

DOI: 10.7652/xjtuxb201409021

磁性液体两相界面演变特性的数值研究

施东晓, 毕勤成, 周荣启

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了克服 VOF, Level Set 等方法在磁性液体两相流动研究中存在的不足, 采用界面追踪法 (VOSET, coupled Volume-of-Fluid and Level Set) 捕捉相界面, 将磁场力作为源项添加到流体运动的动量方程中, 建立了磁性液体流场与磁场耦合的数值方法。推导了麦克斯韦方程的二维理论解并用于验证数值解, 两者吻合良好, 验证了磁场求解的正确性; 同时通过模拟磁性液体液滴的平衡形状验证了本数值方法的准确性; 进而分别研究了均匀磁场作用下磁性液体液滴振荡及非磁性气泡在磁性液体中上升的问题。研究表明, 液滴或气泡均会沿磁场方向拉长, 增大磁场强度或磁化率将导致更显著的变形; 磁感线在相界面出现弯曲, 弯曲方向指向磁导率较大的介质。

关键词: 磁性液体; 两相流; 数值模拟; 界面追踪法

中图分类号: O359.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)09-0123-07

Numerical Investigation on the Evolution Characteristics of Two-Phase Interface in Ferrofluids

SHI Dongxiao, BI Qincheng, ZHOU Rongqi

(State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To overcome the disadvantages of VOF and Level Set methods in the research of ferrofluid two-phase flows, a numerical method coupling the flow field with magnetic field of ferrofluids was developed, where the evolution of interface was captured by the VOSET (coupled Volume-of-Fluid and Level Set) method, and the magnetic force was added into the momentum equation as a source term. To verify the accuracy of solving magnetic fields, a 2D analytical solution of Maxwell equations was derived and used to validate the numerical solution. The numerical results were in good agreement with the theoretical values. Then, the equilibrium shape of a ferrofluid droplet was simulated which verified the validity of our numerical method. Based on the proposed method, the droplet oscillation and rising bubble problems in the presence of magnetic fields were numerically investigated. The results showed that both the droplet and bubble were stretched in the direction of magnetic field, and the increase in either magnetic field strength or magnetic susceptibility would lead to a more significant deformation. Note that the magnetic field lines were distorted in the vicinity of interface with the bending direction pointing to the medium with a higher susceptibility.

Keywords: ferrofluids; two-phase flow; numerical simulation; interface tracking method

收稿日期: 2014-02-04。 作者简介: 施东晓(1987—),男,博士生;毕勤成(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11072189);国家“863 计划”资助项目(2008AA05Z417)。

网络出版时间: 2014-06-13 网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20140613.1457.005.html>

磁性液体(ferrofluids 或 magnetic fluids)是含有颗粒直径 10 nm 左右的单畴磁性颗粒稳定胶体悬浮液^[1]。与磁流变流体在外加强磁场中会发生固化不同,包覆在颗粒表面的活性剂分子使得磁性液体仍可以保持良好的流动性。凭借独特的磁性与流动性,磁性液体在真空密封、扬声器冷却、生物医学工程等领域已有了一定的实际应用^[2]。在这些应用中,往往涉及到了带有相界面的磁性液体两相流动。由于外部磁场施加在相界面上麦克斯韦应力的作用,磁性液体的自由表面流动与普通流体存在很大的差异。研究表明,磁性液体液滴或磁性液体中的非磁性气泡均会沿磁场方向拉长^[3-4],施加一个非均匀磁场可以控制磁性液体液滴的运动轨迹^[5-6],这使得远程非接触操控液滴成为可能。建立准确的数理模型有助于进一步揭示磁场和流场的耦合机制,拓展磁性液体的应用。

气泡或液滴的运动是两相流中的基本问题,目前已有学者针对磁性液体气泡/液滴的行为开展了相关的研究。Korlie 等采用 VOF 方法模拟了气泡在磁性液体中的上升过程^[7];Zhu 等运用 Level Set 方法研究了磁性液体液滴在超疏水表面上的非线性变形^[8];Liu 等采用 Particle Level Set 方法模拟了微流体流动聚焦结构中磁性液体液滴的生成过程^[9]。VOF 和 Level Set 方法因为可以处理带有复杂界面拓扑变化的两相流动问题而被广泛采用,但这两种方法均存在各自的缺点。VOF 计算界面曲率及法向不够准确,且求得的界面附近的物性分布是不连续的,将影响表面张力和磁力的计算精度;Level Set 则存在质量损失问题,难以模拟尖锐的界面。Particle Level Set 虽然能够在一定程度上解决质量损失问题,但该方法执行较为复杂,通用性不强。界面追踪法(VOSET)^[10]是近几年刚提出的一种耦合 VOF 和 Level Set 方法的新型界面捕捉技术,不仅继承了 VOF 方法的高质量守恒性,还结合了 Level Set 函数光滑性好的优点,可以提高界面曲率的计算精度并光顺界面附近突变的物理量。VOSET 只需求解流体体积函数的输运方程,而 Level Set 函数则是通过几何方法确定,极大地简化了计算过程。

