

DOI:10.7652/xjtuxb201308016

辅助粒子滤波实现天波超视距雷达弱目标似然比检测

卢锦, 苏洪涛, 水鹏朗, 周忠根

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 710071, 西安)

摘要: 针对天波超视距雷达(SKW-OTHR)对弱目标检测概率低的问题,提出基于辅助粒子滤波(APF)的似然比检测方法(APF-LK)。该方法先用状态空间模型描述 SKW-OTHR 系统,将天波超视距雷达目标检测问题建模为非线性非高斯系统的目标检测问题,然后利用 APF 输出的预测样本对应的未归一化权值近似非线性非高斯系统中的似然比,当似然比大于给定门限时认为目标存在,否则认为目标不存在,且当认为目标存在时,同时输出目标状态估计结果。仿真结果表明,与现有的基于粒子滤波的似然比检测方法相比,APF-LK 方法对 SKW-OTHR 的弱目标检测能力提高了约 0.5~1 dB。

关键词: 弱目标检测;辅助粒子滤波;似然比检测;天波超视距雷达

中图分类号: TN957.51 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)08-0093-05

A Likelihood Ratio Test of Stealthy Target in Sky Wave Over-the-Horizon Radar Using Auxiliary Particle Filter

LU Jin, SU Hongtao, SHUI Penglang, ZHOU Zhonggen

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A likelihood ratio test using auxiliary particle filter (APF-LK) is proposed to improve the capability of detecting stealthy target in sky wave over-the-horizon radar (SKW-OTHR). The state-space model is used to describe the SKW-OTHR system, and the detection problem in SKW-OTHR is concluded as a problem of target detection in a nonlinear/non-Gaussian dynamic system. Then, the output of the APF, i. e., the un-normalized weights according to the predicted particles, is used to obtain approximation to the likelihood ratio in the nonlinear/non-Gaussian system. A target is declared to exist and the state estimation is outputted when the approximated likelihood ratio exceeds a given threshold. Otherwise, no target is declared. Simulation results and comparisons with the state of the arts show that the detection performance of the APF-LK method are improved by about 0.5~1 dB.

Keywords: stealthy target detection; auxiliary particle filter; likelihood ratio test; sky wave over-the-horizon radar

天波超视距雷达(SKW-OTHR)工作在 3~30 MHz 的频率范围内,利用电磁波经过电离层折射以及后向返回散射路径下视传播实现目标检测,可提供大范围的空间、海面、地面监视^[1-2]。由于监测

范围大,强大的地面或海面回波会严重污染 SKW-OTHR 回波,因此导致 SKW-OTHR 回波中包含大量背景噪声及杂波。基于此,学者们提出利用多普勒处理从背景噪声及杂波中提取目标。然而,大气

收稿日期: 2012-11-19。 作者简介: 卢锦(1984—),女,博士生;水鹏朗(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60972042,10990012)。

网络出版时间: 2013-05-20

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20130520.1010.002.html>

层的不稳定、目标的机动性等因素导致 SKW-OTHR 系统中的相干积累时间(CIT)受限^[2]。此外,目标速度高速变化会造成目标能量在多普勒域扩散^[2]。因此,低信噪比目标检测是 SKW-OTHR 信号处理面临的主要困难之一。

近年来检测前跟踪(TBD)方法被越来越多地应用到低信噪比目标检测及状态估计问题中。TBD 方法实际是一种长时间信号积累方法,它联合处理多帧未经门限处理的观测数据同时实现目标检测和跟踪^[2-5]。通常,TBD 技术通过 Hough 变化、动态规划、最大似然法等实现,这些方法在解决线性运动问题方面获得了较为理想的效果^[6-7]。对于非线性运动问题,基于粒子滤波(PF)的 TBD 是较好的解决方法^[2-6],常见的有似然比检测^[5]和存在概率检测^[2,7]。PF 是一种蒙特卡罗方法,利用大量带有权值的随机样本近似目标状态的后验概率密度函数^[7-9]。常见的 PF 包括序贯重要性重采样粒子滤波(SIR)、辅助粒子滤波(APF)等。文献[5]提出的基于 SIR 的似然比检测方法(SIR-LK)有较好的检测性能,但其状态估计性能较差。文献[10]中提出的基于 APF 的 TBD 方法(APF-TBD)虽然有较好的状态估计性能,但其检测性能较差。通过分析似然比在非线性和非高斯系统中的近似问题,本文提出一种的基于 APF 的似然比检测方法(APF-LK)。仿真结果表明,APF-LK 方法的检测性能优于 SIR-LK 方法和 APF-TBD 方法,其状态估计性能优于 SIR-LK 方法,与 APF-TBD 方法相同。

