

DOI: 10.7652/xjtuxb201410011

能量网络的传递规律与网络方程

陈皓勇, 文俊中, 王增煜, 杨鑫
(华南理工大学电力学院, 510640, 广州)

摘要: 为实现多种类型能源的综合利用,在深入探讨能量本质的基础上,建立了能量网络的基本理论。首先定义了由多条能量传递线(管)路相互连接形成的能量网络,传递不同形式能量的子网通过能量转换器(包括泵、换热器等)互相耦合。然后从能量在空间的普遍化传递方程出发,推导出能量在线(管)路中的普遍化传递方程,并深入分析了能量和焓在线(管)路中传递的变化规律。根据所提方法对电能、热能和压能实际传递过程的分析结果与传统方法相同,证明了其正确性。为建立能量网络方程,将电网络理论中的基尔霍夫定律推广至适合于能量网络建模的广义基尔霍夫定律,然后以能量(焓)在线(管)路中的传递特性方程为基础,推导出普遍化的集中参数等效传递方程,再将所得到的方程统一为能量网络方程组并论证了其可解性。通过对一个由电网络和流体网络组成的简单能量网络的实例计算结果表明,如果用户所需热量恒定不变,当电网络和流体网络分别向用户提供热量的比值不同时,该能量网络会有不同的能耗和焓损,而能耗与焓损并不成正比,因此需要寻求最优的比值,由此证明了所提模型和方法的有效性。比研究可为能量网络的建模、分析、运行与规划奠定了基础。

关键词: 能量;焓;能量网络方程;广义基尔霍夫定律;标么制

中图分类号: TK01; TM13 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)10-0066-11

Transfer Laws and Equations of Energy Networks

CHEN Haoyong, WEN Junzhong, WANG Zengyu, YANG Xin
(School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: The fundamental theory of energy networks in different energy forms is established following an in-depth analysis of the nature of energy for comprehensive energy utilization. The definition of an energy network is given, in which energy transmits along the wires (pipes), and a number of wires (pipes) connect with each other to form a network. Energy subnets in different energy forms are interconnected by energy converters, such as pumps and heat exchangers. The generalized transfer equations of energy in wires (pipes) are proposed based on the generalized balance equation of energy in space, and the energy and exergy variation laws in the transfer processes are investigated. The actual transfer processes of several kinds of common energy are then analyzed with the method proposed and the results are proved by conventional analysis. To establish the equations of energy networks, the Kirchhoff's law in electric networks is extended to energy networks, which is called the generalized Kirchhoff's law. Then the generalized equivalent energy transfer equations with lumped parameters are derived in terms of the characteristic equations of energy transfer in wires (pipes). The equations are finally unified into

收稿日期: 2014-03-19。 作者简介: 陈皓勇(1975—),男,教授。 基金项目: 国家优秀青年科学基金资助项目(51322702);国家自然科学基金资助项目(51177049)。

网络出版时间: 2014-08-11

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20140811.1039.001.html>

a complete energy network equation set and its solvability is further discussed. A simplified example for energy network composed of an electric network and a fluid network validates the models and methods proposed, and the numerical results show that the energy network has different losses of energy and exergy when it provides different ratio of heat for a constant user heat demand by the electric network and the fluid network respectively, and then the optimal ratio value ought to be sought out for energy efficiency.

Keywords: energy; exergy; energy network equations; generalized Kirchhoff's law; per-unit system

随着化石能源的严重污染和逐渐枯竭、可再生能源和智能电网等的迅速发展,多种能源形式的综合利用已成为发展趋势。在能源的开发与利用实践中,人们逐渐形成能源网络或能量网络的概念。英国和爱尔兰成立的能源网络协会是英国和爱尔兰电力和燃气输配网络的协调机构^[1]。瑞士联邦理工大学开展的未来能源网络远景项目提出 energy hub 和 energy interconnector 的概念^[2-3]。energy hub 指允许多种能源载体在其中转换、调节和存储的单元;而 energy interconnector 指允许电能、化学能和热能综合输送的一种地下设备^[3]。但是,energy hub 和 energy interconnector 只是将各种形式的能源简单地集合在一起,并未从理论上探索各种能量形式得以统一的物理机理。国内也有许多研究不同形式能量综合利用的文献,例如文献[4]提出来一种天然气和电力联合输送的方法,电力采用超导电缆输送,而液化天然气作为高温超导电缆的冷却工质,使得天然气输送和电力输送“同路”进行。文献[5]基于智能电网技术,提出了热电及风能之间的联合控制方法。

为实现不同种类能源的综合利用,有必要深入研究不同形式的能量在传递过程中的共性,从更深、更广的层次上研究能量的传递和转换规律。在实际工程中,不同形式能量之间的转换必然存在能量损失,并且一种形式能量的传递可能需要消耗另外一种能量(比如压能、热能等的传递可能要消耗电能),因而有必要通过能量网络的研究确定如何根据用户对不同形式能量的需求来选择用能的方式,从而减少能源损失。同时,现阶段不同形式能量的价格不同,通过能量网络的研究也可以在保证满足需求的情况下,通过合理使用不同形式的能量减小费用支出。此外,能量网络的优化设计和运行等也需要基于严格的定量分析进行。

本文从能量在空间的普遍化传递方程出发,推导出能量在线(管)路中的普遍化传递方程,并深入

分析了能量和焓在线(管)路中传递的变化规律。在此基础上,借鉴电网络、流体网络和电力系统的基本理论和方法,进一步提出能量网络的广义基尔霍夫定律,并建立了能量(焓)在线(管)路中传递的集中参数等效传递方程,最后通过严格的数学推导建立了能量网络方程。本文以一个数值算例证明所建立理论及方法的正确性,并阐述了其基本应用。

1 能量网络的基本概念

在工程实践中,主要通过各种类型的网络为用户提供能量,包括电网、热网、燃气网等。由于本质上这些网络传递的都是能量,只是表现形式不同,所以本文将其统称为能量网络。能量网络包含不同类型能源的子网(电网、热网、燃气网等),而各种子网之间又通过能量转换设备(比如发电机、泵、换热器和空调负荷等)相连。能量网与其子网的关系可类比为信息互联网与组成它的局域网的关系,互联网的各个局域网是通过网关相连的,如图 1、图 2 所示。能量网中各子网之间的能量传递类似于互联网中各局域网之间的信息传递。由于能量网与信息互联网的这种类似性,也有学者提出了能量互联网的概念^[6]。

