

DOI: 10.7652/xjtuxb201708015

新型扭转准零刚度的振动角度传感系统

妥吉英¹, 邓兆祥^{1,2}, 张河山¹, 黄伟¹, 杨攀¹, 何剑锋¹

(1. 重庆大学汽车工程学院, 400044, 重庆; 2. 中国汽车工程研究院股份有限公司
汽车噪声振动和安全技术国家重点实验室, 400039, 重庆)

摘要: 针对工程实践中绝对振动角度难以直接测量的问题,提出了一种带有凸轮滚珠装置的新型扭转准零刚度的振动角度传感系统。依据传感系统的结构特点,分析了其测量机理;在静力学分析的基础上,建立了传感系统的非线性动力学模型;采用谐波平衡法研究了压簧预压缩量、阻尼比和被测信号幅值对动态测量性能的影响。数值仿真结果表明,即使压簧预压缩量有4%的误差,对于相应线性系统固有频率0.3倍频以上的小幅振动,实时测量误差仍然可以控制在3%以内。该系统可以为诸多振动控制问题提供一个方便、廉价、直接、精确的扭振状态测量方案。

关键词: 振动角度;传感系统;准零刚度;非线性动力学

中图分类号: TH113.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)08-0090-06

A New Type of Sensor System with Torsional Quasi-Zero Stiffness for Angular Vibration Measurement

TUO Jiyi¹, DENG Zhaoxiang^{1,2}, ZHANG Heshan¹,
HUANG Wei¹, YANG Pan¹, HE Jianfeng¹

(1. School of Automotive Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. State Key Laboratory of Vehicle NVH and Safety Technology, China Automotive Engineering Research Institute Co., Ltd., Chongqing 400039, China)

Abstract: A new type of sensor system with torsion quasi-zero stiffness is proposed for angular vibration measurement to solve the problem that the absolute angular displacement is hard to measure directly in many engineering practices. The system has a cam-roller mechanism. The measuring mechanism is analyzed according to the structural characteristics of the sensor system. A nonlinear dynamic model of the proposed sensor system is established based on static analysis. The effects of pre-compression amount, damping ratio and input amplitude on its dynamic measurement performance are studied by the harmonic balance method. Numerical simulation results show that the real-time measurement error of the proposed system is below 3% even for a 4% pre-compression error on compressed spring and for a small amplitude vibration with the frequency 0.3 time higher than natural frequency of a corresponding linear system. The system provides a convenient, cheap and direct torsional state measurement solution to various vibration control problems.

Keywords: vibration angular displacement; sensor system; quasi-zero stiffness; nonlinear dynamics

动力学系统的状态测量是系统辨识^[1-2]、振动控制^[3-4]等诸多工程实践的关键环节。大量的振动平台(车载光学平台、船用精密仪器、无人机平台等)需要依赖于实时准确的绝对状态反馈才能获得良好的主动振动控制效果^[5-7]。在动力学系统中通常采用加速度计/陀螺仪来测量绝对加速度/绝对转速信号,然而很少有方便、廉价、高精度的传感器可以直接测量绝对角位移信号^[8-9]。有大量的研究专注于从绝对加速度信号或者绝对旋转速度信号来估计和复原绝对角位移信号,然而这类方法在复原绝对角位移信号时往往会引入延时等问题^[10]。虽然有时候延时有利于振动控制^[11],然而积分滤波等方法得到的延时通常很难控制,且远大于主动控制需要的延时^[12]。

近年来,大量的研究和工程实践表明,非线性刚度技术可以极大地改善振动系统的性能^[13-15]。Sunxt 等通过横向预压缩弹簧与竖向支撑弹簧并联的方式、引入预压缩剪角结构的方式分别测量了垂向绝对振动状态、三自由度平动绝对振动状态,并取得了良好的振动控制效果^[16-17]。为了方便、准确、实时的得到绝对扭振状态信号,通过引入紧凑的、带凸轮滚珠的负刚度机构,设计出具有高静态低动态刚度的振动角位移传感系统,这是一种典型的非线性刚度结构,振动角度传感器在平衡点附近具有小的动刚度,可以实现很宽频带内的精确、实时测量;另一方面,传感器具有大的静刚度,可以防止大振幅的扭转并提高可靠性。

