

DOI: 10.7652/xjtuxb201307008

壁面微结构对超薄液膜流动特性的影响

李春曦, 裴建军, 叶学民

(华北电力大学电站设备状态监测与控制教育部重点实验室, 071003, 河北保定)

摘要: 针对非平整基底表面上的超薄液膜流动,采用润滑理论推导出液膜厚度演化方程,并利用 PDECOL 程序进行了数值求解,分析了不同基底表面液膜轮廓的变化特征及基底结构参数和重力对液膜流动的影响。研究表明:微尺度基底的不平整特征将引起液体局部压力增加或减小,形成隆起或凹陷,使液膜表面发生变形;台阶、V 字形和矩形凹槽等基底的深度增加或斜度减小具有增强液膜表面变形的作用,基底宽度仅在小范围内增加具有放大液膜表面变形的作用;波状基底高度增大具有增强液膜隆起高度、减弱液膜凹陷深度的作用,波数的作用与之相反;重力会抑制液膜隆起和凹陷的发生。

关键词: 微尺度;超薄液膜;非平整基底;流动特性

中图分类号: TQ021;O363 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)07-0040-07

Influence of Wall Microscale Topography on Ultrathin Liquid Film Flow

LI Chunxi, PEI Jianjun, YE Xuemin

(Key Laboratory of Condition Monitoring and Control for Power Plant Equipment, North China Electric Power University, Baoding, Hebei 071003, China)

Abstract: The lubrication theory was used to derive the evolution equation of thin liquid film thickness. The variations of ultrathin liquid film thickness on different topography surfaces, and the influence of topography structure and gravity were analyzed on the basis of the numerical simulation with the PDECOL code. The results show that microscale topography can cause liquid local pressure to increase or decrease, thus forming the ridge or depression and then leading the free surface of the ultrathin liquid film to be deformed. The increase in topography depth and the decrease in steepness can enhance the deformation of the ultrathin liquid film. The increase in topography width only in a small range can yield the amplification of the ultrathin liquid film deformation. The increase in corrugated topography height can enhance the ridge and mitigate the depression of the liquid film while the wave number of topography has an adverse effect. In addition, gravity can inhibit the formation of the ridge and depression of the ultrathin liquid film.

Keywords: microscale; ultrathin liquid film; topography; flow characteristic

20 世纪末,以 Micro Electro-Mechanical Systems(MEMS)为主的技术发展使得微米甚至纳米尺度的超薄液膜流动研究成为流体力学领域的热点^[1-2]。尺度缩小,基底表面性质,如表面粗糙

度^[3-4]、基底表面的微结构等,必将对流动产生重要的影响。

在微纳尺度下,液膜厚度相比流动尺度非常小,所以采用润滑理论建立液膜厚度的演化方程进行数

收稿日期: 2012-11-17。 作者简介: 李春曦(1973—),女,博士,副教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10972077,11202079);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(10MG33)。

网络出版时间: 2013-04-23

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20130423.1659.002.html>

值计算比较适宜,计算结果与实验结果也比较吻合^[5]。Stillwagon 等最早采用润滑理论对水平旋转凹槽壁面上的薄液膜流动特性进行了理论研究,发现液膜在壁面凸起处出现了由毛细力引起的隆起现象^[6]。Kalliadasis 等对 Stillwagon 等的凹槽表面液膜厚度演化方程进行了更深入研究^[5],证实了凹槽或凸起可改变薄液膜气液界面曲率,由毛细力引起的液膜隆起特征出现在薄液膜进入凹槽或离开凸起之前。Saprykin 等研究了黏性和惯性对台阶表面液膜流动的影响^[7]。Tatiana 等分析了波纹状壁面对底部受热液膜的形态和稳定性及膜内速度场的影响^[8]。Tseluiko 等模拟了零 Re 下台阶表面带电液膜的流动特性^[9]。朴明日等在连续凹槽进口处通过施加周期扰动对液膜表面波特特性进行了研究^[10],发现表面波形态与 Re 和时间 t 有关。

上述研究的微结构特征大多为台阶或截面为矩形的情况,实际中基底上的微结构可能呈现出多种不同的形式。本文在文献^[6]的基础上,根据润滑理论建立了倾斜非平整表面超薄液膜稳态流动的理论模型,推导了超薄液膜厚度的演化方程,利用 PDECOL 程序进行了求解,进而分析了多种壁面微结构及重力对超薄液膜稳态流动的影响。