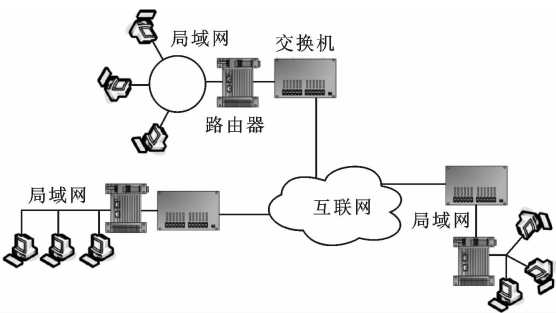


图 1 互联网示意图

能量网络是由传输不同形式能量的线(管)路组成,每种形式能量的传输线(管)路构成的网络即为能量网的子网,这些子网的能量传递规律在不同工程学科中分别得到了研究,比如电网、流体网络,但

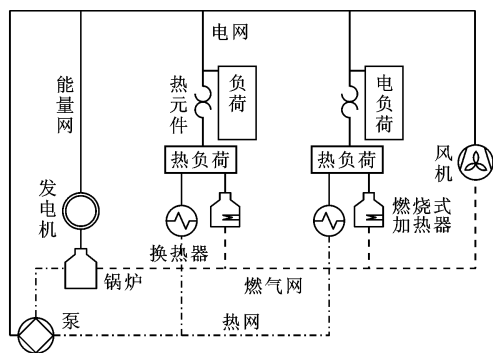


图2 能量网示意图

目前还未建立起不同形式能量传递规律的统一数学描述。

能量传输线(管)路是组成能量网的基础,为建立能量网的数学模型,首先应当研究不同形式能量在线(管)路中传递的统一数学表达式。因而,本文主要研究能量在线(管)路中传递的普遍规律表达式,并分析了能量和焓在传递过程中的变化情况。文献[7]提出了热力学体系的状态公设:对一给定的热力学体系,独立可变的热力学特性数目等于可逆的相关功数目加1。文献[8]经过对状态公设的深入分析,进一步提出了能量公设:任何形式的能量都可以表示成一个基本强度量与一个基本广延量乘积的函数。文献[9]通过研究将能量公设发展为能量公理。描述热力学体系的状态参量可以分为强度量和广延量两类:强度量是指与物质的量无关,不具有加和性的量(如热力学温度、电势、流体压强);广延量是指与物质的量有关,具有加和性的量(如热力学熵、电荷量、流体体积)。自然界任何形式的能量和焓都可以表示成一个基本强度量和一个基本广延量的函数,而且者两个基本参量的乘积正好具有能量的量纲,称为一对共轭参量(如电能可以表示成电势与电荷量的乘积,热能可以表示成温度与熵的乘积)。能量公理表述为:热力学体系的状态实质上是一能位态,可以用一个总能位函数描述,总能位函数等于各部分能位函数的和;系统的能量等于能位函数的微分在两个状态之间的积分;任何形式能位函数的微分都可以表示成一个基本强度量乘以与之共轭的基本广延量的微分。文献[10]进一步建立了能量的普遍化表达式,使得采用统一的数学表达式描述目前已知的各种具体形式能量的传递过程成为可能。虽然在不同类型的能量传输网络(电网、热网、燃气网)中,强度量和广延量的物理意义截然不同,但以强度量和广延量乘积的形式出现的能量却具有相同的量纲,可以在不同类型子网间转换和传递,可

以统一计算,这一点是能量网络理论建立的基础和前提。

文献[11]提出了传递公理:任何形式的传递过程都是在相应基本强度量差下推动基本广延量的流动过程;基本广延量的传递过程也同时是与之对应的能量和焓的传递过程。例如,传热过程既是在温度差的推动下熵的传递过程,也同时是热能和热焓的传递过程。文献[11]定义了热力学流密度和热力学力学的数学表达式,在传递公理的基础上,利用能量和焓的普遍化表达式,建立了广延量的传递定律,并导出了能量在空间传递的普遍化方程。

能量问题的研究涉及多学科的基础理论,文献[12-13]介绍了寂态热动力学的概念,它是以热力学的普遍原理为基础,研究在一定的环境条件下体系能量和的传递、转换及其利用规律的学科。网络理论在各种工程网络的建模和分析中得到了广泛而成功的应用,特别是电网络^[14-15]和流体网络^[16]的理论已相当完善。这些基础理论为能量网络理论的建立奠定了基础。

2 能量在线(管)路中的普遍化传递方程

2.1 普遍化传递方程

能量的传递是通过相应的广延量的传递而实现的^[11],因此研究能量在线(管)路中的普遍化传递方程时,有必要同时研究广延量在线(管)路中的传递规律。

由文献[11]可知,广延量和能量在空间的平衡方程分别为

$$\rho \frac{dx}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_x + g_x \quad (1)$$

$$\rho \frac{X dx}{dt} = -\nabla \cdot (X \mathbf{J}_x) + \mathbf{J}_x \nabla X + X g_x \quad (2)$$

式中: x 为单位质量介质中的广延量; X 为强度量; ρ 为介质的密度; g_x 为单位体积介质中的广延量 x 的源强度; $\mathbf{J}_x$ 为广延量 x 的流密度矢量,即单位时间通过单位面积的广延量的多少。

式(1)左边项为体积元中广延量在单位时间的变化量,右边第1项为单位时间内通过体积元的边界流入的广延量。式(2)左边项为体积元中能量随时间的变化率,右边第1项为通过体积元边界流入的能量,右边第2项为在强度量梯度的推动下所消耗的焓值,右边第3项表示随着基本广延量的产生而得到的能量。

在工程实际中,线(管)路通常是圆柱形状的,比

如电线、城市集中供热管道以及燃气管道。不同形状的线(管)路只影响线(管)路的阻值(比如电阻、流阻),而固定形状线(管)路的单位长度阻值是一定的。因此,本文以圆柱形传递线(管)路为例进行推导,如图 3 所示,图中强度量仅在轴向存在梯度,能量传递是一维的。



图 3 圆柱传递线(管)路

对式(1)两端做体积分,可得

$$\int_v \left(\rho \frac{dx}{dt} \right) dv = \int_v (-\nabla \cdot \mathbf{J}_x) dv + \int_v g_x dv \Rightarrow \frac{dx^*}{dt} = -\oint_A \mathbf{J}_x \cdot d\mathbf{A} + \int_0^L x_g dL \quad (3)$$

式中: v 为体积; x^* 为图 3 中圆柱形传递线(管)路内总的广延量; x_g 为该段圆柱形传递线(管)路中因传递造成的广延量产生量关于传递线(管)路长度 L 的函数。

由于广延量是在圆柱形传递线(管)路内流动的,圆柱形传递线(管)路侧面并没有广延量的流进、流出,面积 A 的方向为其法线方向,因此可对式(3)进一步化简为

$$\frac{dx^*}{dt} = \sum JA + \int_0^L x_g dL = H_A - H_E + \int_0^L x_g dL \quad (4)$$

