

DOI: 10.7652/xjtuxb201310013

压电振动能量收集器的等效电路 建模分析与实验验证

王宏金, 孟庆丰
(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 提出了一种用于压电振动能量收集器的等效电路建模分析法。这种方法将有限元分析和电子电路分析相结合,根据机电类比机制,把压电振动能量收集器的建模问题从复杂的机械领域转换到纯电学领域进行分析。利用该等效电路法,建立并分析了线性和 AC-DC 非线性负载电路条件下双压电层并联的振动能量收集器电能预测模型。通过对比发现,经等效电路建模分析得到的电压和功率响应结果与实验测量结果的最大误差不超过 5%,这充分证实了等效电路建模分析法能在避免理论建模时的复杂推导过程的前提下,保证电能预测模型的精确性。该研究为创建复杂机械和电学边界条件下压电振动能量收集器电能预测模型提供了一种新的、有效的解决途径。

关键词: 压电;振动能量收集器;有限元;机电类比;等效电路

中图分类号: TM619;TP212.9 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)10-0075-06

Equivalent Circuit Modeling and Experimental Verification for Piezoelectric Vibration Energy Harvester

WANG Hongjin, MENG Qingfeng
(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An equivalent circuit modeling strategy for piezoelectric vibration energy harvester is proposed. According to electromechanical analogy, the modeling for piezoelectric vibration energy harvester can be converted from complex mechanical field to purely electrical field by combining finite element analysis and electronic circuit analysis. The power predicting models of vibration energy harvester with two paralleled piezoelectric layers for linear and AC-DC nonlinear load circuits are established and analyzed by means of this equivalent circuit strategy. Comparatively, it is found that the maximum error between the results of voltage and power responses from the equivalent circuit model and the results from experimental measurements gets less than 5%. The equivalent circuit modeling strategy avoids complicated derivation in theoretical modeling and keeps the predicting accuracy, especially for modeling the piezoelectric vibration energy harvester with complex mechanical and electrical boundary conditions.

Keywords: piezoelectric; vibration energy harvester; finite element; electromechanical analogy; equivalent circuit

作为一种有效的能量收集方法,压电振动能量收集器以其结构简单、能量密度高和易于微型化等

特点受到了国内外专家学者的广泛关注。文献[1]将悬臂梁式压电发电机简化为单自由度系统,并推导了该系统的输出电压与输出功率的表达式。文献[2]建立了悬臂梁式压电振动能量收集器的分布式参数解析模型。文献[3]推导了单模态下压电振动能量收集器的输出功率预测模型。但是,这些研究仅考虑了线性负载,输出电压也以交流电压为主。虽然文献[4]推导出了非线性负载电路条件下压电振动能量收集器的电能预测模型,但其理论推导和计算过程异常复杂。文献[5-6]利用 ANSYS 软件对压电悬臂梁进行了有限元建模仿真分析,但由于 ANSYS 软件自身的局限性,使其只能分析线性负载电路条件下的压电振动能量收集器模型,而无法直接对非线性负载电路条件下的压电能量收集器进行分析。文献[7-8]利用有限元分析和电路分析创建了压电振动能量收集器的等效电路仿真模型,但是这种仿真模型需要精确的节点位移响应和烦琐的迭代过程。

本文结合有限元分析和电子电路分析,提出了一种用于压电振动能量收集器的等效电路建模分析法,利用此方法创建并分析了线性和 AC-DC 非线性负载电路条件下,双压电层并联的振动能量收集器的电能预测模型。通过与实验测量结果的对比,充分说明了这种等效电路建模分析法对分析和处理具有复杂机械和电学边界条件的压电振动能量收集器的优越性。

1 等效电路建模分析法

根据哈密顿原理,悬臂梁式双压电层并联的振动能量收集器(如图 1 所示)的机电耦合微分方程(符号含义见表 1)可写为^[9]

$$\ddot{\eta}_r(t) + \hat{C}_r^{\eta} \dot{\eta}_r(t) + \omega_r^2 \eta_r(t) + \hat{K}_r^V V(t) = -\hat{Q}_r^{\eta} \ddot{b}(t)$$
$$(1)$$

$$\hat{C}_r^{V\eta} \dot{\eta}_r(t) + \hat{C}^V \dot{V}(t) - \dot{q}(t) = 0$$
$$(2)$$