1 理论模型及超薄液膜厚度演化方程

如图 1 所示,壁面微结构位于与水平面成 θ 角的倾斜斜面上,其形状可用函数 $s^*(x^*)$ 表示。微结构为凹槽,深度为 D^* ,宽度为 $2w^*$,斜度为 δ^* ,超薄液膜在重力分量驱动下流经微结构表面。假设液膜为不可压缩牛顿流体,动力黏度 μ^* 和密度 ρ^* 为常数;壁面为无滑移无渗透界面,液膜自由表面外为无黏性气体。液膜厚度 H^* 相比流动尺度 L^* 非常小,即 $E=H^*/L^* \ll 1$,微流动体系中的惯性力非常小,所以液体黏性对流动将产生重要的影响。

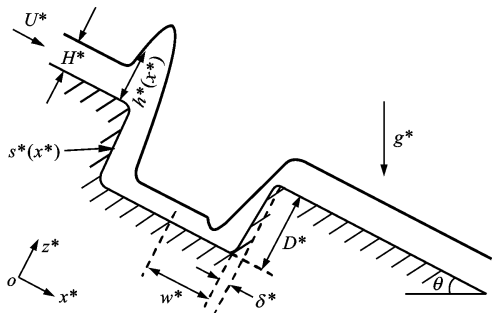


图1 壁面微结构上的超薄液膜流动

1.1 基本控制方程

对于倾斜面上的黏性、不可压缩牛顿流体,二维流动的控制方程应包括连续性方程和运动方程

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (1)$$

$$\rho^* [\mathbf{u}_t^* + (\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^*] = -\nabla p^* + \mu^* \nabla^2 \mathbf{u}^* + \rho^* \mathbf{g}^* \quad (2)$$

式中: $\mathbf{u}^* = (u^*, w^*)$, u^* 和 w^* 分别为 x^* 和 z^* 方向的速度; $\mathbf{g}^* = (g^* \sin \theta, -g^* \cos \theta)$, $g^* \sin \theta$ 和 $-g^* \cos \theta$ 分别为 x^* 和 z^* 方向上的重力加速度分量; p^* 为压强。

1.2 边界条件

固体壁面处满足无滑移、无渗透条件时

$$z^* = s^*, \quad u^* = w^* = 0 \quad (3)$$

气液界面满足切向和法向应力平衡方程^[6]时

$$z^* = h^* + s^*, \quad \mathbf{n}^* \cdot \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{t}^* = \nabla \sigma^* \cdot \mathbf{t}^* \quad (4)$$

$$z^* = h^* + s^*, \quad \mathbf{n}^* \cdot \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{n}^* = k^* \sigma^* \quad (5)$$

式中: $\mathbf{n}^*$ 和 $\mathbf{t}^*$ 分别为界面处的单位法向量和切向量

$$\mathbf{n}^*(x^*, z^*) =$$

$$[-(h_x^* + s_x^*), 1][1 + (h_x^* + s_x^*)^2]^{-1/2}$$

$$\mathbf{t}^*(x^*, z^*) =$$

$$[1, h_x^* + s_x^*][1 + (h_x^* + s_x^*)^2]^{-1/2}$$

k^* 为界面平均曲率

$$k^* = (h_{xx}^* + s_{xx}^*)[1 + (h_x^* + s_x^*)^2]^{-3/2}$$

$\mathbf{T}^*$ 为液体的应力张量。

气液界面运动学边界条件为

$$z^* = h^* + s^*, \quad h_t^* + u_s^* (h_x^* + s_x^*) = w_s^* \quad (6)$$

1.3 控制方程及边界条件的无量纲化处理

采用下式对控制方程组(1)、(2)及边界条件(3)~(6)进行无量纲化处理,即

$$t^* = tL^*/U^*$$

$$(x^*, z^*, h^*, s^*) = L^*(x, Ez, Eh, Es)$$

$$(u^*, w^*) = U^*(u, Ew)$$

$$p^* = p\sigma^*/H^*$$

$$G = \rho^* g^* H^* L^* / \sigma^*$$

式中: $U^* = \frac{\sigma^* H^*}{\mu^* L^*}$ 为 Marangoni 速度; σ^* 为超薄液膜的表面张力; G 为邦德数(重力与表面张力之比)。

对于无量纲化后的方程组,依据润滑理论保留数量级大于等于 $O(E)$ 的项,可得

$$u_x + w_z = 0 \quad (7)$$

$$u_{zz} = p_x - G \sin \theta \quad (8)$$

$$p_z = 0 \quad (9)$$

无量纲形式的边界条件为

$$z = s, \quad u = w = 0 \quad (10)$$

$$z = h + s, \quad u_z = 0 \quad (11)$$

$$z = h + s, \quad p = -(h_{xx} + s_{xx}) \quad (12)$$

$$z = h + s, \quad h_t + u_s(h_x + s_x) = w_s \quad (13)$$

1.4 液膜厚度演化方程

结合式(9)~式(11),积分式(8)可得

$$u = (p_x - G \sin \theta) \left(\frac{z^2}{2} - zh - zs + \frac{s^2}{2} + hs \right) \quad (14)$$