1 SKW-OTHR 状态空间模型

SKW-OTHR 的距离分辨率通常高达 15 ~ 30 km,目标在适当的观测时间内不会离开某一距离单元,因此 SKW-OTHR 目标的状态向量中只包含多普勒频率、多普勒频率增量以及回波信号幅度 3 个变量。为提高信噪比并减小变多普勒频率对相干积累的影响,相应距离单元内的观测数据被均分为 K 段,目标的多普勒频率在每小段内近似为常数;认为回波信号幅度在每段观测数据内近似恒定,在观测数据间浮动。因此,特定距离单元内目标的动态系统模型可表示为^[2]

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 1 & T_{k-1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{k-1} + \begin{bmatrix} 0.5 T_{k-1}^2 & 0 \\ T_{k-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v}_{k-1} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_k = [f_k \quad a_k \quad A_k]^T$ 为第 k 时段内目标的状态向量; f_k 为多普勒频率; a_k 为多普勒频率增量;

A_k 为回波幅度; T_{k-1} 为相干积累时间; $\mathbf{v}_{k-1} = [v_{k-1,1} \quad v_{k-1,2}]^T$ 为相互独立、均值为 0、方差为 σ_v^2 $= [\sigma_{v,1}^2 \quad \sigma_{v,2}^2]^T$ 的系统噪声。

SKW-OTHR 系统对接收机的输出序列 $\{s_k(nt_s)\} = A_k \exp(j2\pi f_{d,k}) + n_k(nt_s)$, $k=1, \dots, K$ 进行加窗多普勒处理,得到观测数据,其中 $A_k \exp(j2\pi f_{d,k} nt_s)$ 表示接收机输出的目标回波, $n_k(nt_s)$ 表示输出噪声, t_s 表示采样时间。观测模型可表示为

$$z_k(l) = \begin{cases} S_k(l) + N_k(l), & \text{目标存在于多普勒单元 } l \\ N_k(l), & \text{目标不存在于多普勒单元 } l \end{cases} \quad (2)$$

$$S_k(l) = \sum_{n=0}^{N-1} A_k \exp(j2\pi f_{d,k} nt_s) w_n \exp(-j2\pi nl/N) \quad (3)$$

$$N_k(l) = \sum_{n=0}^{N-1} n_k(nt_s) w_n \exp(-j2\pi nl/N) \quad (4)$$

式中: $S_k(l)$ 和 $N_k(l)$ 分别为第 k 段观测数据的第 l 个多普勒单元的信号和噪声,其中 $l=0, \dots, L-1$ 。 $N_k(l)$ 的均值为 0、方差为 $2\sigma_N^2$,且其在各多普勒分辨单元及各帧内相互独立。观测信息的平均信噪比 R_{sn} 可定义为

$$R_{sn} = 10 \lg \left(\frac{|S_k(l)|^2}{2\sigma_N^2} \right) \quad (5)$$

2 检测问题描述

在上述 SKW-OTHR 状态空间模型的基础上,本节讨论似然比检测过程。用常规的非线性系统模型式(4)~式(6)代替上述 SKW-OTHR 状态空间模型,以方便描述似然比检测问题。

当假设 H_1 成立,即目标存在时,目标的动态特性可描述为下述状态空间模型

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{v}_{k-1} \quad (6)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \quad (7)$$

式中: $\mathbf{x}_k$ 为目标状态; $\mathbf{f}_{k-1}$ 为状态转移函数; $\mathbf{v}_{k-1}$ 为系统噪声; $\mathbf{z}_k$ 为 k 时刻的观测; $\mathbf{h}_k$ 为状态转移矩阵; $\mathbf{w}_k$ 为观测噪声。

当假设 H_0 成立,即目标不存在时,系统方程不存在,观测向量中仅含噪声

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{w}_k \quad (8)$$

目标检测:已知 $k=1, \dots, K$ 时刻的观测向量 $\mathbf{Z}_K = \{z_0, z_1, \dots, z_K\}$ 及可能的动态系统模型式(6)~式(8),判断目标是否存在于连续 K 帧观测数据中。

