

DOI: 10.7652/xjtuxb201307010

分形特征表面接触磨损模拟

宿月文¹, 陈渭², 朱爱斌², 范天峰¹, 郭彩霞¹

(1. 西北机电工程研究所, 712000, 陕西咸阳; 2. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为实现粗糙表面微观接触磨损的精确预测, 根据分形理论对传统的只考虑弹性-塑性两状态的二维分形接触模型进行了修正, 并构建了包含弹性-弹塑性-塑性完全状态的三维粗糙表面分形接触模型。通过去除塑性接触微凸体在截断平面作用下形成的球台方法来模拟微观磨损, 磨损系数由被去除的球台体积与总接触微凸体体积之比来表征, 采用数值仿真分析了磨损系数与分形参数、载荷和材料等因素间的依赖关系。计算结果表明, 磨损系数随表面粗糙程度的增大而增大, 随接触载荷的增大而减小并趋于相对稳定。接触副材料属性决定了微凸体临界接触面积, 进而影响了磨损系数。该模型给出了微观磨损机理的数学描述, 为界面接触磨损研究提供了新思路。

关键词: 分形表面; 接触; 磨损; 模拟

中图分类号: TH117.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)07-0052-05

Contact and Wear Simulation Between Fractal Surfaces

SU Yuewen¹, CHEN Wei², ZHU Aibin², FANG Tianfeng¹, GUO Caixia¹

(1. Northwest Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Xianyang, Shaanxi 712000, China;

2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The traditional 2D fractal contact theory only takes elastic and plastic contact of asperities into account. To predict contact and wear microscopically, a novel model was proposed which includes all of the elastic, elastic-plastic and fully plastic deformation regimes for asperity of fractal surface. A generalized adhesive wear analysis was developed for 3D fractal surfaces in normal contact. Worn particles can be modeled by the removal of material from the spherical cap for fully-plastic asperity truncated by a rigid plane. Wear progress was discretized into several incremental steps, and characterized as wear rate to define as the total volume of wear particles divided by the total volume of all contacting asperities. Contact and wear problem were examined numerically to illustrate the dependence of wear rate on fractal parameters, loads and material properties. The numerical results indicate that wear rate increases with the increasing surface roughness. As the normal load is increased, wear rate decreases and tends relatively static. Material properties have influences on the critical truncated contact area and wear rate.

Keywords: fractal surface; contact; wear; simulation

目前, 对微观粗糙表面的表达及接触分析, 主要采用了统计分析和分形理论的方法, 分形理论具有尺度无关性, 与统计方法相比, 可以较好地描述粗糙平面。Majumdar 等人利用分形几何描述多尺度粗

糙面的优点^[1], 将传统的统计参数以分形参数取代, 建立了二维粗糙面的微观接触模型。Yan 等人将满足分形性质的 Weierstrass-Mandelbrot 函数推广到三维的粗糙面^[2], 可以更精确地描述粗糙表面形貌,

但其接触模型只探讨了具有弹性-完全塑性性质的材料,却忽略了弹塑性变形与真实的接触情况。陈天宁等采用 M-B 模型对结合面的法向接触特性进行了研究^[3]。张学良等基于分形接触理论,分析了粗糙表面的切向接触阻尼特性^[4],计算了分形参数与接触阻尼的关系。在磨损预测方面,Zhou 等基于 M-B 模型对磨合磨损进行了预测^[5]。葛世荣等进行了类似的研究,并对分形参数对磨损率的影响进行了分析^[6],认为存在的最优分形维数使得磨损率最低。但是,上述研究都没有针对三维的粗糙面,考虑弹性、弹塑性和塑性的完整状态而进行摩擦磨损分析。另外,Zhou 及葛世荣的模型均引入了 Archard 磨损系数,该系数通常需要实验测定,无法从理论上计算得出。本文基于分形理论,构建了考虑微凸体弹性-弹塑性-塑性的完整状态,以及采用材料塑性去除机制的粗糙表面接触磨损模型。

1 三维分形表面的弹塑性接触分析

通常将 2 个粗糙表面的接触(如图 1)简化为刚性平面和等效粗糙平面的接触,该等效粗糙平面的弹性模量和硬度可表示为^[7]