由式(7)得

$$w_s = - \int u_x dz \Big|_{z=h+s} = u_s(h_x + s_x) - \left[\int_s^{s+h} u dz \right]_x \quad (15)$$

将式(12)、式(14)和式(15)代入式(13)后化简,可得液膜厚度演化方程

$$h_t = \left[-\frac{1}{3} h^3 (h_{xxx} + s_{xxx} + G \sin \theta) \right]_x \quad (16)$$

由于 $s(x)$ 是关于 x 的任意函数,通过改变 $s(x)$,可得不同特征的基底表面,因此式(16)不仅适用于凹槽,还适用于其他形状的微结构壁面,如台阶、V 形沟槽和波状凹槽等。

2 数值计算及分析

为研究液膜的稳态流动特征,下面将分别针对壁面微结构为正向和负向台阶、左半和右半 V 字形、V 字形、连续矩形凹槽,以及余弦波、三角波、梯形波和锯齿波等不同形状特征进行计算。计算中选取 $-20 < x < 20$ 的一维区域,利用 PDECOL 程序对式(16)进行数值求解,分析描述基底的多个无量纲结构参数和重力参数对液膜稳态流动的影响。正向和负向台阶、左半和右半 V 字形、V 字形和凹槽基底的形状如图 2 所示。为了与文献[5]的结论进行比较,验证计算结果的正确性,根据文献[5] G 的取值范围为 $0 \sim 30$ 。模拟中 G 和 θ 如无特殊说明,则 $G=2, \theta=30^\circ$ 。

2.1 台阶表面的液膜流动特性

倾斜面上液膜流经正向和负向台阶时的稳态流动特征如图 3 和图 4 所示,其中正向和负向台阶的基底函数为

$$s(x) = D[(1/2 \pm 1/\pi) \tan^{-1}(x/\delta)] \quad (17)$$

式中: D 和 δ 分别为台阶经无量纲处理后的高度和斜度;正号和负号分别对应正向和负向台阶。由图 3 和图 4 可知,液膜在流经台阶表面时,自由表面轮廓与台阶形状基本相同,但在靠近台阶处有一定程度的偏移。图 3 中,液膜流经正向台阶之前在台阶

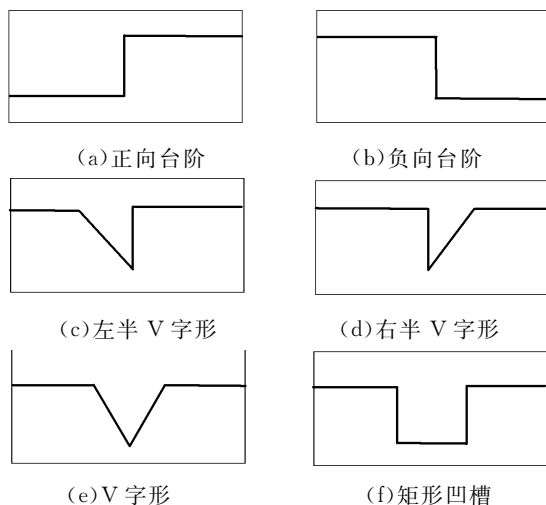


图 2 基底表面形状示意图

底部形成凹陷,该凹陷深度随 δ 的减小而增大,随 D 的增加略有增加,见图 3c,这与 Kalliadasis 等研究的轴对称旋转液膜流经正向台阶时的稳定流动特征相吻合^[5]。由图 4 还可知,液膜流经负向台阶之前隆起,且隆起高度随 D 的增加显著增大,随 δ 的增加略有减小。对计算结果进一步分析表明:液膜流经正向台阶后,台阶的凹角使得此处液膜局部压力减小,流速增大,因而液膜出现凹陷;负向台阶的凸角使得此处液体局部压力增加,流速减小,因而液膜出现隆起。该结果与文献[11-12]关于台阶表面液膜稳定流动的研究结果一致。比较图 3 和图 4 可

