

DOI: 10.7652/xjtuxb201511014

反向烟花算法及其应用研究

李浩^{1,2}, 柏鹏¹, 张辉², 金宏斌², 薛俊杰¹

(1. 空军工程大学装备发展与应用研究中心, 710051, 西安;

2. 中国人民解放军空军预警学院预警情报系, 430019, 武汉)

摘要: 针对烟花算法性能提升瓶颈和收敛速度较慢的问题,通过引入反向学习策略,提出了一种自适应反向学习算子,并进行了相关收敛性理论证明。通过反向学习算子与烟花算法相结合,构建了反向烟花算法组,并通过典型测试函数进行仿真实验。结果表明:在相同实验设置下,反向烟花算法可在原算法寻优性能上至少提升 10^{-2} 精度,并加快了收敛速度。针对混沌同步与控制系统中常见的参数辨识问题,以混沌同步控制中 Lorenz 混沌系统参数辨识问题为应用背景,通过实验仿真,验证了反向烟花算法可用于混沌控制系统参数估计,与现有方法相比较,估计误差低至 10^{-11} ,具有较高的估计精度,是一种新的有效的混沌控制系统参数估计方法,拓展了算法工程应用的范围。

关键词: 反向学习;烟花算法;混沌控制;参数辨识

中图分类号: TP18;TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2015)11-0082-07

Backward Fireworks Algorithm and Application Research

LI Hao^{1,2}, BAI Peng¹, ZHANG Hui², JIN Hongbin², XUE Junjie¹

(1. Equipment Development and Application Research Center, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Department of Intelligence, Air Force Early-Warning Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: Aiming at the performance bottlenecks and slow convergence of fireworks algorithm (FWA), an adaptive backward learning operator (ABLO) is proposed through the introduction of backward learning strategy, and its convergence performance is proved theoretically. By combining FWA with ABLO, a set of hybrid FWA is proposed and verified by typical test functions. The results show that under the same experimental setup, the backward fireworks algorithm can improve the computation accuracy by at least 10^{-2} in the optimization performance of original algorithm and the convergence rate is enhanced. Finally the algorithm is applied to identify the parameters of Lorenz chaotic system. Through simulation experiments, it is verified that this algorithm can be used for parameter identification of chaotic control systems. Compared with other swarm intelligence algorithms, its identification error is as low as 10^{-11} . It is a novel and effective parameter identification method for chaotic control systems.

Keywords: backward learning; fireworks algorithm; chaotic control; parameter identification

群体智能算法原理简单,具有潜在的并行和分布式特点,通过协作完成复杂问题的求解,在机器人控制、无人交通驾驶、社会行为预测、通信网络加强和电力系统调度等工程领域得到了广泛运用。受夜

空中烟花爆炸现象的启发,Tan 等在 2010 年提出了一种新的群体智能算法——烟花算法(FWA)^[1]。烟花算法具有局部搜索能力和全局搜索能力自调节机制,自提出后受到广泛关注,几种改进算法相继被

提出。其中,Zheng 等对烟花算法的爆炸算子、变异算子、选择策略和映射规则等进行了细致的分析,针对存在缺陷提出了增强型烟花算法(EFWA)^[2];Zheng 等根据火花适应度值动态变化来动态计算烟花爆炸半径,并提出了动态搜索烟花算法(dynFWA)^[3];Li 等根据最优个体和特定个体之间距离来确定烟花爆炸半径,提出了自适应烟花算法(AFWA)^[4]。然而,烟花算法尚处于发展期,须进一步研究以提升算法的性能。

本文提出了一种自适应反向学习算子,首先进行收敛性理论证明,然后通过反向算子与烟花算法相结合,构建了反向烟花算法组,并通过实验仿真验证了反向烟花算法性能的提升。最后,结合工程应用中混沌同步与控制系统中常见的参数辨识问题,以典型的 Lorenz 混沌控制系统为例,对其参数辨识问题进行了求解,并通过与多种经典算法的实验仿真比较,验证了反向烟花算法的有效性、估计精度和鲁棒性,拓展了算法的应用范围。