针对上述检测问题,似然比检测如下

$$\begin{aligned}
H_1: L_K &\geq \gamma \\
H_0: L_K &< \gamma \\
L_K &= \frac{p(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K | H_1)}{p(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K | H_0)} \quad (9)
\end{aligned}$$

式中: L_K 为似然比; γ 为似然比门限; $p(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K | H_0)$ 和 $p(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K | H_1)$ 分别为假设 H_1 和假设 H_0 下的似然函数。当似然比 L_K 大于门限 γ 时, 认为目标存在, 假设 H_1 成立, 否则认为目标不存在, 假设 H_0 成立。

当 $\mathbf{f}_{k-1}$ 和 $\mathbf{h}_k$ 为线性, 且 $\mathbf{v}_{k-1}$ 及 $\mathbf{w}_k$ 服从参数已知的高斯分布时, Kalman 滤波器的输出, 如新息、新息的协防差矩阵以及背景噪声的协方差矩阵等, 可构造似然比的解析表达式^[11]。然而, Kalman 滤波器对于非线性非高斯系统失效, 因此无法获得式(7)的解析表达式。此时, PF 是一个较好的选择^[3,7]。PF 能够有效处理非线性非高斯问题, 其核心思想是用一组带有权值的随机样本近似目标状态的后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_K)$, 随着样本数的增加能够有效近似 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_K)$ ^[7-9]。PF 输出的未归一化权值能有效近似式(7)的似然比^[5]。

3 基于 APF 的似然比检测

3.1 离散化似然比

由于在 H_0 假设下观测向量中仅含有观测噪声, 且观测噪声在各个时刻相互独立, 因此

$$p(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K | H_0) = \prod_{k=0}^K p(\mathbf{z}_k | H_0) = \prod_{k=0}^K p(\mathbf{w}_k) \quad (10)$$

当假设 H_1 成立, 由贝叶斯公式可得

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K | H_1) &= \\
p(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K) &= \\
p(\mathbf{z}_K | \mathbf{Z}_{K-1}) p(\mathbf{z}_{K-1} | \mathbf{Z}_{K-2}) \dots p(\mathbf{z}_2 | \mathbf{z}_1) p(\mathbf{z}_1) &= \\
\prod_{k=0}^K p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) &\quad (11)
\end{aligned}$$

由 Chapman-Kolmogorov 方程(C-K 方程)及蒙特卡罗积分可得

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) &= \int p(\mathbf{z}_k | \bar{\mathbf{x}}_k) p(\bar{\mathbf{x}}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) d\bar{\mathbf{x}}_k \approx \\
\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N p(\mathbf{z}_k | \bar{\mathbf{x}}_k^n) &\quad (12)
\end{aligned}$$

式中: $\bar{\mathbf{x}}_k^n$ 为服从预测后验概率密度函数 $p(\bar{\mathbf{x}}_k | \mathbf{Z}_{k-1})$ 的样本, 也即预测样本; N 为样本个数。式(9)表明 $\bar{\mathbf{x}}_k^n \sim p(\bar{\mathbf{x}}_k | \mathbf{Z}_{k-1})$, 因此样本 $\bar{\mathbf{x}}_k^n$ 的产生过程中不包含 k 时刻的观测 $\mathbf{z}_k$, $\bar{\mathbf{x}}_k^n$ 是对当前真实目标状态 $\mathbf{x}_k$ 的预

测。式(7)中的似然比 L_K 可近似为

$$L_K \approx \frac{\prod_{k=0}^K \left[\sum_{n=1}^N p(\mathbf{z}_k | \bar{\mathbf{x}}_k^n) \right]}{N^K \prod_{k=0}^K p(\mathbf{w}_k)} \quad (13)$$

式中: $p(\mathbf{z}_k | \bar{\mathbf{x}}_k^n)$ 是预测样本 $\bar{\mathbf{x}}_k^n$ 对应的权值, $\bar{\mathbf{x}}_k^n \sim p(\bar{\mathbf{x}}_k | \mathbf{Z}_{k-1})$ 。