式中: $H = \mathbf{J}_x A$,其物理含义为单位时间通过横截面积 A 的广延量多少。式(4)即为广延量在圆柱形传递线(管)路中传递时的平衡方程。该式表明,单位时间内,一段圆柱形传递线(管)路中广延量的变化量(左边项),等于通过横截面流入该段圆柱形传递线(管)路的广延量(右边第 1、2 项)与广延量在这段圆柱形传递线(管)路内流动时的产生量(右边第 3 项)之和。

同理,对式(2)两端做体积分,可得

$$\begin{aligned} \int_v \rho \frac{dX}{dt} dv &= \int_v -\nabla \cdot (X\mathbf{J}_x) dv + \int_v \mathbf{J}_x \cdot \nabla X dv + \int_v X g_x dv \Rightarrow \\ \frac{dE}{dt} &= -\oint_A (X\mathbf{J}_x) \cdot d\mathbf{A} + \int_A^E \mathbf{J}_x \cdot \frac{dX}{dL} A dL + \int_A^E X dx_g \end{aligned} \quad (5)$$

式中: E 为圆柱形传递线(管)路内的总能量。由于强度量 X 只在轴向发生变化,在径向不变,且圆柱形传递线(管)路的侧面没有能量的流入,因此式(5)可进一步化简为

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \sum XH + \int_A^E H dX + \int_A^E X dx_g = \\ X_A H_A - X_E H_E &+ \int_A^E H dX + \int_A^E X dx_g \end{aligned} \quad (6)$$

式中:左边为图 3 所示线(管)路在单位时间内所含的能量变化量;右边第 1、2 项为从线(管)路边界流入的能量;第 3 项为广延量流过线(管)路而消耗的焓值大小;第 4 项为因线(管)路中广延量的增加而增加的能量。

式(4)、式(6)为时变圆柱形传递线(管)路的传递过程的普遍方程式。对于时不变圆柱形传递线(管)路的传递过程,两方程式的左边均为 0。即圆柱形传递线(管)路内广延量和能量保持不变,增加的广延量全部流出线(管)路,则

$$dx_g = dH \quad (7)$$

时不变圆柱形传递线(管)路内广延量和能量的平衡方程分别为

$$H_A - H_E + \int_0^L x_g dL = 0 \quad (8)$$

$$X_A H_A - X_E H_E + \int_A^E H dX + \int_A^E X dH = 0 \quad (9)$$

2.2 能量与焓传递过程分析

2.2.1 能量传递过程分析 在实际中,一个体系内通常不只存在一种能量,并且不同的能量之间还能相互转换,因此描述一个体系所处状态的时候,需要多对强度量和广延量参数。为研究方便,在研究一种能量的传递过程规律时,需假设体系中其他能量以及其对应的强度量、广延量参数不变。

图 4 中 AE 为某传递过程中传递线(管)路的强度量和广延量的变化曲线。对比式(9)可知,能量在传递过程中损失焓值的绝对值为面积 S_{AEGD} ,且 $\int_A^E H dX = -S_{AEGD}$ 。在传递过程中,由于广延量的增加而增加的能量值为面积 S_{AENM} ,且 $\int_A^E X dH = S_{AENM}$,则可得到传递过程中所损失的总能量为 $S_{AENM} - S_{AEGD}$ 。

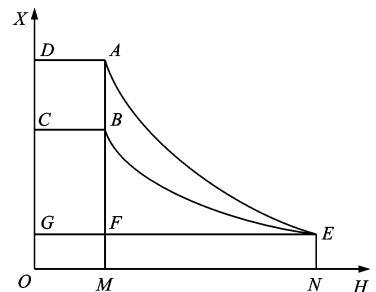


图 4 传递过程中参数变化

由能量公理可知,能量为状态参数 X 和 H 的函数,与过程无关,即能量在 A 状态时流入线(管)路,在 E 状态时流出线(管)路,在此过程中,两个状态时体系的能量差值与过程曲线无关。该差值即为能量流过圆柱形传递线(管)路时的损耗,由式(9)可知,该值为

$$\begin{aligned} \int_A^E H dX + \int_A^E X dH &= S_{AENM} - S_{AEGD} = \\ S_{ENMF} + S_{AEF} - (S_{AFGD} + S_{AEF}) &= \\ S_{ENOG} - S_{AMOD} &= X_E H_E - X_A H_A \quad (10) \end{aligned}$$

因此, AE 过程与 ABE 过程等效,其中 AB 为广延量不变时的传递情况, BE 为能量不变时的传递情况,电能的传递过程即为 AB 过程,恒温热传导过程即为 BE 过程。

例如气体膨胀过程,如果过程是恒温的话,则膨胀过程是图4中的 BE 过程曲线。在该过程中,气体的压能总量不变,则气体在该过程中吸收的热量应全部转化为气体的膨胀功。该结论与热力学中的分析结果相同。若过程不是恒温的,则膨胀过程中气体的压能与热能会有能量交换,则此时气体吸收的热量将不再全部转化为气体膨胀功,有一部分会转化为压能。

2.2.2 传递过程分析 对能量的评价包括能量的质和量,能量的质即为熵,简单来讲,熵即给定能量中能被人所利用的那部分能量。由文献[12]可知,传递过程中熵损失的表达式为

$$dD_x = X_0 dx \quad (11)$$

式中: D_x 为熵损失; X_0 为强度量的寂态值。从式(11)可以看出,传递过程中熵损失发生的条件为:能量所对应的强度量的寂态值 X_0 不为0,且传递过程中有对应的广延量的增加。

在 AB 过程中,广延量不变,但体系的强度量降低,体系总能量中一部分转化为其他能量,从 A 到 B 的过程中,体系总能量减少,但传递到 B 的那部分能量的质不变。在 BE 过程中,广延量增加的同时强度量降低,体系能量的总量不变。由式(11)可知,对于强度量寂态值不为0的能量(热能、压能、化学能)的传递过程,传递过程中有熵的损失;对于强度量寂态值为0的传递过程,则没有熵损失。比如,电能经过理想变压器传递时,变压器一次侧和二次侧的总能量不变,即使广延量(电流)变化,电能的质也不变。

由以上分析可知,能量在线(管)路中的传递是需要付出代价的,要么保持能量的质不变,损失能量

的量,要么保持能量的量不变,损耗能量的质。不管是哪一种,只要该传递过程是不可逆的,则损耗的都是原来总能量中的熵值。在实际中,类似于电网络理想变压器的元件是不存在的,因此能量传递过程都是不可逆的,不可避免地存在熵损失。

