

DOI: 10.7652/xjtuxb201701007

二维时间发展混合层噪声的直接数值模拟

邵卫东, 李志刚, 李军
(西安交通大学叶轮机械研究所, 710049, 西安)

摘要: 为了考查不同波长的初始扰动对二维时间发展混合层流动与噪声的影响,采用直接数值模拟的方法进行了研究。采用多尺度展开技术从耦合双分布函数玻尔兹曼方程中恢复出质量、动量和能量守恒方程;融合特征边界条件与玻尔兹曼方程来满足边界的无反射特征;运用高精度的时空离散格式求解玻尔兹曼方程并直接模拟了 5 种不同工况下的时间发展混合层。结果表明:高频扰动主要控制混合层中旋涡的对并和缠绕,低频扰动主要控制旋涡的迁移和旋转;涡对的演化过程类似于一个旋转的四极子源模型;扰动能以平面波的形式向远场辐射并且以当地声速传播。该结果可为混合层湍流机理研究提供参考。

关键词: 直接数值模拟;时间发展混合层;无反射边界条件

中图分类号: O35 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)01-0038-07

Direct Numerical Simulation of Two-Dimensional Time-Developing Mixing Layer

SHAO Weidong, LI Zhigang, LI Jun
(Institute of Turbomachinery, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To investigate the influence of initial disturbance of different wavelengths on flow and noise of two-dimensional time-developing mixing layer, a direct numerical simulation method is suggested. By multiple-scale expansion technique, the conservative continuity, momentum and energy equations are accurately recovered from Boltzmann equation of coupled double distribution functions. The characteristic boundary condition is combined with Boltzmann equation to satisfy the non-reflecting condition. High-order temporal and spatial discretization approaches are employed to solve Boltzmann equation to analyze five different mixing layers. The results show that high frequency disturbances mainly control the pairing and winding of vortices, while low frequency disturbances mainly control the rotating and migration of vortices. The evolution of vortex pairing is similar to a rotating quadrupole source. The disturbance energy radiates as plane waves to the far field at sonic speed.

Keywords: direct numerical simulation; time-developing mixing layer; non-reflecting boundary condition

混合层流动和噪声既是自然界中常见的物理现象,也是工程应用中广泛存在的问题。混合层是不同速度、温度、密度或压力的流体相互混合形成的流场。对于自由流存在速度差的剪切层流动,其演化过程主要包括流动失稳、转捩和涡的相互作用,演化机制一般受涡动力学支配。

时间发展混合层是在流动方向上对混合层施加周期性边界条件的一种近似。这样做有利于减小计

算域,从而节省计算资源,使得时间发展混合层成为研究混合层转换机理和湍流的重要手段。Avital 等采用波包模型描述了时间发展混合层的马赫波辐射声场^[1]。Fortune 等模拟了三维时间发展混合层,并研究了温度和马赫数对噪声辐射的影响^[2]。Golanski 等发展了低马赫数近似下的声比拟模型^[3]。傅德重等研究了高对流马赫数下的时间发展混合层^[4]。Maekawa 等研究了平板尾迹形成混合层并辐射噪声的内禀性^[5]。时间发展混合层中的 K-H (Kelvin-Helmholtz) 机制通过非线性作用不断地放大初始扰动,并持续地向流体中输入扰动,使得流动一直处于不稳定状态。周林等研究了低雷诺数下混合层对初始扰动的敏感性^[6]。张焕好等研究了低马赫数下平面混合层的噪声产生机理,以及 K-H 机制不稳定性引起混合层振动而产生的偶极子源^[7]。

本文对二维时间发展混合层进行了直接数值模拟,首先发展了求解耦合双分布函数玻尔兹曼方程的高精度时空离散格式,然后建立了相应的特征无反射边界条件,并对不同工况进行了对比分析。

1 数值方法

1.1 双分布函数玻尔兹曼方程

在离散速度空间下考虑玻尔兹曼 BGK (Bhatnagar-Gross-Krook) 近似的密度和总能分布函数方程为^[8]

$$\frac{Df_a}{Dt} = -\frac{1}{\tau_f}(f_a - f_a^{\text{eq}}) \quad (1)$$

$$\frac{Dh_a}{Dt} = -\frac{1}{\tau_h}(h_a - h_a^{\text{eq}}) + \frac{1}{\tau_{fh}}(\mathbf{e}_a \cdot \mathbf{u})(f_a - f_a^{\text{eq}}) \quad (2)$$