本文首次将 VOSET 方法与磁场力模型相结合,建立了模拟均匀磁场中磁性液体不可压缩两相流动的二维数值模型。控制方程包括静磁场非导电流体的麦克斯韦方程,以及耦合表面张力和磁力的动量方程。为了验证麦克斯韦方程求解的准确性,

首先推导了适用于二维坐标系下的磁势拉普拉斯方程的理论解,并将数值解与其进行对比。同时通过模拟磁性液体液滴的平衡形状验证了本数值方法的正确性。随后根据本文建立的数值模型分别研究了均匀磁场作用下磁性液体液滴振荡及气泡在磁性液体中上升的问题。

1 数学模型与数值方法

1.1 控制方程

假设纳米磁性颗粒在基液中为均匀的单分散状态,且相互之间不发生作用,在对磁性液体宏观行为的研究中,可以将磁性液体当作性质单一的均匀流体进行处理^[7,9]。磁场对磁性液体界面变形的影响来源于作用在相界面上的麦克斯韦应力,该应力可以简化为界面上的法向应力。考虑不可压缩两相流体的流动,表面张力和磁力存在于相界面,连续方程及动量方程可描述为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot [\eta(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)] + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_\sigma + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_m \quad (2)$$

式中: $\mathbf{u}$ 、 ρ 、 η 和 p 分别为流体的速度、密度、黏度和压力; $\mathbf{F}_\sigma$ 为表面张力。方程(2)右边的最后一项为磁力项,采用与表面张力相同的处理方式,将磁力以源项的形式添加到动量方程中。麦克斯韦应力张量 $\boldsymbol{\tau}_m$ 有如下形式

$$\boldsymbol{\tau}_m = \left(\mu \mathbf{H} \mathbf{H} - \frac{1}{2} \mu H^2 \mathbf{I} \right) \quad (3)$$

式中: μ 为磁导率; $\mathbf{H}$ 为外加磁场; $\mathbf{I}$ 为单位张量。

1.2 界面追踪法

VOSET 采用 VOF 方法捕捉相界面,保持了两相间的质量守恒;构造界面附近的 Level Set 符号距离函数 ϕ 用来计算界面曲率、法向和光滑不连续的物性,克服了 VOF 方法计算曲率不精确和光滑物性差的缺点。

在 VOF 方法中,采用流体体积函数 C 表示计算单元中流体占据单元空间的体积分数,定义 $C=0$ 表示网格内全为连续相, $C=1$ 表示网格内全为离散相, $0 < C < 1$ 表示网格内存在相界面。流体体积函数的输运方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = 0 \quad (4)$$

方程(4)的求解和相界面的重构采用了 Youngs 的 PLIC 算法^[11]。

根据求得的流体体积函数,通过迭代几何计算

方法求出界面两侧各3倍网格宽度区域内的 Level Set 函数,步骤如下:①在整个计算区域内为 Level Set 函数赋初值;②标识相界面附近的计算单元;③计算标识区域内单元 (i, j) 到界面的最短距离 d ,根据下式确定符号距离函数的值

$$\phi_{i,j} = \begin{cases} -d & \text{if } C_{i,j} > 0.5 \\ 0 & \text{if } C_{i,j} = 0.5 \\ d & \text{if } C_{i,j} < 0.5 \end{cases} \quad (5)$$

④用求得的 Level Set 函数 ϕ 重新求界面法向 $\mathbf{n} = \nabla \phi / |\nabla \phi|$,根据新的法向再次构造界面,重复步骤③、④,详细的计算过程参考文献[10]。

采用 Level Set 函数来光滑密度、黏度和磁导率

$$\rho(\phi) = \rho_d + (\rho_c - \rho_d)H_\epsilon(\phi) \quad (6)$$

$$\eta(\phi) = \eta_d + (\eta_c - \eta_d)H_\epsilon(\phi) \quad (7)$$

$$\mu(\phi) = \mu_d + (\mu_c - \mu_d)H_\epsilon(\phi) \quad (8)$$

式中:下标 d 和 c 分别表示离散相和连续相; $H_\epsilon(\phi)$ 为光滑 Heaviside 函数^[12],其表达式为

$$H_\epsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & \text{if } \phi < -\epsilon \\ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\phi}{\epsilon} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi\phi}{\epsilon}\right) \right] & \text{if } |\phi| \leq \epsilon \\ 1 & \text{if } \phi > \epsilon \end{cases} \quad (9)$$