根据 Tilmans 对压电换能器等效电路参数的总结^[10],可将上述压电振动能量收集器微分方程中的机械量转换成电学量,其机电类比关系如表 1 所示。

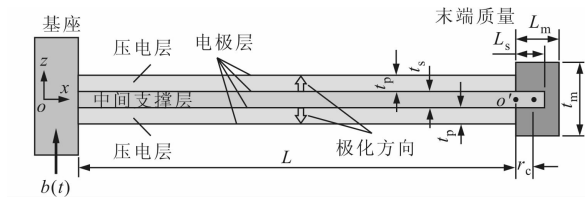


图 1 悬臂梁式压电振动能量收集器结构

表 1 机电参数的类比关系

电学量	机械量
电荷 $q_r(t)$	模态位移 $\eta_r(t)$
电流 $I_r(t)$	模态速度 $\dot{\eta}_r(t)$
电压源 $V_r(t)$	外部力 $-\hat{Q}_r^{\eta} \ddot{b}(t)$
电感 L_r	质量系数 1
电阻 R_r	阻尼系数 $\hat{C}_r^{\eta}$
电容 C_r	柔顺系数 $1/\omega_r^2$
电容 C_0	系数 $-\hat{C}^V$
理想变压比 N_r	机电耦合系数 $\hat{K}_r^{V\eta}$

从表 1 中可以看出,压电振动能量收集器可看成由无限个电感、电容、电阻、理想电压源和理想变压器组成的并联支路共同构成的等效电路网络,其中,每一个并联支路代表某阶振动模态。图 2 描述了仅考虑第一阶振动模态时压电振动能量收集器的等效电路模型。可以看出,建立压电振动能量收集器等效电路模型的关键在于确定 6 个等效电路参数 C_0 、 L_1 、 R_1 、 C_1 、 N_1 和 $V_1(t)$ 。

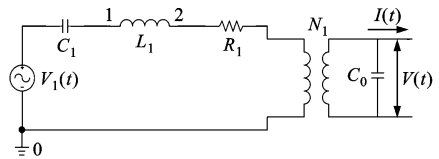


图 2 压电振动能量收集器的等效电路模型

令式(1)中的外部激励为 0,即 $-\hat{Q}_r^{\eta} \ddot{b}(t) = 0$,以 $-\dot{q}_1(t)$ (负号表示电流是流入而不是流出压电振动能量收集器)替换式(2)中的 $\dot{q}_1(t)$,并给压电振动能量收集器施加一个单位简谐电压激励,则它将工作于制动器模式,其等效电路如图 3 所示。给替换后的式(1)和式(2)两边分别取拉普拉斯变换,并通过代换 $s = j\omega$ 将其变换到频域内,变形后可得到压电振动能量收集器的导纳为

$$Y = \frac{j\omega q_1}{V} = j\omega \left(\frac{\hat{C}_1^{V\eta} \hat{K}_r^{V\eta}}{\omega_1^2 - \omega^2 + j\omega \hat{C}_r^{\eta}} - \hat{C}^V \right)$$
$$(3)$$

根据表 1 的机电类比关系,式(3)可进一步写成

$$Y = j\omega \left(\frac{N_1^2}{(1/C_1) - L_1 \omega^2 + j\omega R_1} + C_0 \right)$$
$$(4)$$

于是可得下面 3 种情况下的导纳分别为

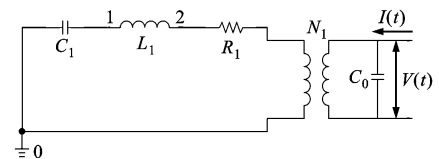


图 3 工作于制动器模式时压电悬臂梁的等效电路

$$Y_0 \rightarrow j\omega(C_1 N_1^2 + C_0), \quad \omega \rightarrow 0 \tag{5}$$

$$Y_\infty \rightarrow j\omega C_0, \quad \omega \rightarrow \infty \tag{6}$$

$$Y_{n1} \approx Y_d + Y_{\text{mot}}, \quad \omega \rightarrow \omega_{n1} \tag{7}$$