式中: $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{e}_a \cdot \nabla$ 为物质导数; $f_a(t, \mathbf{r}, \mathbf{e}_a)$ 为密度分布函数; $h_a(t, \mathbf{r}, \mathbf{e}_a)$ 为总能分布函数(为简化书写将 $(t, \mathbf{r}, \mathbf{e}_a)$ 省略); 变量 $t, \mathbf{r}$ 和 $\mathbf{u}$ 分别代表时间、粒子位置和宏观速度; 下标 $\alpha (\alpha = 0, \dots, N)$ 表示速度方位且 $\mathbf{e}_a$ 是沿着 α 方向的离散粒子速度(下文中又称格子速度); τ_{fh} 为动量运输的弛豫时间, 满足 $\tau_h^{-1} = \tau_h^{-1} - \tau_f^{-1}$ 。密度和总能分布函数对应的平衡态分布函数满足玻尔兹曼-麦克斯韦关系。为恢复出完全的守恒型方程组,需对平衡态分布函数引入如下的限制条件

$$\sum_a f_a^{\text{eq}} = \rho \quad (3)$$

$$\sum_a f_a^{\text{eq}} \mathbf{e}_{ai} = \rho u_i \quad (4)$$

$$\sum_a f_a^{\text{eq}} \mathbf{e}_{ai} \mathbf{e}_{aj} = \rho u_i u_j + p \delta_{ij} \quad (5)$$

$$\sum_a f_a^{\text{eq}} \mathbf{e}_{ai} \mathbf{e}_{aj} \mathbf{e}_{ak} = \rho u_i u_j u_k + p(u_k \delta_{ij} + u_j \delta_{ik} + u_i \delta_{jk}) \quad (6)$$

$$\sum_a h_a^{\text{eq}} = \rho E \quad (7)$$

$$\sum_a h_a^{\text{eq}} \mathbf{e}_{ai} = (\rho E + p) u_i \quad (8)$$

$$\sum_a h_a^{\text{eq}} \mathbf{e}_{ai} \mathbf{e}_{aj} = (\rho E + 2p) u_i u_j + p(E + RT) \delta_{ij} \quad (9)$$

式中: ρ, R, T, p 和 E 分别为宏观密度、气体常数、温度、压力和宏观总能; 下标 i, j 和 $k (i, j, k = 1, 2)$ 表示 x 或者 y 方向分量; δ_{ij}, δ_{ik} 和 δ_{jk} 是克罗内克函数。

采用 Chanpman-Enskog 多尺度展开技术, 在 Knudsen 数(分子平均自由程与空间特征长度的比值)一阶精度和二阶精度的基础上恢复出的宏观方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{\Pi} \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot [(\rho E + p) \mathbf{u}] = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \mathbf{\Pi}) \quad (12)$$

式中: $\mathbf{\Pi} = \mu \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{D} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right] - \mu_B (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I}$ 是黏性应力张量, $\mu = \tau_f p$ 是动力黏性系数, $\mu_B = \left(\frac{2}{D} - \frac{2}{b} \right) \tau_f p$ 是体积黏性系数, $\mathbf{I}$ 是单位张量; $\lambda = \tau_h (C_V + R) p$ 是导热系数。

在准确恢复出守恒型方程后, 需要根据约束条件式(3)~(9)来确定密度和总能平衡态分布函数。由于传统的平衡态分布函数将玻尔兹曼-麦克斯韦关系式关于马赫数用泰勒级数展开而获得, 故其仅限于不可压缩流动。本文采用圆函数^[9]通过构造分配函数的多项式来获得平衡态分布函数, 以解除对马赫数的限制。为了保持格子的对称性, 构造四阶拉格朗日插值多项式并将圆函数分配到格子速度方向上。为了保持六阶张量的各向同性, 构造出 D2Q13 格子模型, 如图 1 所示, 并定义格子速度

$$\mathbf{e}_a = \begin{cases} \{0, 0\}, & \alpha = 0 \\ \hat{c} \mathbf{e}', & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ 2^{1/2} \hat{c} \mathbf{e}'', & \alpha = 5, 6, 7, 8 \\ 2\hat{c} \mathbf{e}', & \alpha = 9, 10, 11, 12 \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{e}' = \{\cos[(\alpha-1)\pi/2], \sin[(\alpha-1)\pi/2]\}$; $\hat{c}$ 为格子流体的特征速度, $\hat{c} = (RT_C)^{1/2}$; $\mathbf{e}'' = \{\cos[(2\alpha-1)\pi/2], \sin[(2\alpha-1)\pi/2]\}$ 。

