

DOI: 10.7652/xjtuxb201808019

提升空时自适应检测性能的多输入 多输出雷达稳健波形设计

刘玉春¹, 王洪雁²

(1. 周口师范学院机械与电气工程学院, 466001, 河南周口; 2. 大连大学信息学院, 116622, 辽宁大连)

摘要: 针对基于多输入多输出(MIMO)正交频分复用(OFDM)雷达的空时自适应处理(STAP)方法的检测性能受未确知环境先验信息影响较大的问题,提出一种提升空时自适应检测性能的 MIMO 雷达稳健波形设计方法。首先构建杂波协方差矩阵估计误差模型,然后在此误差模型以及波形恒模特性约束下,基于最大化最差情况下的输出信干噪比准则,建立改善 STAP 检测概率稳健性的波形优化模型。为求解所得非线性波形优化模型,提出了基于对角加载的迭代方法,该迭代方法中每步均可转化为半定规划问题,因而可以获得高效求解。仿真结果表明,所提方法能够改善最差情况下的 STAP 检测概率,与非稳健方法以及不相关波形相比,可提高最差情况下 MIMO-OFDM-STAP 方法的输出信干噪比 2~4 dB。

关键词: 雷达;正交频分复用;多输入多输出;空时自适应处理;稳健设计;半定规划

中图分类号: TN957 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2018)08-0124-08

A Robust Waveform Design of MIMO Radars for Improving Detection Performance of Space-Time Adaptive Processing

LIU Yuchun¹, WANG Hongyan²

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Zhoukou Normal University, Zhoukou, Henan 466001, China;

2. College of Information Engineering, Dalian University, Dalian, Liaoning 116622, China)

Abstract: A robust waveform design method of multi-input multi-output (MIMO) radars for improving the detection performance of space-time adaptive processing (STAP) is presented to focus the issue that the detection performance of the MIMO-OFDM radar based STAP method is heavily affected by the unascertained environmental prior knowledge. An estimation error model for clutter covariance matrix is firstly constructed. Then, with the constraints of this error model and waveform constant modulus, the waveform optimization issue to improve the robustness of the detection probability of STAP can be formulated, which is based on the criterion of maximizing the worst-case output signal-to-interference plus noise ratio (SINR). To solve the resultant nonlinear waveform optimization problem, an iterative approach based on diagonal loading is developed. Each step in the proposed iterative method can be recast as a semidefinite programming, and can be solved in an efficient way. Simulation results show that the proposed approach can improve the detection probability of STAP in the worst case, and in comparisons with the uncorrelated waveforms and the non-robust algorithm, the proposed method can improve

收稿日期: 2017-11-14。 作者简介: 刘玉春(1979—),男,博士,副教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61401526,61301258);国家博士后基金资助项目(2016M590218)。

网络出版时间: 2018-07-03

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20180703.2132.002.html>

the worst-case output of MIMO-OFDM-STAP SINR by 2-4 dB.

Keywords: radar; orthogonal frequency division multiplexing; multi-input multi-output; space-time adaptive processing; robust design; semidefinite programming

多输入多输出(MIMO)雷达以其优越的性能吸引了科研界的注意^[1]。与传统相控阵雷达只能发射相干波形不同,MIMO雷达可发射几乎任意波形,这也被称为波形分集^[1]。MIMO雷达可以通过设计发射波形以获得波形分集,从而改善雷达系统的目标检测^[2]及参数估计^[3]性能。为了改善空时自适应处理(STAP)方法^[4]的检测性能,文献[5]通过设计波形相关矩阵,最大化输出信干噪比。需要注意的是,设计发射波形需要利用场景及目标的先验知识,而此先验知识只可通过估计得到,因而不可避免地会存在估计误差,进而基于所得非确知先验信息而获得的优化发射波形会严重影响MIMO雷达的目标检测及参数估计性能^[6]。因此,提升STAP检测概率稳健性的波形设计成为了MIMO雷达领域的研究热点。

为提升MIMO雷达监测性能,正交频分复用(OFDM)技术^[7]以及STAP技术^[8]被引入MIMO雷达领域。OFDM雷达可利用多个正交子载波并行检测目标,因而可克服频率选择性衰落;STAP技术可有效改善低速目标检测性能。文献[9]通过设计OFDM波形以消除MIMO雷达系统中的干扰,进而改善STAP的检测性能。由文献[8-9]知,通过将OFDM波形引入MIMO雷达系统,可显著提高STAP方法的检测性能。基于此,文献[10]通过设计OFDM波形以改善MIMO雷达目标检测及跟踪性能。然而,上述方法所得优化波形受非确知先验信息影响较大,会导致目标检测及追踪稳健性能恶化。

针对此问题,文献[11]提出了改善MIMO-STAP检测性能的稳健波形设计方法。然而,此方法没有考虑发射波形的物理约束,比如恒模特性等。文献[12]则考虑了目标先验信息未确知场景下改善STAP检测性能的稳健波形优化方法,此方法假设系统噪声为空时不相关,但在实际应用中,接收阵列阵元之间由于互耦效应通常存在空域相关^[6]。此外,此方法亦没有考虑发射波形的物理特性。需要注意的是,文献[11,12]所提稳健波形设计方法皆未利用OFDM的频率分集优势以改善系统性能。

基于上述问题,为降低STAP检测概率对杂波协方差矩阵估计误差的敏感性,本文提出一种基于

MIMO雷达的OFDM稳健波形优化方法。为改善最差情况下STAP检测概率的稳健性,在杂波协方差矩阵不确定凸集以及波形恒模约束下,本文通过杂波协方差矩阵设计发射波形以最大化最差情况下输出信干噪比,进而改善STAP方法检测概率的稳健性。为求解所得非线性问题,先将非凸恒模约束松弛为低峰均比凸约束,而后提出一种基于对角加载^[13]的迭代方法。所提迭代方法中每步都可松弛为半定规划问题,从而获得高效求解^[14]。