式中: $\omega_{n1} = 1/(L_1 C_1)^{1/2}$; Y_d 和 Y_{mot} 分别为阻尼导纳和运动导纳,前者由机械夹持边界条件决定,后者由压电材料本身确定。根据文献[11]的讨论,运动导纳 Y_{mot} 可写成

$$Y_{\text{mot}} = \frac{j\omega N_1^2}{(1/C_1) - L_1 \omega^2 + j\omega R_1} = \frac{\omega^2 R_1 N_1^2 + j\omega N_1^2 ((1/C_1) - L_1 \omega^2)}{((1/C_1) - L_1 \omega^2)^2 + \omega^2 R_1^2} = \frac{\text{Re}(Y_{\text{mot}}) + j\text{Im}(Y_{\text{mot}})}{\tag{8}}$$

由式(8)可以看出,运动导纳的轨迹是在复平面内的一个圆,这个圆的大小和位置由下式决定

$$\left[\text{Re}(Y_{\text{mot}}) - \frac{N_1^2}{2R_1} \right]^2 + [\text{Im}(Y_{\text{mot}})]^2 = \left(\frac{N_1^2}{2R_1} \right)^2 \tag{9}$$

根据运动导纳圆的轨迹,就可以确定等效电路参数 L_1 、 R_1 、 C_1 和 N_1

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= 1 \\ R_1 &= (\omega_{\text{HP2}} - \omega_{\text{HP1}}) L_1 \\ C_1 &= 1/(L_1 \omega_{n1}^2) \\ N_1 &= (R_1 \{ \max[\text{Re}(Y_{\text{mot}})] \})^{1/2} \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

式中: ω_{HP1} 和 ω_{HP2} 分别表示谐振电路的两个半功率频率点。

给压电振动能量收集器施加一个简谐的单位基础加速度激励,其电压响应 $V_1(t)$ 的幅值可视为 $\hat{Q}_1^{[8]}$ 。根据式(1)和式(2)可得,在短路共振频率下压电振动能量收集器的电荷响应为

$$q_1(j\omega_{n1}) = \hat{K}_1^V \eta_1(j\omega_{n1}) = \left[\frac{\hat{K}_1^V \hat{Q}_1}{\omega_{n1}^2 - \omega^2 + j\omega \hat{C}_1} \right] \Big|_{\omega=\omega_{n1}} = \frac{\hat{K}_1^V \hat{Q}_1}{j\omega_{n1} \hat{C}_1} = \frac{N_1 V_1^{\text{amp}}}{j\omega_{n1} R_1} \tag{11}$$

式中: V_1^{amp} 表示第 1 阶模态振动下压电振动能量收集器的感应电压 $V_1(t)$ 的幅值。根据式(11)以得到

$$V_1^{\text{amp}} = \frac{j\omega_{n1} R_1 q(j\omega_{n1})}{N_1} \tag{12}$$

2 模型分析与实验结果对比

2.1 确定等效电路参数

根据图 1 所示的结构,在 ANSYS 软件中利用 SOLID5 和 SOLID45 单元建立压电振动能量收集器的有限元模型,所涉及到的材料属性和几何参数如表 2 所示。其中,①压电材料其他方向的刚度系

数分别为 $C_{12}^E = 7.95 \text{ GPa}$, $C_{13}^E = 8.14 \text{ GPa}$, $C_{33}^E = 50 \text{ GPa}$, $C_{44}^E = 2.3 \text{ GPa}$;②其他两个方向的介电常数均取为 8.854 pF/m ;③另外两个压电常数分别取为 $d_{31} = 300 \text{ pC/N}$, $d_{15} = 500 \text{ pC/N}$ 。

给所建立的压电振动能量收集器有限元模型的上、下压电层各施加 1 V 的直流电压,静态求解之后,可得到激振频率为 0 时压电悬臂梁的表面感应电荷为 53.4937 nC,将其代入式(5),可得

$$C_1 N_1^2 + C_0 = 53.4937 \text{ nF} \tag{13}$$

表 2 材料属性和几何参数

符号	材料和几何属性	属性值
C_{11}^E/GPa	压电层弹性模量	60
C_{11}^S/GPa	中间层弹性模量	100
C_{11}^T/GPa	末端质量弹性模量	200
$\rho_p/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	压电层密度	7 250
$\rho_s/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	中间层密度	7 222
$\rho_m/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	末端质量块密度	7 821
$\epsilon_{33}^T/\text{nF} \cdot \text{m}^{-1}$	压电层介电常数	15.937 2
$d_{31}/\text{pC} \cdot \text{N}^{-1}$	压电层压电常数	-190
$(L+L_s)/\text{mm}$	梁长	61+8
L_m/mm	末端质量块长度	14
w/mm	梁宽	20
t_p/mm	压电层厚度	0.5
t_s/mm	中间层厚度	0.5
t_m/mm	末端质量厚度	10