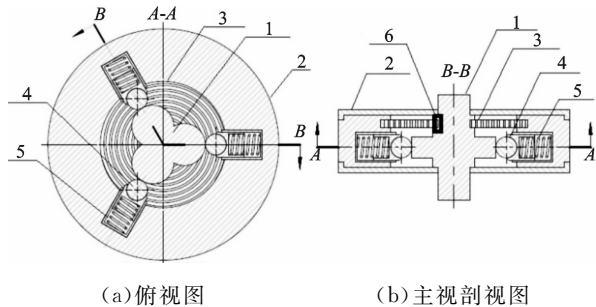
1 振动角度传感器的工作机理

如图 1 所示,采用扭转准零刚度技术的振动角度传感器由凸轮转子、传感器外壳和弹性连接件组成。弹性连接件是实现扭转准零刚度的关键,由正刚度为 K_p 的扭簧和负刚度滚珠凸轮机构组成,滚珠一端与凸轮转子相抵,另一端通过刚度为 K_h 的压簧与传感器外壳相抵。无激励时滚珠凸轮处于平衡状态,如图 2 所示,此时正刚度扭簧 K_p 无压缩,而 3 个线性弹簧 K_h 的压缩量为 δ 。考虑到小角度扭转振动中,滚珠凸轮机构一直保持接触,以下研究中不再考虑滚珠与凸轮脱离的情况。

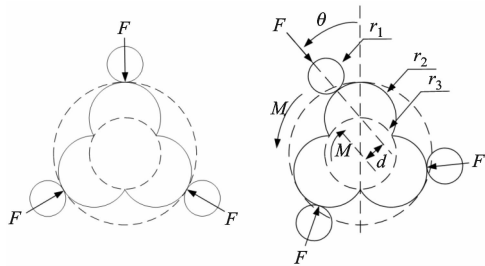
测量中只需要将凸轮转子与被测对象同轴安装。传感器外壳的绝对角位移记为 ϕ ,凸轮转子的绝对角位移记为 ψ 。当被测对象和传感器外壳有一个较小的转角 $\theta = \phi - \psi$ 时,扭簧 K_p 两端的扭矩为

$$M_p = K_p \theta = K_p (\phi - \psi) \quad (1)$$

当凸轮转子与传感器外壳之间具有扭转准零刚度特性时,传感器外壳的振动响应 ϕ 将远小于被测振动 ψ ,因此 $M_p \approx -K_p \psi$,可见,通过图 1 中的扭矩传感器来近似测量绝对振动角度是可行的。



1: 凸轮转子; 2: 传感器外壳; 3: 扭簧; 4: 滚珠; 5: 压簧; 6: 扭矩传感器
图 1 振动角度传感器结构图



(a) 平衡位置 (b) 偏离平衡位置角度

图 2 滚珠凸轮机构的静力学分析

2 振动角度传感器的静力学分析

2.1 振动角度传感器的刚度特性

如图 2a 所示,凸轮转子与外壳相对转角为 0° 的状态是传感器的一个平衡位置。假设某一时刻滚珠偏离平衡位置一个小的转角 θ ,如图 2b 所示,此时 3 个压簧在扭转方向的力 F 和力臂 d 可以表达为

$$F = \frac{\delta - r_{12} - r_3 + r_3 \cos \theta + m}{m} r_{12}$$

$$d = \frac{m + r_3 \cos \theta}{r_{12}} r_3 \sin \theta \quad (2)$$

其中

$$m = (2r_{12} - r_3^2 \sin^2 \theta)^{1/2}$$

$$r_{12} = r_1 + r_2 \quad (3)$$

则传感系统的扭矩 M 具有如下的表达式

$$M = K_p \theta - 3Fd \quad (4)$$

将式(2)代入式(4)可得

$$M = K_p \theta - 3K_p (m + r_3 \cos \theta) r_3 \sin \theta \cdot (\delta - r_{12} - r_3 + r_3 \cos \theta + m) / m \quad (5)$$

