

DOI: 10.7652/xjtuxb201309023

混合介质低频介电增强效应的等效电容模型

郭晨¹, 秦鸿瑜¹, 刘策^{1,2}

(1. 长安大学信息工程学院, 710064, 西安; 2. 休斯顿大学测井实验室, 77004, 美国休斯顿)

摘要: 针对油气开采时岩石等混合介质在低频段出现的介电增强现象影响测井数据准确性的问题,提出一种混合介质低频介电增强效应的等效电容(CMEC)模型。首先根据储油层岩石电参数特性建立层状含膜介质模型,并将其等效为集总电路形式进行介电谱分析;同时给出 3 层含膜介质的电势分布,由此分析膜层电导率及膜层厚度对介电增强特性的影响。分析结果表明:等效介电常数在低频段的增强是电容模型有效厚度在低频段减小引起的,而其增强幅度和薄膜参数之间存在着定量关系;由于 CMEC 模型计算含膜介质介电谱时引入的模型参数相对较少,运算量约为有限差分算法等数值模拟方法的 10%。该模型可为油田地质结构的低频介电测量提供准确依据。

关键词: 混合介质;电容模型;介电增强;测井;介电谱

中图分类号: TM201 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)09-0140-05

Equivalent Capacitor Model for Large Dielectric Enhancement in Composite Medium at Low Frequency

GUO Chen¹, QIN Hongyu¹, LIU Ce^{1,2}

(1. School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China;

2. Well Logging Laboratory, University of Houston, Houston, Texas 77004, USA)

Abstract: A composite medium equivalent capacitor (CMEC) model is proposed to investigate the phenomenon of rock dielectric enhancement at low frequency, which usually leads to data error during well logging. An initial stratified model with membrane is constructed according to the electrical characteristic of the reservoir rock. The electrical spectra of the model are analyzed by utilizing the equivalent lumped circuit method. The effects of the membrane conductivity and thickness are also analyzed by the electrical potential distribution of 3-layered stratified model with membrane. The results indicate that a low frequency dielectric enhancement is caused by the decreasing effective length of capacitor model, and the membrane parameters drive the permittivity amplitude quantitatively. The computing task of the proposed CMEC model gets less than 10% of finite difference method due to the fewer calculating parameters. The CMEC model provides an accurate evaluation for the well logging dielectric measurement at low frequency.

Keywords: composite medium; capacitor model; dielectric enhancement; well logging; electrical spectra

混合介质有效介电常数、电导率等电学特性的研究在材料科学、遥感、测井勘探等众多应用领域都

有着非常重要的意义和作用^[1-3]。近年来一些实验现象表明,一些普通混合介质在低频($f < 100$ kHz)

收稿日期: 2013-04-30。 作者简介: 郭晨(1984—),女,博士,讲师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51277012); 中央高校基本科研业务专项资助项目(CHD2011JC049,CHD2011ZD004)。

网络出版时间: 2013-07-19

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20130719.0910.001.html>

下可以呈现出异常大的介电常数特性(有效相对介电常数 $\epsilon_{\text{eff}} > 1\ 000$)^[4-8],而这一现象从理论上是很难被解释的。目前研究学者们主要将介电增强现象产生的原因归纳为3种^[7-8]:①Maxwell-Wagner效应;②两层金属颗粒物(如黄铁矿和赤铁矿)之间的激发极化(Inducing Polarization, IP)作用;③两层绝缘颗粒物(如粘土和页岩)之间由于极化作用而产生的其他影响。其中 Maxwell-Wagner 效应所引起的介电增强,其本质是颗粒物表面电荷聚积所产生的结果,而电荷聚积通常与材料中各组分电导率及介电常数的差导有关。

对于混合物质的低频介电增强特性分析问题,目前一种较为可行的研究方法是利用基于有效介质理论推导出的有效介电常数解析计算公式^[9]。在某些极限条件下,解析计算公式所预测的有效介电常数可以达到无穷大^[10-11],但这些极限条件很难用实测方法达到。为证明低频介电增强现象的存在,研究激发极化过程的本质,文献^[12-13]已针对介电增强的产生原因,利用数值仿真的方法进行了初步分析,结果表明,对于导电媒质结构,如果在其导电性颗粒外包裹一层绝缘薄膜结构,则会产生低频介电增强现象。为进一步从物理本质的角度去解释低频介电增强现象产生的原因,本文建立了混合介质等效电容(CMEC)模型,推导求解其等效电路中的各参数关系,以解析方式得到层状混合介质的低频介电常数变化曲线,并分析介电增强曲线中的各影响因素。由于 CMEC 模型计算介电谱时引入的模型参数相对较少,因此运算量小于数值模拟方法。该模型可为油田地质结构的低频介电测量提供准确依据。