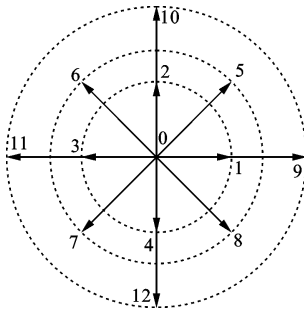
图中数值为 α 值

图1 D2Q13的格子模型

1.2 特征无反射边界条件

先考虑一般守恒型方程对应的无反射边界条件(NRBC)为特征边界条件(CBC),如图2所示。由于CBC是基于特征值理论发展的边界条件,故其只对双曲型偏微分方程有效。考虑到动量和能量守恒型方程的抛物线特性,要运用CBC必须忽略方程中的拉普拉斯项,也就是说CBC是施加在欧拉体系下的无反射边界条件。

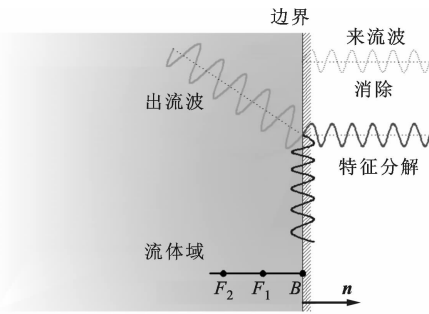


图2 特征无反射边界条件的原理图

忽略方程(10)~(12)中拉普拉斯项后的矩阵形式为

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

式中: $\mathbf{U} = [\rho, u_x, u_y, p]^T$ 是特征变量向量; $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 分别为系数矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} u_x & \rho & 0 & 0 \\ 0 & u_x & 0 & \rho^{-1} \\ 0 & 0 & u_x & 0 \\ 0 & \gamma p & 0 & u_x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} u_y & 0 & \rho & 0 \\ 0 & u_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_y & \rho^{-1} \\ 0 & 0 & \gamma p & u_y \end{bmatrix} \quad (15)$$

该系数矩阵对角化为

$$\mathbf{S}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{S} = \mathbf{M}, \quad \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{T} = \mathbf{N} \quad (16)$$

特征值矩阵

$$\mathbf{M} = \text{diag}(m_1, m_2, m_3, m_4) = \text{diag}(u_x - c_s, u_x, u_x, u_x + c_s) \quad (17)$$

$$\mathbf{N} = \text{diag}(n_1, n_2, n_3, n_4) =$$

$$\text{diag}(u_y - c_s, u_y, u_y, u_y + c_s) \quad (18)$$

式中: $c_s = (\gamma p \rho^{-1})^{1/2}$ 是当地声速。方程(16)中矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\rho & 1 & 0 & \rho \\ c_s & 0 & 0 & c_s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\rho c_s^2 & 0 & 0 & \rho c_s^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\rho & 1 & 0 & \rho \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ c_s & 0 & 0 & c_s \\ -\rho c_s^2 & 0 & 0 & \rho c_s^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

当 m_i 和 n_i 为正时,波沿 x 和 y 正向传播;当 m_i 和 n_i 为负时,波沿 x 和 y 负向传播。尽管边界上的来流波的信息未知,但可以直接将其消除。方程(16)、(14)对 x 和 y 的导数用特征值表示,得

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = \mathbf{S} \mathbf{M} \mathbf{S}^{-1} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = \mathbf{S} \mathbf{L}_x \quad (21)$$

$$\mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} = \mathbf{T} \mathbf{N} \mathbf{T}^{-1} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} = \mathbf{T} \mathbf{L}_y \quad (22)$$

式中: $\mathbf{L}_x$ 和 $\mathbf{L}_y$ 为特征波的幅值变化

$$\mathbf{L}_x = \begin{bmatrix} L_{x,1} \\ L_{x,2} \\ L_{x,3} \\ L_{x,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (u_x - c_s) \left(\frac{1}{2c_s} \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{1}{2\rho c_s^2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ u_x \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} \\ (u_x + c_s) \left(\frac{1}{2c_s} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2\rho c_s^2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{L}_y = \begin{bmatrix} L_{y,1} \\ L_{y,2} \\ L_{y,3} \\ L_{y,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (u_y - c_s) \left(\frac{1}{2c_s} \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{1}{2\rho c_s^2} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ u_y \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ (u_y + c_s) \left(\frac{1}{2c_s} \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{1}{2\rho c_s^2} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \end{bmatrix} \quad (24)$$