本文取系数 $\epsilon = 1.5\Delta$,其中 Δ 为网格宽度。

表面张力由连续表面力(CSF)模型给出,写成 Level Set 函数形式^[12]有

$$\mathbf{F}_\sigma = -\sigma \kappa(\phi) \nabla H_\epsilon(\phi) \quad (10)$$

式中: σ 为表面张力系数; κ 为界面曲率,由下式得出

$$\kappa(\phi) = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (11)$$

1.3 磁场力模型

一般认为磁性液体为非导电流体,且流体中不存在位移电流,描述磁场的麦克斯韦(Maxwell)方程组则可简化为

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0; \quad \nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (12)$$

施加外磁场时,磁性液体内部的磁性颗粒磁矩沿外磁场方向排列,使得磁性液体对外显磁性,定义单位体积内颗粒磁矩的矢量和为磁化强度 $\mathbf{M}$ 。磁感应强度 $\mathbf{B}$ 、磁场强度 $\mathbf{H}$ 以及磁化强度 $\mathbf{M}$ 之间满足本构关系

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (13)$$

式中: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ 为真空磁导率。弱磁场时,通常将磁性液体当作线性磁性材料,具有磁导率 $\mu \neq \mu_0$ 及磁化率 $\chi = \mu/\mu_0 - 1$,根据平衡磁化强度理论有 $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$,代入式(13)得

$$\mathbf{B} = \mu_0(1 + \chi)\mathbf{H} = \mu\mathbf{H} \quad (14)$$

引入标量磁势 ϕ ,定义 $\mathbf{H} = -\nabla \phi$,将方程(12)的求解转化为求解关于磁势的拉普拉斯方程

$$\nabla \cdot (\mu \nabla \phi) = 0 \quad (15)$$

在外加磁场作用下,流体中产生的磁界面力可以由麦克斯韦应力张量给出 $\mathbf{F}_m = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_m$,采用与表面张力相同的处理方式,将表面力转化为体积力,那么单位体积磁力的表达式为^[1]

$$\mathbf{F}_m = -\nabla \left[\mu_0 \int_0^H \left(\frac{\partial M_b}{\partial v} \right)_{H,T} dH \right] + \mu_0 M \nabla H \quad (16)$$

磁化强度 $M(\mu, H, T)$ 为外磁场和温度的函数,将式(16)展开得

$$\mathbf{F}_m = -\nabla \left[\mu_0 \int_0^H M dH + \mu_0 \int_0^H v \left(\frac{\partial M}{\partial v} \right)_{H,T} dH \right] + \mu_0 M \nabla H \quad (17)$$

式(17)右边第一项表示流体-磁压力项,即

$$\begin{aligned} -\nabla p_m &= -\mu_0 \nabla \int_0^H M dH = \\ &= -\mu_0 \int_0^H \frac{\partial M}{\partial T} \nabla T dH - \mu_0 \int_0^H \frac{\partial M}{\partial \mu} \nabla \mu dH - \mu_0 M \nabla H \end{aligned} \quad (18)$$

根据之前的假设:磁性液体为线性磁性材料及系统绝热,有 $M = \chi H = (\mu - \mu_0)H/\mu_0$ 和 $\partial M/\partial T = 0$,式(18)则化简为

$$-\nabla p_m = -\frac{H^2}{2} \nabla \mu - \mu_0 M \nabla H \quad (19)$$

此外,式(17)右边第二项为磁致伸缩压力项,即

$$-\nabla p_s = -\mu_0 \nabla \int_0^H v \left(\frac{\partial M}{\partial v} \right)_{H,T} dH \quad (20)$$

将 $M = (\mu - \mu_0)H/\mu_0$ 及比容 $v = 1/\rho$ 代入上式,得 $\nabla p_s = 0$ 。

基于以上分析,磁力公式(16)最终简化为

$$\mathbf{F}_m = -\frac{1}{2} H^2 \nabla \mu = -\frac{1}{2} H^2 (\mu_c - \mu_d) \nabla H_\epsilon(\phi) \quad (21)$$