1 烟花算法

1.1 算法模型

烟花算法来自于对烟花爆炸过程的模拟,算法的执行流程如图 1 所示^[5]。

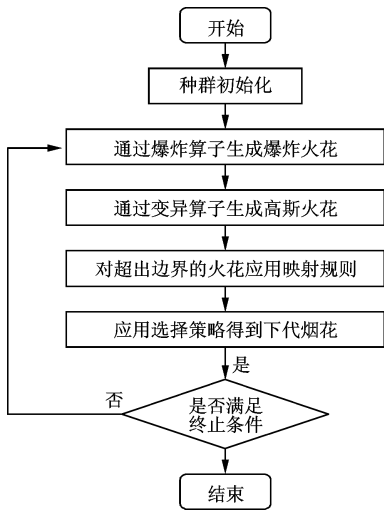


图 1 烟花算法流程图

1.2 爆炸算子

在烟花算法中,第 $i(i=1,2,\dots,N)$ 个烟花 X_i 产生的爆炸火花个数 S_i 的计算公式为

$$S_i = m \frac{Y_{\text{worst}} - f(X_i) + \xi}{\sum_{i=1}^N (Y_{\text{worst}} - f(X_i)) + \xi} \quad (1)$$

式中: m 为常数; Y_{worst} 为当前种群中最差适应度值; $f(X_i)$ 为个体 X_i 的适应度值; ξ 为计算机所能表示的一个极小正常数。同时,为防止生成的 S_i 过多或过少,对 S_i 进行如下修正

$$S_i = \begin{cases} \text{rou}(am), & S_i < am \\ \text{rou}(bm), & S_i > bm, a < b < 1 \\ \text{rou}(S_i), & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\text{rou}(\cdot)$ 为取整函数; a, b 为给定常数。 X_i 爆炸半径的计算公式为

$$A_i = \hat{A} \frac{f(X_i) - Y_{\text{best}} + \xi}{\sum_{i=1}^N (f(X_i) - Y_{\text{best}}) + \xi} \quad (3)$$

式中: $\hat{A}$ 表示预先设定的最大爆炸半径。假设待优化的目标函数是 D 维函数,随机选取 D 维中的 z 维坐标进行更新,则 X_i 生成的第 $j(j=1,2,\dots,S_i)$ 个火花的第 $k(k=1,2,\dots,z)$ 维坐标公式为

$$X_i^k = X_i^k + A_i \text{ran}(-1,1) \quad (4)$$

式中: $\text{ran}(\cdot)$ 为随机函数。

1.3 变异算子

变异算子用来产生高斯火花,目的是为了增加种群多样性。按照预设参数产生 M 个高斯火花,第 $j(j=1,2,\dots,M)$ 个火花的第 $k(k=1,2,\dots,z)$ 维坐标公式为

$$X_j^k = X_j^k \text{Gau}(1,1) \quad (5)$$

式中: $\text{Gau}(\cdot)$ 为高斯函数。

1.4 映射规则

映射规则用来修正在坐标更新中超出取值范围的坐标,公式为

$$X_i^k = X_{\min}^k + |X_i^k| \bmod (X_{\max}^k - X_{\min}^k) \quad (6)$$

式中: $X_{\max}^k, X_{\min}^k$ 为第 i 个火花第 k 维取值范围边界的上、下界。

1.5 选择策略

在烟花算法中,采用精英保留策略,适应度最好的火花自动保留到下一代,剩下的个体选择采用轮盘赌的方式,被选择的概率为

$$p(x_i) = \frac{R(X_i)}{\sum_{j=1}^K R(X_j)} \quad (7)$$

$$R(X_i) = \sum_{j=1}^K d(X_i, X_j) = \sum_{j=1}^K \|X_i, X_j\| \quad (8)$$

式中: $R(X_i)$ 为个体 X_i 与其他个体距离之和; $d(X_i, X_j)$ 为个体 X_i 和 X_j 之间的欧式距离; K 为爆炸和变异算子产生的火花总数。

2 反向烟花算法

2.1 反向学习概念

反向学习(OBL)最初由 Tizhoosh 于 2005 年提出,是增强各种优化算法寻优能力的有效方法^[6]。OBL 的主要思想是:同时计算候选解及其反向解,将会增加发现更接近于全局最优解的有效解的概率,最终加速优化算法的收敛。

定义 1 反向数(opposite number):令实数 $x \in [a, b]$, 则 x 的反向数为

$$\tilde{x} = a + b - x \quad (9)$$

类似地,将定义 1 推广至更高维的 D 维空间,就可得到定义 2。

定义 2 反向点(opposite point):令 $X = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ 为 D 维空间中一点,则 X 的反向点 $\tilde{X} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_D)$ 为