显式地消除来流波后,得

$$\tilde{L}_{x,i} = \begin{cases} L_{x,i}, & \text{出流波} \\ 0, & \text{来流波} \end{cases}; \quad \tilde{L}_{y,i} = \begin{cases} L_{y,i}, & \text{出流波} \\ 0, & \text{来流波} \end{cases} \quad (25)$$

则沿着 x, y 方向和角点的特征无反射边界条件方程为

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{S} \tilde{\mathbf{L}}_x + \eta \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \eta \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} + \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{L}_y = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{L}_x + \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{L}_y = 0 \quad (28)$$

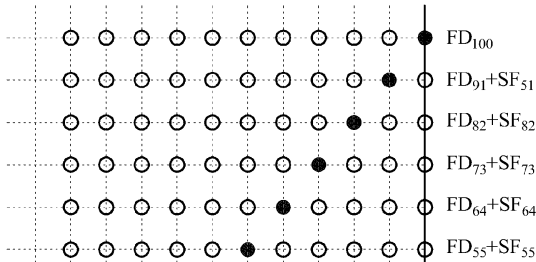
式中: $\eta \in [0, 1]$ 表示边界上横向传播剪切波的权重。为了预测横向传播剪切波, 本文取 $\eta = 0.5$ 。

为了运用 CBC, 需要双分布函数玻尔兹曼方程 (1)~(2) 在边界上恢复出欧拉方程。在边界上将密度和总能分布函数取为相应的平衡态分布函数, 采用多尺度展开技术和限制条件可以恢复出方程 (14)。

1.3 时空离散格式

针对双分布函数玻尔兹曼方程 (1)~(2) 的离散求解, 在时间离散上采用了隐式-显式龙格库塔法, 即对含有弛豫时间的项采用隐式格式, 对其他项采用显式格式^[10]。由于隐式项中含有平衡态分布函数, 所以很难利用对角隐式龙格库塔法进行处理。本文巧妙地利用碰撞不变量的特性, 预先求得每一步的宏观物理量, 再求解每一步的分布函数, 这样可完全消除迭代中的隐式问题。

在空间离散上采用了优化后的 11 点模板有限差分格式^[11], 如图 3 所示。对于内部网格点的空间离散, 采用中心差分格式。虽然该中心差分格式无耗散, 但需要抑制其附带的色散特性, 故而引入相应的过滤器来减小网格点间的虚假波动。对于靠近边界的网格点的空间离散, 需要采用偏差差分格式和相应的过滤器, 而边界上的点无需过滤器。这样做可以在很大程度上降低耗散和色散误差, 有利于准确地捕捉声波的细微变化。



FD: 一阶偏导数差分格式; SF: 选择性过滤器格式

图 3 11 点模板有限差分格式

2 结果与讨论

通过利用上述的高精度格式求解玻尔兹曼方程, 对二维时间发展混合层进行了直接数值模拟。初始平均流动为双曲正切流向速度剖面, 如图 4 所示, 温度分布满足 Crocco-Busemann 关系, 混合层速度和温度分布如下

$$\begin{pmatrix} u/u_0 \\ v/u_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_\infty \tanh\left(\frac{2y}{\zeta}\right) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{\text{noise}} \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ -c_{\text{noise}} \frac{\partial \phi}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$T(y) = T_0 + \frac{u_\infty^2 - u^2}{2c_p} \quad (30)$$

式中: $u_0 = 290 \text{ m/s}$ 为参考速度; $T_0 = 293.15 \text{ K}$ 为参考温度; u_∞ 为无穷远处速度; $\zeta = l/15$ 为混合层的初始涡量厚度; $c_{\text{noise}} = 0.01$; u_∞ 为速度场初始扰动幅值; ϕ 为速度场扰动势函数 (下文中长度均用 l 进行量纲归一化处理, 压力 p 、时间 t 、能量 E 均做无量纲处理)。

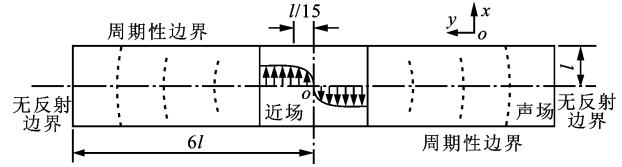


图 4 二维时间发展混合层模型

混合层主要包含近场和远场, 近场为初始扰动在非线性作用下形成的流场, 远场为流体动力学扰动传播形成的声场。上下远场的热力学参数相等, 压力均匀分布, 密度满足热力学状态方程。

