

DOI: 10.7652/xjtuxb201307011

利用周节偏差处理锥齿轮径向跳动的新方法

杨羽, 毛世民, 郭文超, 赵鹏举

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了在齿轮测量中心上给出锥齿轮径向跳动的客观准确评价,提出了利用周节偏差处理径向跳动的新方法。采用二阶曲面近似代替理论齿面建立了被测锥齿轮齿面模型,利用切平面法来确定假想球形测头的直径,根据周节偏差建立了虚拟测量的数学模型,通过求解测头球面与被测锥齿轮齿面的约束接触方程组,计算出锥齿轮的径向跳动。通过对一个准双曲面齿轮小轮的实例分析表明:新方法与传统方法相比,缩短了齿轮检测时间;与切平面法和圆柱面法相比,能够更准确地建立齿面模型,径向跳动迭代值的变化量可以小于被测锥齿轮径向跳动一级精度公差值的 1/10,从而提高了锥齿轮径向跳动评价结果的可信度。

关键词: 锥齿轮;径向跳动;周节偏差;二阶曲面

中图分类号: TH132.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)07-0057-05

Runout Evaluation of Bevel Gears by Pitch Deviation Measurements

YANG Yu, MAO Shimin, GUO Wenchao, ZHAO Pengju

(State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To obtain accurate and objective runout evaluations of bevel gears on coordinate measurement machines (CMMs), a new runout measurement strategy by pitch deviation was put forward. The model of measured bevel gear was established via replacing the theoretical tooth surface with quadric surface, the diameter of imaginary ball probe was determined by the tangent plane method, the mathematical model for virtual measurement was constructed by pitch deviation, and hence the runout was determined by solving the system equations governing the tangent contact relation between the probe and the tooth surface of the measured gear. A case of hypoid pinion indicates that the variation in the runout iterations gets less than one-tenth of the tolerance value of grade one for the measured bevel gear, showing the reliability of the model.

Keywords: bevel gear; runout; pitch deviation; quadric surface

锥齿轮径向跳动是生产中常用的检测项目之一,其产生的原因主要是偏心、圆度误差、轴向跳动、齿面形状误差、周节偏差和齿厚偏差^[1]等。目前,齿轮测量中心的普遍应用提高了齿轮检测效率和准确度,可以直接利用测得的周节数据来评价径向跳动^[2-3],这样就无需在齿轮径向跳动测量仪上进行单项检测,因此大大缩短了齿轮的检测时间。现有的

齿轮测量中心都具有锥齿轮径向跳动的评价功能,但各制造商都没有公开处理径向跳动的方法。石照耀等人提出了用切平面代替被测锥齿轮的齿面^[4],但切平面显然与实际的锥齿轮齿面差别很大,因此处理结果与实际情况差别较大。Guenther 提出了用圆柱面近似代替锥齿轮齿面^[3]。螺旋锥齿轮的齿面一般都是扭曲的,特别是应用普遍的、传动比较大

收稿日期: 2012-12-06。 作者简介: 杨羽(1988—),女,博士生;毛世民(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家科技重大专项资助项目(2011ZX04016-031,2012ZX04012-032)。