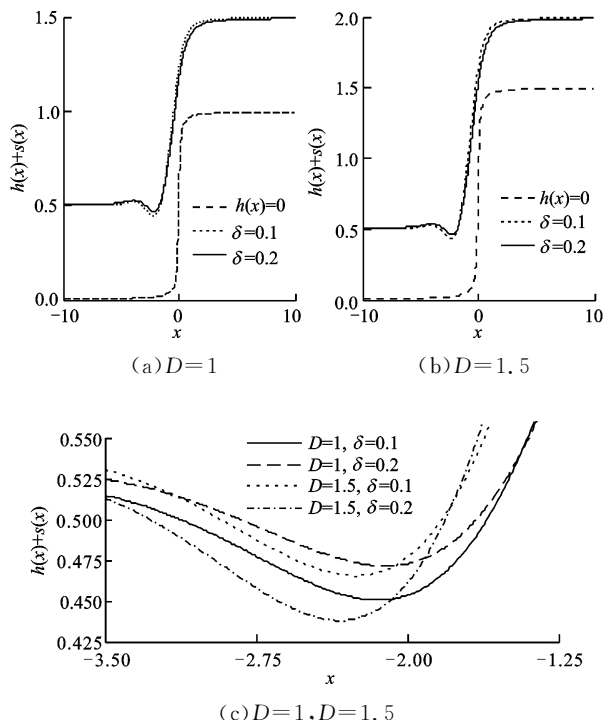


图 3 液膜流经正向台阶时的稳态流动特性

知,负向台阶处的液膜变形程度要比正向台阶处显著,原因是隆起处的液体局部压力绝对值明显大于凹陷处,如 $D=1$ 、 $\delta=0.1$ 时,隆起处液体的 $p=0.775\ 0$,凹陷处液体的 $p=-0.488\ 0$ 。

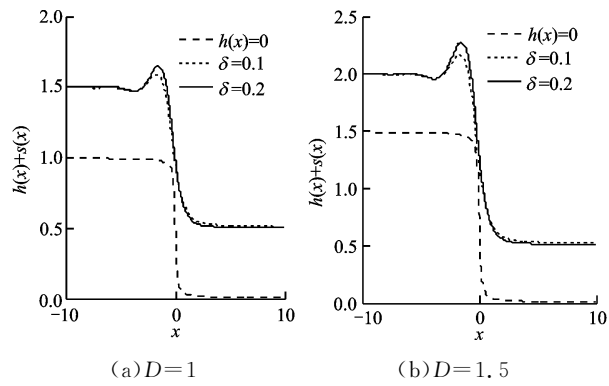


图 4 液膜流经负向台阶时的稳态流动特性

2.2 半 V 字形和 V 字形表面的液膜流动特性

半 V 字形和 V 字形基底函数为

$$s(x) = D \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \left[\tan^{-1} \left(\frac{x-w}{\delta_1} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x+w}{\delta_2} \right) \right] \right\} \quad (18)$$

式中: w 为 V 字的宽度。

$D=1, w=3$ 时左半和右半 V 字形及 V 字形表面的液膜流动特性如图 5 所示。由图 5 可知,液膜在离开左半 V 字形表面之前形成凹陷,在进入右半 V 字形表面之前隆起,而在 V 字形表面并没有发生类似的隆起和凹陷现象,这说明当基底表面相对平坦(即 $\delta \geq 1$)时,基底表面的不平整度对液膜表面变形的影响很小。

结合图 3~图 5 可知,半 V 字形表面液膜的隆起高度和凹陷深度要比台阶表面的更加明显。这是因为与台阶基底的不平整度相比,半 V 字基底的不平整度更大,使得液膜局部压力变化幅度增大,由此液膜表面变形放大。

通过上述分析表明,液膜表面发生变形需要满足:①基底表面相对崎岖,即基底的不平整度使得基底表面形成的凸角和凹角更接近直角;②凸角的外法线方向与液膜的流动方向成锐角(液体局部压力增加,隆起出现),凹角的外法线方向与液膜的流动方向成钝角(液体局部压力减小,凹陷出现)。这与文献[13]发现液膜在弯曲壁面内、外表面上的变形相同的结论完全吻合。

