

DOI: 10.7652/xjtuxb201710015

滑移区稀薄气体外掠圆柱体换热的数值分析

王鑫宝¹, 厉彦忠^{1,2}, 谢福寿¹, 王娇娇¹, 王磊¹

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 2. 航天低温推进剂技术国家重点实验室, 100028, 北京)

摘要: 针对滑移流区稀薄气体横掠圆柱体的强制对流换热问题, 采用气体分子动力学, 对速度滑移与温度跳跃边界条件以热流密度项与壁面切应力项形式进行修正, 并植入到 Fluent 软件中, 实现滑移流区换热的数值模拟。对雷诺数 Re 范围为 $0.001 \sim 20$ 、克努森数 Kn 范围为 $0.001 \sim 3$ 的工况进行了数值计算, 并与实验结果进行对比。结果表明: 采用滑移边界修正的 CFD 模型, 可实现对稀薄气体滑移流区流动换热的精确模拟; 当气体流态处于连续流状态 ($Kn \leq 0.01$) 时, 边界条件的变化对数值结果影响不大; 当气体流态处于滑移流状态 (Kn 范围为 $0.01 \sim 0.1$) 时, 采用提出的滑移边界修正模型将能得到更加准确的计算结果; 并且采用该模型可以对部分过渡流区 ($0.1 < Kn < 2$) 的换热进行数值预示。此方法可广泛应用于工程中滑移区流体的换热情况, 为研究稀薄气体滑移流区流动换热问题提供一种有效的数值模拟方法。

关键词: 稀薄气体; 滑移区; 横掠圆柱体; 数值分析

中图分类号: V511 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)10-0088-06

Numerical Analysis for Forced Convection Heat Transfer of Rarefied Gas Across Circular Cylinder in Slip Flow Region

WANG Xinbao¹, LI Yanzhong^{1,2}, XIE Fushou¹, WANG Jiaojiao¹, WANG Lei¹

(1. School of Energy and Power Engineering, Xian Jiaotong University, Xian 710049, China;

2. State Key Laboratory of Technologies in Space Cryogenic Propellants, Beijing 100028, China)

Abstract: For lift-off of launch vehicles, the flow regimes of gas over the wall of the tank varies with altitude, which leads to changing characteristics of the heat transfer between the tank wall and atmosphere. To reveal the characteristics of convective heat transfer across a circular cylinder for rarefied gas, the boundary conditions for the velocity slip and temperature jump are presented. A modified method of Fluent model is developed to predict the heat transfer in slip flow region within the ranges of Reynolds number from 0.001 to 20 and Knudsen number from 0.001 to 3, and in these regions, the numerical simulation results are compared with the experimental data. The results show that in continuous flow region ($Kn \leq 0.01$), different boundary conditions exert little influence on the results. However, for slip flow region ($0.01 < Kn \leq 0.1$), the predicted results with the modified boundary condition become more accurate, and this method with the modified boundary condition could extend to partial transition flow region ($0.1 < Kn < 2$) to predict heat exchange.

Keywords: rarefied gas; slip flow regime; circular cylinder; numerical analysis

随着航天事业的快速发展,我国航天技术在许多方面已取得重大突破,然而仍存在问题亟待解决。如在航天器发射过程中,随着飞行高度的上升,大气压力逐渐降低,空气密度减小,空气的稀薄效应对航天器传热特性的影响将会逐渐显著,此时传统的经验关联式和基于连续性介质假设的 N-S 方程可能已不再适用于此状态的流动换热问题。此外,火星探测作为我国空间探测的下一个目标,该现象将尤为突出。火星的大气主要成分为二氧化碳(体积分数约为 95%),其质量密度约有地球的 1%,故火星着陆器的换热环境主要为探测器表面与稀薄大气之间的换热。同时,真空绝热、真空吸附、真空隧道以及微机电系统等领域也涉及稀薄气体的流动与换热问题。因此,寻找一种解决稀薄气体流动换热问题的有效方法,并对传统关联式适用范围进行验证具有很大的应用价值。

文献[1]根据气体稀薄程度按照克努森数范围,将航天器往返大气所经历的气体流态大致分为:连续流区($Kn \leq 0.01$)、滑移流区($0.01 < Kn \leq 0.1$)、过渡流区($0.1 < Kn < 10$)和自由分子流区($Kn \geq 10$)。滑移流区物体的流动换热与连续流区有很大的不同。在滑移流区时,气体分子的平均自由程比特征长度小很多,所以气体分子之间的碰撞仍起支配作用,但是克努森数又不是小得可以忽略不计,此时气体的稀薄作用也需要考虑。