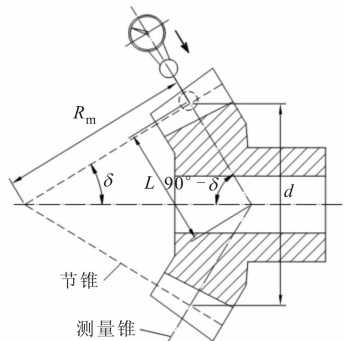
网络出版时间: 2013-05-29

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20130529.0918.001.html>

的螺旋锥齿轮副的小轮齿面的扭曲程度更大,另外螺旋锥齿轮的凹面由双曲点构成,所以用圆柱面代替虽然相对用平面代替较为准确,但误差仍然较大。为了客观准确地评价锥齿轮径向跳动,需要建立准确的被测齿轮模型。理论上可以直接利用在齿轮测量中心上测得的锥齿轮齿面的三维模型来处理径向跳动,在不影响径向跳动处理精度的前提下,考虑到实际应用的方便性,本文提出了采用二阶曲面近似地代替被测锥齿轮齿面的方法。由于只涉及到测头与齿面接触点附近的齿面,因此用二阶曲面代替该齿面可以满足测量精度的要求。在计算径向跳动时,为了使测头与齿面的接触点在齿高方向尽可能和周节测量点在同一个高度上,本文还提出了一种测头直径的确定方法,通过实例分析计算表明,本文提出的锥齿轮径向跳动处理方法准确可靠,并具有实用价值。

1 传统径向跳动测量方法

锥齿轮径向跳动 F_r 是指测头相对齿轮回转轴线在垂直于节锥母线方向的最大变动量,测量时测头与齿面中部接触^[5],如图 1 所示。



δ: 节锥角; R_m : 中点锥距; d : 测量直径;
 L : 测头中心到测量锥顶点的距离

图 1 传统测量径向跳动示意图

传统检测锥齿轮径向跳动是在齿轮径向跳动测量仪上进行的,测头的运动轨迹在一个与节锥母线垂直且过齿宽中部的锥面上,称为测量锥(见图 1)。测量时,被测齿轮可以绕自身轴线自由回转,移动测头使之沿着测量锥的母线伸入齿槽并与 2 个齿面同时接触。测头伸入第 1 个齿槽时,指示表归零,然后,测头逐次伸入后面齿槽时,指示表显示当前齿槽的 L 值相对第 1 个齿槽 L 值的变化量。在齿轮旋转一周的过程中,指示表读数的最大值与最小值之差为 F_r ,如图 2 所示。传统检测径向跳动时需要专用的径向跳动仪,安装调整较为费时,因此延长了齿

轮的检测周期,增加了成本。

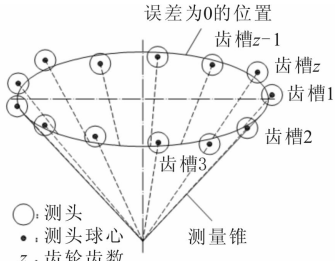


图 2 测量径向跳动原理图

2 利用周节偏差处理径向跳动

目前,检测齿轮大多在齿轮测量中心上进行,利用测得的周节偏差计算出径向跳动,无需在传统的径向跳动仪上单独进行。传统检测径向跳动时,测头依次伸入每个齿槽并与齿槽的两面同时接触,且测头球心的轨迹在测量锥上,因此可以模拟传统方法进行虚拟测量,计算径向跳动。虚拟一个球形测头依次伸入每个齿槽中,与齿槽的两面同时接触,并且约束测头球心在测量锥上,对于每个齿槽,求出一个 L 值,则 L 的最大与最小值的差为径向跳动。

2.1 建立精确的齿轮模型

若进行可靠的虚拟测量,需要建立精确的齿轮模型。在齿轮测量中心上,由于已测得周节测量点的坐标,因此可将实际齿面绕轴旋转至实测周节测量点的位置,来建立被测齿轮模型,如图 3 所示。由于测量齿面拓扑误差时不可能将所有齿面全部测完,所以而无法得到所有齿的真实齿面数据,因此本文用理论齿面来代替真实齿面。锥齿轮的齿面参数很复杂,不能用解析式来表达,只能用一系列的网格点来定义。文献[6]提出的用非均匀有理 B 样条曲面来拟合齿面,需要在整个齿面的大范围进行处理,因此较为耗时。由于虚拟测量在处理径向跳动时只受测头与齿面接触点附近区域齿面的影响,只需要