1 问题描述

本文所用模型描述如下:分别具有 M 、 N 个阵元的发射接收阵列平行放置,相邻阵元间距分别为 d_T 、 d_R ;高度为 h 的雷达以速度 v 平行于收发阵列运动,目标则以速度 v_t 向雷达运动。类似于文献[7],每个发射阵元发射一个OFDM子带信号。脉冲重复周期(pulse repetition interval, PRI)为 T 的 L 个脉冲构成一个相干处理周期,则第 l 个PRI中第 n 个阵元的接收数据可表示为

$$\mathbf{x}_{n,l} = \sum_{m=0}^{M-1} \rho_t \mathbf{s}_m \exp\{j2\pi/\lambda[\sin\theta_t(d_T n + d_t m + 2vt) + 2v_t t] + 2\pi f_m\} + \int_0^{2\pi} \sum_{m=0}^{M-1} \rho(\theta) \mathbf{s}_m \exp\{j2\pi/\lambda[\sin\theta(d_T n + d_t m + 2vt)] + 2\pi f_m\} d\theta + \mathbf{z}_{n,l} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{s}_m = \boldsymbol{\alpha}_m \odot \boldsymbol{\varphi}_m$ 为第 m 个阵元发射的离散基带复信号, $\boldsymbol{\alpha}_m = [\alpha_{m1}, \alpha_{m2}, \dots, \alpha_{mK}]$ 、 $\boldsymbol{\varphi}_m = [\varphi_{m1}, \varphi_{m2}, \dots, \varphi_{mK}]$ 分别为信号幅度及相位,其中 $\|\varphi_m\|^2 = 1$, K 为采样数目, $\odot$ 为Hadamard积, $\|\cdot\|$ 为范数; $f_m = f_0 + m\Delta f$, f_0 为载频, Δf 为子带间隔; ρ_t 及 $\rho(\theta)$ 分别为目标及杂波幅度; λ 、 $\mathbf{z}_{n,l}$ 分别为载波长和干扰加噪项。

离散化杂波,经过下变频,式(1)可重新表示为

$$\mathbf{x}_{n,l} = \sum_{m=0}^{M-1} \rho_t \mathbf{s}_m \exp\{j2\pi/\lambda[\sin\theta_t(d_T n + d_t m + 2vt) + 2v_t t]\} + \sum_{i=0}^{N_C-1} \sum_{m=0}^{M-1} \rho(\theta_i) \mathbf{s}_m \exp\{j2\pi/\lambda[\sin\theta(d_T n + d_t m + 2vt)]\} + \mathbf{z}_{n,l} \quad (2)$$

式中: N_C 为杂波采样数。令 $f_s = d_R \sin\theta_t/\lambda$, $f_D = 2(v \sin\theta_t + v_t)T/\lambda$, $f_{si} = d_R \sin\theta_i/\lambda$, $\gamma = d_T/d_R$, $\beta = 2vT/d_R$,则基于式(2),第 l 个PRI内接收数据可表

示如下

$$\mathbf{X}_l = \rho_l \exp\{j2\pi f_D l\} \mathbf{a} \mathbf{b}^T \mathbf{S} + \sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i \exp\{j2\pi \beta f_{s,i} l\} \mathbf{a}_i \mathbf{b}_i^T \mathbf{S} + \mathbf{Z}_l \quad (3)$$

式中: $\mathbf{b} = [1, \exp\{j2\pi \gamma f_s\}, \dots, \exp\{j2\pi(M-1) \cdot \gamma f_s\}]^T$; $\mathbf{a} = [1, \exp\{j2\pi f_s\}, \dots, \exp\{j2\pi(N-1) \cdot f_s\}]^T$; $\mathbf{b}_i = [1, \exp\{j2\pi \gamma f_{s,i}\}, \dots, \exp\{j2\pi(M-1) \cdot \gamma f_{s,i}\}]^T$; $\mathbf{a}_i = [1, \exp\{j2\pi f_{s,i}\}, \dots, \exp\{j2\pi(N-1) \cdot f_{s,i}\}]^T$ 分别为位于 θ 的目标以及 θ_i 的杂波块的发射、接收导向矢量; $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M]^T$ 为发射波形矩阵; $\mathbf{Z}_l = [\mathbf{z}_{1,l}^T, \mathbf{z}_{2,l}^T, \dots, \mathbf{z}_{N,l}^T]^T$, $\mathbf{Z}_l$ 服从均值为 0、方差为 $\mathbf{Q}$ 的循环对称复高斯分布^[6]。

以 $\mathbf{S}^H (\mathbf{S} \mathbf{S}^H)^{-1/2}$ 为匹配滤波器以得到充分检测统计量。由于 $\boldsymbol{\varphi}_m^H \boldsymbol{\varphi}_q = \delta_{mq}$, 则滤波器输出可表示为

$$\tilde{\mathbf{x}}_l = \rho_l \exp\{j2\pi f_D l\} (\boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{b} \otimes \mathbf{a}) + \sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i \exp\{j2\pi \beta f_{s,i} l\} (\boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{b}_i \otimes \mathbf{a}_i) + \text{vec}(\tilde{\mathbf{Z}}_l) \quad (4)$$

式中: $\tilde{\mathbf{x}}_l = \text{vec}(\tilde{\mathbf{X}}_l)$; $\tilde{\mathbf{X}}_l = \mathbf{X}_l \mathbf{S}^H (\mathbf{S} \mathbf{S}^H)^{-1/2}$; $\tilde{\mathbf{Z}}_l = \mathbf{Z}_l \mathbf{S}^H (\mathbf{S} \mathbf{S}^H)^{-1/2}$; $\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{S} \mathbf{S}^H (\mathbf{S} \mathbf{S}^H)^{-1/2} = \text{diag}\{\|\alpha_1\|, \|\alpha_2\|, \dots, \|\alpha_M\|\}$; $\text{vec}(\cdot)$ 为矢量化算子; $\mathbf{I}$ 为单位矩阵; $\otimes$ 为 Kronecker 积。