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{E_{AB}} &= \frac{1-\nu_A^2}{E_A} + \frac{1-\nu_B^2}{E_B} \\ H_{AB} &= \min[H_A, H_B] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: E_A 、 E_B 分别为平面 A 和 B 的弹性模量; E_{AB} 为平面 A 和 B 的接触等效平面的弹性模量; ν_A 、 ν_B 分别为平面 A 和 B 的泊松比; H_A 、 H_B 分别为平面 A 和 B 的硬度; H_{AB} 为平面 A 和 B 的接触等效平面的硬度。因此,分析两粗糙表面的接触磨损可简化为刚性平面和粗糙平面的接触磨损。进一步假设粗糙表面是统计各向同性的,分析刚性平面-粗糙平面的接触时,可通过分析每个微凸体的接触情况,采用由局部到整体的方法来实现。在 Y-K 模型中,忽略了微凸体的弹塑性变形^[2],简单将其变形分为纯弹性和纯塑性变形,并根据 Hertz 理论,将开始塑性变形的临界变形量、临界接触面积分别表示为

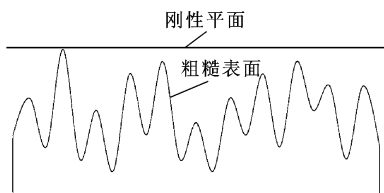


图 1 粗糙表面与分形表面的接触

$$\delta_c = \left(\frac{\pi K H_{AB}}{2 E_{AB}} \right)^2 R \quad (2)$$

$$s_c = \left[2^{11-2D} \pi^{D-4} G^{2D-4} \ln(\gamma) \left(\frac{E_{AB}}{K H_{AB}} \right)^2 \right]^{1/2-D} \quad (3)$$

式中: R 为微凸体等效半径; K 为材料相关参数; G 为粗糙表面特征长度的尺度系数; D 为粗糙表面分形维数($1 < D < 2$); γ 为大于 1 的常数,对于服从正态分布的随机表面, $\gamma = 1.5$ 。

Kogu 等利用有限元方法分析了单一微凸体与平面接触的情况,确定了微凸体变形量与弹性、弹塑性、完全塑性区域之间的关系^[8],得到了包含弹塑性变形的更为完整的微凸体接触模型。当接触变形量 $\delta \leq \delta_c$ 时,球形微凸体处于弹性状态;当 $\delta_c < \delta \leq 6\delta_c$ 时,球形微凸体处于第 1 弹塑性状态;当 $6\delta_c < \delta \leq 110\delta_c$ 时,球形微凸体处于第 2 弹塑性状态;当 $110\delta_c < \delta$ 时,球形微凸体处于完全塑性状态,并且进一步得出分别处于弹性状态、第 1 弹塑性状态、第 2 弹塑性状态的微凸体接触面积 s_e 、 s_{ep1} 、 s_{ep2} 、 s_p 和变形量 δ 的关系式,即

$$\left\{ \begin{aligned} s_e &= \pi R \delta & \delta_c &\leq \delta \\ \frac{s_{ep1}}{\pi R \delta_c} &= 0.93 \left(\frac{\delta}{\delta_c} \right)^{b_1} & \delta_c &< \delta \leq 6\delta_c \\ \frac{s_{ep2}}{\pi R \delta_c} &= 0.94 \left(\frac{\delta}{\delta_c} \right)^{b_2} & 6\delta_c &< \delta \leq 110\delta_c \\ s_p &= 2\pi R \delta & \delta &> 110\delta_c \end{aligned} \right. \quad (4)$$