图 3 齿面旋转到实测位置的齿轮模型

知道接触点附近区域的齿面,因此可以只建立接触点附近的精确齿面模型。

对于建立的测头与齿面接触点附近区域的齿面模型,可以用切平面近似代替锥齿轮齿面计算出径向跳动^[4],但用平面代替曲面时,其数学模型的误差较大,因此可以用圆柱面来近似代替锥齿轮的齿面^[3]。由微分几何^[7]知识可知,圆柱面上的点为抛物点,用成形法加工的螺旋锥齿轮的大轮凹、凸面均为抛物点,用圆柱面代替可保证一定的精度,但对于用螺旋成形法和展成法加工的螺旋锥齿轮的大轮,以及用展成法加工的小轮,其凸面均为抛物点,凹面均为双曲点,因此在上述情况下用圆柱面代替凹面齿面模型不够精确。

本文提出的建立齿面模型的方法,是采用二阶曲面来近似代替测头与齿面接触点附近区域的齿面,由于二阶曲面既能表示抛物点,又能表示双曲点,因此可准确地描述凸面和凹面,具体步骤如下。

2.1.1 理论齿面的二阶曲面 如图 4 所示,建立齿轮坐标系 $OXYZ$,以左旋齿轮一个齿槽的凸面为例,以齿面上周节测量点 O_s 为原点,建立了曲面坐标系 $O_sX_sY_sZ_s$ 。 Z_s 轴是通过 O_s 点的齿面法线, X_s 、 Y_s 轴在 O_s 点的切平面上, X_s 轴沿齿长方向, Y_s 轴沿齿高方向。根据微分几何曲面理论,在二阶精度范围内,齿面在 O_s 点的邻域可近似为二阶曲面^[8],在 $O_sX_sY_sZ_s$ 坐标系下的方程式为

$$Z_s = f(X_s, Y_s) = \frac{1}{2}f_{xx}X_s^2 + f_{xy}X_sY_s + \frac{1}{2}f_{yy}Y_s^2 \quad (1)$$

亦即

$$Z_s = \frac{1}{2}k_xX_s^2 + \tau_xX_sY_s + \frac{1}{2}k_yY_s^2 \quad (2)$$

式中: f_{xx} 、 f_{yy} 及 f_{xy} 分别为 $f(X_s, Y_s)$ 对 X_s 、 Y_s 的二阶导数及混合导数; k_x 、 k_y 分别为曲面在 X_s 、 Y_s 方向的法曲率; τ_x 为 X_s 方向的短程挠率。本文用式(2)表达的二阶曲面来代替被测理论齿面。

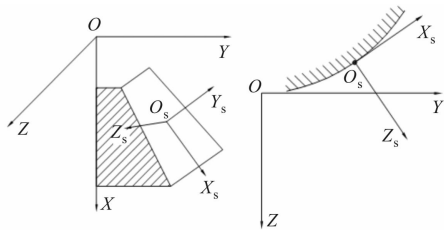


图 4 齿轮坐标系与曲面坐标系示意图

2.1.2 根据周节偏差建立的齿轮模型 将用二阶

曲面代替的齿槽凹、凸面转换到 $OXYZ$ 坐标系下,然后绕 Z 轴旋转至实测周节点位置,其他齿槽同理旋转至相应的实测周节点位置,得到被测齿轮的近似模型,如图 3 所示。

2.1.3 检验二阶曲面的精度 通过解约束接触方程可以得到测头与齿面的接触点 T 的位置和 F_r 值。理论齿面上与 T 点有着相同 $(X, (Y^2 + Z^2)^{1/2})$ 的点 T_0 ,以 T_0 为原点再次建立二阶近似曲面,求出新的接触点 T' ,并如此迭代,如图 5 所示。同时,在迭代过程中检查 F_r 的变化量 ΔF_r 是否小于设定值,本文设该值为所测齿轮径向跳动的一级精度公差值的 $1/10$,当 ΔF_r 满足要求时,停止迭代。