选取的对流马赫数 $Ma = 2u_\infty/c_s = 0.3$, 基于混合层初始涡量厚度的雷诺数为 400。设定混合层模型 x 方向无量纲长度为 2, y 方向无量纲长度为 12, 初始涡量厚度为 $\zeta = l/15$ 。速度场扰动势函数

$$\phi = -\exp\left(-\frac{y^2}{20\zeta^2}\right) \left[\frac{\lambda_1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}x\right) + \frac{\lambda_2}{8\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}x\right) + \frac{\lambda_3}{16\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_3}x\right) \right] \quad (31)$$

式中: λ_1 、 λ_2 和 λ_3 为 3 种不同初始扰动的波长。本文中初始扰动参数如表 1 所示, 其为具有典型特征的几种初始扰动波长的叠加组合。

x 方向采用周期性边界条件, y 方向采用特征无反射边界条件, x 、 y 方向均采用均匀网格且网格数分别为 200 和 1 000。针对表 1 工况 C1 进行的网格无关性验证如图 5 所示, 结果表明, 网格数为 $200 \times 1\,000$ 与 $250 \times 1\,200$ 时压力曲线基本重合, 该网格足以满足本文对于二维时间发展混合层的直接数值模拟, 且可稳定求解的克朗数 (Courant-Friedrichs Lewy, CFL) $Co = c_s \Delta t / \Delta x = 0.4$ 。

5 种不同工况下涡量演化序列云图如图 6~图 10 所示。云图所对应的平面域为二维时间发展混合层模型的近场, 且序列按照从左到右、由上至下的顺序排列。这里只给出旋涡演化过程的几种典型状

态,时间步数 $t/\Delta t$ 分别是 1 000、2 000、3 000、4 000、5 000、6 000、7 000、8 000 和 9 000,对应图中数字 1~9。

表 1 初始扰动参数

工况	λ_1	λ_2	λ_3
C1	1/3	0	0
C2	1/3	2/3	0
C3	1/3	1	0
C4	1/3	1/2	0
C5	1/3	1	2

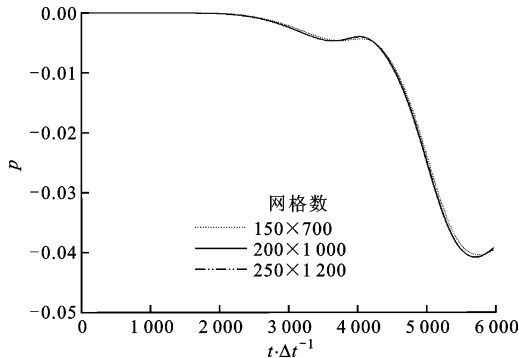


图 5 不同网格下混合层中心声压随时间的变化

对于工况 C1,只有一种扰动波长使得旋涡的演化较为简单。初始时刻双曲正切剖面叠加的小扰动先形成 6 个大小相同的基本涡,这 6 个基本涡对应了初始扰动的最小波长。受 K-H 不稳定机制的影响,2 000 步左右两侧的旋涡发生对并,此时只剩下 5 个旋涡,且两侧旋涡形状较大。随着旋涡的继续对并,3 000 步时流场中只剩下 4 个旋涡,两侧旋涡不断增大,中间的 2 个小旋涡有继续对并的趋势。4 000 步时流场中可见到 3 个旋涡,5 000 步时两侧大涡的高速旋转卷吸了中间的小涡。6 000 和 7 000 步时流场中只剩下 2 个旋涡,它们相互缠绕和抵消,导致涡核的强度逐渐衰弱。8 000 和 9 000 步时流场中仅剩的 1 个旋涡,空间尺度继续增大,涡核强度继续弱化。

纵观整个旋涡演化过程,旋涡的对并、旋转和缠绕扩大了其空间尺度,减小了强度。从能量守恒的角度看,这种涡场强度的减小必然伴随着声波辐射,近场的扰动能将转化为声能并辐射到远场。

与工况 C1 相比,工况 C2 的涡量演化过程显著不同,这是额外叠加的半频率扰动造成的。从 1 000 步到 2 000 步,6 个基本涡直接转化为 3 个涡对,3 000 步时形成 3 个旋转涡对。然后,右侧的 2 个涡对先发生缠绕,变成 1 个较大的涡对,并与另外 1 个旋涡相互旋转。7 000 步时涡对继续缠绕,逐步揉