$$\tilde{x}_i = a_i + b_i - x_i, \quad i \in [1, 2, \dots, D] \quad (10)$$

在 OBL 基础上,文献[7]提出寻优效率更优的准反向数(quasi-opposite number)为

$$\tilde{x}^q = \text{rand}(m, \tilde{x}) \quad (11)$$

文献[8]提出的准反射反向数(quasi-reflection opposite number)为

$$\tilde{x}^r = \text{rand}(x, m) \quad (12)$$

2.2 自适应反向学习

由 2.1 节定义,一维空间反向数如图 2 所示。

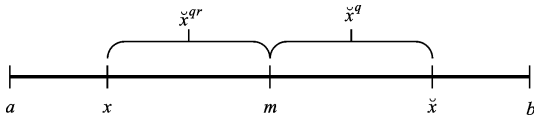


图 2 一维空间反向数示意图

当最优解靠近实数 x 时,优化算法在区间 $[x, m]$ 之间搜索效率较好,当最优解靠近 $\tilde{x}$,优化算法在区间 $[m, \tilde{x}]$ 之间搜索效率较好。因此,本文提出一种自适应反向学习算子(AOBL),它利用最优解的先验信息来自动确定反向搜索区间,从而提高了搜索效率。

定义 3 自适应反向数(adaptive opposite number):令实数 $x \in [a, b]$, $\tilde{x}$ 是其反向数, x^{best} 是其最优解, $m = (a + b)/2$, $d(x_1 - x_2) = |x_1 - x_2|$ 为距离计算函数,则自适应反向数为

$$\tilde{x}^a = \begin{cases} \text{rand}(x, m), & d(x, x^{\text{best}}) \leq d(\tilde{x}, x^{\text{best}}) \\ \text{rand}(m, \tilde{x}), & d(x, x^{\text{best}}) > d(\tilde{x}, x^{\text{best}}) \end{cases}$$

定义 4 自适应反向点(adaptive opposite point):令 $X = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ 为 D 维空间中一点,则 $\tilde{X}^a =$

$(\tilde{x}_1^a, \tilde{x}_2^a, \dots, \tilde{x}_D^a)$ 是其 D 维自适应反向点。其中, $\tilde{x}_i^a$ 按定义 3 计算, $i \in [1, 2, \dots, D]$ 。

在参考文献[7-8]中, QOBL 和 QROBL 相对于 OBL 的收敛性已经得到证明。因此,只需要证明 AOBL 收敛性优于 QOBL、QROBL 即可。

定理 1 设 $x \in [a, b]$ 是一维空间任意实数, x^{best} 为一维空间最优位置, $\tilde{x}$, $\tilde{x}^q$, $\tilde{x}^r$ 和 $\tilde{x}^a$ 分别为 x 对应的反向数、准反向数、准反射反向数和自适应反向数, $d(x_1 - x_2) = |x_1 - x_2|$ 为距离计算函数, $P_r(\cdot)$ 为概率计算函数,则有

$$P_r[d(\tilde{x}^a, x^{\text{best}}) < d(\tilde{x}^q, x^{\text{best}})] > \frac{1}{2} \quad (13)$$

$$P_r[d(\tilde{x}^a, x^{\text{best}}) < d(\tilde{x}^r, x^{\text{best}})] > \frac{1}{2} \quad (14)$$

证明 最优解 x^{best} 可能在 $[a, x]$ 、 $[x, m]$ 、 $[m, \tilde{x}]$ 和 $[\tilde{x}, b]$ 这 4 个区间内,按最优解分布区间不同来分情况讨论。

(1) $x^{\text{best}} \in [a, x]$ 或 $x^{\text{best}} \in [x, m]$ 时,根据定义 5, $\tilde{x}^a = \text{rand}(x, m) = \tilde{x}^r$ 在区间 $[x, m]$ 内取值。由图 2 可知, $P_r[d(\tilde{x}^a, x^{\text{best}}) < d(\tilde{x}^q, x^{\text{best}})] = P_r[d(\tilde{x}^r, x^{\text{best}}) < d(\tilde{x}^q, x^{\text{best}})] = 1$ 。

(2) $x^{\text{best}} \in [m, \tilde{x}]$ 或 $x^{\text{best}} \in [\tilde{x}, b]$ 时,根据定义 5, $\tilde{x}^a = \text{rand}(m, \tilde{x}) = \tilde{x}^q$ 在区间 $[m, \tilde{x}]$ 内取值。 $P_r[d(\tilde{x}^a, x^{\text{best}})] = P_r[d(\tilde{x}^q, x^{\text{best}})]$ 。

综上所述, $P_r[d(\tilde{x}^a, x^{\text{best}}) < d(\tilde{x}^q, x^{\text{best}})] > 1/2$ 成立,同理可证 $P_r[d(\tilde{x}^a, x^{\text{best}}) < d(\tilde{x}^r, x^{\text{best}})] > 1/2$ 也成立。同时,定理 1 也容易推广到 D 维空间,得到定理 2。