基于式(4), 可得全部空时快拍如下

$$\mathbf{X}_C = [\tilde{\mathbf{x}}_1^T, \tilde{\mathbf{x}}_2^T, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_L^T]^T = \rho_l (\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{u}_D \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a}) + (\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) \sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i (\mathbf{u}_{D,i} \otimes \mathbf{b}_i \otimes \mathbf{a}_i) + \mathbf{I}_L \otimes \text{vec}(\tilde{\mathbf{Z}}_l) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{u}_D = [1, \exp\{j2\pi f_D\}, \dots, \exp\{j2\pi(L-1) \cdot f_D\}]^T$ 及 $\mathbf{u}_{D,i} = [1, \exp\{j2\pi f_{D,i}\}, \dots, \exp\{j2\pi(L-1) \cdot f_{D,i}\}]^T$ 分别为位于 θ 的目标以及 θ_i 的杂波块的多普勒导向矢量。

根据最小方差畸变准则^[5], 最优信干噪比可表示如下

$$R_{\text{SIN}} = \rho_l^2 [(\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{u}_D \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a})]^H \cdot \mathbf{R}_{i+n}^{-1} [(\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{u}_D \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a})] \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{R}_{i+n} = E[(\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) \sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i (\mathbf{u}_{D,i} \otimes \mathbf{b}_i \otimes \mathbf{a}_i) + \mathbf{I}_L \otimes \text{vec}(\tilde{\mathbf{Z}}_l)] ((\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) \cdot \sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i (\mathbf{u}_{D,i} \otimes \mathbf{b}_i \otimes \mathbf{a}_i) + \mathbf{I}_L \otimes \text{vec}(\tilde{\mathbf{Z}}_l))^H] \quad (7)$$

设 ρ_i 为服从均值为 0、方差为 σ_i^2 的高斯随机变量, 且杂波与干扰及噪声不相关^[8], 则上式可重写为

$$\mathbf{R}_{i+n} = (\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) E[(\sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i (\mathbf{u}_{D,i} \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a})) (\sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i (\mathbf{u}_{D,i} \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a}))^H] \cdot (\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi}^H \otimes \mathbf{I}_N)^H + \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{Q} = (\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) \mathbf{V} \mathbf{E} \mathbf{V}^H (\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi}^H \otimes \mathbf{I}_N)^H + \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{Q} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{N_C}]^H$; $\mathbf{v}_i = \mathbf{U}_{D,i} \otimes \mathbf{b}_i \otimes \mathbf{a}_i$; $\mathbf{E} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_{N_C}^2)$ 。

将式(8)代入(6), 可得

$$R_{\text{SIN}} = |\rho_l|^2 [(\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{u}_D \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a})]^H \cdot [(\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) \mathbf{V} \mathbf{E} \mathbf{V}^H (\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N)^H + \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{Q}]^{-1} [(\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{u}_D \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a})] = |\rho_l|^2 (\mathbf{A} \mathbf{v}_l)^H (\mathbf{A} \mathbf{R}_C \mathbf{A}^H + \mathbf{Q}_C)^{-1} (\mathbf{A} \mathbf{v}_l) \quad (9)$$

式中: $\mathbf{Q}_C = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{Q} > \mathbf{0}$; $\mathbf{R}_C = \mathbf{V} \mathbf{E} \mathbf{V}^H \geq \mathbf{0}$; $\mathbf{A} = \mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi} \otimes \mathbf{I}_N$ 。

根据矩阵求逆定理^[16], 式(9)重新表示如下

$$R_{\text{SIN}} = |\rho_l|^2 \mathbf{v}_l^H \mathbf{A}^H [\mathbf{Q}_C^{-1} - \mathbf{Q}_C^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}_C \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{A}^H \mathbf{Q}_C^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}_C)^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{Q}_C^{-1}] \mathbf{A} \mathbf{v}_l = |\rho_l|^2 \mathbf{v}_l^H (\mathbf{I} + \mathbf{A}^H \mathbf{Q}_C^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}_C)^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{Q}_C^{-1} \mathbf{A} \mathbf{v}_l = |\rho_l|^2 \mathbf{v}_l^H (\mathbf{I} + \mathbf{A} \mathbf{R}_C)^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{v}_l \quad (10)$$

式中: $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A}^H \mathbf{Q}_C^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Psi} \otimes \mathbf{Q}^{-1}$, $\boldsymbol{\Psi} = \text{diag}\{\|\alpha_1\|^2, \dots, \|\alpha_M\|^2\}$ 为波形相关矩阵, 且 $\tilde{\mathbf{A}} \geq \mathbf{0}$ 。

计算式(10)需要 $\mathbf{v}_l$ 、 $\mathbf{R}_C$ 等参数值。然而, 实际中上述值须经估计得到, 因而存在不确定性, 进而所得检测概率可能对参数估计误差比较敏感, 此现象已在文献[5-6]中由仿真表述。本文仅考虑杂波协方差矩阵, 即 $\mathbf{R}_C$ 的影响。

实际中不可能得到 $\mathbf{R}_C$ 的无误差估计, 即真实 $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 与假定 $\mathbf{R}_C$ 之间一定存在差别。设 $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 位于如下凸集中

$$\mathcal{R} = \{\Delta \mathbf{R}_C \mid \tilde{\mathbf{R}}_C = \mathbf{R}_C + \Delta \mathbf{R}_C, \|\Delta \mathbf{R}_C\|_F \leq \sigma\} \quad (11)$$

式中: $\Delta \mathbf{R}_C$ 为未知误差矩阵; σ 为误差矢量模上界。须注意, σ 应满足条件 $\sigma < \|\mathbf{R}_C\|_F$, 否则 $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 可能为 0 或不定矩阵。对于前者, 本文考虑的稳健波形设计将毫无意义; 对于后者, 则与杂波协方差矩阵应为半正定的事实相矛盾^[4]。此外, 类似于文献[16]所述, σ 的取值将会影响本文方法性能, 此影响将在第 3 部分通过仿真论述。