3.2 基于辅助粒子滤波的似然比检测

上述分析表明, 预测样本对应的未归一化权值能有效近似式(7)的似然比。PF 可输出上述权值 $p(\mathbf{z}_k | \bar{\mathbf{x}}_k^n)$ 。SIR 中重采样前的未归一化权值即是预测样本对应的未归一化权值, 可实现对似然比的有效近似。然而, SIR 对 k 时刻的预测样本重采样获得 k 时刻的更新样本, 相应的权值大的样本会被复制多次, 权值较小的样本会被丢弃, 因此 SIR 中样本的多样性较差, 影响后验概率密度函数的近似和状态估计结果。APF 对 $k-1$ 时刻的更新样本进行重采样, 并保留相应样本的下标信息, 利用这些下标信息通过状态转移过程获得当前 k 时刻的更新样本, 因此 APF 较好地保证了更新样本的多样性, 能更好地近似后验概率密度, 从而获得较好的状态估计结果^[10]。本文提出基于 APF 的似然比检测方法 APF-LK, 具体步骤如下。

(1)初始化。从先验分布 $p(\mathbf{x}_0)$ 中采样 $\mathbf{x}_0^i, i=1, \dots, N$, 权值 $w_0^i = N^{-1}$ 。

(2)预测。给定 $k-1$ 时刻的更新样本及其权值 $\{\mathbf{x}_{k-1}^i, w_{k-1}^i\}$, 从式(1)获得 k 时刻的预测状态样本 $\bar{\mathbf{x}}_k^i$, 其对应权值 $t_k^i \propto p(\mathbf{z}_k | \bar{\mathbf{x}}_k^i) w_{k-1}^i$ 。归一化权值 $t_k^i = t_k^i / \sum_{j=1}^N t_k^j, j=1, \dots, N$ 。记 $q_k^i = p(\mathbf{z}_k | \bar{\mathbf{x}}_k^i)$, 保留并输出 q_k^i 。

(3)更新。对 $\{\bar{\mathbf{x}}_k^i, t_k^i\}$ 重采样, 保留相应样本的父本下标, $\{i^j\} = \text{resampling}\{\bar{\mathbf{x}}_k^i, t_k^i\}, i, j=1, \dots, N$, 其中 i^j 表示第 j 个重采样样本的父本是第 i 个预测样本 $\bar{\mathbf{x}}_k^i$ 。利用父本下标获得更新样本 $\mathbf{x}_k^j \sim p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{i^j})$, 计算权值 $w_k^j = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^j)}{q_k^{i^j}}$ 。归一化权值 $w_k^j = w_k^j / \sum_{k=1}^N w_k^k$ 。记 $p_k^j = p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^j)$ 。

(4)状态估计。 $\hat{\mathbf{x}}_k = \sum \mathbf{x}_k^j \times w_k^j, j=1, \dots, N$ 。

(5)保留 $\mathbf{Q}_K = \{q_k^i, i=1, \dots, N; k=1, \dots, K\}$ 构造似然比

$$L_K \approx \frac{\prod_{k=1}^K \left[\sum_{i=1}^N p(\bar{\mathbf{x}}_k^i | \mathbf{z}_k) \right]}{N^K \prod_{k=1}^K p(\mathbf{z}_k)} = \frac{\prod_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^N q_k^i \right)}{N^K \prod_{k=1}^K p(\mathbf{w}_k)} \quad (14)$$

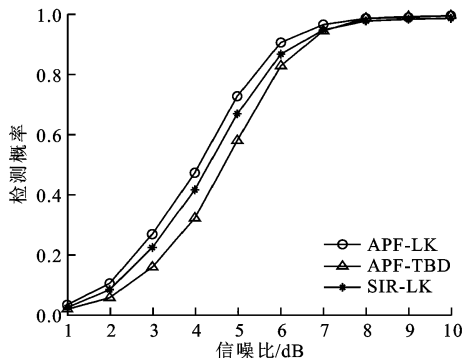
当 $L_K > \gamma$ 时认为目标存在,同时输出估计目标状态 $\hat{\mathbf{x}}_K = \{\hat{\mathbf{x}}_0, \hat{\mathbf{x}}_1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_K\}$ 。否则认为目标不存在。