1.4 数值方法

在二维均匀直角网格上采用有限容积法离散控制方程,磁势方程(15)的离散采用二阶精度的中心差分法,方程(1)和(2)的求解在交错网格上执行,压力与速度的耦合采用 SIMPLER 算法。一个时间步长内的计算过程如下:①由 t 时刻的流体体积函数 C^n 根据 VOSET 方法求出 Level Set 函数 ϕ^n ;②求解方程(15)获得磁场分布 $\mathbf{H}^n$;③由求得的 ϕ^n 和 $\mathbf{H}^n$ 计算表面张力和磁力,代入方程(2),求出 $t+1$ 时刻

的速度场 $\mathbf{u}^{n+1}$; ④根据新的速度场 $\mathbf{u}^{n+1}$, 采用 Youngs 的 PLIC 界面重构技术构造下一时刻的界面 C^{n+1} 。

2 结果与分析

2.1 Maxwell 方程求解与验证

导磁圆球在均匀磁场中的磁势方程存在理论解^[1], 可用于验证 Maxwell 方程的数值解。球坐标系下磁势理论解表征的是三维磁场分布, 针对二维情况, 圆球模型不再适用, 应采用无限长圆柱体模型, 如图 1 所示, 计算区域为 $L_x \times L_y$, 中心圆柱体半径为 R , 内部磁导率为 μ_1 , 外部磁导率为 μ_2 , 施加竖直向上的均匀磁场 H_0 。

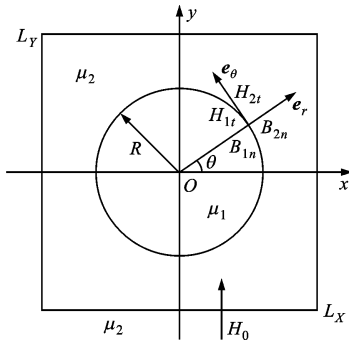


图 1 计算模型示意图

圆柱坐标系下磁势拉普拉斯方程的表达式为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (22)$$

式中: r 为空间中任意一点到圆心的距离。方程(22)的解为

$$\psi = \begin{cases} Ar \sin \theta, & r \leq R \\ (Er + D/r) \sin \theta, & r > R \end{cases} \quad (23)$$

根据磁势定义可求得磁场分布

$$\mathbf{H} = -\nabla \psi = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \mathbf{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta = \begin{cases} -A(\mathbf{e}_r \sin \theta + \mathbf{e}_\theta \cos \theta), & r \leq R \\ -(E - D/r^2) \sin \theta \mathbf{e}_r - (E + D/r^2) \cos \theta \mathbf{e}_\theta, & r > R \end{cases} \quad (24)$$

Maxwell 方程的边界条件^[1]为

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) &= 0 \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

式中: $\mathbf{n}$ 为界面法向; $\mathbf{B}_1$ 、 $\mathbf{B}_2$ 、 $\mathbf{H}_1$ 和 $\mathbf{H}_2$ 分别表示界面两侧的磁感应强度和磁场强度矢量。由式(25)可知 $\mathbf{B}$ 场在界面法向连续, 即 $B_{1n} = B_{2n}$; $\mathbf{H}$ 场在界面切向连续, 即 $H_{1t} = H_{2t}$ 。当 $r \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{j}$ ($\mathbf{j} = \mathbf{e}_r \sin \theta + \mathbf{e}_\theta \cos \theta$), 因此 $E = -H_0$ 。根据界面边界条件, 求得系数 A 和 D

$$A = -\frac{2\mu_2 H_0}{\mu_1 + \mu_2}; \quad D = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} R^2 H_0 \quad (26)$$

采用有限容积法离散磁势方程, 对于二维直角坐标, 磁势方程(15)可写成

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = 0 \quad (27)$$

$$\text{上、下边界} \quad \mu_2 H_0 = \mu_2 \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$$

$$\text{左、右边界} \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = H_0$$

选取计算参数: $L_x = 0.02 \text{ m}$, $L_y = 0.02 \text{ m}$, $R = 0.002 \text{ m}$, $\mu_2 = \mu_0$, $\mu_1 = 2\mu_0$, $H_0 = 1 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$, 网格 200×200 。图 2 对比了 y 轴上的磁场值, 理论解求得圆内磁场值为 $0.667 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$, 数值解为 $0.662 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$, 两者基本吻合, 表明 Maxwell 方程求解是正确的。