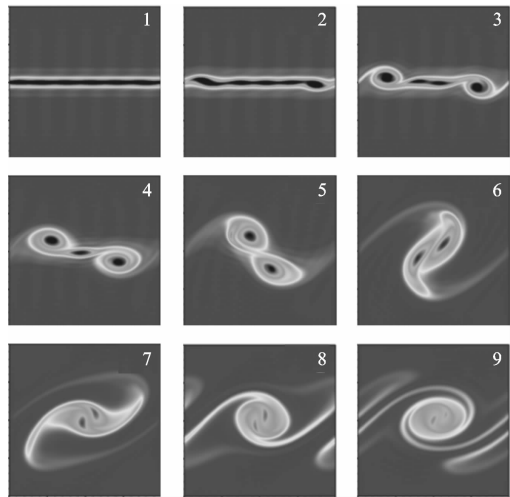


图 6 工况 C1 的涡量演化序列云图

合成 1 个大尺度旋涡。

对于工况 C3,其涡量演化模式与工况 C2 基本接近,区别在于叠加的初始扰动频率为基本扰动频率的 1/3,导致形成旋涡的大小和涡对体积略有区别。

对于工况 C4,其涡量演化过程与工况 C1、C2 和 C3 均有较大差异。从 1 000 步到第 2 000 步有 6 个基本涡经过卷吸合并为 4 个涡对。4 000 步时左侧的 2 个涡对相互缠绕,右侧的 2 个涡对也发生了相互缠绕。5 000 步到 7 000 步时 2 个自转的大涡对同时围绕着中心公转,随着 2 个涡心的靠近,涡对发生了缠绕,最终合并为一个大规模旋涡。

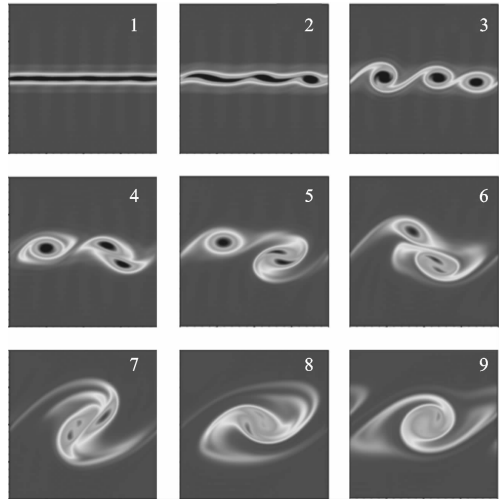


图 7 工况 C2 的涡量演化序列云图

相比于工况 C3,工况 C5 由于引入额外的 1/6 基本频率的扰动,使得其对涡量演化序列没有产生显著影响。造成这种现象的原因是额外的扰动波长与近场流向尺度相当,这种低频低幅值的扰动只能影响大规模旋涡的迁移,不会影响小尺度旋涡的对并和缠绕。