根据模态分析,可求得压电振动能量收集器的第 1 阶固有振动频率 $f_{n1} = 58.7 \text{ Hz}$ 。在此基础上,采用谐响应分析求取压电能量收集器在单位简谐电压激励下的电荷响应。根据导纳与电荷的关系求出不同激励频率下的导纳值,再以导纳的实部为横坐标,虚部为纵坐标,即可画出导纳圆图。谐响应分析时取频率扫描范围为 20~100 Hz,扫描步长为 0.05 Hz,阻尼系数设为 0.020 3。导纳的实部、虚部和激励频率 3 者之间的关系曲线分别如图 4a、图 4b 和图 4c 所示。根据图 4c 并结合关系式(10)和式(13),可得压电振动能量收集器的等效电路参数 L_1 、 R_1 、 C_1 、 N_1 和 C_0 ,如表 3 所示。

给压电悬臂梁有限元模型的固定端施加一个单位基础加速度激励,通过谐响应分析可获得在具有第一阶固有频率的激励下,压电振动能量收集器感应电荷的幅值响应为 917.684 2 nC,根据式(12)即

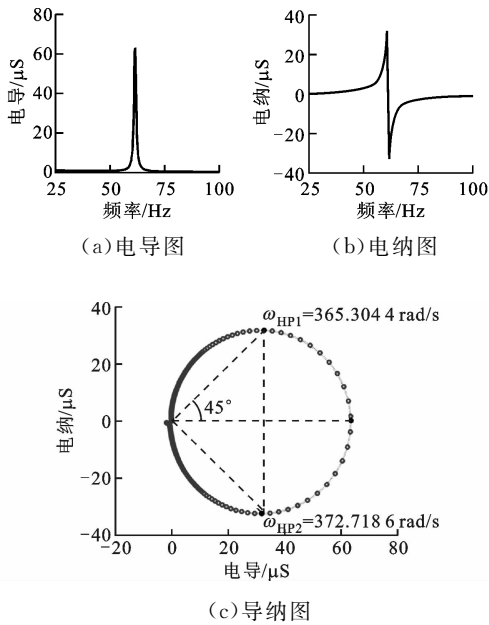


图 4 压电能量收集器导纳图

可进一步求得压电振动能量收集器的等效电压源幅值 V_1^{amp} 。至此,压电振动能量收集器的 6 个等效电路参数都已完全确定,如表 3 所示。

表 3 由有限元法确定的等效电路参数值

L_1/H	R_1/Ω	$C_1/\mu\text{F}$	N_1	C_0/nF	V_1^{amp}/V	$\omega_{n1}/\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
1	7.414 2	7.348 8	0.021 7	50.041 5	0.115 8	368.885 8

2.2 建立等效电路仿真模型

本文主要考虑线性和 AC-DC 非线性负载电路条件下的悬臂梁式双压电层并联的振动能量收集系统,如图 5 和图 6 所示。

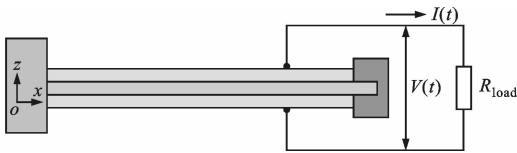


图 5 压电振动能量收集器与线性负载电阻相连接

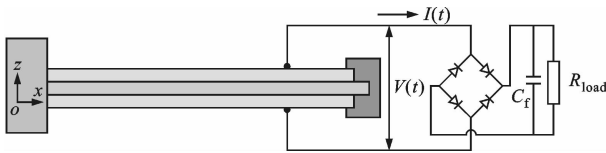


图 6 压电振动能量收集器与 AC-DC 非线性负载电路相连接

根据表 3 中的参数并结合图 5 和图 6,可得在线性和 AC-DC 非线性负载电路条件下,悬臂梁式压电振动能量收集器在 PSPICE 电路分析软件中的

等效电路仿真模型,如图 7 和图 8 所示。图 7 和图 8 中并联在变压器两端的阻值为 $1\text{ f}\Omega$ 的电阻 R_2 和 R_3 能有效解决仿真计算过程中的不收敛问题,但其本身对仿真结果并无影响。