综合式(2)~式(4),并利用 $\delta = 6\delta_c$ 和 $\delta = 110\delta_c$,得到由完全弹性区向第 1 弹塑性接触区转变的临界接触面积 s_{c2} ,以及由第 1 弹塑性接触区向第 2 弹塑性接触区转变的临界接触面积 s_{c1} 如下

$$s_{c2} = 6^{1/2-D} s_c \quad (5)$$

$$s_{c1} = 110^{1/2-D} s_c \quad (6)$$

当确定了单个微凸体的接触特性后,还必须再确定粗糙表面的微凸体大小的分布函数,进而才能获取粗糙表面的接触行为。微凸体接触面积的分布函数^[2]为

$$n(s) = \frac{D-1}{2s_L} \left(\frac{s_L}{s} \right)^{D+1/2} \quad (7)$$

式中: s 为接触微凸体截断面积; s_L 为给定接触面间距 h 的趋近量时,微凸体的最大截断接触面积。可见,若要确定 $n(s)$,需要先确定 s_L 。

对于给定的 h ,接触界面总截断面积为

$$s_T = \int_{s_m}^{s_L} s n(s) ds \quad (8)$$

将式(7)代入式(8)并积分,可得到

$$s_T = \frac{D-1}{3-D} s_L \left[1 - \left(\frac{s_m}{s_L} \right)^{3-D/2} \right] \quad (9)$$

式中: s_m 为最小微凸体截断面积。由于式(9)中的 s_T 、 D 、 s_m 为已知量, 因此可求解得到 s_L 。

s_L 由如下方法获取, 即先利用数学工具通过离散点拟合生成分形表面, 其初始数据为矩阵表示的数据点, 例如面积为 $1\ \mu\text{m} \times 1\ \mu\text{m}$ 的粗糙表面由一个 100×100 的数组表示, 共 10^4 个数据点。在给定两平面的 h 后, 总的截断接触面积为所有截断微凸体接触面积之和。如果每个截断微凸体的接触面积可以由其所包含的数据点数来表示, 则也可由分形粗糙表面被刚性面截断时的截断平面内包含的数据点数来表示。

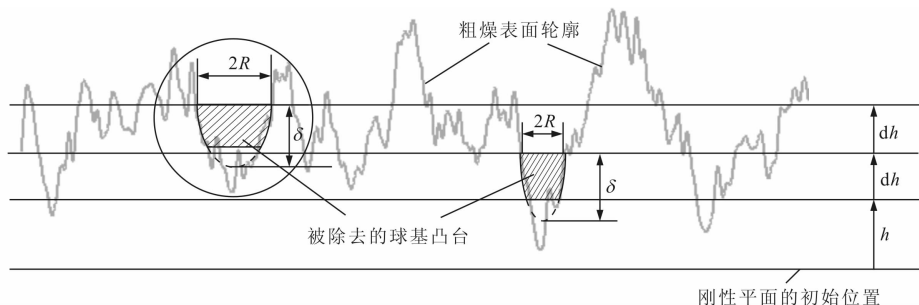
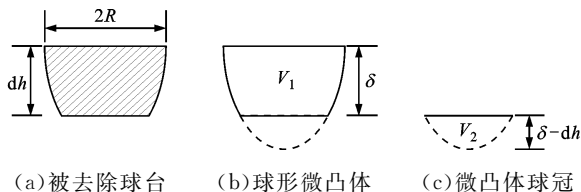


图2 刚性平面与粗糙表面的接触示意图

$$dV_{p,1} = V_1 - V_2 = \left(\frac{1}{2}s + \frac{1}{2}\pi\delta^2 \right)dh - \frac{1}{2}\pi\delta dh^2 + \frac{1}{6}\pi\delta^3 \quad (10)$$