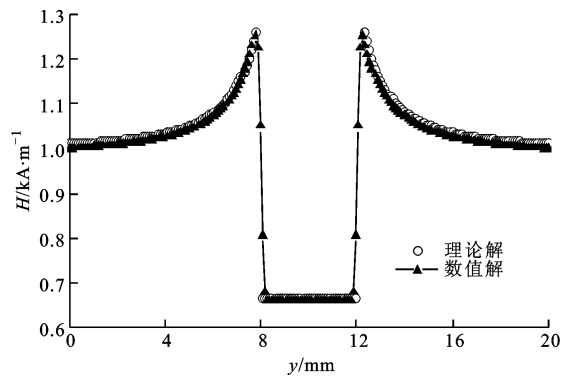


图 2 沿 y 轴 ($x=0.01 \text{ m}$) 的磁场强度

图 3 给出了圆柱周围磁场及磁感线的分布, 圆柱内部磁场分布均匀, 磁感线与外磁场同向; 圆柱内外磁导率的突变导致磁感线在界面附近发生扭曲, 而在远离圆柱的区域又恢复为均匀。

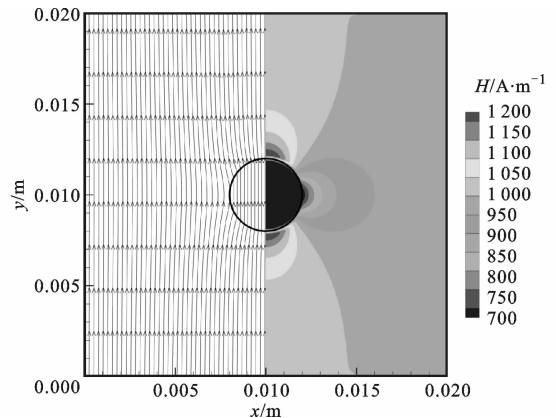


图 3 磁场及磁感线分布

2.2 磁性液体液滴的平衡形状

为验证本文建立的模型及方法, 首先计算了初

始静止的磁性液体液滴在均匀磁场中的平衡形状问题,并将计算结果与 Flament 等人的实验结果^[13]进行对比。半径 $R=0.001\text{ m}$ 的液滴位于 $8R\times 8R$ 的区域中心,磁化率为 2.2,表面张力为 $3.07\text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$,不计重力,壁面采用无滑移速度边界条件,计算网格取 128×128 。图 4 给出了不同大小磁场作用下液滴的平衡形状及高宽比与实验结果的对比。定义液滴在平行和垂直于磁场方向上的直径的比值 E 来表征液滴的变形程度^[14]。图 4 中工况 1~4 所对应的磁场大小分别为 1.2、2.4、2.9 及 $3.7\text{ kA}\cdot\text{m}^{-1}$ 。可以看出,计算结果与实验结果吻合较好,证明本文的数值算法可有效地计算磁性液体的两相流动问题。

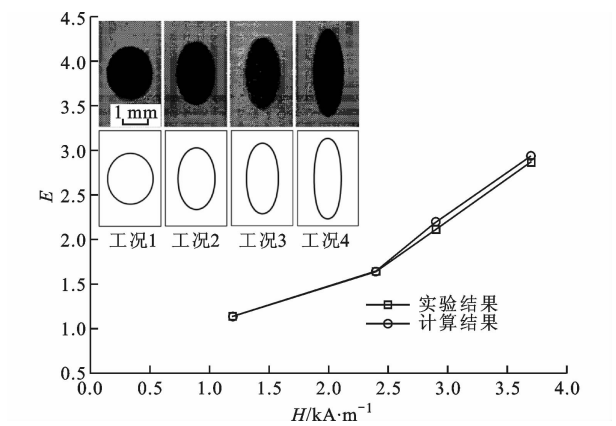


图 4 计算结果与实验结果^[13]的对比

2.3 磁性液体液滴振荡

下面模拟磁性液体液滴在均匀磁场中的振荡过程。计算区域为 $0.08\text{ m}\times 0.08\text{ m}$,半径为 0.01 m 的圆形液滴位于区域中心,液滴及周围空气的物性参数为 $\rho_d = 10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $\rho_c = 1\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $\eta_d = 10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\eta_c = 10^{-5}\text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\mu_d = 10\mu_0$, $\mu_c = \mu_0$, $\sigma = 0.1\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ 。外加竖直向上的均匀磁场 $H_0 = 2\text{ kA}\cdot\text{m}^{-1}$,不考虑重力,四周设为无滑移固壁,计算网格取 112×112 。

施加磁场后,麦克斯韦应力在液滴沿磁场方向的两极取最大^[7],为保持法向应力平衡,液滴沿磁场方向拉伸成扁长形状,而表面张力阻碍了液滴的进一步拉伸,因此在磁力和表面张力的共同作用下液滴沿竖直方向振荡变形,如图 5a~5f 所示。图 5g~5i 为对应于图 5a~5c 时刻的磁感线分布,可以看出磁感线随液滴形状的变化而改变,且磁感线朝着液滴方向弯曲,这是由于液滴磁导率大于空气磁导率。