由式(10)可以得到

$$\begin{aligned} \int_A^E H dX + \int_A^E X dH &= S_{AENM} - S_{AEGD} = \\ S_{ENMF} - S_{AFGD} &= S_{ENOG} - S_{AMOD} = \\ S_{ENOG} - S_{BMOC} - S_{ABCD} &= -S_{ABCD} \quad (12) \end{aligned}$$

由式(12)可得出,由 A 到 E 的过程中,减少的能量为体系中原来的广延量随着强度量的降低而释放到体系外的能量,即由 A 到 B 的过程,其值为 $ABCD$ 所围成的面积。在随后的 BE 过程,体系强度量继续降低,体系中原来的广延量继续释放出能量,同时体系广延量开始增加,新广延量的加入意味着体系获得能量。然而,体系在这一阶段与外界并无能量交换,即说明 BE 过程中,体系中广延量因强度量降低所释放的能量正好被用来使得体系中广延量的增加,因而才使得体系在这一阶段能量的总量不变。

2.3 不同形式能量的传递过程

2.3.1 电能的传递过程 在电能传递过程中,强度量为电势,广延量为电荷。由电荷守恒定律可知,电荷源强度为0,即式(8)中 $x_g=0$,从而推导出 $H_A=H_E$,此时 H 即为单位时间中通过线(管)路横截面积的电荷量,即电流。 $H_A=H_E$ 说明流入线(管)路的电流与流出线(管)路的电流相等。与图4相对应可知,电能的传递过程仅为 AB 过程。

由文献[12]可知,广延量传递的普遍化表达式为

$$J_x = -K \nabla X \quad (13)$$

式中: K 为广延量传递系数。

在电能传递中, K 为电导率, J_x 为电流密度。仍然以图3中的圆柱形传递线(管)路为例,可做如下推导

$$\begin{aligned} H &= -KA \nabla X = -KA \frac{dX}{dL} \Rightarrow \\ \frac{H}{KA} dL &= -dX \quad (14) \end{aligned}$$

又由于在电能传递中 H 不变,因此可得到

$$\frac{H}{KA} L = X_A - X_E \Rightarrow HR = X_A - X_E \quad (15)$$

式中: R 为电阻。式(15)即为电路中的欧姆定律。

由式(9)可知,电能传递过程中所损耗的能量为

$X_A H - X_E H$ 。由于电阻的存在,电能传递过程中,有一部分会转化成热能,造成电能的损失,但电能的品级并不会因此而降低,电能的总量会减少。

2.3.2 热能的传递过程 热能在传递过程中,强度量为温度,广延量为熵。以恒温热传导为例,由式(13)可知

$$J_{\text{en}} = XJ_x = -KX \nabla X = -\lambda \nabla X \quad (16)$$

式中: J_{en} 为能量流密度; λ 为能量传递系数。在恒温热传导中,熵传递系数不是恒定的,但热能传递系数却是恒定的,此系数即为热传导系数。以图3为例对式(16)进一步化简,可得

$$P = J_{\text{en}} A = XJ_x A = XH = -KXA \nabla X = -\lambda A \frac{dX}{dL} \quad (17)$$

式中: P 为热流量,即单位时间流过横截面积 A 的热能。由传热学可知,在恒温热传导中,热流量是不变的,即对式(17)积分,可得

$$\frac{P}{\lambda A} dL = -dX \Rightarrow P = \lambda A \frac{X_A - X_E}{L} \quad (18)$$

式(18)即为传热学中一维恒温热传导热流量的计算公式。

在恒温热传导中,热流不变,即对应图4中的 BE 段。由传热学,可以求得当热能流过该段时熵流的增加量

$$\Delta H = \frac{P}{T_E} - \frac{P}{T_A} \quad (19)$$

式中: T 为强度量温度。式(19)亦可以由式(8)求出

$$\Delta H = H_E - H_A = \int_0^L x_g dL \quad (20)$$

由文献[12]可知,恒温热传导过程的熵源 g_s 的表达式为

$$g_s = -\frac{1}{T} \mathbf{J}_s \cdot \nabla T \quad (21)$$

则可以得到

$$x_g dL = g_s A dL = -\frac{1}{T} H_s dT \quad (22)$$

将式(22)代入式(20),可得

$$\Delta H = H_E - H_A = \int_0^L x_g dL = \int_{T_A}^{T_E} \left(-\frac{P}{T^2} \right) dT = \frac{P}{T} \Big|_{T_A}^{T_E} = \frac{P}{T_E} - \frac{P}{T_A} \quad (23)$$

式(23)与式(19)完全一样。

在热传导过程中,热能总量不变,但热能从高温侧传递到低温侧,热能的品级降低了。

2.3.3 压能的传递过程 在压能的传递过程中,强度量是压强,广延量是体积。压能的传递是通过流

体流动来实现的,流体的流动又可分为层流和湍流,可压缩流动和不可压缩流动,稳定流动和非稳定流动,种类繁多,情况复杂。在此暂只以稳定不可压缩层流为研究对象,此时传递的压能在工程上又叫做流动能。

仍然以图3为例,假设图3中圆柱形传递线(管)路直径为 D ,由于流动是不可压缩的,则由伯努利方程可知线(管)路中体积流量 H_v 不变。假设体积传递系数 K_v 也不变,则根据式(13)以及电能传递的推导过程,可以得到

$$H_v = -K_v A \nabla X = -K_v A \frac{dX}{dL} \Rightarrow$$

$$\frac{H_v}{K_v A} dL = -dX \Rightarrow \frac{H_v}{K_v A} L = X_A - X_E \quad (24)$$

参考电阻的定义,流阻定义为 $R_v = \frac{L}{KA}$,则式(24)变为

$$H_v = \frac{X_A - X_E}{R_v} \quad (25)$$

式(25)即为文献[16]中的不可压缩稳态层流的流动方程,由文献[16]可得层流圆柱形传递线(管)路的流阻为

$$R_v = \frac{128\mu L}{\pi D^4} \quad (26)$$

式中: μ 为流体的动力黏性系数,是一个只与流体种类和温度相关的参数。对比前面流阻的定义式 $R_v = \frac{L}{KA}$,可得到 $K_v = \frac{D^2}{32\mu}$ 。因而,对于一定的流体及流动线(管)路,体积传递系数是不变的,与之前的假设相符合,则式(24)的推导是正确的。式(15)和式(25)的形式相同,说明稳态不可压缩层流压能传递和电能传递类似,仍然是图4中的 AB 过程,其传递过程中损失的压能为 $X_A H_v - X_E H_v$ 。