2.3 重力对液膜流动的影响

倾斜面上的液膜流动受到了重力的驱动,因此研究重力对液膜流动的影响很重要。下面以凹槽基

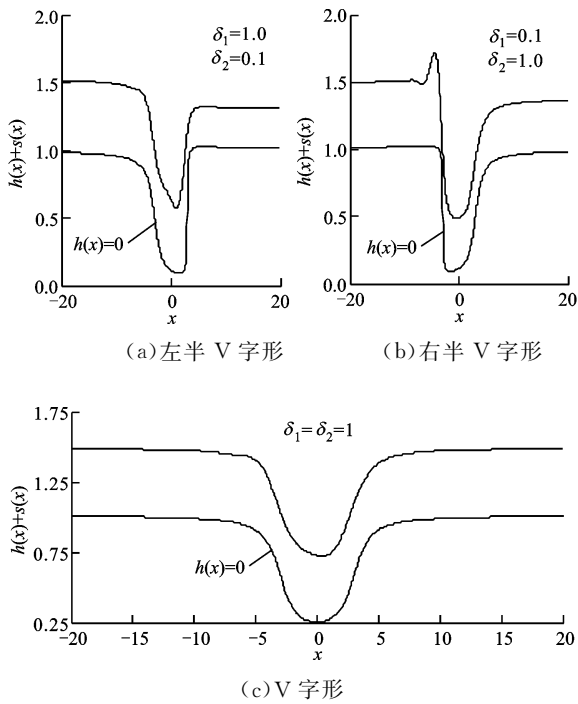


图 5 半 V 字形和 V 字形表面的液膜流动特性

底为例,研究 x 方向重力分量 $G \sin \theta$ 对液膜流动特性的影响。凹槽基底函数为

$$s(x) = D \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \left[\tan^{-1} \left(\frac{x-w}{\delta} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x+w}{\delta} \right) \right] \right\} \quad (19)$$

$D=1, w=5, \delta=0.1$, 不同 G 时液膜流动特性如图 6 所示。由图 6 可知,当 G 增大时,凸角处隆起高度和凹角处凹陷深度均在减小,其影响范围也逐渐减小,隆起减小的速度明显比凹陷的要快。这表明 x 方向上的重力分量可抑制液膜表面变形,即

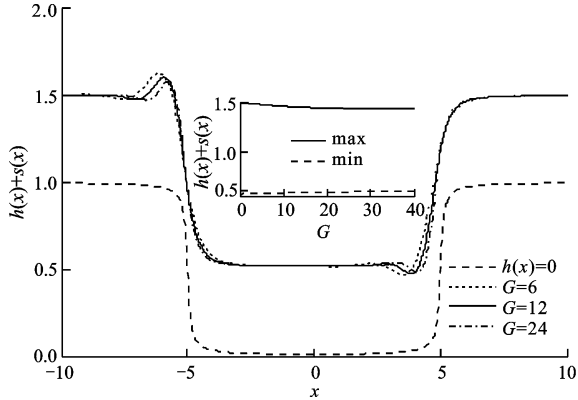


图 6 G 对液膜流动特性的影响

通过减缓液体局部压力的增加或减小,来减小基底结构对液膜表面变形的影响,从而使得液膜流动趋于稳定。文献[5]在研究水平旋转台阶表面的液膜流动特性时考虑了重力(即本文 z 方向重力分量)的

影响,结果表明: $G=20$ 时,重力的影响远大于表面张力的影响,液膜表面几乎没有隆起和凹陷;随着 G 的减小,液膜表面变形愈加明显,此时表面变形主要以表面张力的变化为主导。这进一步证实了重力确实可以减缓基底结构对液膜流动的影响。

2.4 连续凹槽表面的液膜流动特性

Kalliadasis 等研究了不同 w 下水平旋转凹槽和凸起表面的液膜流动特性^[5],并认为液膜流经凹槽和凸起表面时的情形类似于液膜依次流经正向和负台阶,是正向和负台阶共同作用的结果,但未考虑连续凹槽对液膜流动特性的影响。鉴于连续凹槽中液膜流动特性的类似性,下面针对连续的 2 个凹槽进行了研究,其基底函数为

$$s(x) = D \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \left[\tan^{-1} \left(\frac{x-w_1}{\delta} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x+w_1}{\delta} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x+w_2}{\delta} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x-w_2}{\delta} \right) \right] \right\} \quad (20)$$

式中: w_1 为凹槽宽度; w_2 为凸起表面的宽度。

液膜在流经凹槽时会受到流动损失的影响,所以液膜到达第 2 个凹槽时的速度几乎为 0,因此需增加重力来维持液膜的流动,为此取 $G=10$ 。 $D=1, \delta=0.1$ 时不同 w 下连续凹槽的液膜流动特性如图 7 所示。由图 7 可知:当 $w_1=1.5, w_2=0.5$, 即连续凹槽的宽度很小时,凸角和凹角处产生的局部压力梯度出现叠加,从而导致正向和负台阶的共同作用减弱,因此液膜表面变形减小;当 w_1, w_2 趋于 0 时, $s(x)$ 趋于 1, 相当于平整表面上的液膜流动;随 w_1, w_2 的增加,如 $w_1=6, w_2=2$ 的情形,此时凸角和凹角处的局部压力梯度叠加部分相对减小,正向和负台阶的共同作用加强,即基底不平整度增大,致使液膜表面变形放大,隆起和凹陷更加明显;当 w_1, w_2 足够大时,凸角和凹角处的局部压力梯度相互独立,分别形成稳定的局部压力梯度,此时正向和负台阶的共同作用最强,基底不平整度最大且保持不变,液膜隆起高度和凹陷深度不再随 w_1, w_2 而变,从图 7 中也发现液膜隆起和凹陷没有明显的区别。