目前,对滑移流区的数值模拟主要有两种途径:①直接模拟蒙特卡洛法(DSMC),目前已分别对钝锥[2]、球体[3-4]、柱体[5-6]等不同形状的物体进行了计算,但是受到计算条件的限制,DSMC 方法难以对高空连续流、滑移流、过渡流区问题进行数值仿真[7];②对传统的 N-S 方程进行滑移边界条件修正,在主流区仍采用 N-S 方程求解的方式[8]。随着研究的深入,滑移边界条件的修正越来越准确[9-11],但是自编数值模拟对于一些实际问题仍具有较高的复杂度。

针对上述问题,本文基于气体动力学,推导了稀薄气体外掠圆柱体在滑移流区中的速度滑移和温度跳跃边界条件,对传统 N-S 方程进行了滑移边界条件修正,并将其植入商用 CFD 软件 Fluent 中进行数值模拟;通过模拟结果与实验数据的对比,验证了滑移边界修正的 CFD 模型的准确性,为研究稀薄气体滑移流区流动换热问题提供了一种有效的解决手段。

1 模型建立

1.1 物理模型

本文主要模拟对象为滑移区稀薄气体外掠圆柱体强制对流换热过程,其物理模型如图 1 所示。内部为一直径 $D=0.02 \text{ mm}$ 的金属丝横截面,外部计算区域为一方腔,该方腔的边界长度 $H=25D$ 。流体从方腔左侧边界流入,从右侧流出,工作介质为氮气。

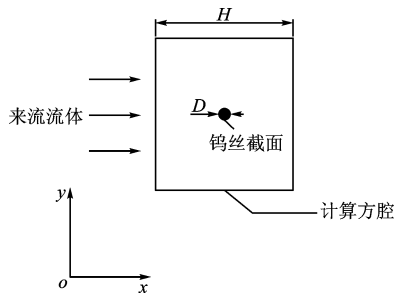


图 1 外掠圆柱体强制对流换热物理模型

1.2 数学模型

图 2 为来流掠过圆柱体的示意图。其中, u_∞ 、 p_∞ 分别为来流的速度与压力, u_∞ 在圆柱壁面处可以分解为沿径向的速度分量 u_r 与沿切向的速度分量 u_θ 。

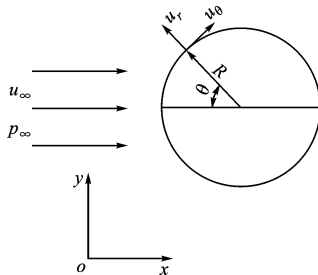


图 2 来流掠过圆柱体示意图

假设外掠圆柱体的流体处于层流流动,此时在球坐标系中的控制方程简化为

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta \sin \theta) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \mu \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{2u_r}{r^2} - \frac{2u_\theta \cot \theta}{r^2} \right] \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \mu \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\cot \theta}{r^2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{2}{r^2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) - \frac{u_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} \right] \quad (3)$$

式(1)为连续性方程,式(2)为径向动量方程,式(3)为切向动量方程。

1.2.1 速度滑移边界的修正 对于滑移流区的数值传热问题,在满足工程计算精度的条件下,采用的

圆柱体向气体传热的总传热量与流体温度、壁面温度之间的关系

$$Q = 2n\pi\kappa R(T_w - T_\infty)\left(1 + \left(\frac{2-a}{a}\right)\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)\left(\frac{4}{Pr}\right)Kn\right)^{-1}$$

(23)

式(23)中 $2n\pi\kappa R(T_w - T_\infty)$ 为连续流区圆柱体表面的对流换热传热量 Q_c , 即为不产生温度跳跃时的传热量。于是, 式(23)进一步化简为

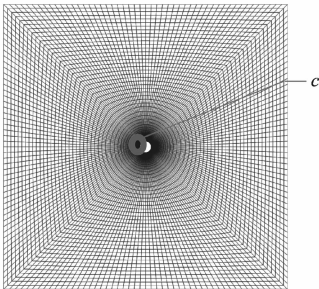
$$\frac{Q}{Q_c} = \left(1 + \left(\frac{2-a}{a}\right)\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)\left(\frac{4}{Pr}\right)Kn\right)^{-1}$$

(24)