对于可压缩流体的流动,由于流体被压缩或膨胀时涉及流体温度的变化,在压能传递过程中,温度代表的热能会与压能互相转换,因而本文暂不做研究。

上面所列举的稳态不可压缩流动过程是图4中的 AB 过程,在该过程中,由于流动需要克服摩擦力,部分压能会转化为热能,压能的总量会减少,但品级不会变。

3 能量网络方程

3.1 广义的基尔霍夫定律

基尔霍夫电压定律和基尔霍夫电流定律是电网

络方程的基础^[14-15],通过类比的方式用于流体网络的建模^[16]。基尔霍夫定律概括了电路中电流和电压分别遵循的基本规律,与电路元件的特性无关,只取决于电路的连接方式。在电网络中,电路元件特性决定了支路两端电压差与电流的关系。对于一个有 $N+1$ 个节点、 B 条支路的电网络,通过基尔霍夫定律可以写出 B 个方程, B 个方程中有 $2B$ 个变量。再通过对 B 条支路上电路元件的分析,可以写出 B 条支路特性方程,联立则可对该电网络实现求解,此即为电网络中的 $2B$ 求解法。

电网络是能量网络的一个特例,能量网络与电网络的连接方式类似,为了能写出类似于电网络方程的能量网络方程,本文提出广义的基尔霍夫定律。电网络中的电压即能量网络的强度量,电流即能量网络中的广延量,因此对应于电网络的基尔霍夫电压定律(KVL)和基尔霍夫电流定律(KCL),分别建立能量网络的基尔霍夫强度量定律(KIL)和基尔霍夫广延量定律(KEL)。

(1)基尔霍夫强度量定律:在能量网络的任何一个回路中,各段线(管)路强度量变化量之和为0,即 $\sum \Delta X = 0$ 。

由于强度量是状态参量,能量网中两个节点之间的强度量差值只与节点所处的状态有关,与两节点之间的路径无关,因而从一个节点出发,沿着某回路环行一周后又回到该节点,此时强度量变化值必为0。

(2)基尔霍夫广延量定律:对于能量网中任何一个节点,流入该节点的广延量等于流出该节点的广延量。

虽然某些形式能量的广延量(如热力学熵)在传递时会沿着传递路径增加,但由于节点是没有体积的,因而广延量在流过节点时不会凭空增加或减少,流入该节点的广延量必等于流出该节点的广延量。

广义的基尔霍夫定律使得我们能像列出电网络方程一样写出能量网络方程,从而可以对能量网络中各个节点参数进行求解。

3.2 集中参数的等效传递方程

仅由广义基尔霍夫定律给出的方程组是无法求解的,还需列出能量网中每条传递线(管)路的特性方程。

线(管)路中强度量与广延量的关系称为线(管)路的特性方程。在2.3节中,本文分别对电能传递过程、恒温热传导过程和稳定不可压缩层流过程进行推导,得到了各自强度量与广延量的关系式,该关

系式即为线(管)路的特性方程。2.3节中的推导是基于具体能量形式的传递过程,为建立普遍化的能量网络方程,需进一步建立普遍化的线(管)路特性方程。

由式(13)可推出广延量流 H 的表达式为

$$H = J_x A = -KA \nabla X \quad (27)$$

式中: A 为广延量流过的截面积。对式(27)积分可得强度量与广延量的关系式,但广延量的传递系数 K 可能为定值,也可能不为定值,因此需分两种情况讨论。仍以图3中圆柱传递线(管)路为例进行说明。

(1)当 K 为定值时,例如电能的传递、稳态层流时压能传递等,对式(27)沿线(管)路积分,得

$$\begin{aligned} H &= -KA \frac{dX}{dL} \Rightarrow \int \frac{H}{KA} dL = \int -dX \Rightarrow \\ \frac{1}{KA} \int H dL &= X_A - X_E \Rightarrow \\ H^* R &= X_A - X_E; \quad R = \frac{L}{KA} \end{aligned} \quad (28)$$

式中: R 表征了能量在传递过程中遇到阻碍的强度,本文称其为能阻,在电能传递过程中,其为电阻,在压能传递过程中,其为流阻; L 为传递线(管)路的长度; H^* 为积分 $\int H dL$ 的拉格朗日中值,本文称其为传递过程中的等效广延量流,其值可以根据线(管)路两端强度量差值和定值 R 求出。

(2)当 K 不为恒定值,但能量传递系数 $\lambda = KX$ 为恒定时,例如热传导过程

$$\begin{aligned} H &= -\frac{KXA}{X} \frac{dX}{dL} \Rightarrow \int \frac{H}{\lambda A} dL = \int -\frac{1}{X} dX \Rightarrow \\ \frac{1}{\lambda A} \int H dL &= \ln X_A - \ln X_E \Rightarrow \\ H^* R &= \ln X_A - \ln X_E; \quad R = \frac{L}{\lambda A} \end{aligned} \quad (29)$$

此时 H 与 X 的关系是非线性的,而 H 与 $\ln X$ 的关系为线性。对于 K 和 λ 均不为定值的传递过程,可以采用 K 和 λ 为定值的传递过程作为其等效传递过程,具体等效过程见2.2节。

由以上讨论可知,可以选择等效广延量流 H^* 来描述能量在线(管)路中的传递过程,此时可将积分方程化为代数方程,使用集中参数的等效传递方程作为传递线(管)路的特性方程,方便由广义基尔霍夫定律列出的方程组的求解。等效传递过程的能量变化如图5所示。

图5中 AE 为原过程,由于能量是状态量,一个体系中某种能量的变化只与其对应的状态参数相

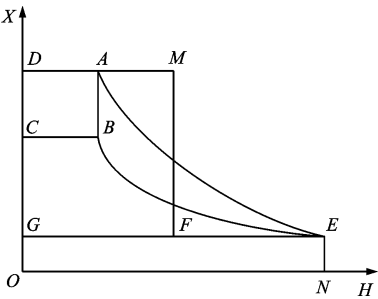


图 5 等效传递过程中的能量变化情况

关,与具体的变化过程无关,而两个状态之间的能量差值即为体系中该能量的变化值。因此,AE 过程体系中某能量的变化量等于 ABE 过程体系中该能量的变化量,也等于 AMFE 过程体系中该能量的变化量,图中 $H_{MF} = H^*$ 。AMFE 过程中的等效广延量为 H^* ,即该等效过程可以使用集中参数法来描述。AMFE 过程的等效物理模型如图 6 所示。