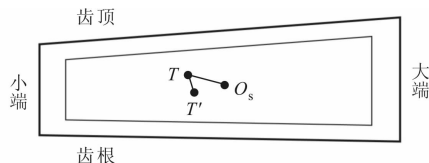


图 5 二阶曲面迭代图

2.2 确定合适的虚拟测头尺寸

由于螺旋角的原因,接触点与周节测量点不可能重合。为选取合适的测头尺寸,避免测头在齿槽内与两面同时接触时太偏齿顶或者太偏齿根而引起计算误差,采用切平面法估算测头半径,使计算径向跳动时测头与齿面的接触点在齿高方向的高度尽可能与周节测量点一样。用 2 个切平面来代替齿槽的凹、凸面,约束球心在齿槽中心,分别估算球心到凹面和凸面的距离,取其平均值作为球测头的半径。由于求测头直径比求径向跳动精度要求低,因此用平切面代替齿面可以满足精度的要求。

如图 6 所示,过凹、凸面的 2 个周节测量点 P_v 和 P_x 分别作凹、凸面的切平面。以 $\overline{P_vP_x}$ 的中点为原点,齿宽方向为 X_p 轴, $\overline{P_vP_x}$ 方向为 Y_p 轴,建立测头坐标系 $O_pX_pY_pZ_p$ 。测头与凹、凸切平面同时接触时,为保证接触点和周节测量点沿齿高方向为同一个高度,采用简化计算,规定 2 个接触点 T_v 、 T_x 在 $X_pO_pY_p$ 平面上,且约束测头中心在 Z_p 轴上。

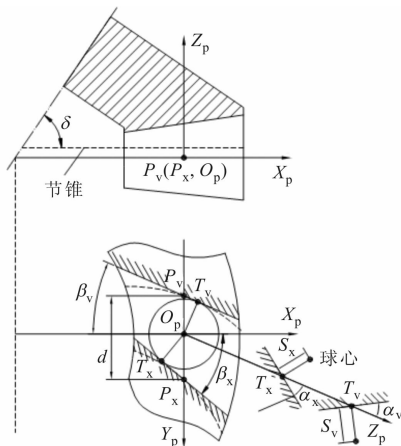
设球心到凹、凸切平面的距离为 S_v 和 S_x ,根据约束关系求得

$$\left. \begin{aligned} S_v &= \frac{0.5d}{\cos\alpha_v \cos\beta_v} \\ S_x &= \frac{0.5d}{\cos\alpha_x \cos\beta_x} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: α_v 、 α_x 分别为凹、凸切平面的压力角; β_v 、 β_x 分别为凹、凸切平面被 $X_pO_pY_p$ 平面所截得到的齿线

的凹面螺旋角和凸面螺旋角。取球形测头的半径

$$R = \frac{S_v + S_x}{2} \quad (4)$$

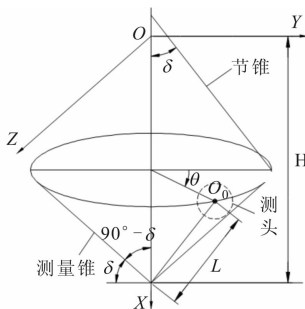


P_v, P_x :凹、凸面的周节测量点; T_v, T_x :测头与凹、凸切平面的接触点

图6 确定测头直径的示意图

2.3 测头与齿面的约束接触方程

测量径向跳动的过程可看作是齿轮不动,球测头沿着测量锥在运动,这样每个齿槽与凹、凸面能够同时接触,如图7所示。每对 L, θ 对应一个测头球心的位置,确定出测头球心在每个齿槽的位置,即可计算出径向跳动。



O_0 :测头球心; H :测量锥顶点到坐标原点 O 的距离;