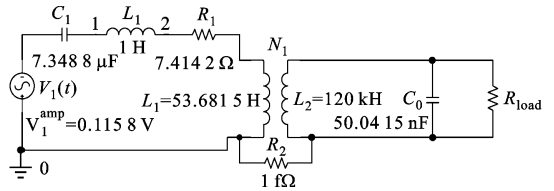


图 7 线性负载电路条件下的 PSPICE 仿真电路

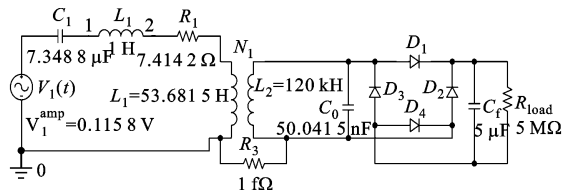


图 8 非线性负载电路条件下的 PSPICE 仿真电路

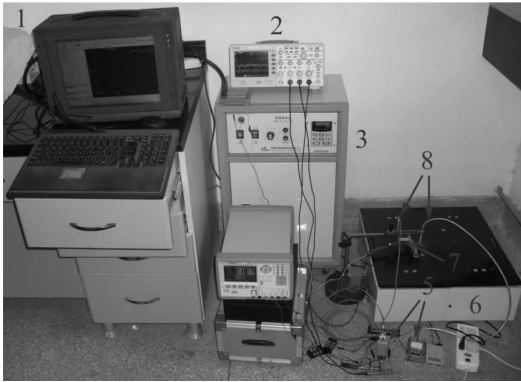
通过 PSPICE 软件中的时域扫描分析并结合全局参数扫描来实现对等效电路仿真模型的电路分析。在分析过程中,取时域扫描时间为 1 s ,并设等效电压源的频率为全局扫描参数。频率扫描范围取为 $50\sim70\text{ Hz}$,最大负载电阻取为 $5\text{ M}\Omega$,那么根据式 (14)可将等效变压器的次级电感设为 $L_2 = 120\text{ kH}$,再根据 $L_1 = L_2 N_1^2$,可得到等效变压器的初级电感为 53.68 H ,而且有

$$L_2 \geq \frac{10 \times (\text{最大负载电阻})}{2\pi \times (\text{最大扫描频率})} \quad (14)$$

在对图 7 和图 8 所示的等效电路仿真分析过程中,通过改变负载电阻的大小,就能得到压电振动能量收集器的输出电压和功率与激励频率之间的变化关系。

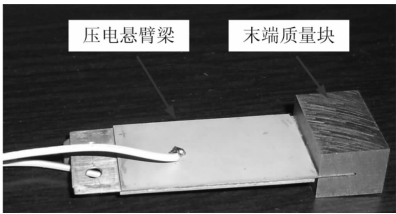
2.3 仿真与实验结果对比

根据图 1 和表 2,我们制作了悬臂梁式双压电层并联的振动能量收集器,图 9 显示了该压电悬臂梁实体以及测量其输出电压和功率时用到的实验设备和仪器。压电悬臂梁固定于电磁振动台 (SW-TFA) 上,并通过导线与线性纯电阻负载或 AC-DC 非线性负载电路相连,电磁振动台通过可编程控制柜 (SW-F-F/TF-2) 控制并产生所需的简谐激励。两个涡流传感器 (DM6008 和 ZA210800) 分别测量电磁振动台的激励位移和压电悬臂梁的末端位移。所有测量数据均通过数字示波器 (DS1204B) 和带有数据采集模块 (DAQ2213) 的工控机来获取和显示,并通过 MATLAB 软件对数据进一步分析处理。



1:内置数据采集模块(DAQ2213)的工业控制计算机;2:数字示波器(DS1204B);3:可编程控制柜(SW-F-2/TF-2);4:直流电源(DP1308A);5:涡流传感器驱动模块;6:电磁振动台(SW-TFA);7:压电悬臂梁;8:涡流传感器(DM6008 和 ZA210800)