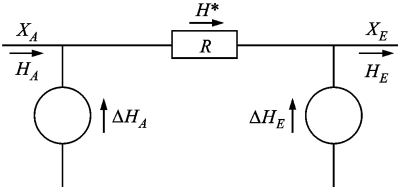


图 6 AMFE 过程的等效传递物理模型

特别对于电能的传递和稳态层流时压能传递,由于传递过程中电流和流体流量保持不变, $\Delta H_A = \Delta H_E = 0$,则可以得到 H 与 X 的一个线性关系,亦即常见的传递线(管)路特性方程

$$H^* = H_A = H_E = \frac{X_A - X_E}{R} \tag{30}$$

能源有许多种类型,但实际工程中能量的网络化传递主要依靠电网和流体网络(如热网、燃气网等),核能、风能、太阳能、水能等都必须先转化为电能或者热能再传递。因此,本节推导得出的式(30)是建立能量网络方程的核心。

3.3 能量网络方程的建立

为清晰起见,本文基于一个简单的能量网络建立网络方程并进行求解,但本文方法完全适用于复杂能量网络分析。能量网络包含多种形式能量的传递,在图 7 所示的一个简单能量网络中,电力网络传输电能,热水网络主要传输热能,同时消耗压能。该能量网络中,电力网络与热水网络将泵和总热负荷 ($P_T = P_{Th} + P_{Te}$, P_{Th} 为流体网络通过换热器向用户提供的热量, P_{Te} 为电网络通过电热器向用户提供的热量)耦合在一起。值得注意的是,该网络中热能主要依靠热水网络传递,在温度场中并未形成网络。

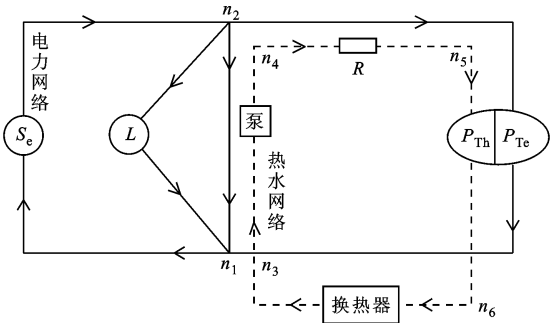


图 7 简单能量网络示意图

根据网络理论,将图 7 的简单能量网络用图来表示,并对各个支路、节点以及基本回路进行编号,如图 8 所示。

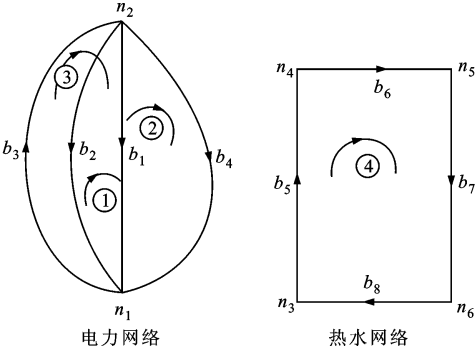


图 8 能量网络支路、节点以及基本回路编号

选定 n_1, n_3 为参考节点,则可以写出网络关联矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

广延量流量矩阵为

$$H = [H_1 \ H_2 \ H_3 \ H_4 \ H_5 \ H_6 \ H_7 \ H_8]^T$$

基本回路矩阵为

$$B_l = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

线(管)路两端强度量差值矩阵为

$$\Delta X = [\Delta X_1 \ \Delta X_2 \ \Delta X_3 \ \Delta X_4 \ \Delta X_5 \ \Delta X_6 \ \Delta X_7 \ \Delta X_8]^T$$

则根据广义的基尔霍夫定律,可以列出方程组

$$\left. \begin{aligned} AH &= 0 \\ B_l \Delta X &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{31}$$

该方程组共有 8 个方程,16 个变量,因此还需要增加 8 个方程才能进行求解。从图 7 中可以看

出,除电源支路 b_3 、泵所在支路 b_5 、向泵传递电能的支路 b_1 、电热器支路外,其他支路均可写出支路特性方程 $H_i = \frac{\Delta X_i}{R_i} (i=2,6,7,8)$,其中 $R_i = \frac{L_i}{K_i A_i}$,共4个方程。泵所在支路 b_5 和向泵传递电能的支路 b_1 之间根据能量守恒,可写出1个方程 $\Delta X_5 H_5 + \Delta X_1 H_1 = 0$ 。电热器支路可以写1个方程 $P_{2e} = \Delta X_4 H_4$ 。根据支路特性可列出6个方程,加上上述8个方程,共14个方程。

通常负荷是已知的,即 P_{Th} 或 $P_T = P_{Th} + P_{Te}$ 已知。当 P_{Th} 已知时,可以由公式 $P_{Th} = \rho c \Delta T H_7$ 求出 H_7 (ρ 为流体密度, c 为流体比热容, ΔT 为换热器进出口温差),而电源支路输出电压也是已知的,即 ΔX_3 是已知的。方程组中有两个量 H_7 和 ΔX_3 可以视为已知,还需求解的变量为14个,而方程组也是14个,因此方程组可以求解。

需指出的是,在封闭流体网络中,被加热与被冷却的水的流量是必然相等的,依据这个结论可写出一个方程。当求出被冷却的水的流量后,可直接求出被加热的水的流量,该方程已被包含在上述方程组中了,因此不必另外列出。若不计热损失,则被加热的水所吸收的热量和被冷却的水放出的热量是相等的,依据这部分热量,也可以求出被加热的水的流量,可以证明,这两种方法所求出的流量是相等的。

4 数值算例

以3.3节中的简单能量网络为例,选取实际数据来对该网络进行参数计算。当已知总热负荷、电源出口电压和线(管)路参数的情况下,求取泵和热源的运行状态。

以图7中的网络为例,分别选择总热负荷为30 kW,电源出口电压为220 V, $R_2 = 220 \Omega$, R_4 为可变电阻,其值影响由电能所提供的热量, $R_6 = R_7 = R_8 = 1 \times 10^6 (\text{Pa} \cdot \text{s})/\text{m}^3$ 。具体计算步骤如下。

(1)列出方程组

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{AH} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{X} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

(2)列出支路特性方程

$$\Delta X_i = H_i R_i, \quad i = 2, 6, 7, 8 \quad (33)$$

(3)列出能量守恒方程

$$\Delta X_5 H_5 + \Delta X_1 H_1 = 0 \quad (34)$$

(4)列出电热器支路方程

$$P_{Te} = \Delta X_4 H_4 \quad (35)$$

(5)求取参量 H_7 。由于换热器的进出口温差

与换热器的结构有关,为了计算简便,这里假设已选取了合适的换热器,热水流入换热器时水温为70℃,流经换热器后温度为65℃,水的比热容 $c = 4185 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$,密度为 $\rho = 980.5 \text{ kg}/\text{m}^3$ 。令 $P_{Th} = \alpha P_T (0 < \alpha < 1)$,随着 α 取值的不同(即总热负荷的组成不同时),能量网的运行状态也不同。这里取 $\alpha = 0.8$,则 $P_{Th} = 24 \text{ kW}$,由 $P_{Th} = \rho c \Delta T H_7$,计算得到 $H_7 = 1.17 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ 。