2.4 磁性液体中气泡上升

考虑 $8R\times 16R$ 的计算区域,半径 $R=0.004\text{ m}$

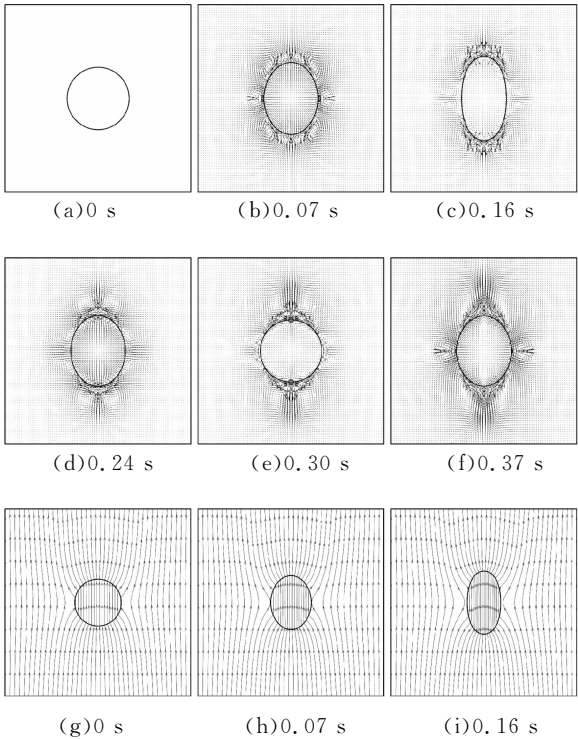


图 5 无重力磁性液体液滴在磁场中的振荡

的气泡初始位于 $(4R, 4R)$,均匀磁场竖直向上,网格取 112×224 。采用 Eo 数和 Mo 数描述气泡的运动特性

$$\left. \begin{aligned} Eo &= \frac{(\rho_c - \rho_d)gL^2}{\sigma} \\ Mo &= \frac{(\rho_c - \rho_d)g\eta_c^4}{\rho_c^2\sigma^3} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

设特征长度 $L = 2R$,采用 Bo_m 数 ($Bo_m = \mu_0 LH^2/\sigma$)^[9] 表征磁力与表面张力的相对大小。图 6 对比了无磁场及磁场作用下 $Eo=6.4$ 、 $Mo=0.1$ 的气泡在磁性液体中的上升过程,气液磁导率分别为 $\mu_d = \mu_0$ 和 $\mu_c = 3\mu_0$,即 $\chi=2$ 。无磁场时气泡为扁平

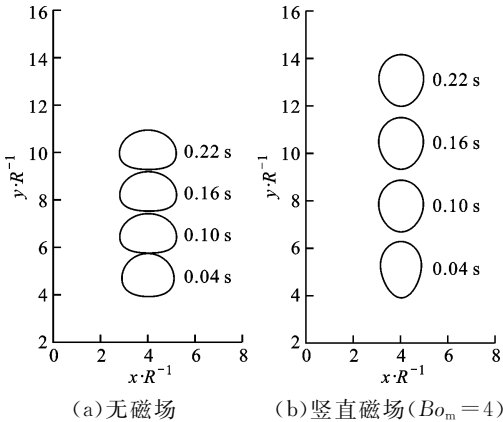


图 6 气泡在磁性液体中上升 ($Eo=6.4$, $Mo=0.1$, $\chi=2$)

的椭圆形,加磁场后在磁力的作用下气泡沿磁场方向拉长成扁长的椭圆形,由于气泡在运动方向上投影面积的减小,使得磁场中的气泡有更快的运动速度。无磁场时气泡的最终速度为 0.118 m/s ,加磁场后为 0.177 m/s 。

图7为 0.16 s 时不同磁场中的气泡形状及磁感线分布, $Bo_m = 2$ 时磁场较弱,气泡仍为扁平的椭圆形;随着磁场强度的增大,气泡逐渐沿磁场方向变形,且磁场越强变形越明显。磁感线在气泡附近发生扭曲,并背离气泡方向弯曲,与磁性液体液滴的情况相反。