4 实验与分析

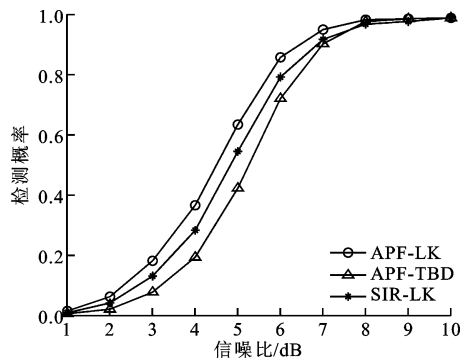
通过 SKW-OTHR 进行仿真实验,比较了本文 SIR-LK 方法、APF-TBD 以及 APF-LK 方法的目标检测和状态估计性能。仿真中参数设置如下: $T_{k-1} = 1$, 过程噪声方差 $\sigma_{k,1}^2 = 0.01, \sigma_{k,2}^2 = 0.001$, 背景噪声方差 $\sigma_N^2 = 25$, 样本数 $N = 2\ 000$, 采样时间间隔 $t_s = 1/64\text{ s}$, 加窗相干积累后对应的多普勒单元 $L = 64$, 总的观测时段 $K = 10$ 。此外,多普勒频率的初始化服从 $-8 \sim 8\text{ Hz}$ 区间内的均匀分布,多普勒频率增量的初始化服从 $-0.4 \sim 0.4\text{ Hz/s}$ 区间内的均匀分布,目标幅度与信噪比有关,窗函数 w_n 取为汉明窗。

4.1 检测和状态估计性能

图1给出经过 $M = 10^5$ 次仿真估计得到的检测概率随信噪比的变化情况,虚警概率分别设为 $P_{fa} = 10^{-3}, P_{fa} = 10^{-4}$ 。由图1可见,APF-LK 方法的检测性能优于 SIR-LK 和 APF-TBD 方法。这是因为虽然 APF-LK 和 SIR-LK 方法中构造的似然比都更



(a) 虚警概率 $P_{fa} = 10^{-3}$



(b) 虚警概率 $P_{fa} = 10^{-4}$

图1 3种方法的检测概率比较

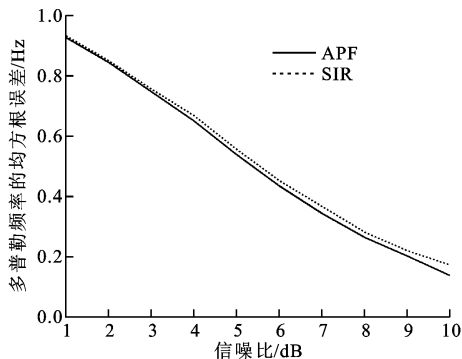
接近真实的似然比,但是 APF-LK 中预测样本的多样性优于 SIR-LK 中的预测样本,因此其检测性能更优。

由于 SIR-LK 是基于 SIR 的似然比检测方法, APF-LK 及 APF-TBD 是基于 APF 的检测方法,因此本文比较 SIR 及 APF 的状态估计性能,包括多普勒频率估计和目标回波幅度估计。采用均方根误差(RMSE)来衡量

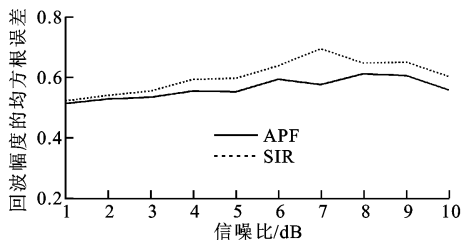
$$E_{\text{RMS}} = \left[\frac{1}{MK} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K (\mathbf{x}_{m,k} - \hat{\mathbf{x}}_{m,k})^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

式中: $\mathbf{x}_{m,k}$ 为第 m 次仿真中 k 时刻的真实目标状态; $\hat{\mathbf{x}}_{m,k}$ 为第 m 次仿真 k 时刻的估计目标状态。

图2为 SIR 与 APF 的状态估计性能比较。由图2可见,APF 的估计性能优于 SIR 的估计性能。这是因为 SIR 直接对当前时刻的预测样本重采样得到更新样本,故更新样本多样性较差,因而其近似的后验概率密度函数的误差较大^[7],导致相应的状态估计误差较大。APF 对前一时刻的更新样本重采样,保留被选样本的下标信息,通过状态转移过程获得当前时刻的更新样本,其样本多样性较好,因而能更好地近似后验概率密度函数,获得更精确的目标状态估计结果。因此,基于 APF 的似然比检测 APF-LK 方法的检测性能也优于 SIR-LK 方法(见图1)。