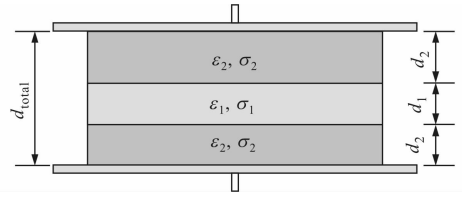
1 含膜层状电介质等效模型分析

首先将含有绝缘薄膜的双电层介质结构等效为电容模型,结构如图1所示。模型包含3层,其中上、下两层为导电介质,中间层为绝缘薄膜层,各层厚度 d 与介电常数 ϵ 、电导率 σ 分别标注于图1a中,由此电容模型等效出的电路模型如图1b所示,其中 C_1 、 C_2 为各层对应电容, G_1 、 G_2 为各层对应的电导。

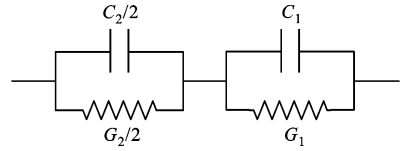
令 $\frac{G_2}{2} = G_n$, $\frac{C_2}{2} = C_n$,可通过分析其等效电路推导出模型导纳 Y_{total} 的复数表达式

$$Y_{\text{total}} = \frac{(G_1 + j\omega C_1)(G_n + j\omega C_n)}{G_1 + j\omega C_1 + G_n + j\omega C_n} \quad (1)$$

将 Y_{total} 以实部、虚部形式展开如下



(a) 模型参数

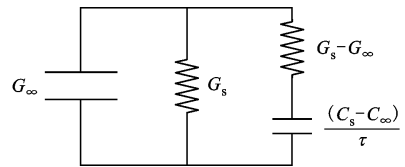


(b) 等效电路

图1 3层介质模型

$$Y_{\text{total}} = \frac{\omega^2 (C_1^2 G_n + C_n^2 G_1) + G_1 G_n (G_1 + G_n)}{(G_1 + G_n)^2 + \omega^2 (C_1 + C_n)^2} + j\omega \frac{[\omega^2 (C_1 + C_n) C_1 C_n + C_1 G_n^2 + C_n G_1^2]}{(G_1 + G_n)^2 + \omega^2 (C_1 + C_n)^2} \quad (2)$$

考虑到在对岩石等材料介电特性的研究中,常采用经典 Debye 模型来等效其介电参数,其等效电路如图2所示。



C_s 、 C_∞ 分别为电介质材料在直流及高频下的等效电容; G_s 、 G_∞ 分别为电介质材料在直流及高频下的等效电导; τ 为弛豫时间

图2 Debye模型的等效电路

对 Debye 电路进行分析后,同样将其导纳 Y_{total} 以实部、虚部形式展开如下

$$Y_{\text{total}} = j\omega \left[\frac{C_s + \omega^2 (C_\infty \tau^2)}{1 + (\omega\tau)^2} \right] + G_s + \frac{\omega^2 \tau (C_s - C_\infty)}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (3)$$

考虑到图1、图2模型中电路参数的物理意义相同,可令式(2)、式(3)中的实部与虚部分别相等,从而得到图1模型中各层电容、电导与弛豫时间的关系

$$G_s = \frac{G_1 G_n}{(G_1 + G_n)} \quad (4)$$

$$\tau = \frac{C_1 + C_n}{G_1 + G_n} \quad (5)$$

$$G_s \tau^2 + \tau (C_s - C_\infty) = \frac{C_1^2 G_n + C_n^2 G_1}{(G_1 + G_n)^2} \quad (6)$$

$$C_\infty = \frac{C_1 C_n}{C_1 + C_n} \quad (7)$$

$$C_s = \frac{G_1 G_n}{G_1 + G_n} \quad (8)$$

已知在具有 k 层的电容等效模型中,各层电容 C_k 、电导 G_k 与各层相对介电常数 ϵ_{rk} 、电导率 σ_k 、层面积 A_k 以及厚度 d_k 的关系如下