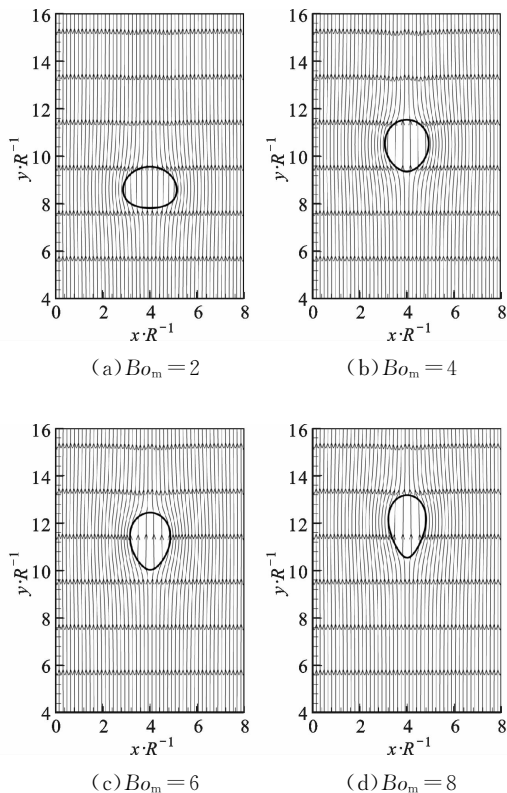


图7 磁场强度的影响

($E_o = 6.4, Mo = 0.1, \chi = 2, t = 0.16 \text{ s}$)

另外,由磁力公式(21)可知,磁力的大小与磁化率成正比,因此气泡的运动行为还受磁化率的影响。图8展示了相同磁场作用下不同磁化率时的气泡形状($Bo_m = 4, t = 0.16 \text{ s}$),可以看出气泡的变形程度随着磁化率的增加而增大。

图9给出了气泡的高宽比、最终速度与 Bo_m 及磁化率的关系。由于增大磁场强度(Bo_m)或磁化率均会增大磁力,从而促进了气泡沿磁场方向上的变形。气泡的高宽比越大,受到的阻力越小,上升得越快,因此气泡的形状影响着气泡的上升速度。

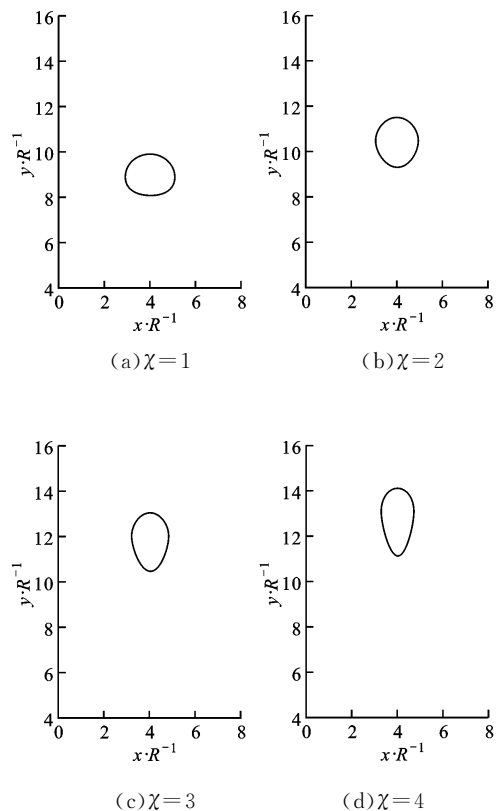
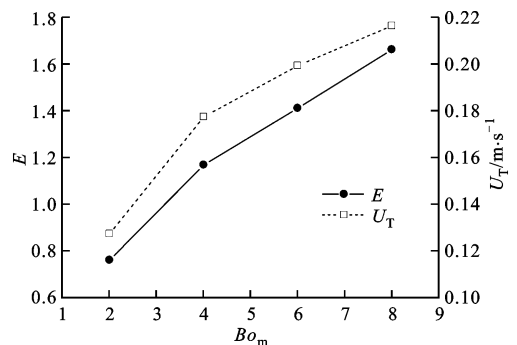
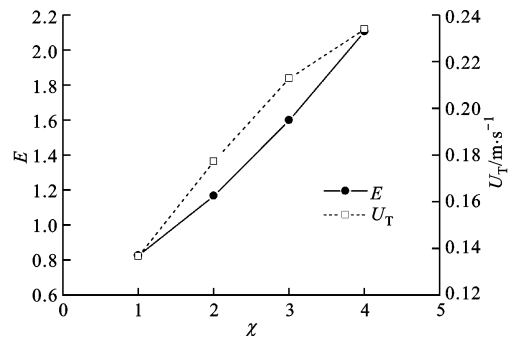


图8 磁化率的影响

($E_o = 6.4, Mo = 0.1, Bo_m = 4, t = 0.16 \text{ s}$)