为了更加方便直观地表达动态扭矩 M 与滚珠凸轮中诸参数直接的关系和简化计算,对 M 在 $\theta =$

0° 附近作三阶泰勒级数展开

$$M = K_1\theta + K_3\theta^3 + o(\theta^5)$$

$$K_1 = K_p - 3K_h\delta r_3(r_{12} + r_3)/r_{12}$$

$$K_3 = \{3r_3r_{12}(r_{12} + r_3) + \delta[r_{12}(r_{12} + 3r_3) - 3r_3^2]\}K_h r_3(r_{12} + r_3)/r_{12} \quad (6)$$

如图3所示,振动角度传感器的扭矩 M 与其三阶泰勒展开式非常接近。根据式(6),对于特定的振动角度传感器结构参数,压簧的预压缩量 δ 是影响振动角度传感器准零刚度特性的关键参数,令

$$\delta = \delta_0 = K_p r_{12} / [3K_h r_3(r_{12} + r_3)] \quad (7)$$

可得传感器扭转刚度的常数项 K_1 为0,即振动角度传感器在此时满足准零刚度,如图3中实线所示此时的预压缩量记为 δ_0 。结合式(6)和式(7),随着初始预压缩量从0逐渐增加到 δ_0 ,振动角度传感器在平衡位置附近的扭转刚度将从 K_p 逐渐减小到0,如图3中点划线所示,若 δ 继续增加,其在平衡位置 $\theta=0^\circ$ 附近的扭转刚度将继续减小为负刚度,如图3中虚线所示。

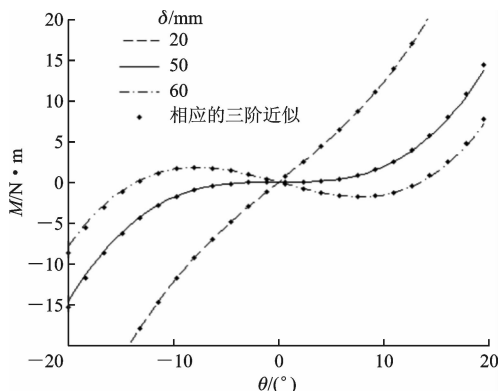


图3 不同预压缩量下的扭矩与转动角度的关系

2.2 振动角度传感器的动力学建模

根据以上的力学分析,振动角度传感器的动力学方程有如下表达式

$$I\ddot{\phi} + C(\dot{\phi} - \dot{\psi}) + K_p(\phi - \psi) - 3r_3[m + r_3\cos(\phi - \psi)]K_p\sin(\phi - \psi)[\delta - r_{12} - r_3 + r_3\cos(\phi - \psi) + m]/m = 0 \quad (8)$$

考虑到小幅振动时可以用动态扭矩的三阶泰勒展开式近似替代其精确表达式,振动角度传感器的运动方程可以近似表示为

$$I\ddot{\phi} + C(\dot{\phi} - \dot{\psi}) + K_1(\phi - \psi) + K_3(\phi - \psi)^3 = 0 \quad (9)$$

将式(9)无量纲化,可得

$$\phi'' + 2\zeta(\phi' - \psi') + \bar{K}_1(\phi - \psi) + \bar{K}_3(\phi - \psi)^3 = 0 \quad (10)$$

式中: $[\cdot]' = d[\cdot]/dt$; $\omega_0 = K_p^{1/2}/I^{1/2}$; $\zeta =$

$C/(2\omega_0 I)$; $\bar{K}_1 = K_1/K_p$; $\bar{K}_3 = K_3/K_p$; 频率比 $\Omega = \omega/\omega_0$; 无量纲时间 $\tau = \omega_0 t$ 。

2.3 稳定性分析

从振动角度传感器的刚度特性可知,通过振动角度传感器结构的改变,其扭转刚度特性可以分别表现为正刚度、准零刚度和负刚度。当传感器的结构改变不当,传感系统可能会处于不稳定状态,进而引起机构损坏,甚至引发人员伤害。为了保证振动角度传感系统在平衡点 $\theta=0^\circ$ 附近的稳定运行,压簧预压缩量 δ 和其他结构参数必须选取在合理的范围内。对于式(10),忽略阻尼项并令激励 $\psi=0^\circ$,式(10)可以重写为

$$\begin{pmatrix} \phi' \\ \phi'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -(\bar{K}_1 + \bar{K}_3\phi^2) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \phi' \end{pmatrix} \quad (11)$$