$$C_k = \epsilon_0 \frac{\epsilon_{rk} A_k}{d_k} \quad (9)$$

$$G_k = \sigma_k \frac{A_k}{d_k} \quad (10)$$

层状混合模型的复介电常数 $\epsilon_{\text{total}}^*$ 以及其实部 ϵ' 、虚部 ϵ'' 可分别表示如下

$$\epsilon_{\text{total}}^* = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon_s - \epsilon_{\infty}}{1 + j\omega\tau} - j \frac{\sigma_s}{\omega\epsilon_0} \quad (11)$$

$$\epsilon' = \epsilon_{\infty} + \frac{\Delta\epsilon}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (12)$$

$$\epsilon'' = (\epsilon_s - \epsilon_{\infty}) \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (13)$$

$$\sigma(\omega) = \sigma_s + \omega\epsilon_0\epsilon'' \quad (14)$$

对于图 1 模型(上、下两层电介质相同的 3 层电容器),用 ϵ_m 、 σ_m 、 d_m 分别表示中间层的介电常数、电导率及层厚,令 $\epsilon_1 = \epsilon_m$ 、 $\sigma_1 = \sigma_m$ 、 $d_1 = d_m$ 、 $\epsilon_m = \frac{\epsilon_{r2}}{2}$ 、

$\sigma_m = \frac{\sigma_2}{2}$, 可得到表达式

$$\epsilon_{\infty} = \frac{d_{\text{total}}}{d_m} (\epsilon_m \epsilon_{r2}) / \left(\epsilon_m \frac{d_{\text{total}}}{d_m} - \epsilon_m + \epsilon_{r2} \right) \quad (15)$$

$$\epsilon_s = \frac{d_{\text{total}}}{d_m} \left[\epsilon_m (\sigma_2)^2 - \sigma_m^2 (\epsilon_{r2}) + \frac{d_{\text{total}}}{d_m} \sigma_m^2 (\epsilon_{r2}) \right] / \left[\left(\sigma_m \frac{d_{\text{total}}}{d_m} - \sigma_m + \sigma_2 \right)^2 \right] \quad (16)$$

$$\tau = \epsilon_0 \left[\epsilon_m \frac{d_{\text{total}}}{d_m} - \epsilon_m + \epsilon_{r2} \right] / \left[\sigma_m \frac{d_{\text{total}}}{d_m} - \sigma_m + \sigma_2 \right] \quad (17)$$

式中: $d_{\text{total}} = 2d_2 + d_m$ 。

在图 1a 模型中,若中间层 $\sigma_m = 0$ S/m ($\sigma_m \leq 10^{-7}$ S/m 的绝缘体),则 $d_{\text{total}}/d_m \approx \infty$,那么,可得到含膜层状导电介质模型介电常数、电导率与频率及弛豫时间之间的关系如下

$$\epsilon_s = \epsilon_m \frac{d_{\text{total}}}{d_m} \quad (18)$$

$$\epsilon_{\infty} = \epsilon_{r2} \quad (19)$$

$$\Delta\epsilon = \epsilon_s - \epsilon_{\infty} = \epsilon_m \frac{d_{\text{total}}}{d_m} - \epsilon_{r2} \quad (20)$$

$$\tau = \epsilon_0 \left[\left(\epsilon_m \frac{d_{\text{total}}}{d_m} - \epsilon_m + \epsilon_{r2} \right) / \sigma_2 \right] \quad (21)$$

考虑低频时 $\omega\tau = 0$, 则模型实数为

$$\epsilon' = \epsilon_{\infty} + \Delta\epsilon = \epsilon_s = \epsilon_m \frac{d_{\text{total}}}{d_m} \quad (22)$$

2 验证及分析

为验证本文 CMEC 模型的有效性及其正确性,将其解析计算结果与三维有限差分算法(3D-FDM)的数值模拟结果^[13]进行对比。仿真中建立了一种典型 3 层介质模型,如图 3 所示。模型中间层为低电导率薄膜层,上、下两层导电介质厚度相同,均为 $d = 0.001$ m,其介电常数及电导率参数也相同,均为 $\epsilon_1 = 40$ 、 $\sigma_1 = 1$ S/m;中间膜层介电常数 $\epsilon_m = 5$,电导率 $\sigma_m = 10^{-6}$ S/m,膜层厚度 $d_m = 10^{-6}$ m。