需要注意的是, 实际中雷达波形应具有恒模特性以使得发射机处于饱和状态从而避免非线性效应。

由上述知, 在环境先验信息未确知条件下, 改善基于 MIMO-OFDM 雷达 STAP 方法检测性能的稳

健波形优化问题可简述如下:在杂波协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 、不确定凸集 $\mathcal{R}$ 、发射波形功率及恒模约束下,通过设计发射波形以最大化最差情况下输出信干噪比,从而提高最差情况下的检测概率。此问题可表示为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\Psi} \min_{\Delta \mathbf{R}_C} \mathbf{v}_t^H (\mathbf{I}_{MNL} + \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{R}}_C)^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{v}_t \\ & \text{s. t. } \Delta \mathbf{R}_C \in \mathcal{R}, |\alpha_m(k)| = C_m \\ & \text{tr}(\Psi) = P, \Psi \succeq \mathbf{0}, k = 1, \dots, K \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: C_m 为第 m 个波形幅度; P 为总发射功率。

2 基于对角加载的迭代方法

由于问题式(12)中存在波形恒模约束,因此成为 NP-hard 问题^[13]。此类问题不宜采用诸如凸优化等传统方法求解^[14]。根据文献[17],具有有限符号集的恒模信号不能较好满足波形设计需求。因此,类似于文献[18],恒模约束可利用如下低峰均比代替,即

$$R_{AP}(\alpha_m) = \frac{\max_k |\alpha_m(k)|^2}{(1/K) \sum_{k=1}^K |\alpha_m(k)|^2} \leq 1 \quad (13)$$

基于式(13),式(12)可以重写为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\Psi} \min_{\Delta \mathbf{R}_C} \mathbf{v}_t^H (\mathbf{I}_{MNL} + \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{R}}_C)^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{v}_t \\ & \text{s. t. } R_{AP}(\alpha_m) = \frac{\max_k |\alpha_m(k)|^2}{(1/K) \sum_{k=1}^K |\alpha_m(k)|^2} \leq 1 \\ & \Delta \mathbf{R}_C \in \mathcal{R}, \text{tr}(\Psi) = P, \Psi \succeq \mathbf{0}, k = 1, \dots, K \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由于 $|\alpha_m(k)| = C_m$, 式(14)可以重新表示为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\Psi} \min_{\Delta \mathbf{R}_C} \mathbf{v}_t^H (\mathbf{I}_{MNL} + \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{R}}_C)^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{v}_t \\ & \text{s. t. } \Delta \mathbf{R}_C \in \mathcal{R}, \max_k |\alpha_m(k)|^2 \leq C_m^2 \\ & \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K |\alpha_m(k)|^2 = P, \Psi \succeq \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

注意到 $\max_k |\alpha_m(k)|^2 \leq C_m^2$, 式(15)中第3项约束可松弛为 $\|\alpha_m\|^2 \leq D_m$, $D_m = KC_m^2$, 因此式(15)可重表示为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\|\alpha_m\|^2} \min_{\Delta \mathbf{R}_C} \mathbf{v}_t^H (\mathbf{I}_{MNL} + \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{R}}_C)^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{v}_t \\ & \text{s. t. } \Delta \mathbf{R}_C \in \mathcal{R}, \|\alpha_m\|^2 \leq D_m \\ & \sum_{m=1}^M \|\alpha_m\|^2 = P, \|\alpha_m\|^2 \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

由于 $\tilde{\mathbf{A}}$ 及 $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 皆为半定矩阵, 因此 $\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{R}}_C$ 为不定矩阵^[15], 从而式(16)无法求解。针对此问题, 可将通常用于稳健波束形成的 DL 方法^[12]应用于求解

Ψ , 可得

$$\tilde{\Psi} = \Psi + \epsilon \mathbf{I} \succ \mathbf{0} \quad (17)$$

式中: $\epsilon \ll \lambda_{\max}(\Psi)$ 即为加载因子; $\lambda_{\max}(\mathbf{A})$ 表示取矩阵 $\mathbf{A}$ 最大特征值。由文献[13]可知, 加载因子难以从理论上确定其取值, 一般通过实验确定。本文通过实验可取 $\epsilon = \lambda_{\max}(\Psi)/1\,000$ 。由于 $\tilde{\Psi} \succ \mathbf{0}$, 可得 $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{I}_L \otimes \tilde{\Psi} \otimes \mathbf{Q}^{-1} \succ \mathbf{0}$ 。以 $\hat{\mathbf{A}}$ 替代式(16)中 $\tilde{\mathbf{A}}$, 可得

$$(\mathbf{I}_{MNL} + \hat{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{R}}_C)^{-1} \hat{\mathbf{A}} = (\hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{I}_{MNL} + \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{R}}_C)^{-1} = (\hat{\mathbf{A}}^{-1} + \tilde{\mathbf{R}}_C)^{-1} \quad (18)$$

基于式(18), 式(16)中内层优化问题可等价于

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\Delta \mathbf{R}_C, t} t \\ & \text{s. t. } \Delta \mathbf{R}_C \in \mathcal{R}, \mathbf{v}_t^H (\hat{\mathbf{A}}^{-1} + \tilde{\mathbf{R}}_C)^{-1} \mathbf{v}_t \leq t \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: t 为辅助优化变量。

基于 Schur 补定理^[15], 式(19)可表示为如下半定规划问题

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\Delta \mathbf{R}_C, t} t \\ & \text{s. t. } \begin{bmatrix} t & \mathbf{v}_t \\ \mathbf{v}_t^H & \hat{\mathbf{A}}^{-1} + \tilde{\mathbf{R}}_C \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0} \\ & \begin{bmatrix} \sigma^2 & \text{vec}(\Delta \mathbf{R}_C) \\ \text{vec}^H(\Delta \mathbf{R}_C) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