系统在平衡位置附近的稳定性可以由其特征值确定^[18]。由于 $\bar{K}_3 > 0$,根据式(11),当 $\bar{K}_1 \geq 0$,即 $\delta \leq \delta_0$ 时,式(11)系统矩阵的特征值具有负实部,其在平衡点 $\theta=0^\circ$ 附近渐近稳定;当 $\bar{K}_1 < 0$,即 $\delta > \delta_0$ 时,传感系统的特征值具有正实部,其在平衡点附近不稳定。根据式(7),当传感系统的几何参数 r_1 、 r_2 、 r_3 和弹簧刚度 K_p 、 K_h 选定时,传感系统在平衡点附近的稳定性只依赖于预压缩量,故在实际应用中应当确保压簧的预压缩量 $\delta \leq \delta_0$ 。

3 动力学分析

3.1 振动角度传感器的测量精度

取相对转角 θ 作为变量,式(10)可以重写为

$$\phi'' + \theta'' + 2\zeta\theta' + \bar{K}_1\theta + \bar{K}_3\theta^3 = 0 \quad (12)$$

采用谐波平衡法求解振动角度传感器稳态响应幅值与频率之间的近似关系。假设激励 $\psi = \psi_0 \cos\mu \cos\Omega\tau$, μ 为被测凸轮转子的转角 ψ 与扭矩传感器测量值 θ 的相位差,此时的稳态响应 $\theta = \theta_0 \cos\Omega\tau$,则有

$$\begin{aligned} & -\theta_0\Omega^2\cos\Omega\tau + 2\theta_0\Omega\zeta\sin\Omega\tau + \bar{K}_1\theta_0\cos\Omega\tau + \\ & (1/4)\bar{K}_3\theta_0^3(\cos3\Omega\tau + 3\cos\Omega\tau) = \\ & \psi_0\Omega^2(\cos\psi\cos\Omega\tau - \sin\psi\sin\Omega\tau) \end{aligned} \quad (13)$$

若被测幅值 ψ_0 很小,振动响应将由一阶谐波主导,忽略高次谐波,令等式(13)左右两边 $\cos\Omega\tau$ 和 $\sin\Omega\tau$ 的系数相等

$$\begin{aligned} & -\theta_0\Omega^2 + \bar{K}_1\theta_0 + (3/4)\bar{K}_3\theta_0^3 = \psi_0\Omega^2\cos\psi \\ & 2\theta_0\Omega\zeta = \psi_0\Omega^2\sin\psi \end{aligned} \quad (14)$$

可得稳态响应幅值与频率之间的近似关系为

$$\left(-\theta_0\Omega^2 + \bar{K}_1\theta_0 + \frac{3}{4}\bar{K}_3\theta_0^3\right)^2 + (2\Omega\zeta\theta_0)^2 = \psi_0^2\Omega^4 \quad (15)$$

此时振动角度传感系统的精度可以用测量值 θ 与被测值 ψ 的稳态幅值比 $T=\theta_0/\psi_0$ 和相位差 μ 描述。根据式(15),有

$$T=[(2\zeta/\Omega)^2+(1-\bar{K}_1\Omega^{-2}-(3/4)\bar{K}_3\Omega^{-2}\theta_0^2)^2]^{-1/2}$$

(16)

$$\mu=\arctan[8\Omega\zeta/(-4\Omega^2+4\bar{K}_1+3\bar{K}_3\theta_0^2)]$$

(17)

通过式(16)和(17),可以看到该新型振动角度传感系统的测量精度不只与其结构参数有关系,而且与被测(响应)信号的幅值有关。

3.2 不同结构参数对测量精度的影响

振动角度传感器的默认结构参数见表 1。下面讨论压簧的预压缩量 δ 、阻尼比 ζ 和被测信号幅值 ψ_0 对振动角度传感器系统稳态响应的影响。

表 1 振动角度传感系统的结构参数表

参数	含义	默认值
$K_p/\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$	扭簧刚度	4
$K_h/\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$	压簧刚度	800
$I/\text{kg}\cdot\text{m}^2$	传感器外壳的转动惯量	0.01
δ/m	压簧的预压缩量	0.048
r_1/m	滚珠半径	0.1
r_2/m	凸轮凸起部分半径	0.2
r_3/m	凸轮边缘与中心的最短距离	0.2
$C/\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$	阻尼系数	0.04