(6)求解方程组。由于该能量网络中电压和压强属于不同的物理量,在数值上无法直接进行比较,同时为了简化计算,引入了电力系统分析中的标幺制计算方法^[17]。在本例中,分别为强度量和广延量(电压、电流、压强、流量)选取基准值,注意在基准值选取时也应该满足能量守恒关系(如 $\Delta X_5 H_5 + \Delta X_1 H_1 = 0$),此时4个基准值中只有3个基准值是独立选取的。

本文选取流量基准值 $H_{qB} = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$,压强基准值 $\Delta X_{pB} = 10^3 \text{ Pa}$,电压基准值 $\Delta X_{vB} = 220 \text{ V}$,则电流基准值为 $H_{IB} = 1/220 \text{ A}$,流阻基准值 $R_{qB} = 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^3$,电阻基准值 $R_{vB} = 48400 \Omega$ 。

对已知参数进行标幺化处理得到:总热负荷 $P_{Ts} = \frac{30000 \text{ W}}{10^3 \times 10^{-3} \text{ W}} = 30000$;热水提供的热量 $P_{Ths} = \frac{24000 \text{ W}}{10^3 \times 10^{-3} \text{ W}} = 24000$;电提供的热量 $P_{Tes} = \frac{6000 \text{ W}}{10^3 \times 10^{-3} \text{ W}} = 6000$;电压 $\Delta X_{1s} = \frac{-220 \text{ V}}{220 \text{ V}} = -1$;流量 $H_{7s} = \frac{1.17 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}} = 1.17$;电阻 $R_{2s} = \frac{220 \Omega}{48400 \Omega} = 1/220$;流阻 $R_{6s} = R_{7s} = R_{8s} = \frac{1 \times 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^3}{10^6 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^3} = 1$ 。解方程可得

$$\Delta \mathbf{X}_s = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -3.51 \quad 1.17 \quad 1.17 \quad 1.17]^T$$

$$\mathbf{H}_s = [4.11 \quad 220 \quad 6224.11 \quad 6000 \quad 1.17 \quad 1.17 \quad 1.17 \quad 1.17]^T$$

再分别乘以基准值,得到

$$\Delta \mathbf{X} = [220 \quad 220 \quad -220 \quad 220 \quad -3510 \quad 1170 \quad 1170 \quad 1170]^T$$

$$\mathbf{H} = [0.0187 \quad 1 \quad 28.29 \quad 27.27 \quad 1.17 \times 10^{-3} \quad 1.17 \times 10^{-3} \quad 1.17 \times 10^{-3} \quad 1.17 \times 10^{-3}]^T$$

以上结果是当 $\alpha = 0.8$ 时计算得到的,当 α 值变化(即 P_{Th} 和 P_{Te} 变化)时,计算得到的结果也不同。电网向泵提供动力所消耗的电能 $P_1 = \Delta X_1 H_1 = 4.1 \text{ W}$,该部分动力向用户运输的热量 $P_{hs} = 24000 \text{ W}$,该

值远远大于泵所消耗的电能,而若用该部分电能产热,仅能得到 4.1 W 热量。在本例中,可根据已知关系推导出 P_1 与 α 的关系

$$P_1 = \Delta X_1 H_1 = -\Delta X_5 H_5 = 3\Delta X_7 H_7 =$$

$$3R_7 \left(\frac{\alpha P_T}{\rho c \Delta T} \right)^2 = 6.42\alpha^2$$

电网向用户提供热能 $P_{es} = 6\,000\text{ W}$ 。若改用热水提供这部分热量,则仅需增加耗电 2.32 W。由此可见,当热源充足时,先使用热水供热,即取 $\alpha = 1$,可以大大减少电能的消耗。计算结果与工程实际经验相符。

该能量网络消耗的总能量 $P_{total} = P_1 + P_2 + P_4 + P_7$, 由于 $P_4 = P_{Te}$, $P_7 = P_{Th}$, 则 $P_{total} = P_1 + P_2 + P_T$, 其中 P_T 、 P_2 为定值, $P_1 = 6.42\alpha^2$ 。当 $\alpha = 0$ 时, $P_1 = 0$, P_{total} 最小; 当 $\alpha = 1$ 时, $P_1 = 6.42$ 为最大值, P_{total} 最大。

若参考节点 n_1 、 n_3 处强度量已知, 则可求出能量网络中各个节点的强度量。假设 n_1 处电压为寂态值 0 V, n_3 处压强为寂态值 10^5 Pa , 则可以得到各节点强度量值为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & 220 & 100\,000 & 103\,510 & 102\,340 \\ & & & & 101\,170 \end{bmatrix}^T$$

假设环境温度为 $20\text{ }^\circ\text{C}$, 热水在流动过程中所携带的热量不变, 克服摩擦消耗的压能转变成的热能被环境所吸收, 即压焓全部被消耗掉, 焓损 $D_{xA} = -\Delta X_5 H_5 = \Delta X_1 H_1 = P_1$ 。 P_1 为电网向泵提供的电能, 由于电压寂态值为 0 V, 即 P_1 全部为电焓。电转变为热时有焓损, 其值为 $D_{xB} = P_{Te} - P_{Te} \left(1 - \frac{20+273.15}{65+273.15} \right)$, 则 $D_{xB} = 0.87P_{Te} = 0.87(1-\alpha)P_T$; 热量在用户处由高温向低温传递时有焓损失, 其值为

$$D_{xC} = P_{Th} \left(1 - \frac{20+273.15}{70+273.15} \right) - P_{Th} \left(1 - \frac{20+273.15}{65+273.15} \right) = P_{Th} \left(\frac{293.15}{338.15} - \frac{293.15}{343.15} \right) = 0.01P_{Th} = 0.01\alpha P_T$$

则总焓损为

$$D_x = D_{xA} + D_{xB} + D_{xC} = P_1 + 0.87(1-\alpha)P_T + 0.01\alpha P_T = 6.42\alpha^2 - 0.86P_T\alpha + 0.87P_T$$

由于 $0 \leq \alpha \leq 1$, $P_T \geq 0$, 则 $D_x \geq 0$, 该二次函数的对称轴 $\alpha = \frac{0.43P_T}{6.42}$ 。 D_x 和 P_{total} 随着 α 的变化而变化, 如图 9 所示。