观察图 7 中 $w_1=1.5, w_2=0.5$ 曲线发现,第 2 个凹槽的液膜隆起和凹陷程度比第 1 个凹槽略大,但图 7 中 $w_1=6, w_2=2, w_1=9, w_2=3$ 这 2 条曲线未观察到类似现象,利用图 6 的结论可知,这是 G 取值太大所致。图 7 表明,基底的连续不平整将对液膜流动产生多处扰动,沿流动方向的扰动不断加强,使得该方向上的液膜表面变形更加显著。文献[10]对矩形波纹底板的薄膜流动特性的数值计算表

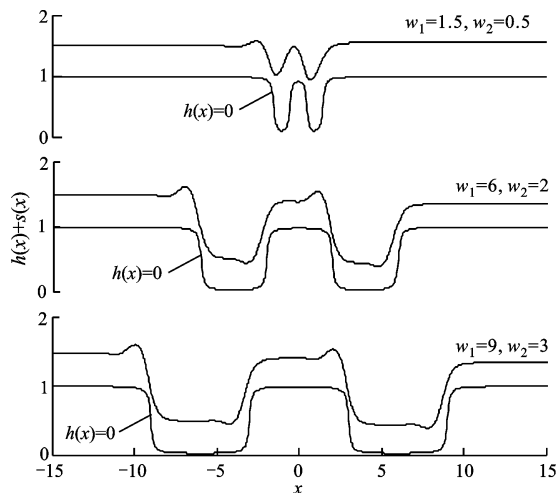


图 7 $D=1, \delta=0.1$ 时不同 w_1, w_2 下连续凹槽表面的液膜流动特性

明,表面行波的振幅和波长沿流动方向均有所增大,这与本文的分析结果相符。

2.5 波状表面的液膜流动特性

目前,关于非平整基底表面的液膜流动主要集中于台阶、矩形凹槽和凸起的结构,对于波状基底,如余弦波、三角波、梯形波和锯齿波等基底的研究甚少,下面对上述表面的液膜流动特征进行了研究。由于基底函数需保证三阶可导且恒不为 0,所以三角波、梯形波和锯齿波基底函数不能选取分段函数,需转换成傅里叶级数的形式,由此余弦波基底函数为

$$s(x) = \frac{D}{2} [\cos(kx) + 1] \quad (21)$$

三角波基底函数为

$$s(x) = \frac{5D}{12} \left[\frac{6}{5} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos(knx) \right] \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (22)$$

梯形波基底函数为

$$s(x) = \frac{5D}{9} \left[\frac{9}{10} + 2^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right) \cos(knx) \right] \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (23)$$

锯齿波基底函数为

$$s(x) = \frac{5D}{16} \left[\frac{8}{5} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(knx) \right] \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