(a) 目标多普勒频率的均方根误差



(b) 目标回波幅度的均方根误差

图2 SIR 与 APF 的目标状态估计性能比较

4.2 计算量

由于本文中讨论的基于粒子滤波的似然比检测方法都是基于粒子滤波的输出来构造似然比函数,因此算法的计算复杂度和耗时与粒子滤波器的算法直接相关。本文提出的 APF-LK 方法和文献[10]的 APF-TBD 方法都是基于 APF 的输出来构造似然比的,因此两种方法的计算量相当。由于 SIR-LK 方法是基于 SIR 的输出构造似然比,故其计算量与 SIR 计算量相当,因此可通过比较 APF 和 SIR 完成一次蒙特卡罗方法的耗时来间接比较 2 种方法的计算量。本文分别采用 SIR 方法和 APF 方法处理天波雷达目标检测问题中的 10 帧观测数据,粒子数为 2 000,完成一次 SIR 方法约需 4.5 s,而完成一次 APF 约需 13 s。仿真实验所用计算机 CPU 为酷睿 i5,主频为 3.2 GHz,内存为 4 GB,运行平台为 Win7 系统下的 Matlab 2010b。实验结果表明,APF 方法的计算量虽大于 SIR 方法,但其状态估计性能优于 SIR 方法^[12-13],APF-LK 的检测性能优于 SIR-TBD 方法。

5 总 结

本文通过分析似然比检测在 SKW-OTHR 这一非线性非高斯系统中的离散化近似问题,提出基于 APF 的似然比检测方法 APF-LK。分析表明,利用 APF 中的预测样本对应的未归一化权值能更有效地近似似然比,而 APF-TBD 方法采用更新样本对应的未归一化权值构造似然比,故其对似然比的近似误差较大。因此,APF-LK 方法的性能优于 APF-TBD 方法。SKW-OTHR 目标检测及状态估计的仿真验证了本文提出的 APF-LK 方法的有效性。

参考文献:

- [1] SU Hongtao, LIU Hongwei, SHUI Penglang. Adaptive beamforming for nonstationary HF interference cancellation in sky wave over-the-horizon radar [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013,49(1):312-324.
- [2] SU Hongtao, SHUI Penglang, LIU Hongwei. Rao-Blackwellised particle filter based track-before-detect algorithm for over-the-horizon radar target detection and tracking [J]. IET Signal Processing, 2008,2(2):169-176.
- [3] DAVEY S, RUTTEN M, CHEUNG B. Using phase

to improve track-before-detect [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012,48(1):832-849.

- [4] RUTTEN M, GORDON N, MADKELL S. Recursive track-before-detect with target amplitude fluctuations [J]. IET Radar, Sonar, Navigation, 2005,152(5):345-352.
- [5] BOERS Y, DRIESSEN H. A particle-filter-based detection scheme [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003,10(10):300-302.
- [6] MOYER R, SPAK J, LAMANNA P. A multi-dimensional Hough transform-based track-before-detect technique for detecting weak targets in strong clutter background [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011,47(4):3062-3068.
- [7] RISTIC B, ARULAMPALAM S, GORDON N. Beyond the Kalman filter: particle filters for tracking application [M]. London, UK: Artech House, 2004:239-259.
- [8] MAÍZ C, MOLANES-LÓPEZ E, MÍGUEZ J. A particle filtering scheme for processing time series corrupted by outliers [J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2012,60(9):4611-4627.
- [9] DJURIĆ P, KHAN M, JOHNSTON D. Particle filtering of stochastic volatility modeled with leverage [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012,6(4):327-336.
- [10] 胡洪涛,胡敬忠,胡士强. 基于辅助粒子滤波的红外小目标检测前跟踪算法 [J]. 控制与决策, 2005,20(11):1208-1211.
HU Hongtao, HU Jingzhong, HU Shiliang. Auxiliary particle filter solution to track-before-detect for small infrared targets [J]. Control and Decision, 2005,20(11):1208-1211.
- [11] TONISSEN S, BAR-SHALOM Y. Maximum likelihood track-before-detect with fluctuating target amplitude [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998,34(3):796-809.
- [12] MÍGUEZ J. Analysis of parallelizable resampling for particle filtering [J]. Signal Processing, 2007,87(12):3155-3163.
- [13] MIODRAG B, DJURIC P, Hong Sangjin. Resampling algorithms and architectures for distributed particle filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005,53(7):2442-2450.

(编辑 刘杨)