定理 2 设 $X = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ 为 D 维空间中一点, $\tilde{X}^a = (\tilde{x}_1^a, \tilde{x}_2^a, \dots, \tilde{x}_D^a)$ 为其自适应反向点, $\tilde{X}^q = (\tilde{x}_1^q, \tilde{x}_2^q, \dots, \tilde{x}_D^q)$ 为准反向点, $\tilde{X}^r = (\tilde{x}_1^r, \tilde{x}_2^r, \dots, \tilde{x}_D^r)$ 为准反射反向点, $X^{\text{best}} = (x_1^{\text{best}}, x_2^{\text{best}}, \dots, x_D^{\text{best}})$ 为空间最优位置, $d(X, Y) = (\sum_{i=1}^D (x_i - y_i)^2)^{1/2}$ 为 Euclid 距离, $P_r(\cdot)$ 为概率计算函数,则有

$$P_r[d(\tilde{X}^a, X^{\text{best}}) < d(\tilde{X}^q, X^{\text{best}})] > \frac{1}{2} \quad (15)$$

$$P_r[d(\tilde{X}^a, X^{\text{best}}) < d(\tilde{X}^r, X^{\text{best}})] > \frac{1}{2} \quad (16)$$

为了更加直观形象地说明 AOBL 的收敛性,选取二维 Egg 函数 $f(Z) = X^2 + Y^2 + 25(\sin^2 X + \sin^2 Y)$ 进行演示,其中 $X, Y \in [-2\pi, 2\pi]$ 。该函数在中心点 $(0, 0)$ 的位置取得全局最小值 0,随机产生规模 $N = 30$ 的个体分布在解空间,随后分别利用 OBL 和 AOBL 对初始个体进行处理,结果如图 3

所示。

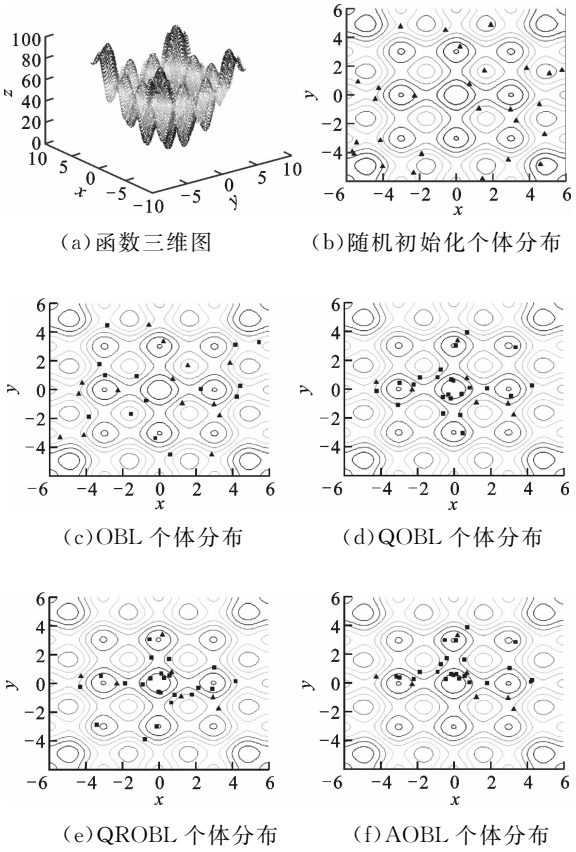


图 3 目标函数及各种反向个体分布图

由图 3 可以看出,经过各种反向算子处理之后的个体会比之前更接近于全局最优点,OBL 比随机更接近最优点,而经过本文 AOBL 处理之后的群体最为密集接近全局最优点,直观地说明了 AOBL 的收敛性更好,也间接印证了定理 1 和定理 2 的正确性。

2.3 反向烟花算法设计

为了详细论证反向学习与烟花算法结合的性能,文中使用 OBL 和 AOBL 分别与 EFWA 烟花算法按照排列组合形成反向烟花算法,形成的反向烟花算法按照“算法名称-算子名称”进行编排和命名,如 EFWA-OBL 表示 EFWA 与 OBL 生成的反向增强烟花算法,EFWA-AOBL 表示 EFWA 与 AOBL 生成的自适应反向增强烟花算法。

2.4 仿真及分析

为充分验证算法的性能,分别采用以下 4 个典型标准函数进行计算。

Matyas 函数为

$$f(X) = 0.26(x_1^2 + x_2^2) - 0.48x_1x_2$$
$$-10 \leq x_i \leq 10$$

Sphere 函数为

$$f(X) = \sum_{i=1}^D x_i^2, \quad -5.12 \leq x_i \leq 5.12$$

Quadric 函数为

$$f(X) = \sum_{i=1}^D \left(\sum_{k=1}^i x_k \right)^2, \quad -30 \leq x_i \leq 30$$

