数偏低。由此可见,本文算法可高质量地剖分多联通区域,所得网格的排列情况也可客观地反映多联通区域的构成特点。

4.3 正螺旋面的三角剖分

在三维空间运用波前法剖分了正螺旋面,共生成 5 500 个三角网格单元,网格质量系数 $\alpha_1 = 0.985\ 8$ 、 $\alpha_2 = 0.985\ 4$ 、 $\mu_1 = 0.963\ 9$ 、 $\mu_2 = 0.961\ 3$ (见图 6b)。三维空间中该曲面扭曲,空间曲率变化大。三角网格剖分时首先在曲面上建立曲纹坐标,以曲面的 4 个边界为初始波前,按层推进剖分。在



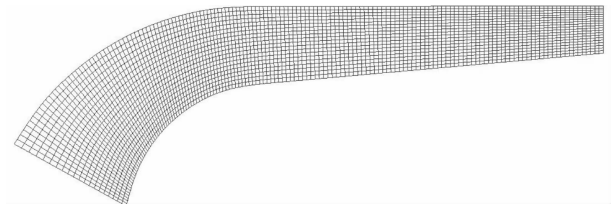
(a)平面联通区域三角网格 (b)正螺旋面三角网格

图 6 复杂区域剖分结果

曲面的边界附近存在具有明显层次排列的网格,网格剖分至空间曲率变化大的曲面中心时,三角网格的排列失去层次,单元分布较为复杂,但由质量系数可知,所得三角网格依然是高质量的,表明本文算法可以对空间扭曲的三维曲面进行高质量的三角剖分。

4.4 三维自由曲面叶片的剖分

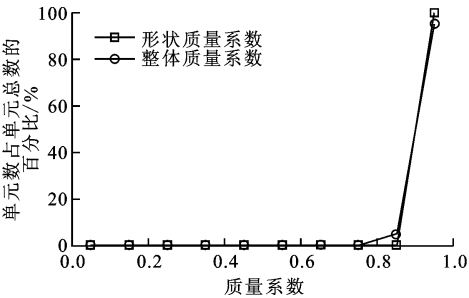
图 7 为离心叶轮三维叶片的剖分结果。离心叶轮叶片的空间形状为三维自由扭曲曲面,其网格包含了 3 881 个三角单元,由叶片的 4 个边界附近的区域得到的排列整齐的三角网格保留了按层推进剖分的痕迹。整个叶片的网格布局层次分明,单元排列整齐。叶片的网格质量系数 $\alpha_1 = 0.992\ 0$ 、 $\alpha_2 = 0.991\ 8$ 、 $\mu_1 = 0.980\ 6$ 、 $\mu_2 = 0.979\ 2$ 。由图 7c 可知,2 条质量系数曲线几乎重合,表明 2 个系数衡量的网格质量基本一致。形状质量系数显示出单个单元的形状较好,可见采用本文算法在每个新节点的生成过程中都能精确定位新节点。



(a)四边形结构化网格



(b)三角非结构化网格



(c)网格质量系数

图 7 离心叶轮三维叶片剖分结果

综上所述,本文算法在剖分三维扭曲曲面时所得的三角网格在整体布局上层次分明,单元排列整齐,网格整体质量较高,凸显了直接法和映射法的优

点同时避免了各自的不足。

通过本文算法剖分所得网格还可以定性判断三维曲面上的曲率变化情况。如图7b所示,在叶片的出口部分,网格层次分明、清晰,可以清楚地分辨出波前交汇处的网格,结合叶轮叶片的形状可知,这里正是叶片曲率变化微小的区域。叶片的进口中心区域(图7b中标出的区域),网格排列复杂,层次不甚分明,这里正是叶片曲率变化剧烈、空间扭曲大的部位。可见,网格排列整齐与否和曲面的曲率变化存在着明显的对应联系。图7b中标出的区域位于叶片进口靠近叶根侧,表明该叶片在进口中心靠近叶根区域的曲率变化更大,靠近叶顶区域的曲率变化稍显平缓。由上述分析可知,仅仅通过对三维曲面剖分所得网格的直观分析,可定性判断曲面的空间曲率变化,这对后续的叶片加工中的振动分析、叶片精密加工研究等环节具有指导作用。

5 结 论

本文对波前法三角网格剖分进行了改进,结合直接法的节点生成方式和映射法的坐标体系,提出了一种新的三角网格生成算法。该算法既解决了映射法中的映射畸变问题,又解决了直接法的剖分盲目性问题。在节点的正交标架中,运用投影算法产生的新节点可以生成任意形状的三角单元,充分发挥了波前法的局部灵活性的优势。通过对角度的剖分,推进了网格的生成,通过对锐角节点的优先剖分及局部区域形态的判断,避免了直接法剖分的盲目性,减少了节点合法性判断的次数,提高了剖分效率。

采用本文算法仅通过对网格排列情况的直观分析,即可定性判断三维曲面的空间曲率变化情况。剖分算例表明,本文算法可靠、高效,所生成的网格层次分明、排列整齐,是一种符合有限元分析要求的高质量网格生成算法。

参考文献:

- [1] 黄晓东,丁问司,杜群贵. 基于波前法的参数曲面有限元网格生成算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(1): 51-59.
- HUANG Xiaodong, DING Wensi, DU Qungui. Parametric surface mesh generation based on advancing front technique[J]. Journal of Computer Aided Design

& Computer Graphics, 2010, 22(1): 51-59.

- [2] 樊文刚,李建勇,黄泽华,等. 多点切触加工在复杂凸曲面中的应用[J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(3): 53-58.
- FAN Wengang, LI Jianyong, HUANG Zehua, et al. Application of multi-point contact machining to convex sculptured surface[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2012, 46(3): 53-58.
- [3] 关振群,宋超,顾元宪,等. 有限元网格生成方法研究的新进展[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, 15(1): 1-13.
- GUAN Zhenqun, SONG Chao, GU Yuanxian, et al. Recent advancing of research on finite element mesh generation methods[J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2003, 15(1): 1-13.
- [4] CUILIERE J C. A direct method for the automatic discretization of 3D parametric curves[J]. Computer Aided Design, 1997, 29(9): 639-647.
- [5] CUILIERE J C. An adaptive method for the automatic triangulation of 3D parametric surfaces[J]. Computer Aided Design, 1998, 30(2): 139-149.
- [6] LEE C K, HOBBS R E. Automatic adaptive finite element mesh generation over arbitrary two-dimensional domain using advancing front technique[J]. Computers & Structures, 1999, 71(1): 9-34.
- [7] LEE C K. Automatic metric advancing front triangulation over curved surfaces[J]. Engineering Computations, 2000, 17(1): 48-74.
- [8] LO S H. Automatic mesh generation over intersecting surfaces[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1995, 38(6): 943-954.
- [9] ITO Y, NAKAHASHI K. Surface triangulation for polygonal models based on CAD data[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2002, 39(1): 75-96.
- [10] 董亮,刘厚林,谈明高,等. 离心泵四面体网格质量衡量准则及优化算法[J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(11): 100-105.
- DONG Liang, LIU Houlin, TAN Minggao, et al. Quality measurement criteria and optimization algorithm of tetrahedral mesh for centrifugal pumps[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(11): 100-105.

(编辑 苗凌)