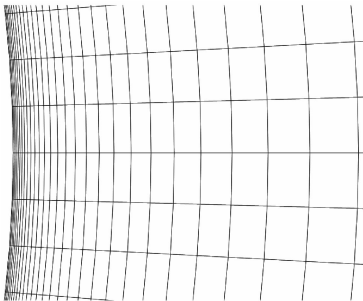
在数值模拟中, 滑移流区圆柱体与来流之间换热的热流密度是已知的, 因此通过式(24)对热流密度进行修正, 即可得到应当输入 Fluent 中热流密度的大小, 以此反映温度跳跃对数值模拟结果的影响。

2 数值模拟的设置

图 4 为外掠圆柱体强制对流换热的计算网格示意图。方腔整体计算区域采用 O 型网格, 靠近圆柱体壁面处的网格进行局部加密。来流流体自左向右流过方腔并与方腔中央的圆柱体进行对流换热。方腔左壁面为速度入口边界, 右壁面为压力出口边界, 其余壁面均为壁面边界条件。圆柱体表面为定热流边界条件, 来流的流体温度恒定。



(a) 整体计算网格



(b) 计算网格局部放大

图 4 外掠圆柱体强制对流换热计算网格

方腔内设为稳态层流, 不考虑辐射, 腔内介质密度、比定压热容、导热系数、动力黏度系数均采用多

项式拟合。模拟计算过程中压力-速度耦合项采用 SIMPLE 算法计算, 对流-扩散项采用二阶迎风格式。

3 结果分析与讨论

为保证数值模拟结果的可靠性, 本文首先在连续流区对模型的可靠性进行了验证。计算工况的压力为 100 kPa, 来流速度分别为 0.5、1、3、5、10、15、20 m/s, 壁面热流恒定。数值模拟结果与实验数据以及传统经验关联式的对比如图 5 所示, 其中传统关联式选择应用较为广泛的 Hilpert 关联式^[14-15], 实验数据来源于文献[16]。在 100 kPa 下, 数值模拟结果与传统经验关联式和实验结果误差均在 5% 之内, 从而验证了本文 CFD 数值模拟模型的可靠性。

表 1 Hilpert 横掠圆柱体强制对流关联式^[14-15]

Re 范围	关联式	C	n
0.4~4	$Nu = CRe^n Pr^{1/3}$	0.989	0.33
4~40		0.911	0.385
40~4 000		0.683	0.466
4 000~40 000		0.193	0.618

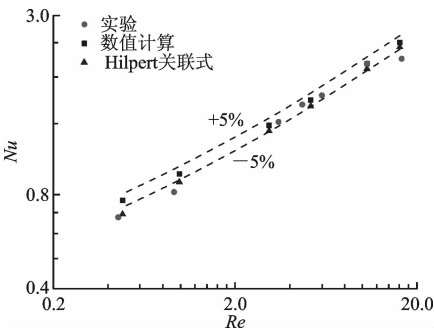


图 5 数值模拟可靠性验证

在连续流区(压力大于 35 kPa), 直接数值模拟、滑移边界修正数值模拟、传统关联式以及实验数据的对比如图 6。通过对比可知, 当流体处于连续流区时, 采用 CFD 直接计算与滑移边界修正模型计算结果相近, 都可以较为准确地实现稀薄气体对流换热数值模拟。

在滑移流区(压力为 6 kPa, $Kn=0.0586$; 压力为 3 kPa, $Kn=0.117$), 直接数值模拟、滑移边界修正数值模拟、传统关联式以及实验数据的对比见图 7, 两条误差带分别代表与实验结果误差 5% 与 20%。从图中可以看出, 当气体流态由连续流区转换到滑移流区后, 采用无滑移边界条件的直接数值模拟结果与实验结果的误差远大于 20%, Hilpert 关联式与实验结果的误差在 20% 左右, 而采用滑移边界条件修正后的数值模拟结果与实验结果吻合较