Ackley 函数

$$f(X) = -20 \exp \left(-0.2 \left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2 \right)^{1/2} \right) - \exp \left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos 2\pi x_i \right) + 20 + e, \quad -32 \leq x_i \leq 32$$

这 4 个函数依次分别为单峰不可分、单峰可分、多峰可分和多峰不可分函数,4 个函数的全局最小值都为 0。EFWA 参数按照参考文献[2]设置,具体为:种群个数 $N=5$,高斯火花 $N_g=5$,常数 $m=50$,参数 $a=0.8, b=0.04$,爆炸半径 $\hat{A}=40$,半径最大系数 $S_{\max}=0.02$,半径最小系数 $S_{\min}=0.001$ 。实验中各函数除 Matyas 函数的维数为 2 以外,其他几个函数的维数为 50,最大函数计算次数 $N_{\max}=1\,000$,测试函数值小于 10^{-6} 时则视为 0。算法对上述 4 个函数分别进行 20 次独立运算并统计平均值。

由图 4 可以看出,在计算次数较小的情况下,通过引入基本反向学习算子 OBL,对于单峰的 Matyas 和 Sphere 函数,确实可以提高算法性能,但提升有限,对于多峰的 Quadric 和 Ackley 函数,OBL 对烟花算法提升效果不明显。本文提出的自适应反向算子 AOBL 与 EFWA 融合形成的 EFWA-AOBL 则能大幅度提升算法性能,在所有 4 个测试函数上均获得了最好结果。从图 4 中可以看出,融入了自

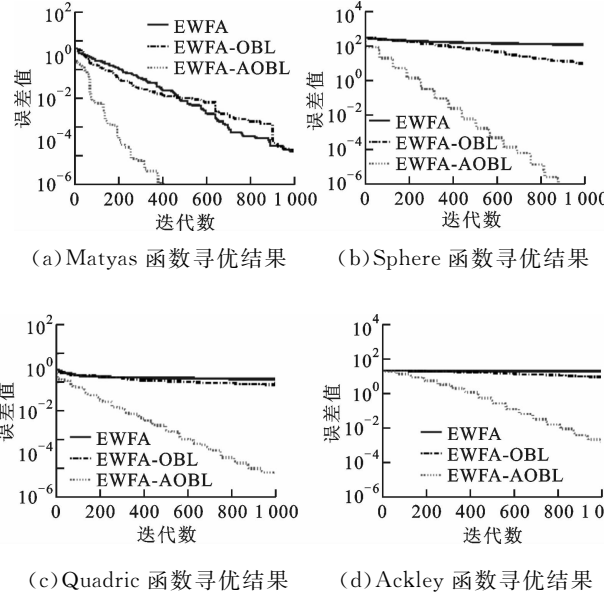


图 4 基于 EFWA 的反向烟花算法测试结果

适应反向算子 AOBL 之后,算法保持了优良域的开采性能,具有良好持续的最优解寻优能力,这与自适应反向算子的机理有关。由理论证明可知,融入 AOBL 的种群比未融入 AOBL 和融入基本 OBL 的种群更为接近最优解。

3 算法应用研究

3.1 应用流程

对于 n 维系统

$$\dot{\mathbf{X}} = F(\mathbf{X}, \mathbf{X}_0, \boldsymbol{\theta}) \tag{17}$$

式中: $\mathbf{X}=(x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$ 为原系统 n 维状态变量; $\mathbf{X}_0$ 为系统初始状态; $\boldsymbol{\theta}=(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n)^T$ 为混沌系统参数的真实值。在系统结构已知的前提下,估计系统为

$$\dot{\mathbf{Y}} = F(\mathbf{Y}, \mathbf{X}_0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) \tag{18}$$

式中: $\mathbf{Y}=(y_1, y_2, \cdots, y_n)^T$ 为估计系统的状态变量; $\tilde{\boldsymbol{\theta}}=(\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \cdots, \tilde{\theta}_n)^T$ 为参数估计值。因此,可将混沌系统的参数估计问题转化为

$$\min J(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \|\mathbf{X}_k - \mathbf{Y}_k\|^2 \tag{19}$$

式中: M 为用于参数估计的状态变量序列长度; $\mathbf{X}_k$ 、 $\mathbf{Y}_k$ 分别为真实系统和估计系统在 k 时刻的状态变量序列。混沌系统参数估计问题即是寻优决策变量 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ 以使得目标函数 $J(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 最小的多维连续优化问题。利用烟花算法进行混沌系统参数估计的原理如图 5 所示。