由图 4 和图 5 可以看出,压簧的初始预压缩量对振动角度传感系统的测量精度影响很大。小角度扭振时振动角度传感器的动态刚度主要取决于扭矩的一阶项 K_1 ,而压簧的预压缩量 δ 与 K_1 有线性关系。由式(6)可以看出,当 $\delta\leq\delta_0$ 时,随着 δ 的不断增加,动态刚度不断减小。由图 4 和图 5 可以看出,振动角度传感器的测量范围在不断的扩大,可测量范围内的测量精度也在不断改善,跳跃频率出现的

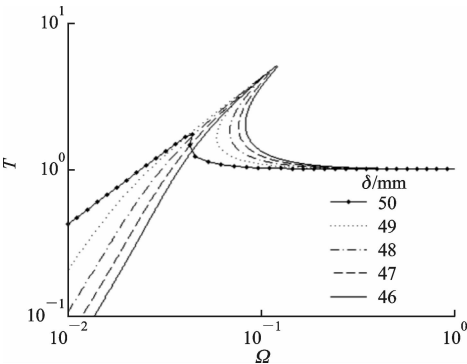


图 4 Ω 与 T 在不同 δ 下的关系

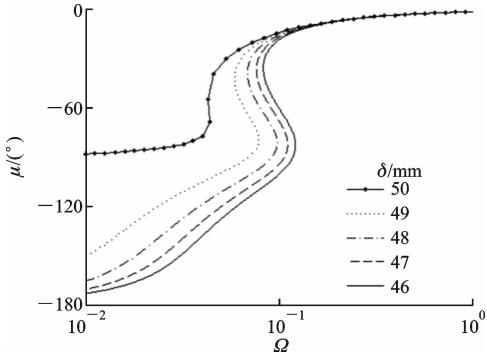


图 5 Ω 与 μ 在不同 δ 下的关系

范围不断缩小。且在 $\delta=\delta_0$,即 $K_1=0$ 时,振动角度传感系统在共振峰处的频率比小于 0.05,测量值与被测值的幅值比小于 2,其测量精度达到最佳。结合 2.3 节中的稳定性分析,压簧预压缩量 δ 的选取原则是 δ 不应超过 δ_0 ,且越大越好。对于 $\Omega\geq 0.3$,图 4、图 5 中的最大误差约为 2.80%,出现在 $\delta=46$ mm 时。

阻尼比对振动角度传感器测量的幅值、相位精度影响较大,如图 6、图 7 所示,较大的阻尼比可以有效地抑制共振峰值附近的幅值误差、相位误差,缩小频率跳跃现象出现的频段,甚至在 $\zeta=0.1$ 时频率跳跃现象消失,此时系统在全频段均不存在多解。另一方面,增大阻尼比会导致高频的相位差略有增大,如图 7 所示。若测量中对高频精度要求较高,应该选择较小的阻尼比(如 $\zeta=0.04$);反之,若测量中对中低频精度要求较高,则应该选取较大的阻尼比(如 $\zeta=0.1$)。对于 $\Omega\geq 0.3$,图 6、图 7 中的最大误差约为 2.30%,出现在 $\zeta=0.15$ 时。