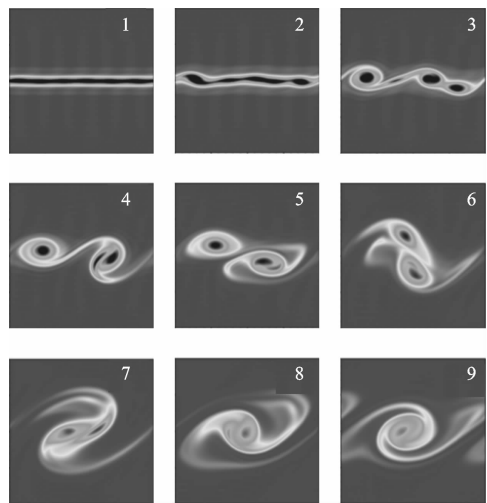


图 8 工况 C3 的涡量演化序列云图

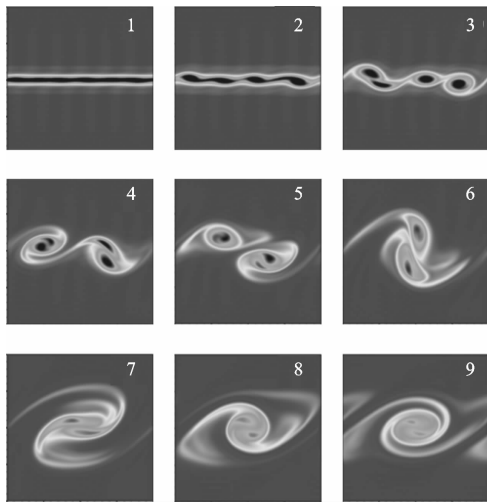


图 9 工况 C4 的涡量演化序列云图

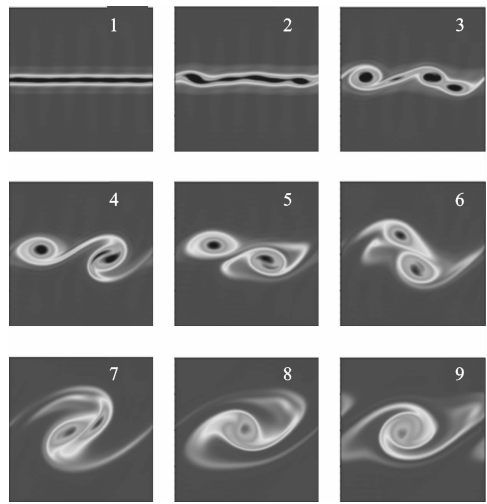


图 10 工况 C5 的涡量演化序列云图

胀量的物理意义是单位体积内的体积变化率。由连续方程可知,胀量可反映密度随时间的变化率,进而能够表征声压随时间的变化。工况 C5 的胀量

演化序列云图如图 11 所示,其时间步数与图 10 对应。每个单旋涡都会使流体质点先压缩后膨胀,由于涡对的旋转,使得流体质点在运动轨迹上交替出现压缩和膨胀区域,从而导致声波辐射,该发声过程相当于一个旋转的四极子源模型。1 000 步时声波未传播到远场边界,波前分布较为致密。2 000 步时声波可以光滑地经过无反射边界而不产生伪物理波,也进一步证明了本文发展的无反射边界条件和其中横向传播剪切波权重选取的有效性。随着近场旋涡的对并、缠绕和旋转,胀量场不断扩大,且与旋涡的空间尺度相对应。辐射的声场变得稀疏,且强度减小,但依然可见声波在垂直于流向上的步调一致,证实了辐射声场的平面特性。

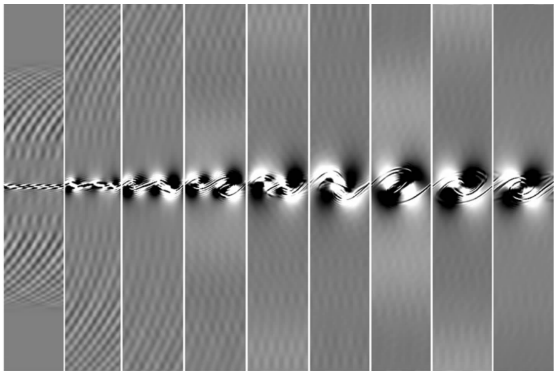


图 11 工况 C5 的胀量演化序列云图

从近场旋涡的演化到远场声场的辐射都伴随着能量的变化,故需要考察扰动能随时间发展的历程。通过对 x 方向的流场参数进行傅里叶变换,定义不同模态的扰动能得

$$E(\alpha,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\rho}(\hat{u}^2 + \hat{v}^2) dy \tag{32}$$

式中: $\hat{\rho}$ 、 $\hat{u}$ 、 $\hat{v}$ 分别为密度、 x 方向速度和 y 方向速度对应波数 α 的傅里叶分量的模长。

工况 C5 中基本扰动模态的扰动能随时间的变化如图 12 所示。可以看出,扰动能经过起始阶段后线性增长,在声波传播大约 5 个流向尺度后达到饱和。扰动能在经过饱和点后显著降低并随着时间呈波动变化。这种波动是基本模态与其他模态扰动之间的相互作用和旋涡能量传递造成的。

受 x 方向的周期性边界条件的影响,声波的传播主要在 y 方向,且基本保持为平面波。以 x 方向压力脉动的平均值 $(\bar{p} - p_0)$ 为特征值,比较了工况 C5 中 $y=4$ 和 $y=5$ 处压力脉动随迟滞时间的变化,如图 13 所示。不同位置的压力脉动随迟滞时间的变化曲线均重合,表明时间发展混合层辐射的声波为平面波且以声速传播。