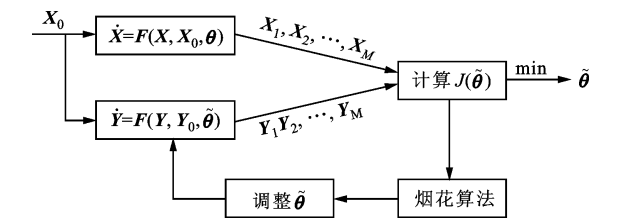


图 5 混沌控制系统参数估计原理图

3.2 仿真及分析

为充分验证算法应用的有效性,选取经典的 Lorenz 系统作为实验对象。由于针对单、双参数估计的研究相对较多,而 3 个参数完全未知的研究较少且更为复杂,所以直接对 Lorenz 系统进行 3 个参数完全未知情况下的参数估计。Lorenz 系统状态方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= a(y-x) \\ \dot{y} &= bx-y-xz \\ \dot{z} &= xy-cz \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

式中: x 、 y 、 z 为系统状态变量,取 $a=10$ 、 $b=28$ 、 $c=$

$8/3$ 为参数真实值。采用 FWA、EFWA、dynFWA、AFWA 和 EFWA-AOBL 对 3 个参数均未知情况下的 Lorenz 系统参数进行估计。待估计参数的初始范围为: $9 \leq a \leq 11$, $20 \leq b \leq 30$, $2 \leq c \leq 3$ 。FWA、EFWA、dynFWA 和 AFWA 的参数按照参考文献[1-4]进行设置,蒙特卡洛仿真 20 次统计平均值,并与文献[9]中的遗传算法(GA)、地理生物优化算法(BBO)、粒子群算法(PSO)和差分进化算法(DE)分别参照文献[9-12]进行最优设置,具体是:GA 个体总数为 20,个体由 20 位的二进制编码表示, $P_{\min}=2$, $P_{\max}=3$, $\epsilon=0.0001$,交叉概率为 0.8,变异概率为 0.1;BBO 种群大小为 50,最大迁徙率 $E=I=1$,最大变异率 $m_{\max}=0.001$,邻域搜索范围 $w=0.5$;PSO 种群大小为 120, $c_1=c_2=2.0$, $w=0.4$, $P_r=0.8$, $P_m=1$;DE 种群大小为 120,缩放因子为 0.8,交叉因子为 0.1。参数仿真结果如图 6 和表 1 所示。

由图 6 和表 1 可知,在小规模种群、较少迭代次数、较大范围寻优空间的情况下,基本烟花算法 FWA 对复杂混沌系统参数估计能力不足,这是因为 FWA 中最优个体容易陷入局部极值。典型改进算法 EFWA、dynFWA 和 AFWA 都能够用于混沌系统参数估计,且性能高于文献[9-12]中的 GA、PSO、BBO 和 DE 算法,但求解精度有限,在 3 个参数均未知的情况下,估计值与系统真实值仍有微小差距。融入 AOBL 的 EFWA-AOBL 算法能够准确估计 Lorenz 系统的参数,目标函数的寻优精度最好可达到 10^{-11} 数量级,最差也可达到 10^{-9} 数量级,在迭代 10 余次之后即能迅速收敛到真实值附近。与 GA、PSO、BBO、DE、FWA、EFWA、dynFWA 和 AFWA 这 8 种算法相比,无论从得到的最优值、平均值还是最差值都要相对更优,特别是 EFWA-AOBL 与 EFWA 算法相比,融入 AOBL 之后,其最优值、平均值和最差值都要高近 10^{-3} 数量级,突显了算法的求解精度和计算的稳定性,也侧面印证了 AOBL 算子对于烟花算法性能提升的明显作用,同时也证明了烟花算法在混沌控制系统参数估计中应用的可能性。

4 结 论

本文针对烟花算法性能提升瓶颈和收敛速度较慢的问题,通过引入反向学习策略,提出了一种自适应反向学习算子,并进行了相关收敛性理论证明,进而将其引入烟花算法中,构建了反向烟花算法,并通过典型测试函数验证了反向烟花算法性能的提升。