$$dh = \delta_{\min} = 2G^{D-2}(\ln\gamma)^{1/2}(2s_m)^{3-D} \quad (11)$$



V_1 : 球形微凸体总体积; V_2 : 球冠体积

图3 微凸体磨损机制

因此, 第 k 个间距变化步长内的磨损体积为所有处于完全塑性状态的微凸体的体积之和, 即

$$dV_p^k = \int_{s_m}^{s_L} dV_{p,1}(s)n(s, s_{L,k})ds \quad (12)$$

式中: $s_{L,k}$ 为第 k 个间距变化步长内的最大截断微凸体的接触面积。累计磨损掉的微凸体体积与总接触微凸体体积的磨损系数为

$$W = \frac{V_p}{V_e + V_{ep1} + V_{ep2} + V_p} \quad (13)$$

$$V_p = \sum_{i=1}^k dV_p^i \quad (14)$$

式中: V_p 为累积的磨损体积; V_e 、 V_{ep1} 、 V_{ep2} 分别为处

2 磨损模型

由于磨损在微观上表现为微凸体的剥落, 宏观上表现为两接触平面之间的距离变小, 因此可以将磨损过程用两接触平面的间距变化步长来表示。磨损量可表示为两平面间距变化步长内所有剥落的微凸体体积之和。如图2所示, 将刚性平面和粗糙表面逐渐趋近的过程离散为若干步长, 假定只有处于完全塑性状态的微凸体被磨损去除, 而单个接触微凸体的磨损去除体积可近似认为是半径为 R 、底面积较大的球台体积(见图3), 并表示为

于弹性、第1类弹塑性和第2类弹塑性状态的微凸体总体积; dV_p^i 为第 i 个步长内的磨损体积, 且表示为

$$dV_p^i = \int_{s_m}^{s_{L,i}} dV_{p,1}(s)n(s, s_{L,i})ds \quad (15)$$

在给定趋近量的情况下, 处于弹性状态的微凸体总体积为

$$V_e = \int_{s_e}^{s_L} dV_{e,1}(s)n(s, s_{L,k})ds \quad (16)$$

$$dV_{e,1} = \frac{1}{2}s\delta + \frac{1}{6}\pi\delta^3 \quad (17)$$

式中: $dV_{e,1}$ 为单个步长内弹性状态的微凸体体积。采用与求解 V_e 相同的方法, 可得到 V_{ep1} 和 V_{ep2} 。由式(7)可求得微凸体的大小分布函数, 结合式(13)可得到磨损系数。由于分形理论的黏着磨损系数在本质上相当于产生磨粒的微凸体占总微凸体数量的比例, 或者说是微凸体产生磨粒的概率, 因此本文的磨损系数与 Archard 磨损系数在实质上是具有可比性的。

3 结果分析

为了使分析具有一般性, 本文选取不同的材料来构成3组接触配副, 并对其磨损进行了分析。该3组接触副分别为陶瓷/陶瓷(ZrO_2/TiN), 陶瓷/金属(ZrO_2/CrN), 金属/金属(AISI 1095/AISI 1020)^[9], 材

料的参数见表 1。同时,将两粗糙表面的接触由式(1)等效为刚性平面和粗糙平面的接触,所采用的等效粗糙表面的分形参数为 $\gamma = 1.5$, 采样长度为 $7\text{ }\mu\text{m}$, 最小采样长度为 $0.005\text{ }\mu\text{m}$, $D = 2.24$ 。根据文献[10], 粗糙度 $\sigma = 0.001 \sim 10\text{ }\mu\text{m}$ 的表面可由固定分形维数 ($D = 2.24$)、 $G = 1.94 \times 10^{-23} \sim 4.88 \times 10^{-7}\text{ m}$ 来表示。先对 $D = 2.24$ 、 $G = 2.39 \times 10^{-13}\text{ m}$ 的粗糙表面接触磨损进行分析, 然后对 $D = 2.24$ 、不同 G 的表面磨损进行分析。另外, 为了便于阐述, 定义 dV_p^k/dh 为单步磨损率。

表 1 粗糙表面材料的参数

组号	材料	E/GPa	ν	H/GPa	E_{AB}/GPa	H_{AB}/GPa
1	ZrO ₂	297	0.23	26.80	187	24.1
	TiN	448	0.19	24.10		
2	ZrO ₂	297	0.23	26.80	85	15.2
	CrC	105	0.32	15.20		
3	AISI 1095	210	0.30	5.98	115	1.73
	AISI 1020	210	0.30	1.73		