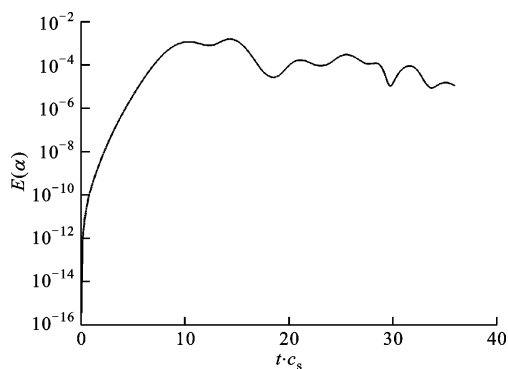


图12 工况 C5 的基本模态扰动能随时间的变化

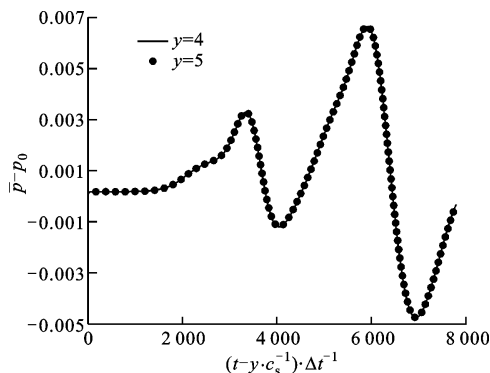


图13 平均压力脉动随迟滞时间的变化

3 结 论

本文发展了可用于气动声学直接模拟的数值方法。针对耦合的密度和总能双分布函数玻尔兹曼方程组,通过多尺度展开技术恢复出 Navier-Stokes 方程,并采用圆函数获得速度空间的平衡态分布函数;利用边界上的平衡态分布函数,通过巧妙地融合特征无反射边界条件来抑制人工伪反射波;采用高精度的时空离散格式求解玻尔兹曼方程组。

5 种工况下直接数值模拟了二维时间发展混合层。混合层的演化过程主要表现为从小尺度旋涡向大尺度旋涡的转变,混合层中旋涡的对并和缠绕由高频扰动控制,旋涡的旋转和迁移由低频扰动控制。混合层中涡对演化等效于一个旋转的四极子源模型,旋涡的演变本质是扰动能量的传递。近场旋涡的膨胀和压缩不断地将扰动能以平面波的形式向远场辐射声能。

参考文献:

[1] AVITAL E J, SANDHAM N D, LUO K H. Mach wave radiation by mixing layers: part I Analysis of the sound field [J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 1998, 12(2): 73-90.

[2] FORTUNÉ V, LAMBALLAIS É, GERVAIS Y. Noise radiated by a non-isothermal, temporal mixing layer: part I Direct computation and prediction using compressible DNS [J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2004, 18(1): 61-81.

[3] GOLANSKI F, FORTUNÉ V, LAMBALLAIS E. Noise radiated by a non-isothermal, temporal mixing layer [J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2005, 19(6): 391-416.

[4] 傅德薰, 马延文, 张林波. 可压混合层流动转换到湍流的直接数值模拟 [J]. 中国科学: A 辑, 2000, 30(2): 161-168.

FU Dexun, MA Yanwen, ZHANG Linbo. Direct numerical simulation of compressible mixing layer from transition to turbulence [J]. Science in China: A, 2000, 30(2): 161-168.

[5] MAEKAWA H, TAKIGUCHI T, WATANABE D. Acoustic wave generation in a compressible wake [J]. JSME International Journal: Series B, 2006, 49(4): 1086-1091.

[6] 周林, 李春丽, 万振华, 等. 时间发展混合层流动及噪声对初始扰动的敏感性研究 [C]//中国力学大会会议文集. 北京: 中国力学学会, 2013: A31-0858.

[7] 张焕好, 陈志华, 黄振贵, 等. 低对流马赫数平面混合层的声波产生机理 [J]. 应用力学学报, 2013(2): 190-195.

ZHANG Huanhao, CHEN Zhihua, HUANG Zhen-gui, et al. Acoustic generation mechanism of mixing layer under low convective Mach number [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2013(2): 190-195.

[8] LI Q, HE Y L, WANG Y, et al. Coupled double-distribution-function lattice Boltzmann method for the compressible Navier-Stokes equations [J]. Physical Review: E, 2007, 76(5): 056705.

[9] QU K, SHU C, CHEW Y T. Alternative method to construct equilibrium distribution functions in lattice-Boltzmann method simulation of inviscid compressible flows at high Mach number [J]. Physical Review: E, 2007, 75(3): 036706.

[10] PARESCHI L, RUSSO G. Implicit-explicit Runge-Kutta schemes and applications to hyperbolic systems with relaxation [J]. Journal of Scientific Computing, 2005, 25(1/2): 129-155.

[11] BOGEY C, BAILLY C. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations [J]. Journal of Computational Physics, 2004, 194(1): 194-214.

(编辑 苗凌)