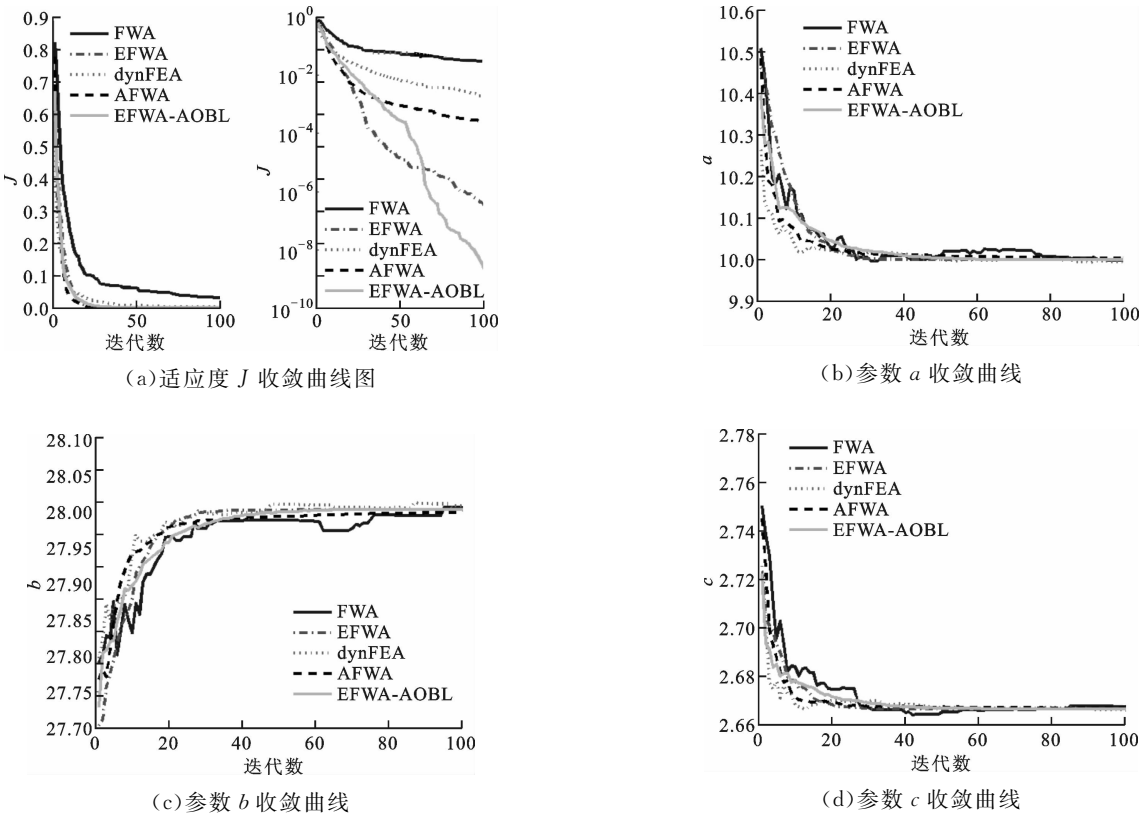


图 6 混沌控制系统参数估计图

表 1 各算法对 Lorenz 系统参数的估计结果

参数	算法								
	GA	PSO	BBO	DE	FWA	EFWA	dynFWA	AFWA	EFWA-OABL
a	最优值	10.067 1	9.995 3	10.006 8	10.000 0	10.018 8	10.000 1	10.000 6	10.000 0
	平均值	10.139 8	10.018 4	10.018 3	10.010 1	9.984 2	9.999 9	10.003 2	10.000 0
	最差值	10.929 0	10.608 2	9.944 0	10.054 1	9.890 5	10.000 9	10.026 4	10.000 0
b	最优值	27.922 1	28.007 1	27.996 8	27.999 9	27.987 5	27.999 9	28.000 4	28.000 0
	平均值	27.742 7	27.993 4	27.991 3	27.993 9	28.012 0	28.000 1	27.997 6	28.000 0
	最差值	26.127 6	27.704 4	28.036 0	27.971 8	28.207 2	27.998 9	27.977 5	28.000 0
c	最优值	2.663 5	2.667 0	2.666 7	2.666 7	2.669 0	2.666 7	2.666 6	2.666 7
	平均值	2.648 6	2.666 3	2.667 1	2.666 6	2.665 4	2.666 7	2.667 6	2.666 7
	最差值	2.562 1	2.657 2	2.650 9	2.665 5	2.664 7	2.666 7	2.673 6	2.666 7
J	最优值	4.310 7	0.048 6	2.36×10^{-5}	2.42×10^{-7}	8.54×10^{-4}	1.85×10^{-8}	4.06×10^{-6}	3.61×10^{-10}
	平均值	943.762 9	4.182 8	0.003 3	3.62×10^{-4}	2.28×10^{-2}	2.18×10^{-7}	1.07×10^{-3}	1.35×10^{-4}
	最差值	6 461.480	39.406 0	0.028 9	0.001 7	1.01×10^{-1}	2.66×10^{-6}	3.75×10^{-3}	6.39×10^{-4}