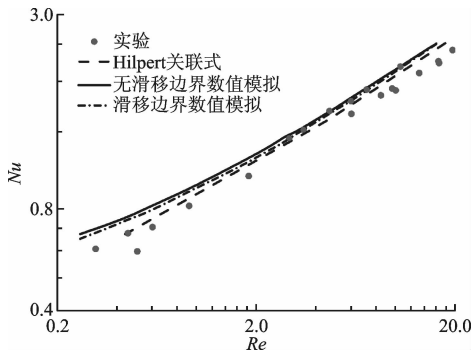


图 6 连续流区数值模拟结果

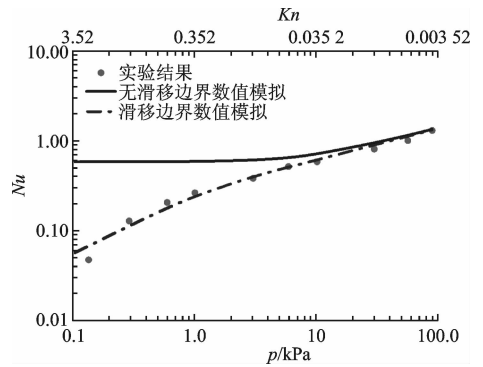


图 8 不同压力下数值模拟结果

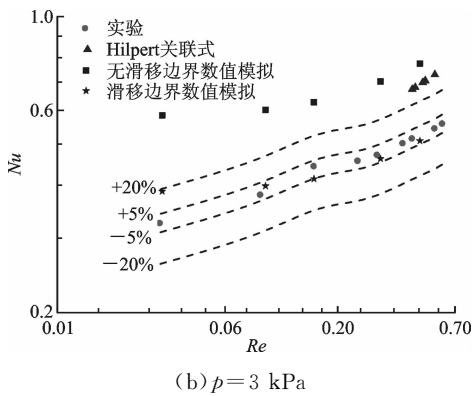
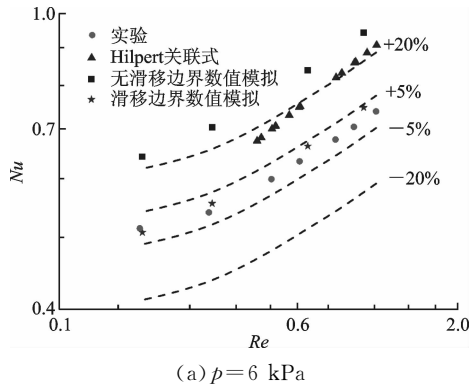


图 7 滑移流区数值模拟结果

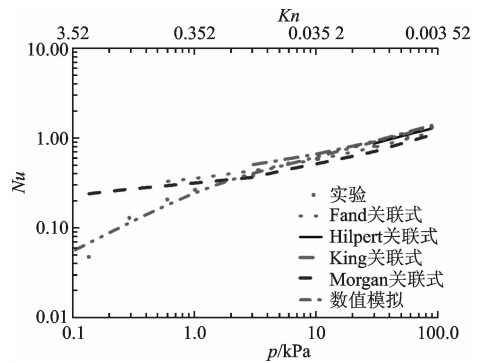


图 9 不同压力下数值结果与传统关联式结果的比较

经验关联式与数值模拟均可得到较为准确的计算结果(King 关联式、Morgan 关联式误差 10%~20%, Fand 关联式、Hilpert 关联式误差小于 10%,数值模拟误差小于 10%);当流体进入过渡流区后($Kn > 0.1$),传统经验关联式趋势有误,失去对对流换热的预示作用,数值模拟结果可部分预示对流换热的状况(数值模拟结果误差为 10%~20%,在 $Kn > 2$ 处误差大于 20%)。

表 2 横掠圆柱体强制对流关联式

文献	Re 范围	关联式	C	n
[17]	$1 \times 10^{-4} \sim 4 \times 10^{-3}$	$Nu = C Re^n Pr^{1/3}$	0.437	0.0895
	$4 \times 10^{-3} \sim 9 \times 10^{-2}$		0.565	0.136
	$9 \times 10^{-2} \sim 1$		0.800	0.280
	$1 \sim 35$		0.795	0.384
[18]	$0.01 \sim 2 \times 10^5$	$Nu = 0.184 + 0.324 Re^{0.5} +$	0.291 Re^n	$n = 0.247 + 0.0407 Re^{0.168}$
[19]	$0.055 \sim 55$	$Nu = 0.318 + 0.69 Re^{0.5} Pr^{1/3}$		

4 结 论

基于气体动力学理论,本文推导了稀薄气体在滑移流区横掠圆柱体对流换热时,速度滑移和温度

好(误差大部分小于 5%,仅存在一处误差大于 5%)。因此,在稀薄气体滑移区的流动换热问题中,本文修正的滑移边界可保障数值模拟的准确性。

在来流速度为 3 m/s、压力为 0.1~90 kPa 时,实验、无滑移边界数值模拟与滑移边界数值模拟的结果见图 8。从图中可以看出,当流体处于连续流状态时,考虑速度滑移边界条件和不考虑滑移条件的计算结果基本相同,而当气体流态转变为滑移流甚至过渡流时,采用本文修正方法可以获得较为吻合的模拟结果。