图 4 显示了单步磨损率随接触表面间距的变化曲线, 针对 3 种材料的组合, dV_p^k/dh 基本都是随着 h 呈线性增大的趋势, 但金属/金属配副的单步磨损率最高, 而陶瓷/金属配副的单步磨损率最低。根据 Y-K 模型, 表面形貌确定时, 接触微凸体接触面积的大小由截断面积决定, 与材料属性无关, 而微凸体弹塑性状态则由材料属性决定, 如式(3)所示, s_c 由 $E_{AB}/(KH_{AB})$ 决定。由于金属/金属配副的 $E_{AB}/(KH_{AB})$ 值最大, 且 s_c 也最大, 导致实际接触面内处于 $[s_m, s_{cl}]$ 的塑性微凸体的数量比其他 2 组配副时多, 磨损比较严重。图 5 显示了 3 种不同配副材料在不同粗糙度时的单步磨损率(固定 $h = 0.14\text{ }\mu\text{m}$)的变化曲线。可见, dV_p^k/dh 与材料属性密切相关,

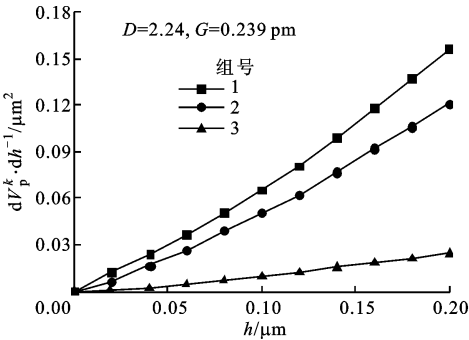


图 4 单步磨损率随接触表面间距的变化曲线

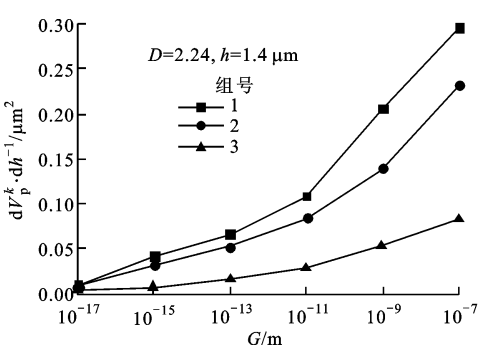


图 5 不同粗糙度时单步磨损率的变化曲线

且随粗糙度的增大而增大。这一现象仍然可解释为 dV_p^k/dh 主要依赖于 s_c , 无论材料配副的 $E_{AB}/(KH_{AB})$ 或 G 增大, 都会导致 s_c 的增大, 使得处于塑性状态的微凸体增多, 从而使磨损加重。

W 随着 h 的增大而迅速减小, 然后达到一个相对稳定的值(见图 6)。同样, 金属/金属配副的 W 稳定值最大, 而陶瓷/金属配副的 W 值最小, 且近似认为其数量级为 10^{-4} 。根据文献[11], 从金属及非金属进行大量无润滑磨损的试验结果中可知, 10^{-4} 是多数材料磨损系数的数量级。图 7 显示了不同材料配副的 W 随着 G 的变化曲线。在各种材料配副的情况下, W 均随粗糙度的增大而增大, 这与通常的观察结果基本相一致。在所有粗糙度下, 金属/金

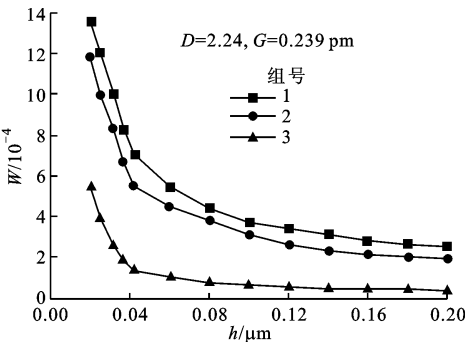


图 6 磨损系数随接触表面间距的变化曲线

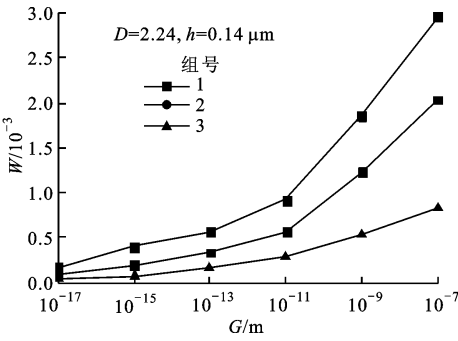


图 7 磨损系数随粗糙度的变化曲线

属配副的 W 大于其他 2 种情况,这也表明了陶瓷/金属的配副具有较好的抗磨损性能。另外,一个明显的现象是 W 随 G 的变化可近似分为 2 个区域,而 G 较大时 W 变化加剧,表示磨损现象严重。