θ :测头球心在 YOZ 平面内转过的角度

图7 虚拟测量中测头的位置

2.3.1 测头方程 在 $OXYZ$ 坐标系下,设 $O_0(X_0, Y_0, Z_0)$ 为测头球心坐标,测头球面方程为

$$(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 + (Z - Z_0)^2 = R^2 \quad (5)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= H - L \sin \delta \\ Y_0 &= L \cos \delta \cos \theta \\ Z_0 &= L \cos \delta \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2.3.2 解约束接触方程 在 $OXYZ$ 坐标系下,设测头与凹、凸二阶曲面的接触点坐标分别为 $T_v(X_v, Y_v, Z_v)$ 和 $T_x(X_x, Y_x, Z_x)$ 。由于点 T_v 和 T_x 在凹、

凸二阶曲面上,而二阶曲面的方程已经求出,因此 Z_v 和 Z_x 可分别由 $f(X_v, Y_v)$ 和 $f(X_x, Y_x)$ 表示。

由于接触点 T_v 和 T_x 又在假想测头的球面上,因此满足测头球面方程,即

$$\left. \begin{aligned} (X_v - X_0)^2 + (Y_v - Y_0)^2 + (Z_v - Z_0)^2 &= R^2 \\ (X_x - X_0)^2 + (Y_x - Y_0)^2 + (Z_x - Z_0)^2 &= R^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

又因虚拟测头的球面与凹、凸二阶曲面在接触点 T_v, T_x 同时相切,所以点 T_v, T_x 也是切点。当两曲面相切时,在切点处有公共的法线,即凹面在 T_v 点处的法线 n_v 与测头球面在 T_v 点处的法线 N_v 共线,凸面同理,如图8所示。凹、凸面在接触点处的法线向量

$$\left. \begin{aligned} n_v \times N_v &= 0 \\ n_x \times N_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中测头球面在接触点处的法线向量

$$\left. \begin{aligned} N_v &= R_0 - r_v \\ N_x &= R_0 - r_x \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: R_0 为测头球心向量; r_v, r_x 为凹、凸面接触点向量。式(8)中每一个矢量方程式中有2个方向是独立的,与式(7)联立方程组,共有6个独立方程,6个未知量($L, \theta, X_v, Y_v, X_x, Y_x$)。解方程组求出虚拟测头在该齿槽的位置,即可求出接触点位置和 L 。

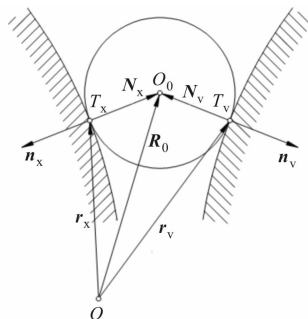


图8 二阶曲面与测头球面在接触点处的公共法线

2.3.3 计算径向跳动 当用二阶曲面代替理论齿面的精度达到要求时,求出每个齿槽的 L ,其最大值与最小值之差为 F_r 。

3 实例

以一个展成法加工的准双曲面齿轮小轮为例,建立球形测头沿测量锥与齿槽两面同时接触的数学模型,利用周节偏差求出径向跳动。

已知该齿轮的理论周节测量点的零阶、一阶、二阶值,以及在测量中心测得的周节偏差、被测齿轮的参数如表1所示。

表 1 齿轮的基本参数

旋向	左旋
齿轮齿数	10
外圆直径/mm	168.51
中点螺旋角/(°)	44
平均压力角/(°)	22.5
轮冠至交错点距离/mm	222.185
根锥顶点至交错点距离/mm	-10.76
面锥顶点至交错点距离/mm	-2.26
大端锥距/mm	238.48
齿宽/mm	63
节锥角/(°)	17.45
顶锥角/(°)	20.96
根锥角/(°)	16.47