图 9 展示了来流速度为 3 m/s、压力为 0.1~90 kPa 时,数值模拟结果与传统关联式的比较。从图中可以看出:当流体处于连续流与滑移流区时,传统

阶跃的表达式,并将其植入 Fluent 软件中,对连续流区的 N-S 方程进行了相应修正,得出以下结论。

(1)采用滑移边界修正的 CFD 模型,可实现对稀薄气体滑移流区流动换热的精确模拟。

(2)当气体流态处于连续流区时,滑移边界修正模型与无滑移边界直接模拟结果相近。

(3)当气体流态处于滑移流区时,采用本文的滑移边界修正模型可以得到较为准确(误差在 5%之内)的结果,明显优于传统经验关联式。

(4)本文的滑移边界修正模型可推广至过渡流区,从而实现对部分过渡流区($0.1 < Kn < 2$)的对流换热的预示。

参考文献:

- [1] TSIEN H S. Superaerodynamics, mechanics of rarefied gases [J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1946, 13(1): 653-664.
- [2] WETZEL W, ERTEL H. Monte Carlo simulations of hypersonic flows past blunt bodies [J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 1990, 4(2): 157-161.
- [3] DOGRA V K, MOSS J N, WILMOTH R G, et al. Hypersonic rarefied flow past spheres including wake structure [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1994, 31(5): 713-718.
- [4] LIU H C F, BESKOK A, GATSONIS N, et al. Flow past a microsphere in a pipe: effects of rarefaction [C] // ASME 1998 Dynamic System and Control Conference: Micro-Electro-Mechanical Systems. New York, USA: ASME, 1998: 445-452.
- [5] 王嫻,王秋旺,陶文铨. 稀薄气体二维外部柱体绕流特性研究 [C] // 2002 年中国工程热物理学会传热传质学学术会议论文集. 北京: 工程热物理学会, 2002: 298-300.
- [6] BOYLAN D E. Laminar convective heat-transfer rates on a hemisphere cylinder in rarefied hypersonic flow [J]. AIAA Journal, 1971, 9(8): 1661-1663.
- [7] 李志辉,彭傲平,吴俊林,等. 稀薄气体自由分子流到连续流跨流域气动力热绕流统一算法研究 [J]. 载人航天, 2013, 19(2): 81-91.
LI Zhihui, PENG Aoping, WU Junlin. Gas-kinetic unified algorithm for aerothermodynamics from free-molecular flow to continuum regime [J]. Manned Spaceflight, 2013, 19(2): 81-91.
- [8] MAXWELL J C. On stresses in rarefied gases arising from inequalities of temperature [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1879, 170: 231-256.
- [9] YUN K Y, AGARWAL R K, BALAKRISHANA R. Hypersonic flow computations in the continuum-transition regime using the augmented Burnett and BGK-Burnett equations [C] // Sixteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics. Berlin, Germany: Springer, 1998: 560-565.
- [10] RIJ J V, AMEEL T, HARMAN T. An evaluation of secondary effects on microchannel frictional and convective heat transfer characteristics [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2009, 52: 2792-2801.
- [11] LE N T P, ROOHI E. A new form of the second-order temperature jump boundary condition for the low-speed nanoscale and hypersonic rarefied gas flow simulations [J]. International Journal of Thermal Sciences, 2015, 98: 51-59.
- [12] 陈熙. 动力论及其在传热与流动研究中的应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1996: 187-236
- [13] 朱恂. 速度滑移及温度跳跃区微尺度通道内的流动与换热[D]. 重庆: 重庆大学, 2002: 21-23
- [14] HILPERT R. Heat transfer from cylinders [J]. Forsch Geb Ingenieurwes, 1933, 4: 215-224.
- [15] KNUDSEN J D, KATZ D L. Fluid dynamics and heat transfer [M]. New York, USA: McGraw-Hill, 1958: 40-44.
- [16] XIE Fushou, LI Yanzhong, LIU Zhan, et al. A forced convection heat transfer correlation of rarefied gases cross-flowing over a circular cylinder [J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2016, 80: 327-336.
- [17] MORGAN V T. The overall convective heat transfer from smooth circular cylinders [J]. Advances in Heat Transfer, 1975, 11: 199-264.
- [18] FAND R M, KESWANI K K. A continuous correlation equation for heat transfer from cylinders to air in crossflow for Reynolds numbers from 10^{-2} to 2×10^5 [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1972, 15(3): 559-562.
- [19] KING L V. On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid: determination of the convection constant of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London: Series A, 1914, 214: 373-432.

(编辑 杜秀杰)