将由式(20)所得 $\Delta \mathbf{R}_C$ 代入式(16), 下面考虑外层优化问题。类似于内层优化, 将对角加载方法应用于 $\tilde{\mathbf{R}}_C$, 可得

$$\hat{\mathbf{R}}_C = \tilde{\mathbf{R}}_C + \rho \mathbf{I} \succ \mathbf{0} \quad (21)$$

式中: $\rho \ll \lambda_{\max}(\mathbf{R}_C)$, 可取 $\rho = \lambda_{\max}(\mathbf{R}_C)/1\,000$ 。用 $\hat{\mathbf{R}}_C$ 代替式(16)中 $\tilde{\mathbf{R}}_C$, 基于矩阵求逆定理^[15], 可得

$$\begin{aligned} R_{\text{SIN}} &= |\rho_t|^2 \mathbf{v}_t^H (\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{R}}_C)^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{R}}_C \hat{\mathbf{R}}_C^{-1} \mathbf{v}_t = \\ &= |\rho_t|^2 \mathbf{v}_t^H \hat{\mathbf{R}}_C^{-1} \mathbf{v}_t - |\rho_t|^2 \mathbf{v}_t^H (\hat{\mathbf{R}}_C + \hat{\mathbf{R}}_C \tilde{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{R}}_C)^{-1} \mathbf{v}_t \end{aligned} \quad (22)$$

由于式(22)第一项与 Ψ 无关, 且 $\hat{\mathbf{R}}_C \succ \mathbf{0}$ 及 $\tilde{\mathbf{A}} \succeq \mathbf{0}$ 知 $\hat{\mathbf{R}}_C + \hat{\mathbf{R}}_C \tilde{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{R}}_C \succ \mathbf{0}$, 式(16)中外层优化等价于

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\|\alpha_m\|^2} \mathbf{v}_t^H (\hat{\mathbf{R}}_C + \hat{\mathbf{R}}_C \tilde{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{R}}_C)^{-1} \mathbf{v}_t \\ & \text{s. t. } \|\alpha_m\|^2 \leq D_m, \sum_{m=1}^M \|\alpha_m\|^2 = P \\ & \|\alpha_m\|^2 \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

类似于内层优化, 式(23)可等价于如下半定规划问题

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\|\alpha_m\|^2, t} t \\ & \text{s. t. } \begin{bmatrix} t & \mathbf{v}_t \\ \mathbf{v}_t^H & \hat{\mathbf{R}}_C + \hat{\mathbf{R}}_C \tilde{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{R}}_C \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0} \\ & \|\alpha_m\|^2 \leq D_m, \sum_{m=1}^M \|\alpha_m\|^2 = P, \|\alpha_m\|^2 \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

其中: t 为辅助优化变量。

由文献[19]可知,半定规划的优势是可以通过快速数值方法在多项式时间内以任意精度收敛至全局最优值,因而式(20)及式(24)可获得高效求解。本文利用凸优化技术对这2个问题进行高效求解。

基于上述讨论,类似于文献[20]所提算法3,本文提出一种基于对角加载的迭代算法以设计发射波形,从而最大化最差情况下的输出信干噪比,进而改善 STAP 检测概率相对于杂波协方差矩阵估计误差的稳健性能,所提算法可描述如下:

- (1)给定发射波形初始值;
- (2)求解式(20)以得到最优 $\Delta \mathbf{R}_C$;
- (3)求解式(24)以得到最优 $\|\alpha_m\|^2$;

(4)重复步骤2和3,直到相邻2次迭代最差输出信干噪比差别不明显(本文仿真部分采用如下迭代终止条件 $\|R_{\text{SIN}}^{(i)} - R_{\text{SIN}}^{(i-1)}\| \leq 10^{-2}$,其中 i 为迭代步数);

(5)基于所得最优 $\|\alpha_m\|^2$,可通过文献[21]提出的随机化技术得到最终可发射波形。

3 仿真及分析

本节通过与在相应约束下最大化(式(10)) SINR 的非稳健算法^[5]以及非相关波形2种方法的比较,将在以下5个方面验证所提方法优势:最差情况下输出 SINR 性能改善;所提算法稳健性; $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 不确定凸集上界对输出 SINR 影响;DL 取值对输出 SINR 影响;所提基于 DL 迭代方法收敛性。

仿真中,收发阵元均为3,且具有如下2种配置:相邻阵元具有半波长间距的 MIMO 雷达 A;发射接收相邻阵元间距分别为1.5倍和0.5倍波长的雷达 B。选择脉冲重复频率使得 $\beta=2$ 。 $f_0=3$ GHz, $L=3$,子载波数目为3,且 $T=1/4\ 000$ s。雷达高度为9 km, $v=200$ m/s,感兴趣距离为12.728 km。阵列信噪比定义为 $R_{\text{ASN}}/\sigma_w^2$,取值范围为10~50 dB,其中 σ_w^2 为噪声方差。具有单位幅度的目标位于 -20° ,且 $v_t=20.45$ m/s。均匀栅格化杂波,杂噪比取值为10~50 dB。2个点干扰源位于 15° 及 0° ,且每个干扰干噪比为60 dB。

在阵列信噪比及杂噪比均为30 dB条件下,采用本文算法得到发射波束方向图如图1所示。由图1知,本文方法在目标周围有较高增益,表明 MIMO 雷达将主要功率发射至 $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 不确定凸集上最小输出信干噪比所在位置,因而可提高最差情况下检测概率。此外,图1b中有栅瓣,这是 MIMO 雷达 B 中稀