式中: k 为基底波数,描述基底周期宽度的变化。

$G=2, D=1, k=1$ 时不同波状表面的液膜流动特性如图 8 所示。由图 8 可知,液膜在锯齿波表面的隆起高度最大,其余依次为梯形波、余弦波和三角

波,但凹陷深度与之相反,波状表面的液膜隆起高度和凹陷深度比台阶、V 字形和连续矩形凹槽等大得多,这表明波状基底不平整度的影响更为显著。

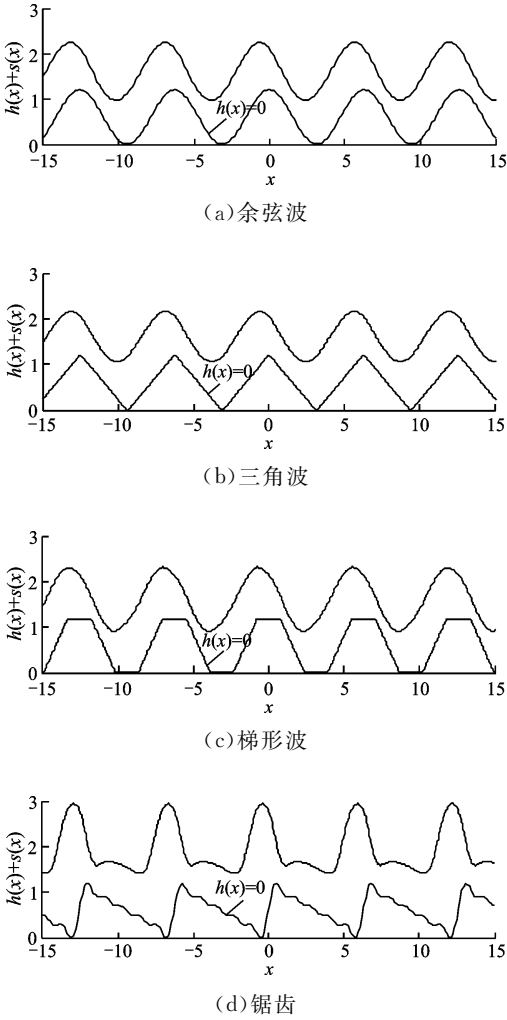


图 8 波状基底表面的液膜流动特性

液膜隆起高度和液膜凹陷深度随 k 和 D 的变化如图 9 所示。由图 9a 可知:当 $1 \leq k \leq 1.2$ 时,液膜隆起高度随 k 的增加(即基底周期宽度减小)而减小,而当 $k \geq 1.2$ 时,随 k 的增加基本上保持稳定,此时余弦波表面的液膜隆起高度最大。由图 9b 可知,随着 k 的增加,梯形波表面的液膜凹陷深度线性减小,凹陷程度最大,而三角波表面的液膜凹陷深度整体呈振荡减小的趋势,余弦波和锯齿波表面的液膜凹陷深度随 k 的增加略微降低。比较图 9a 和图 9b 发现,当 k 增大时,液膜凹陷深度的变化整体比隆起高度更加明显,因为当 k 增加,即基底的凸角和凹角彼此逐渐靠近且变得尖锐时,凹角作用增强,凸角作用减弱。因此, k 增加具有增强液膜凹陷深度、减弱液膜隆起高度的作用。由图 9c 可知:余弦波、三角波和梯形波表面的液膜隆起高度随 D 的增加以接

近 1.7 的线性增长率稳定增加; $D \leq 0.8$ 时,锯齿波表面的液膜隆起高度的增长速率与其他波状表面基本相同,当 $D > 0.8$ 时以约为 30% 的增长率迅速增加,液膜隆起高度急剧增大。这是因为与其他波状表面相比,锯齿波表面的锯齿随 D 的增加更加尖锐,液体局部压力增大的幅度明显大于其他波状表面。由图 9d 可知:当 $D < 1.0$ 时,波状表面的液膜凹陷深度随 D 的增加均呈线性增长,其中锯齿波的增长率为 97%,梯形波的增长率为 36%,因此梯形波表面的凹陷深度最大,其余依次为余弦波、三角波和锯齿波;当 $D > 1.0$ 时,4 种波状表面的液膜凹陷深度随 D 的增加基本上保持不变。比较图 9c 和图 9d 发现,随着 D 的增加,液膜隆起高度的增长率大于凹陷深度,当 D 增加,即基底的凸角和凹角变得尖锐时,凸角的作用增强,凹角的作用减弱。因此,增加 D 具有增强液膜隆起高度、减弱液膜凹陷深度的作用,这与 k 的作用相反。

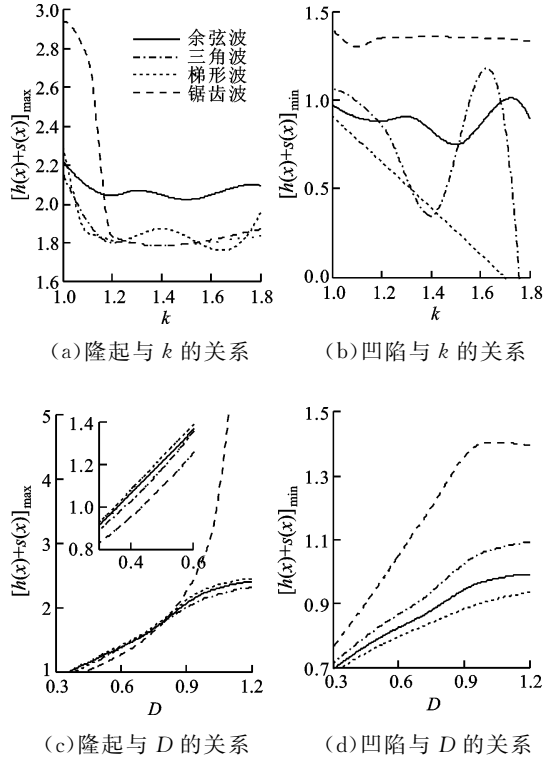


图 9 液膜隆起和凹陷随 k 和 D 的变化

通过上述分析可知,基底不平整会使液膜表面隆起,但当基底表面的液膜隆起很高时,液体局部压力增大,基底表面局部应力集中,这对液膜流动和基底材料产生不利影响,因此在工艺制作时要合理选取基底的深度、斜度、宽度和波数,来有效控制液膜表面的变形特性。