最后针对混沌同步与控制系统中常见的参数辨识问题,以典型的 Lorenz 混沌系统为例,验证了烟花算法可用于混沌系统参数估计,并通过与已有多种算法的仿真比较可知,本文提出的反向烟花算法具有较高的估计精度,估计误差最低可达到 10^{-11} ,进一步拓展了算法的应用范围。

致谢 感谢北京大学计算智能实验室谭莹教授和余超同学在本文撰写过程中的悉心指导和帮助。

参考文献:

[1] TAN Y, ZHU Y C. Fireworks algorithm for optimization [C]//Proceedings of 1st International Conference

- on Swarm Intelligence. Berlin, Germany: Springer, 2010: 355-364.
- [2] ZHENG S Q, JANECEK A, TAN Y. Enhanced fireworks algorithm [C]//Proceedings of 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2013: 2069-2077.
- [3] ZHENG S Q, JANECEK A, LI J. Dynamic search in fireworks algorithm [C]//Proceedings of 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2014: 3222-3229.
- [4] LI J, ZHENG S Q, TAN Y. Adaptive fireworks algorithm [C]//Proceedings of 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2014: 3214-3221.
- [5] TAN Y. Fireworks algorithm: a swarm intelligence optimization method [M]. Berlin, Germany: Springer, 2015: 20.
- [6] TIZHOOSH H R. Opposition-based learning: a new scheme for machine intelligence [C]//Proceedings of International Conference on Computing Intelligence for Modeling, Control and Automatic. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 695-701.
- [7] RAHNAMAYAN S, TIZHOOSH H R, SALAMA M A. Quasi-oppositional differential evolution [C]//Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 2229-2236.
- [8] ERGEZER M, SIMON D, DU D W. Oppositional biogeography-based optimization [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 1009-1014.
- [9] 戴栋, 马西奎, 李富才, 等. 一种基于遗传算法的混沌系统参数估计方法 [J]. 物理学报, 2002, 51(11): 2459-2462.
- DAI Dong, MA Xikui, LI Fucui, et al. An approach of parameter estimation for a chaotic system based on genetic algorithm [J]. Acta Physica Sinica, 2002, 51(11): 2459-2462.
- [10] 林剑, 许力. 基于混合地理优化的混沌系统参数估计 [J]. 物理学报, 2013, 62(3): 030505.
- LIN Jian, XU Li. Parameter estimation for chaotic systems based on hybrid biogeography-based optimization [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(3): 030505.
- [11] HE Q, WANG L, LIU B. Parameter estimation for chaotic systems by particle swarm optimization [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2007, 34(2): 654-661.
- [12] PENG B, LIU B, ZHANG F Y, et al. Differential evolution algorithm-based parameter estimation for chaotic systems [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009, 39(5): 2110-2118.

[本刊相关文献链接]

- 王安麟, 孟庆华, 李文嘉, 等. 液力变矩器机构变量交互作用研究. 2015, 49(9): 1-7. [doi:10.7652/xjtuxb201509001]
- 仲继泽, 徐自力, 方宇, 等. 叶片有限元分析中弹塑性过渡区应力奇异产生原因及解决方法. 2015, 49(9): 47-51. [doi:10.7652/xjtuxb201509009]
- 薛咏, 冯博琴, 武艳芳. ABox 推理计算实体相似度. 2015, 49(9): 70-76. [doi:10.7652/xjtuxb201509013]
- 丁建坤, 韩德强, 杨艺. 最短特征线段多分类器系统设计. 2015, 49(9): 77-83. [doi:10.7652/xjtuxb201509014]
- 周远, 周玉生, 刘权, 等. 一种适用于图像拼接的 DSIFT 算法研究. 2015, 49(9): 84-90. [doi:10.7652/xjtuxb201509015]
- 毛彦斌, 张选平, 杨晓刚. 伪 DNA 密码图像加密算法研究. 2015, 49(9): 91-98. [doi:10.7652/xjtuxb201509016]
- 庞霞, 刘凌, 刘崇新, 等. 利用异结构同步对铁磁混沌电路的非线性反馈控制. 2015, 49(4): 18-23. [doi:10.7652/xjtuxb201504004]
- 孟庆虎, 孟庆丰, 朱永生, 等. 用于机械系统固有频率及阻尼比计算的改进频域方法. 2015, 49(8): 1-5. [doi:10.7652/xjtuxb201508001]
- 张东伟, 郭英, 齐子森, 等. 采用空间极化时频分布的跳频信号多参数联合估计算法. 2015, 49(8): 17-23. [doi:10.7652/xjtuxb201508004]
- 巴斌, 郑娜娥, 朱世磊, 等. 利用蒙特卡罗的最大似然时延估计算法. 2015, 49(8): 24-30. [doi:10.7652/xjtuxb201508005]

(编辑 赵炜)