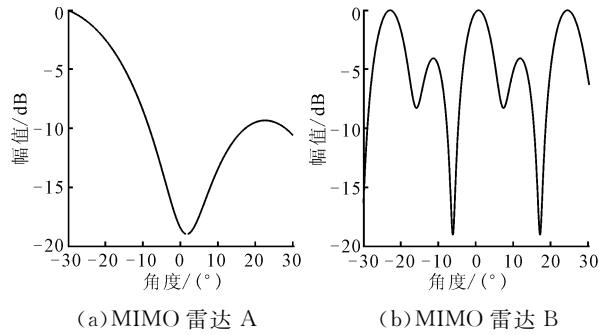


图1 发射波束方向图

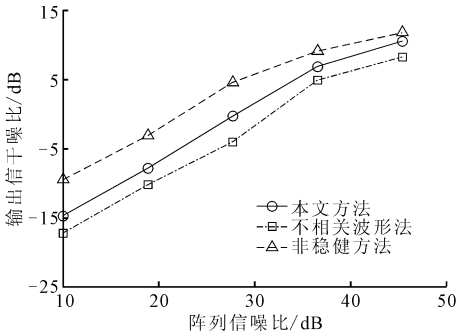
疏发射阵列所致^[8]。

为验证最差情况下检测性能的改善,图2显示了由本文方法及不相关波形方法得到最差情况下输出信干噪比随阵列信噪比或杂噪比的变化对比,并利用 $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 确知条件下由非稳健方法得到的输出信干噪比作为参考。由图2可知:3种方法所得到的输出信干噪比随阵列信噪比增加而增加,随杂噪比增加而降低;在阵列信噪比或杂噪比条件下,本文方法所得最差情况下输出信干噪比皆优于非相关波形,这是由于本文方法通过波形设计将发射功率集中于 $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 不确定凸集而不相关波形则全向发射。此外,可知本文方法及 $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 先验信息确知条件下非稳健方法所得信干噪比之间差距较小,意味着所提算法可显著提高最差情况下检测概率。比较图2a和2b或图2c和2d可知,雷达B所得信干噪比略高于雷达A,这是由于前者虚拟孔径大于后者^[6]。

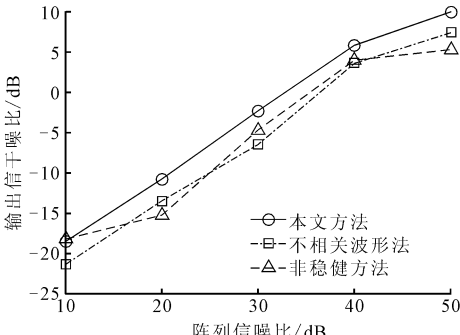
采用本文方法、非相关波形方法及非稳健方法所得平均最差情况下输出信干噪比随阵列信噪比或杂噪比变化曲线如图3所示。由图3可知,与非相关波形及非稳健方法相比,本文方法具有较高的平均最差情况下输出信干噪比,也即本文方法具有较好的稳健性。

为检验 $\Delta \tilde{\mathbf{R}}_C$ 模上界 σ 对本文方法性能的影响,在阵列信噪比和杂噪比均为30 dB条件下,由本文方法及非相关波形方法所得最差情况下信干噪比随 σ 变化曲线如图4所示。由图4可知,所得输出信干噪比随着 σ 取值增加而显著减小,这与文献[16]结论类似。此外,还可观察到本文方法所得最差情况下输出信干噪比总是高于非相关波形方法。

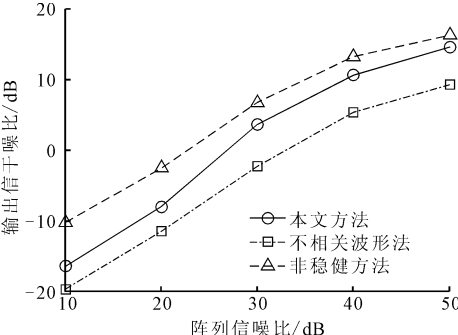
为检验对角加载因子对最差情况下输出信干噪比的影响,阵列信噪比和杂噪比均为30 dB条件下,本文方法得到的最差情况下输出信干噪比随 ϵ 或者 ρ 变化如图5所示。由图5可知,本文方法所得输出信干噪比随对角加载因子与波形相关矩阵或者杂