4 结 论

本文采用粗糙表面的分形接触理论建立了黏着磨损的理论预测模型,并进行了数值仿真,得到的结论如下。

(1)表面形貌和材料属性决定着临界微凸体的接触面积,进而影响磨损特性。表面粗糙程度或 $E_{AB}/(KH_{AB})$ 越大,临界微凸体的接触面积越大,处于塑性的微凸体越多,磨损就越严重。

(2)磨损系数与分形参数、接触载荷之间有较强的非线性关系。磨损系数随表面粗糙度的增大而增大,随接触载荷的增大而减小并趋于相对稳定值,该稳定值的数量级为 $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 。

(3)采用分形接触理论的磨损预测模型实现了对磨损系数的数学描述,在一定程度上避免了 Archard 磨损系数对试验的依赖性,且具有客观唯一性和尺度独立性。

参考文献:

- [1] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces [J]. ASME Journal of Tribology, 1991, 113(1): 1-11.
- [2] YAN W, KOMVOPOULOS K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces [J]. Journal of Applied Physics, 1998, 84(7): 3617-3624.
- [3] 尤晋闽, 陈天宁. 结合面法向动态参数的分形模型 [J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(9): 91-94.
YOU Jinmin, CHEN Tianning. Fractal model for normal dynamic parameters of joint surfaces [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(9): 91-94.
- [4] 张学良, 温淑花, 兰国生, 等. 平面结合面切向接触阻尼分形模型及其仿真 [J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(5): 74-77.
ZHANG Xuiliang, WEN Shuhua, LAN Guosheng, et al. Fractal model for tangential contact damping of plane joint interfaces with simulation [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(5): 74-77.
- [5] ZHOU G Y, LEU M C, BLACKMORE D. Fractal geometry model for wear prediction [J]. Wear, 1993, 170(1): 1-14.
- [6] 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 249-260.
- [7] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J B P. Contact of nominally flat surfaces [J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical and Physical Sciences, 1966, 295(1442): 300-319.
- [8] KOGUT L, ETSION I. Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 2002, 69(5): 657-662.
- [9] SUH N P. Tribophysics [M]. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 1986: 66-69.
- [10] YANG J, KOMVOPOULOS K. A mechanics approach to static friction of elastic-plastic fractal surfaces [J]. ASME Journal of Tribology, 2005, 127(2): 315-324.
- [11] RABINOWICZ E. Friction and wear of materials [M]. New York, USA: John Wiley & Sons, 1966: 145-170.

[本刊相关文献链接]

- 阎维平, 马凯, 高正阳, 董静兰. 增压富氧燃煤锅炉省煤器管束磨损研究. 2013, 47(3): 53-59.
- 吕正, 陈昊, 陈峰. 一种 ARM 存储模型的快速检测方法. 2013, 47(6): 68-72.
- 高庆, 陶加银, 宋立明, 李军. 涡轮轮缘密封封严效率的数值研究. 2013, 47(5): 12-17.
- 霍文浩, 晏鑫, 李军, 丰镇平. 超超临界汽轮机高压缸旁路冷却系统冷却特性研究. 2013, 47(5): 24-30.
- 张东亚, 林平, 董光能, 曾群峰, 毛军红. 性能可调的自润滑叠层复合材料的摩擦学行为研究. 2012, 46(11): 53-57.
- 赵明露, 刘炳, 高填. Al-2.15% Mn 合金的组织及摩擦学特性. 2012, 46(9): 119-124.
- 金台, 罗坤, 杨建胜, 樊建人. 采用内嵌边界方法模拟错列管束的磨损. 2012, 46(7): 122-127.
- 侯书增, 鲍崇高, 付青然, 张志云, 严靖博. 硬质合金/高铬铸铁基复合材料的界面特性及磨损性能研究. 2012, 46(5): 73-78.
- 杨旭, 屈宗长, 吴裕远, 于漠南. 同步回转式混输泵端面的相对运动及摩擦分析. 2011, 45(9): 90-93.

(编辑 管咏梅)