(a) 气泡的高宽比及速度与 Bo_m 的关系



(b) 气泡的高宽比及速度与 χ 的关系

图9 气泡的高宽比、速度与 Bo_m 及磁化率 χ 的关系

3 结 论

本文对磁场力模型进行了详细推导,采用与表面张力相同的处理方法,给出了磁力的最终表达式,并作为源项添加到动量方程中,结合 VOSET 方法,建立了模拟磁性液体不可压缩两相流动的二维数值模型。推导了 Maxwell 方程的二维理论解,并分别计算了均匀磁场中磁性液体液滴振荡与气泡在磁性液体中上升的问题,得出以下结论。

(1)Maxwell 方程的数值解与推导的理论解吻合较好,表明本数值方法求解 Maxwell 方程的正确性。

(2)麦克斯韦应力在磁性液体液滴沿磁场方向的两极取最大,为保持法向应力平衡,液滴被拉长为扁长的形状,而表面张力阻碍了液滴的进一步拉伸,液滴最终在磁力和表面张力的作用下振荡变形。

(3)磁性液体中的非磁性气泡在磁场作用下克服表面张力沿磁场方向拉伸变形,增大磁场强度或磁导率均会增大气泡的高宽比,减小了气泡在运动方向上的阻力,提高了上升速度。

(4)磁感线随着液滴或气泡形状的变化而变化,并在界面附近(磁导率突变的位置)发生扭曲,弯曲方向指向磁导率较大的介质。

(5)本文建立的磁性液体流场与磁场耦合的数值方法,可以为带有相界面的磁性液体流动研究提供理论基础。

参考文献:

- [1] ROSENSWEIG R E. Ferrohydrodynamics [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985.
- [2] RINALDI C, CHAVES A, ELBORAI S, et al. Magnetic fluid rheology and flows [J]. Current Opinion in Colloid & Interface Science, 2005, 10(3/4): 141-157.
- [3] ARKHIPENKO V I, BARKOV Y D, BASHTOVOI V G. Shape of a drop of magnetized fluid in a homogeneous magnetic field [J]. Magnitnaia Gidrodinamika, 1979, 14: 131-134.
- [4] ISHIMOTO J, OKUBO M, KAMIYAMA S, et al. Bubble behavior in magnetic fluid under a nonuniform magnetic field [J]. JSME International Journal: Series B Fluids and Thermal Engineering, 1995, 38(3):

382-387.

- [5] NGUYEN N T, NG K M, HUANG X. Manipulation of ferrofluid droplets using planar coils [J]. Applied Physics Letters, 2006, 89(5): 052509.
- [6] PROBST R, LIN J, KOMAEE A, et al. Planar steering of a single ferrofluid drop by optimal minimum power dynamic feedback control of four electromagnets at a distance [J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2010, 323(7): 885-896.
- [7] KORLIE M S, MUKHERJEE A, NITA B G, et al. Modeling bubbles and droplets in magnetic fluids [J]. Journal of Physics: Condensed Matter, 2008, 20: 204143.
- [8] ZHU G-P, NGUYEN N T, RAMANUJAN R V, et al. Nonlinear deformation of a ferrofluid droplet in a uniform magnetic field [J]. Langmuir, 2011, 27(24): 14834-14841.
- [9] LIU J, YAP Y F, NGUYEN N T. Numerical study of the formation process of ferrofluid droplets [J]. Physics of Fluids, 2011, 23: 072008.
- [10] SUN D L, TAO W Q. A coupled volume-of-fluid and level set (VOSET) method for computing incompressible two-phase flows [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2010, 53(4): 645-655.
- [11] YOUNGS D L. Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion [M]//MORTON K W, BIANES M J. Numerical Methods for Fluid Dynamics. New York, USA: Academic Press, 1982: 273-285.
- [12] SUSSMAN M, FATEMI E, SMEREKA P, et al. An improved level set method for incompressible two-phase flows [J]. Computers & Fluids, 1998, 27(5/6): 663-680.
- [13] FLAMENT C, LACIS S, BACRI J C, et al. Measurements of ferrofluid surface tension in confined geometry [J]. Physical Review: E, 1996, 53: 4801.
- [14] 刘艳艳, 李彦鹏, 朱婷婷. 表面活性剂对中尺度气泡形状及速度的调控研究 [J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(10): 93-97.

LIU Yanyan, LI Yanpeng, ZHU Tingting. Study on modulating shape and velocity of meso-scale bubble using surfactants [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(10): 93-97.

(编辑 荆树蓉)