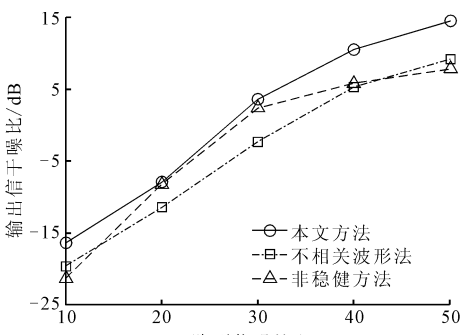
(a)雷达 A 与阵列信噪比的关系



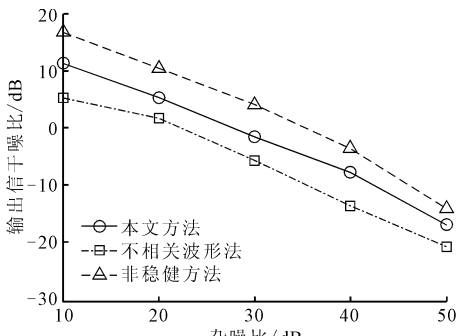
(a)雷达 A 与阵列信噪比的关系



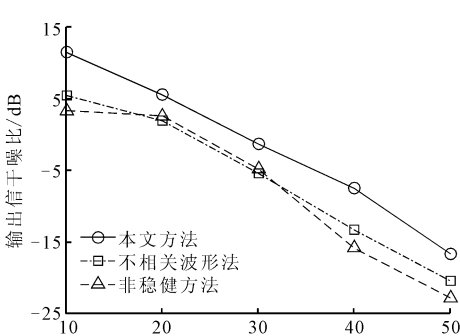
(b)雷达 B 与阵列信噪比的关系



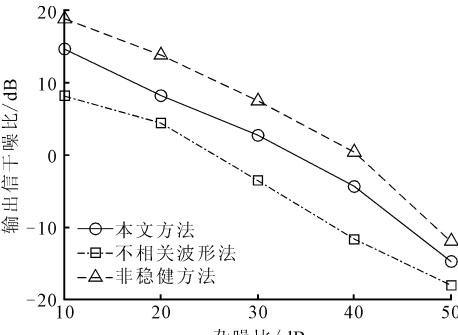
(b)雷达 B 与阵列信噪比的关系



(c)雷达 A 与杂噪比的关系

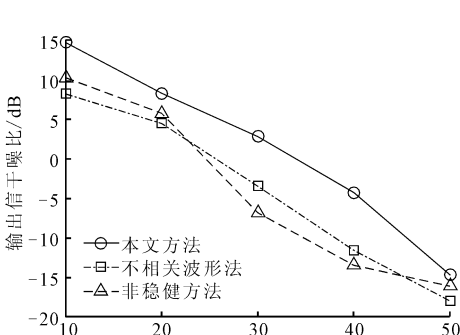


(c)雷达 A 与杂噪比的关系



(d)雷达 B 与杂噪比的关系

图 2 3 种方法在最差情况下的检测性能对比



(d)雷达 B 与杂噪比的关系

图 3 3 种方法在平均最差情况下的稳健性能对比

波协方差矩阵最大特征值比值波动非常明显,表明
对角加载因子对输出信干噪比影响较大。

另外由图 5 可知,当 $\epsilon = \lambda_{\max}(\Psi)/1\,000$ 及 $\rho =$

$\lambda_{\max}(\mathbf{R}_C)/1\,000$ 时,可得到较优输出信干噪比,这
也是本文对角加载因子取值的原因。

最后,为验证所提基于对角加载迭代方法的收

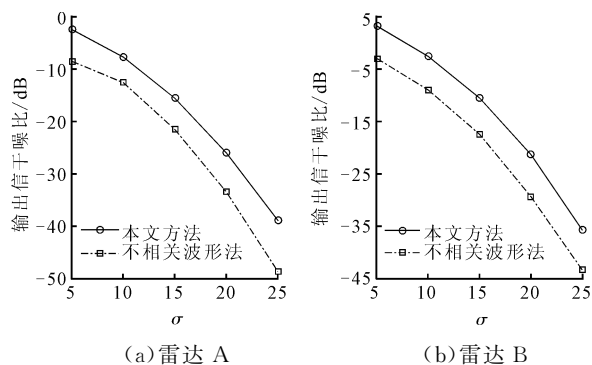


图4 最差情况下输出信干噪比随 σ 的变化情况

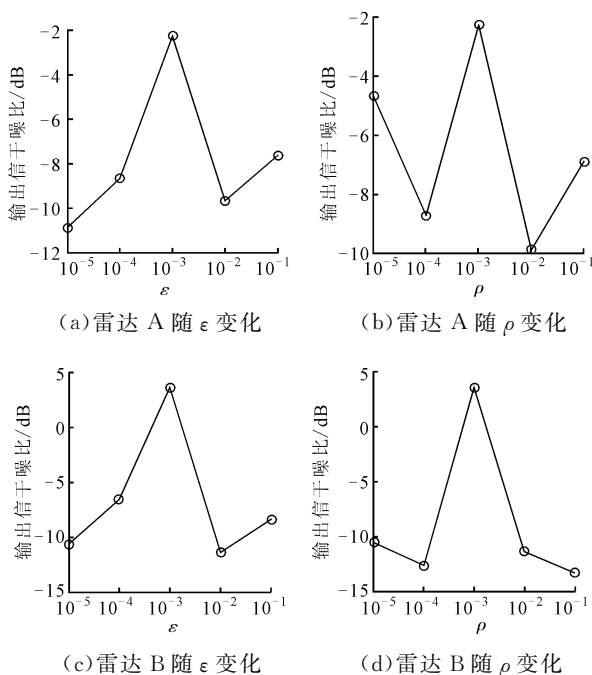


图5 本文方法的输出信干噪比随 ϵ 和 ρ 的变化关系

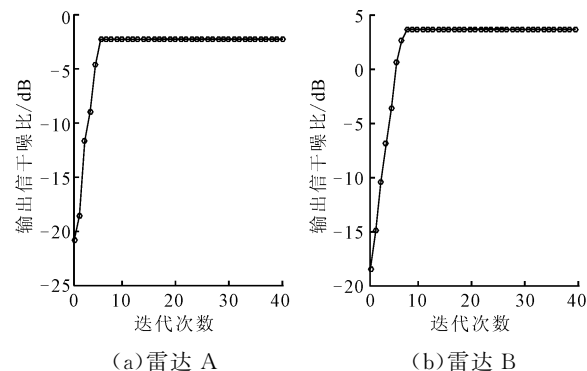


图6 本文方法的输出信干噪比随迭代次数的变化情况

敛性,图6刻画了最差情况下输出信干噪比随迭代次数的变化。由图6可知,不论MIMO雷达A或B,本文方法大约经过9次迭代就可以收敛。另外,由本文方法所得到的最差情况下输出信干噪比为关于迭代次数的非下降函数。

4 结论

通过将杂波协方差矩阵不确定凸集包含进波形设计问题,本文研究了环境先验知识未知条件下稳健波形优化问题。在波形恒模特性及杂波协方差矩阵不确定凸集约束下,构建稳健波形设计问题。为求解所得非线性问题,在将恒模约束松弛为低峰均比约束基础上,本文提出一种基于对角加载的迭代方法。基于对角加载方法,稳健波形设计中内外层子优化问题在每步迭代内都可转化为半定规划问题。与非相关波形及非稳健方法相比,本文方法可显著改善MIMO雷达检测概率的稳健性。

参考文献:

- [1] 唐波, 张玉, 张浩. 基于交替投影的MIMO雷达信号盲分离算法研究[J]. 电子学报, 2017, 45(9): 2092-2097.
TANG Bo, ZHANG Yu, ZHANG Hao. Blind separation of MIMO radar signals based on alternation projection[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(9): 2092-2097.
- [2] 柏婷, 任修坤, 郑娜娥. 近区低旁瓣的OFDM MIMO雷达波形设计[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(1): 73-79.
AI Ting, REN Xiukun, ZHENG Na'e. OFDM MIMO radar waveform design with range sidelobe suppression[J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(1): 73-73.
- [3] HERBERT S, HOPGOOD J, MULGREW B. MMSE adaptive waveform design for active sensing with applications to MIMO radar[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2017, 66(5): 1361-1373.
- [4] WANG W, CHEN Z, LIN X, et al. Space-time adaptive processing algorithm for multiple-input multiple-output radar based on Nyström method[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2016, 10(3): 459-467.
- [5] WANG H, LIAO G, LI J, et al. Waveform optimization for MIMO-STAP to improve the detection performance[J]. Signal Processing, 2011, 91(11): 2690-2696.
- [6] LI J, XU L, STOICA P, et al. Range compression and waveform optimization for MIMO radar: a cramer-Rao bound based study[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(1): 218-232.
- [7] LI H, ZHAO Y, CHENG Z, et al. OFDM chirp waveform diversity design with correlation interference suppression for MIMO radar[J]. IEEE Geoscience

- Remote Sensing Letter, 2017, 14(7): 1032-1036.
- [8] 周延, 姜博, 聂卫科, 等. 空域分解的机载 MIMO 雷达空时处理方法 [J]. 电子学报, 2017, 45(10): 2348-2354.
ZHOU Yan, JIANG Bo, NIE Weike, et al. The space time processing method based on the spatial decomposition in airborne MIMO radar [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(10): 2348-2354.
- [9] SEN S. OFDM radar space-time adaptive processing by exploiting spatio-temporal sparsity [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(1): 118-130.
- [10] SEN S, NEHORAI A. OFDM MIMO radar with mutual-information waveform design for low-grazing angle tracking [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 3152-3162.
- [11] WANG H, LIAO G, LI J, et al. Robust waveform design for MIMO-STAP to improve the worst-case detection performance [J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2013, 52(1): 1-8.
- [12] TANG B, LI J, ZHANG Y, et al. Design of MIMO radar waveform covariance matrix for Clutter and Jamming suppression based on space time adaptive processing [J]. Signal Processing, 2016, 121(1): 60-69.
- [13] JIANG X, ZENG W J, SO H C, et al. Beamforming via nonconvex linear regression [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(7): 1714-1728.
- [14] TANAKA T, ESFAHANI P M, MITTER S K. LQG control with minimum directed information: semidefinite programming approach [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(1): 37-52.
- [15] HORN R A, JOHNSON C R. Matrix analysis [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985: 218-222.
- [16] ELDAR Y C, BEN-TAL A, NEMIROVSKI A. Robust mean-squared error estimation in the presence of model uncertainties [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(1): 168-181.
- [17] CHENG Z, HE Z. Constant modulus waveform design for MIMO radar transmit beampattern [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(18): 4912-4923.
- [18] HE H, STOICA P, LI J. Wideband MIMO systems: signal design for transmit beampattern synthesis [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(2): 618-628.
- [19] ELDAR Y C. Minimax estimation of deterministic parameters in linear models with a random model matrix [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(2): 601-612.
- [20] CHEN C Y, VAIDYANATHAN P P. MIMO radar waveform optimization with prior information of the extended target and clutter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(9): 3533-3544.
- [21] IMANI S, GHORASHI S. Sequential quasi convex based algorithm for waveform design in MIMO radars [J]. IET Signal Processing, 2016, 10(1): 309-317.

[本刊相关文献链接]

- 龚逸帅, 李开明, 张群, 等. 面向成像任务的宽带 MIMO 雷达认知波形设计. 2018, 52(6): 114-121. [doi:10.7652/xjtuxb201806017]
- 柏婷, 郑娜娥, 李海文. 面向邻近目标分辨的 MIMO 雷达波形设计方法. 2018, 52(4): 125-131. [doi:10.7652/xjtuxb201804018]
- 王元恺, 肖泽龙, 吴礼, 等. 调频连续波雷达的二维截断统计量恒虚警检测方法. 2017, 51(10): 113-119. [doi:10.7652/xjtuxb201710019]
- 邓亚琦, 王俊, 武勇, 等. 一种机载外辐射源雷达微弱目标检测方法. 2017, 51(2): 72-78. [doi:10.7652/xjtuxb201702012]
- 张威, 杨明磊, 陈伯孝. 抗距离遮挡的雷达相位编码信号设计方法. 2017, 51(2): 84-90. [doi:10.7652/xjtuxb201702014]
- 杨少奇, 田波, 周瑞钊. 应用双谱分析和分形维数的雷达欺骗干扰识别. 2016, 50(12): 128-135. [doi:10.7652/xjtuxb201612020]
- 张欣, 黄普明, 文珺, 等. 一种适用于中高轨合成孔径雷达卫星的分辨率分析方法. 2016, 50(8): 70-76. [doi:10.7652/xjtuxb201608012]
- 徐磊磊, 臧会凯, 周生华, 等. 一种相位编码信号及其失配滤波器设计方法. 2016, 50(4): 54-59. [doi:10.7652/xjtuxb201604009]
- 翟永惠, 吴江, 王鼎. 采用时延估计的外辐射源雷达杂波抑制算法. 2015, 49(12): 47-52. [doi:10.7652/xjtuxb201512008]
- 吴健平, 王国宏, 孙殿星, 等. 集中式雷达网鉴别虚假航迹的假设检验方法. 2015, 49(2): 80-85. [doi:10.7652/xjtuxb201502014]
- 杜晓林, 苏涛, 朱文涛, 等. 一种多输入多输出雷达相位编码信号的设计方法. 2014, 48(12): 93-99. [doi:10.7652/xjtuxb201412015]
- 陈倩倩, 张磊, 徐刚, 等. 利用多通道联合稀疏重建的干涉逆合成孔径雷达三维成像算法. 2014, 48(12): 100-106. [doi:10.7652/xjtuxb201412016]
- 董祺, 张磊, 徐刚, 等. 采用子孔径分割的逆合成孔径雷达成像包络对齐方法. 2014, 48(12): 107-112. [doi:10.7652/xjtuxb201412017]

(编辑 刘杨)