(a)实验设备和仪器



(b)压电悬臂梁实体

图 9 压电悬臂梁实体及实验设备和仪器

图 10 和图 11 分别显示了线性负载电路条件下,压电振动能量收集器的电压和功率的幅值响应与激励频率之间的变化关系。从图中可以看出,等效电路仿真分析的结果与实验测量得到的结果基本上是一致的。图 10 中的电压幅值响应随着负载电阻的增加而增加,在每一个负载电阻下,电压幅值响应都随着频率的变化存在一个峰值,最小和最大的电压峰值分别出现在短路和开路共振频率点 58.7 Hz 和 60.6 Hz 处。

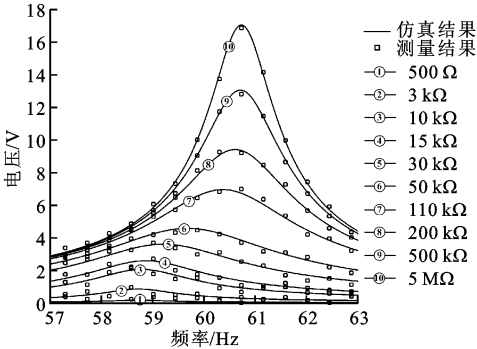


图 10 线性负载电路条件下的电压幅值响应

同理,在每一个负载电阻条件下功率幅值响应也随着激励频率的变化而出现一个峰值,见图 11。

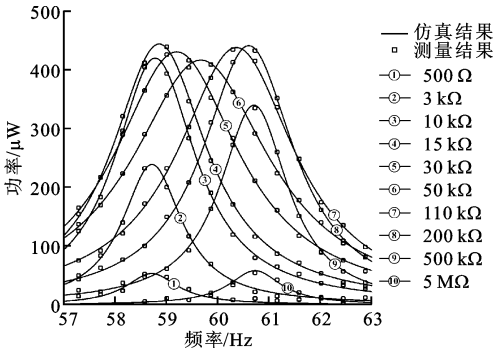


图 11 线性负载电路条件下的功率幅值响应

与电压响应不同的是,功率幅值响应不是随着负载电阻的增加而不断增加,而是分别在两个特殊点(负载为 15 kΩ、激振频率 58.9 Hz 和负载为 200 kΩ、激振频率为 60.5 Hz)处取得了两个极大值。

在 AC-DC 非线性负载电路条件下,压电振动能量收集器的电压和功率幅值响应分别如图 12 和图 13 所示。从图中可以看出,电压和功率幅值响应的实验测量结果充分证明了等效电路仿真结果的正确性。从图 12 可以看出,AC-DC 非线性负载电路条件下的电压幅值响应与线性负载电路下的电压幅值响应结果的变化趋势大体上是相同的,所不同的是,图 12 中的电压峰值普遍比图 10 中的小 2 V 左右,这是由于非线性负载电路中的整流二极管以及滤波电容的损耗所致。

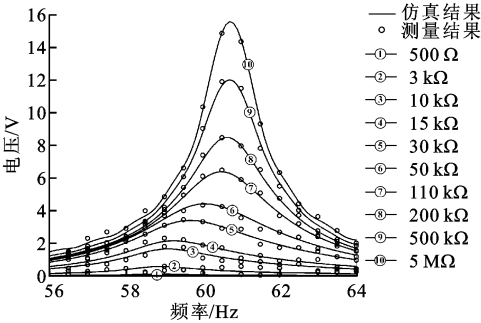


图 12 AC-DC 非线性负载电路条件下的电压幅值响应

图 13 与图 11 的功率幅值响应结果的区别较大。从图 13 中可以看出,在 AC-DC 非线性负载电路条件下,功率幅值响应的极大值不再出现在特殊频率点 58.9 Hz 和 60.5 Hz 处,而是集中于负载电阻为 50 kΩ、激振频率为 60.3 Hz 所对应的特殊点处。而且,图 13 中的功率峰值比图 11 中的更加集中,这充分说明了 AC-DC 非线性负载电路的能量利用效率要高于线性负载电路。