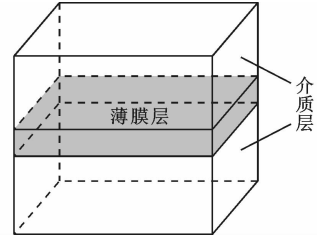


图 3 含有绝缘薄膜层的电介质模型

CEMC 模型的介电谱与 3D-FDM 算法的介电谱对比曲线如图 4 所示。从图 4 中两条介电曲线的对比可看出,数值模拟和模型解析计算的结果完全相同。曲线表明此模型的等效介电常数在低频处大于 1 000,在高频处接近 40 左右(等于上下层电介质的介电常数给定值),低频和高频弛豫现象分别是由薄膜与上下层介质的电导率差异引起的。

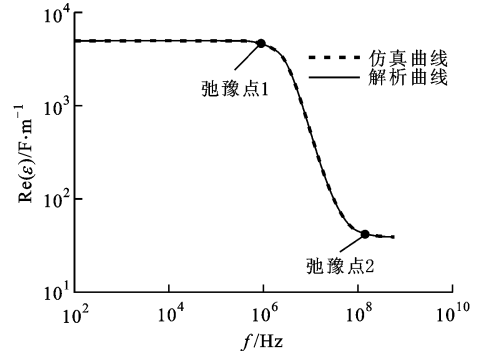


图 4 CMEC 模型介电谱与 3D-FDM 算法介电谱对比

为从物理角度进一步研究层状模型低频介电增强特性,图 5 给出了图 3 中模型在不同频率点处的电势分布剖面。其中 1 MHz 频率点对应图 4 中介电曲线的第 1 个弛豫点,100 MHz 频率点对应第 2 个弛豫点。

由图 5 可以看出,频率较低时,等势线逐渐向薄膜层汇集。这是由于低频时模型中的传导电流占主导地位,此时根据 Maxwell 方程,特定频率下穿过每个水平平面的传导电流 J 的总和为常数,电导率

σ 和电场 E 成反比关系,从而解释了在电导率越小的膜层中电势分布越强这一现象。

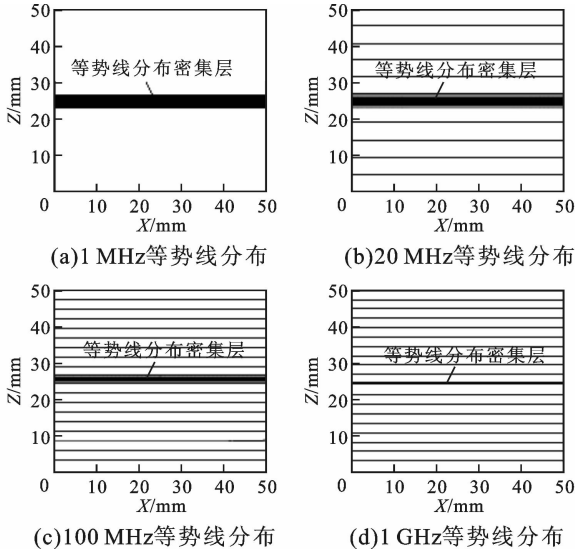


图5 3层电容器在不同频率下等势线分布的数值模拟

图5表明:在频率低于一定值时,等势线分布都汇集在中间膜层,膜层厚度越小,等势线越密集,同时介电增强作用也越强;随着频率的增加,等势线在电容器各层中的分布趋于均匀;当频率高于一定值时,等势线完全均匀分布在整個模型中,这种情况下没有介电增强作用出现。所以,等势线的不均匀分布或者说在局部的汇集和介电增强作用是有密切关系的。

频率为1 MHz时,所有等势线都汇集至膜层中,模型可以等效为一个极薄的电容,电容极板距等于膜层厚度。由层状电容特性可写出表面电容与介电常数、极板尺寸的关系,以及相对介电常数与膜层厚度的关系式

$$C_{\text{top}} = \epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}} \frac{S}{d_{\text{total}}} = C_m \epsilon_0 \epsilon_m \frac{S}{d_m} \quad (23)$$