3 结 论

针对超薄液膜在非平整基底上的流动特性,建立了液膜演化方程,采用PDECOL程序对方程进行了求解,分析了非平整基底的液膜稳态流动特性及各参数的影响,结果如下。

(1)液膜在流经非平整基底时,基底微结构会使液膜表面发生变形,即:凸角使液体局部压力增加,流速减小,隆起形成;凹角使液体局部压力减小,流速增大,凹陷产生。相反,重力会减缓基底微结构对液膜表面变形的影响。

(2)对于台阶、V字形和连续矩形凹槽等基底,增大 D 或减小 δ 时,基底的不平整度增强,液膜表面隆起高度和凹陷深度更加明显,基底宽度在小范围内增加时具有放大液膜表面变形的作用。对于不同的波状基底,基底微结构对液膜流动特性具有显著的影响,增大 D 具有增大液膜隆起高度、减小液膜凹陷深度的作用,而 k 的作用与之相反。

在实际工程中,超薄液膜流动不仅受基底特征的影响,而且还与温度、表面活性剂等因素有关,这些因素会使得超薄液膜流动变得更为复杂,所以开展上述因素的单独影响和多因素间的耦合作用均值得进一步深入研究。

参考文献:

- [1] 马爱香,魏进家,袁敏哲,等. 方柱微结构表面上FC-72的流动沸腾强化换热实验研究[J]. 工程热物理学报, 2009, 30(8): 1324-1326.
MA Aixiang, WEI Jinjia, YUAN Minzhe, et al. Enhanced flow boiling heat transfer of FC-72 on micro-pin-finned silicon surfaces [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2009, 30(8): 1324-1326.
- [2] KALLIADASIS S, BIELARZ C, HOMSY G M. Steady free-surface thin film flows over topography [J]. Physics of Fluids, 2000, 12(8): 1889-1898
- [3] 张程宾,陈永平,施明恒,等. 表面粗糙度的分形特征及其对微通道内层流流动的影响[J]. 物理学报, 2009, 58(10): 7050-7056.
ZHANG Chengbin, CHEN Yongping, SHI Mingheng, et al. Fractal characteristics of surface roughness and its effect on laminar flow in microchannels [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(10): 7050-7056.

- [4] 王玮,李志信,过增元. 粗糙表面对微尺度流动影响的数值分析[J]. 工程热物理学报, 2003, 24(1): 85-87.
WANG Wei, LI Zhixin, GUO Zengyuan. Numerical simulation of rough surface effects on microscale fluid flow [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2003, 24(1): 85-87.
- [5] GERBIG Y B, PHANI A R, HAEFKE H. Influence of nanoscale topography on the hydrophobicity of fluoro-based polymer thin films [J]. Applied Surface Science, 2005, 242(3/4): 251-255.
- [6] STILLWAGON L E, LARSON R G. Leveling of thin films over uneven substrates during spin coating [J]. Physics of Fluids, 1990, 2(11): 1937-1944.
- [7] SAPRYKIN S, KOOPMANS R J, KALLIADASIS S. Free-surface thin-film flows over topography: influence of inertia and viscoelasticity [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2007, 578: 271-293.
- [8] TATIANA G R, ALEXANDER A, PETER S. Effect of the microscale wall topography on the thermal capillary convection within a heated liquid film [J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2005, 29(7): 765-772.
- [9] TSELUIKO D, BLYTH M G, PAPAGEORGIOU D T. Electrified film flow over step topography at zero Reynolds number: an analytical and computational study [J]. Journal of Engineering Mathematics, 2011, 69(2/3): 169-183.
- [10] 朴明日,胡国辉. 壁面结构对非定常薄膜流动表面波特性的影响[J]. 计算物理, 2011, 28(6): 843-852.
PAK Myong-Il, HU Guohui. Influences of wall topography on unsteady free surface waves in film flow [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2011, 28(6): 843-852.
- [11] KALLIADASIS S, HOMSY G. Stability of free-surface thin-film flows over topography [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 448: 387-410.
- [12] DAVIS J M, TROIAN S M. Generalized linear stability of noninertial coating flows over topographical features [J]. Physics of Fluids, 2005, 17(7): 072103.
- [13] SCHWARTZ L W, WEIDNER D E. Modeling of coating flows on curved surfaces [J]. Journal of Engineering Mathematics, 1995, 29(1): 91-103.

(编辑 苗凌)