此外,在图 10~图 13 中,通过等效电路建模分析法得出的电压和功率响应结果与实验测量结果的

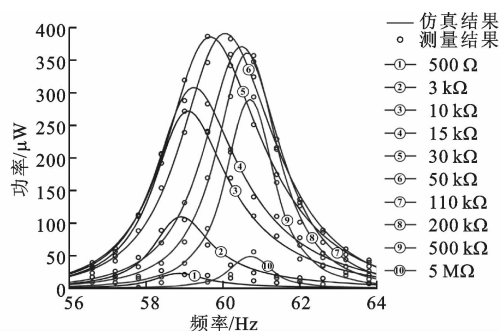


图13 AC-DC非线性负载电阻条件下的功率幅值响应

最大误差分别为4.79%、4.27%、3.78%和3.96%，这充分证明了本文提出的等效电路建模分析法在建立悬臂梁式压电振动能量收集器电能预测模型中的精确性。

3 结论

本文提出了一种基于有限元分析和电子电路分析的等效电路建模分析法,利用此方法创建并分析了线性和AC-DC非线性负载电路条件下双压电层并联悬臂梁式振动能量收集器的等效电路仿真模型。通过与实验测量结果的对比,充分证明了这种等效电路建模分析法在建立压电振动能量收集器电能预测模型时的优越性,从而为复杂非线性负载电路条件下压电振动能量收集器的建模分析提供了一种简便而有效的解决途径。

参考文献:

- [1] 温志渝, 温中泉, 贺学锋, 等. 振动式压电发电机及其在无线传感器网络中的应用[J]. 机械工程学报, 2008, 44(11): 75-79.
WEN Zhiyu, WEN Zhongquan, HE Xuefeng, et al. Vibration-based piezoelectric generator and its application in the wireless sensor node [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(11): 75-79.
- [2] ERTURK A, INMAN D J. A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2008, 130(4): 042001.
- [3] LIAO Yabin, SODANO H A. Model of a single mode energy harvester and properties for optimal power generation [J]. Smart Materials and Structures, 2008, 17(6): 065026.
- [4] SHU Y C, LIEN I C. Analysis of power output for piezoelectric energy harvesting systems [J]. Smart Materials and Structures, 2006, 15(6): 1499-1512.
- [5] 缪建, 朱若谷. 基于ANSYS的压电微悬臂双梁的有

限元分析[J]. 压电与声光, 2011, 33(4): 557-560, 565.

MIAO Jian, ZHU Ruogu. The finite element analysis of twin piezoelectric micro cantilever based on ANSYS [J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2011, 33(4): 557-560, 565.

- [6] 梁磊, 王少萍, 曹锋. 基于ANSYS的压电陶瓷PLZT特性仿真分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(7): 853-856.
LIANG Lei, WANG Shaoping, CAO Feng. Analysis of piezoelectric ceramics PLZT based on ANSYS [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(7): 853-856.
- [7] ELVIN N G, ELVIN A A. A coupled finite element-circuit simulation model for analyzing piezoelectric energy generators [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2009, 20(5): 587-595.
- [8] YANG Yaowen, TANG Lihua. Equivalent circuit modeling of piezoelectric energy harvesters [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2009, 20(18): 2223-2235.
- [9] WANG Hongjin, MENG Qingfeng. Analytical modeling and experimental verification of vibration-based piezoelectric bimorph beam with a tip-mass for power harvesting [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 36(1): 193-209.
- [10] TILMANS H A C. Equivalent circuit representation of electromechanical transducers: II Distributed-parameter systems [J]. Journal of Micromechanics and Microengineering, 1999, 7(4): 285-309.
- [11] IKEDA T. Fundamentals of piezoelectricity [M]. Oxford, UK: Oxford University Press, 1996: 139-142.

[本刊相关文献链接]

吴越, 杨志刚, 刘勇, 等. 压电振子对压电泵极限输出压力的影响. 2013, 47(4): 64-72. [doi:10.7652/xjtuxb201304013]
马天兵, 袁进浩, 季宏丽. 用于壁板结构多模态振动主动控制的改进最小控制合成(MCS)算法. 2012, 46(7): 87-92. [doi:10.7652/xjtuxb201207016]
崔岩, 张吕权, 夏劲松, 等. 压电微悬臂梁探针的制作工艺研究. 2011, 45(1): 79-82. [doi:10.7652/xjtuxb201101016]
冯武卫, 孟庆丰, 谢友柏. 利用压电换能器电信号检测引线键合质量. 2010, 44(9): 64-68. [doi:10.7652/xjtuxb201009013]
王红艳, 谢涛, 单小彪, 等. 压电悬臂梁俘能器多模态俘能效果研究. 2010, 44(6): 114-119. [doi:10.7652/xjtuxb201006022]

(编辑 杜秀杰 荆树蓉)