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_m \frac{d_{\text{total}}}{d_m} \quad (24)$$

式(24)与式(22)的推导相符。这一结果可以被用来分离和提取对低频介电常数增强幅值及弛豫频率参数有所影响的相关参数,为进一步准确地分析低频介电增强等特殊现象提供重要的参考依据。

3 物理学模型计算

为进一步研究本文 CMEC 模型在解决具有实际物理意义模型问题中的有效性,采用此模型对以下几种测井实例进行计算,观察膜层电导率及厚度对模型弛豫频率及低频介电常数增强幅值的影响。

算例1 验证膜层电导率变化对介电常数幅值和弛豫频率的影响。模型条件设定如下: $\epsilon_1 = 3, \sigma_1 = 0.01 \text{ S/m}, d = 0.001 \text{ m}, \epsilon_m = 5.0, d_m = 10^{-7} \text{ m}$ 。考虑到膜层电导率 σ_m 会对介电常数增强幅值产生较大影响,本算例中利用 CMEC 模型计算了不同膜层电导率时3层模型的介电谱,如图6所示。

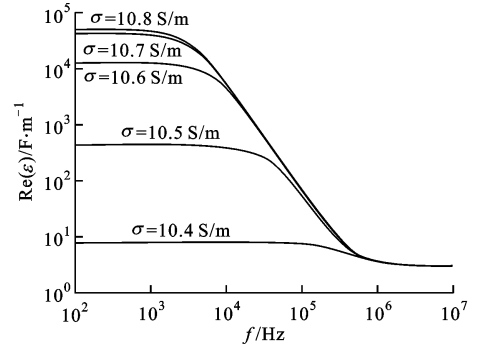


图6 不同膜层电导率下3层电容器模型的介电常数幅值随频率变化的解析计算曲线

从图6可以看到,当膜电导率低于 10^{-7} S/m 时,其介电常数曲线的幅值随频率的变化趋势和弛豫频率与图4相比,都未受到明显的影响。这说明当膜层电导率低于某一阈值时,对电势分布不再有影响,从而也不再影响电容模型的介电常数大小;当膜层电导率大于 10^{-7} S/m 时,随着电导率的增大,其介电常数幅值明显减小,而弛豫频率也出现较明显的增大,其变化规律可以用图5中给出的电势分布予以解释。这一算例可为油气开采应用中黄铁矿或金属物周边氧化层结构的电导率影响介电常数及弛豫频率测量值的问题提供分析依据。

考虑到在氧化过程中,包裹导电颗粒的绝缘膜层成分相同,但根据不同的氧化时间和程度,会形成不同厚度的膜层。这种厚度差异对介电增强现象的影响将在下面讨论。

算例2 验证膜层厚度对介电常数幅值和弛豫频率的影响。模型条件设定如下: $\epsilon_1 = 3, \sigma_1 = 0.01 \text{ S/m}, d = 0.001 \text{ m}, \epsilon_m = 5.0, \sigma_m = 10^{-7} \text{ S/m}$ 。当膜层电导率一定时,膜层厚度 d_m 也会对介电常数增强幅值产生定量的影响。图7中给出了膜层厚度改变时3层模型的介电谱线变化趋势。

由图7可以看出:膜层厚度变化对介电常数增强幅值和弛豫频率都产生了较大的影响;随着膜层厚度与体积的增加,介电增强幅值下降,与此同时弛豫频率增大。这些结果与本文第2节中的电势切片分析结论相吻合。

理论分析及算例验证表明:当电容器模型中的

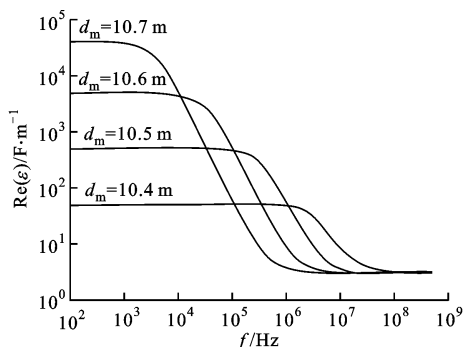


图7 不同膜层厚度下3层电容器模型介电常数幅值随频率变化的解析计算曲线

膜层电导率 $\sigma_m \leq 10^{-7} \text{ S/m}$ 时,低频介电常数增强幅值与导电体和膜层厚度比 d_{total}/d_m 有定量关系;同时,弛豫频率也取决于膜层厚度 d_m ,当 d_{total} 一定时, d_m 越低, τ 越低,弛豫频率越高。