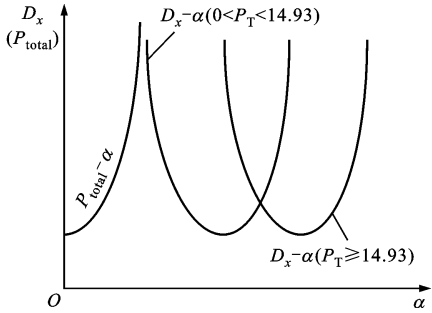


图 9 焓损和总能耗随 α 的变化

当 $0 < P_T < 14.93$ 时, 二次函数对称轴 $\alpha = \frac{0.43P_T}{6.42} < 1$, D_x 随 α 递增而先减后增, 即当 $\alpha = \frac{0.43P_T}{6.42}$ 时, D_x 值最小。 P_{total} 随着 α 递增而递增, 当 $\alpha = \frac{0.43P_T}{6.42}$ 时, P_{total} 为介于最大值和最小值之间的一个值, 并且 P_T 越大, P_{total} 也越大, P_{total} 正比于 P_T 的二次方。

当 $P_T \geq 14.93$ 时, 二次函数对称轴 $\alpha = \frac{0.43P_T}{6.42} \geq 1$, D_x 随 α 递增而递减, 即当 $\alpha = 1$ 时, D_x 值最小, 但此时 P_{total} 最大。

在本例中, P_T 远远大于 14.93, 从能量的本质上讲, 工程实际中能为人利用的能量都是焓, 因而应该选择能使焓损失最少的运行方式, 即取 $\alpha = 1$ 。此时, 虽然使用的能量需要增加, 但增加的部分是本来就不能为人所用的焓, 焓损失反而降低, 从能量本质上讲更加节能。

5 结 语

在全世界面临能源与环境危机的背景下, 多种形式能源的综合利用已成为必然的趋势, 而工程实际中能源的生产、传输和利用大多采用网络化的方式进行。本文综合热力学、传热学、电网络、流体网络多学科的基础理论, 在深入分析能量本质的基础上, 基于能量公理和传递公理, 建立了能量在线(管)路中的普遍化传递方程, 并提出能量网络的广义基尔霍夫定律, 通过严格的数学推导建立了能量网络方程。

本文首先推导了能量在线(管)路中传递的普遍化表达式, 采用工程中常见的几种能量(电能、热能、压能)传递方程进行了验证, 并进一步根据具体的传递过程, 提出减少传递过程中能量损耗的方法。能量是状态量, 不论传递过程如何, 体系中某种能量的

变化只与始末状态该类型能量对应的强度量、广延量有关。因而,当始末状态一样时,所有传递过程在能量上都是等效的。据此推导出能量在线(管)路中传递的等效传递方程,并基于广义基尔霍夫定律建立了能量网络方程,提出了求解方法。本文研究内容为能量网络的建模、分析、运行与规划奠定了基础。

参考文献:

- [1] Energy Networks Association (ENA). Guide to the UK and Ireland energy networks [EB/OL]. [2013-03-02]. <http://www.energynetworks.org/news/publications/guide-to-the-networks.html>.
- [2] Swiss Federal Institute of Technology Zurich. VoFEN-visions of future energy networks [EB/OL]. [2014-02-20]. <http://www.future-energy.ethz.ch/en/navi-row-1/about-us.html>.
- [3] GEIDL M, KOEPEL G, FAVRE-PERROD P, et al. Energy hubs for the future [J]. IEEE Power and Energy Magazine, 2007, 5(1): 24-30.
- [4] 张杨, 厉彦忠, 谭宏博, 等. 天然气与电力长距离联合高效输送的可行性研究 [J]. 西安交通大学学报, 2013, 47(9): 1-7.
ZHANG Yang, LI Yanzhong, TAN Hongbo, et al. Efficient long-distance energy transmission conception [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2013, 47(9): 1-7.
- [5] 李鹏, 杨玉龙, 黄越辉, 等. 综合热电负荷控制下的省级电网风电并网研究 [J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(2): 71-73.
LI Peng, YANG Yulong, HUANG Yuehui, et al. Wind power integration in provincial power grid under electricity and heating load control [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(2): 71-73.
- [6] TSOUKALAS L H, GAO R. From smart grids to an energy internet: assumptions, architectures and requirements [C] // Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 94-98.
- [7] KLINE S J, KOENING F O. The state principle-some general aspects of the relationship among the properties of systems [J]. Journal of Applied Mechanics, 1957, 24(1): 2.
- [8] 郭平生, 韩光泽, 华贲. 能量公设与热力学系统独立状态参量的选取 [J]. 大学物理, 2004, 23(8): 27-29.
GUO Pingsheng, HAN Guangze, HUA Ben. The energy postulate and choice of independence state parameters of the thermodynamic system [J]. College Physics, 2004, 23(8): 27-29.
- [9] 韩光泽, 别祥, 郭平生. 交叉现象的热力学机制与传递公理 [J]. 广西师范大学学报: 自然科学版, 2008, 26(4): 10-13.
HAN Guangze, BIE Xiang, GUO Pingsheng. Transfer postulate and thermodynamic mechanism of cross effects [J]. Journal of Guangxi Normal University: Natural Science Edition, 2008, 26(4): 10-13.
- [10] 韩光泽, 华贲, 陈清林, 等. 能量的普遍化表达式与能态公设 [J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2001, 29(7): 48-50.
HAN Guangze, HUA Ben, CHEN Qinglin, et al. The general energy expression and the energy state postulate [J]. Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition, 2001, 29(7): 48-50.
- [11] 韩光泽, 华贲, 陈清林, 等. 传递过程的统一描述 [J]. 工程热物理学报, 2003, 24(6): 1025-1027.
HAN Guangze, Hua Ben, CHEN Qinglin, et al. The unified description of transfer process [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2003, 24(6): 1025-1027.
- [12] 韩光泽. 寂态热动力学基础理论研究 [D]. 广州: 华南理工大学, 2002.
- [13] 王松平, 华贲. 寂态热力学发展的新趋势 [J]. 自然杂志, 1990, 20(2): 79-81.
WANG Songping, HUA Ben. The new trend of development of dead state thermodynamics [J]. Chinese Journal of Nature, 1997, 20(2): 79-81.
- [14] 邱关源. 电路 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004: 50-73.
- [15] 邱关源. 电网络理论 [M]. 北京: 科学出版社, 1988: 10-63.
- [16] 罗志昌. 流体网络理论 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1988: 10-55.
- [17] 夏道止, 李建华, 方万良, 等. 电力系统分析 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2004: 46-53.

(编辑 杜秀杰)