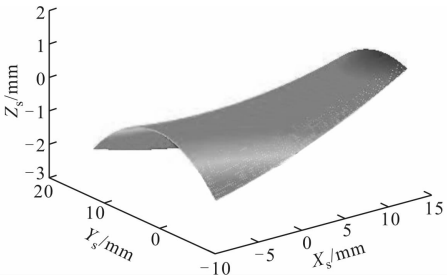
3.1 建立齿轮模型

如图 9 所示,凹面与测头接触点附近区域的近似二阶曲面如下

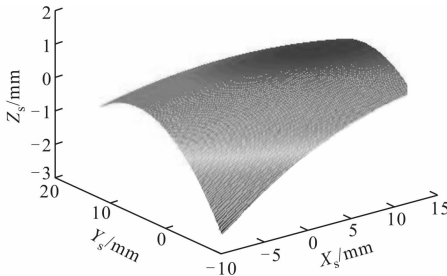
$$Z_s = 0.001\,132\,5X_s^2 - 0.007\,09X_sY_s - 0.007\,507Y_s^2$$
 (10)

同理,凸面的近似二阶曲面为

$$Z_s = -0.003\,336X_s^2 - 0.006\,258X_sY_s - 0.011\,628\,5Y_s^2$$
 (11)



(a)凹面



(b)凸面

图 9 近似二阶曲面的凹面和凸面

根据 ANSI/AGMA 2009-B01 标准,被测齿轮径向跳动的一级精度的公差为 5.75 μm,经过 3 次迭代,最终迭代结果中的 F_r 与上一次迭代结果的差值 $\Delta F_r = F_r^n - F_r^{n-1}$,为 $5.418\,1 \times 10^{-6} \mu\text{m}$,小于一级

精度公差的 1/10,具体数值如表 2 所示。凹、凸面的近似误差值 δ 为接触点 T 与理论齿面上 T 。在法线方向的误差值,表 2 中的 δ 值取自图 2 中误差最大的齿槽 3。可见,虽然用二阶曲面来近似代替理论齿面,但近似的误差很微小,因此可以满足径向跳动的精度要求。

表 2 二阶曲面的近似误差

迭代次数	δ/mm		F_r/mm	$\Delta F_r/\text{mm}$
	凹面	凸面		
0	-0.084 70	-0.021 06	0.043 00	
1	0.002 67	0.002 35	0.035 65	-0.007 350
2	-0.001 44	-0.004 03	0.035 79	0.000 140
3	-0.003 26	-0.003 46	0.035 80	0.000 005

根据周节偏差(见表 3),将近似的二阶齿面旋转至周节测量点的实测位置,得到被测齿轮模型。用切平面法确定测头半径为 10.6 mm,经验证,此方法确定的测头半径,可以保证测头与凹、凸面的接触点沿齿高方向与周节测量点基本在同一个高度。

3.2 虚拟测量计算径向跳动

通过求解测头与齿面的约束接触方程,来确定每个齿槽的 L 值,如表 3 所示。 L 的最大与最小值的差为 35.7 μm,即为该齿轮的径向跳动。

表 3 每个齿槽的周节偏差及 L 值

齿槽序号	单周节偏差/mm		L/mm
	凹面	凸面	
1	0.000 00	0.000 00	66.992 0
2	-0.024 38	0.044 17	67.027 6
3	-0.015 78	0.024 24	67.016 9
4	-0.011 69	0.030 28	67.015 4
5	-0.020 05	0.033 45	67.012 7
6	-0.027 13	0.037 49	67.017 4
7	-0.024 23	0.038 67	67.015 9
8	-0.027 60	0.037 52	67.012 0
9	-0.032 33	0.042 06	67.015 8
10	-0.031 12	0.028 69	67.027 8

4 结 论

本文针对在齿轮测量中心上检测锥齿轮、利用周节偏差计算径向跳动的算法问题,提出了用二阶曲面代替锥齿轮凹、凸面,用切平面法确定测头尺寸,来建立实际齿轮和假想测头的数学模型,通过对被测齿轮进行虚拟测量,计算出了径向跳动。

(下转第 79 页)