由于不同地区油井的地质结构及氧化情况不同,研究膜层电导率及厚度变化对介电增强的影响,对于未来更多测井经验模型的分析应用将具有很好的借鉴价值。

4 结 论

本文采用电容模型等效电路的分析方法推导了含膜层状电介质的介电参数变化关系,用解析方法分析了3层含膜介质有效介电常数随频率的变化特性,并通过与数值模拟结果的比较,验证了解析推导公式的正确性及有效性。解析计算及仿真数据表明:层状电介质中的膜层结构会引起等效介电常数在低频端出现巨增效应。当膜层电导率低于 10^{-7} S/m 时,电导率变化对低频介电常数增强幅值无明显影响,膜层厚度越小,介电增强效应越强;当膜层电导率高于 10^{-7} S/m 时,随着电导率增加,介电增强效应逐渐减弱。本文方法可为油田地质结构的低频介电测量提供依据。

参考文献:

- [1] TODD M G, SHI F G. Complex permittivity of composite systems: a comprehensive interphase approach [J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 2005, 12(3): 601-611.
- [2] FURUKAWA T, YASUDA K, TAKAHASHI Y. Dielectric and conductive spectra of the composite of barium titanate and LiClO_4 -doped polyethylene oxide [J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 2004, 11(1): 65-71.
- [3] 慕春红, 刘鹏, 贺颖, 等. Fe 掺杂 $\text{CaCu}_3\text{Ti}_4\text{O}_{12}$ 陶瓷的

介电性能与弛豫特性研究[J]. 物理学报, 2008, 57(4): 2432-2437.

MU Chunhong, LIU Peng, HE Ying, et al. Study on the dielectric properties and dielectric relaxation of Fe-doped $\text{CaCu}_3\text{Ti}_4\text{O}_{12}$ ceramics [J]. Journal of Physics, 2008, 57(4): 2432-2437.

- [4] GOLAB A N, KNACKSTEDT M, AVERDUNK H. 3D porosity and mineralogy characterization in tight gas sandstones [J]. Leading Edge, 2010, 29(12): 1476-1483.
- [5] CHOI U H, MITTAL A, PRICE T L, et al. Polymerized ionic liquids with enhanced static dielectric constants [J]. Macromolecules, 2013, 46(3): 1175-1186.
- [6] SENGWA R J, SONI A. Low-frequency dielectric dispersion and microwave dielectric properties of dry and water-saturated limestones of the Jodhpur region [J]. Geophysics, 2006, 71(5): G269-G277.
- [7] ANDERSON B, BARBER T, LULING M, et al. Observations of large dielectric effects on LWD propagation-resistivity logs [EB/OL]. (2007-06-03) [2012-05-09]. <http://www.onepetro.org/mslib/servlet/onepetropreview?id=2007-BB>.
- [8] 江平开, 徐传骧, 刘辅宜, 等. 金属-绝缘体复合材料介电增强的研究[J]. 西安交通大学学报, 1997, 31(2): 8-13.
JIANG Pingkai, XU Chuanrang, LIU Fuyi, et al. Improved model of dielectric enhancement in metal insulator composites [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1997, 31(2): 8-13.
- [9] MERRIAM J B. Induced Polarization and surface electrochemistry [J]. Geophysics, 2007, 72(4): F157-F166.
- [10] HANAI T. Electric properties of emulsions [M]. SHERMAN P, Editor. New York, USA: Emulsion Science, Academic Press, 1968: 353-478.
- [11] MILTON G W. The theory of composites [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2002.
- [12] LUO Miao, LIU Ce, PAN Heping. Numerical simulation on dielectric enhancement of periodic composite media using a 3D finite difference method [J/OL]. The European Physical Journal-Applied Physics, 2010, 52(2) [2013-12-05]. <http://www.epjap.org/action/displayAbstract?fromPage=online&aid=7984752>.
- [13] 骆森. 周期结构混合介电性谱的三维有限差分模拟[D]. 武汉: 中国石油大学, 2009.

(编辑 刘杨)