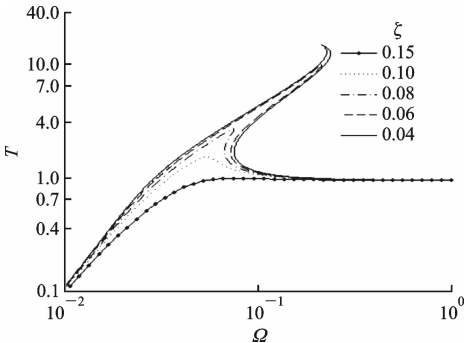
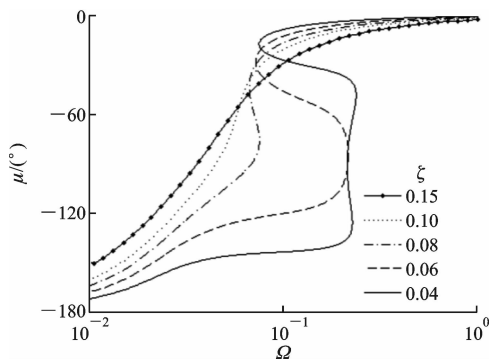
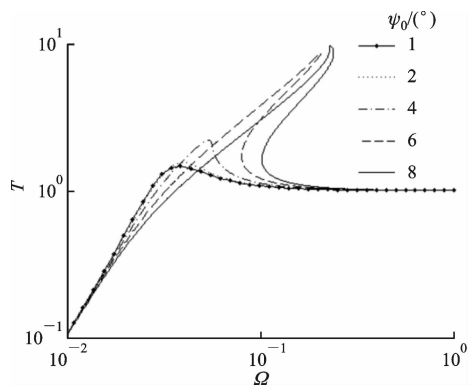
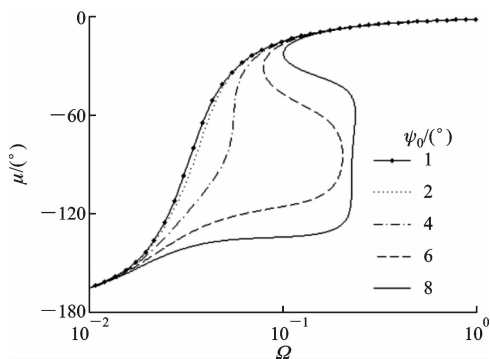


图 6 Ω 与 T 在不同 ζ 下的关系

测量幅值对振动角度传感器测量幅值比、相位差的影响如图 8 和图 9 所示。随着测量幅值 ψ_0 的增加,式(6)中的等效刚度不断增大,频率跳跃现象逐渐出现并扩大范围,振动角度传感器的可测量范围不断右移,测量误差逐渐增大,特别是低频段的误

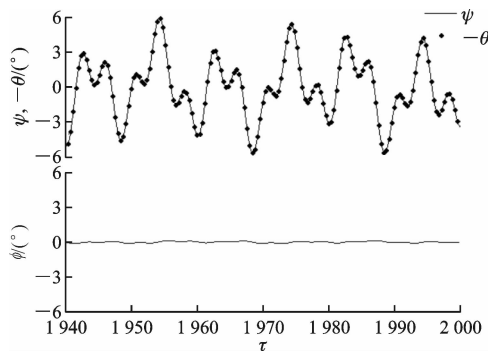
图7 Ω 与 μ 在不同 ζ 下的关系

差显著增加,因此该传感器不适用于较大幅度(如 $\phi_0 > 8^\circ$)或频率很低(如 $\Omega < 0.3$)的绝对角度测量。当 $\Omega \geq 0.3$ 时,图8、图9中的最大误差约为2.30%,出现在 $\phi_0 = 8^\circ$ 时。

图8 Ω 与 T 在不同 ψ_0 下的关系图9 Ω 与 μ 在不同 ψ_0 下的关系

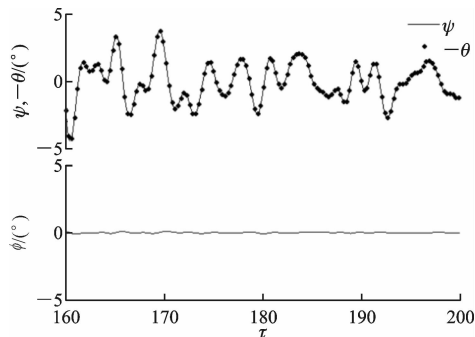
3.3 周期激励

图10给出了 $-\theta$ 、 ψ 和 ϕ 在周期激励下的关系,被测周期振动 $\psi = \sin(1.6\pi t + 0.2\pi) + 3\sin(4\pi t - 0.3\pi) + 2\sin(10\pi t - 0.7\pi)$ 。被测振动的峰值约为 5.91° ,测量误差的峰值约为 0.139° ,因此在周期激励下,该新型传感系统测得的相对角度 $-\theta$ 可以近似代表绝对角度信号 ψ 。

图10 $-\theta$ 、 ψ 和 ϕ 在周期激励下的关系

3.4 随机激励

图11中被测随机振动 ψ 的均值为 0° ,均方根为 0.03° ,频谱范围为 $1 \sim 10$ Hz。被测振动的峰值约为 4.43° ,测量误差的峰值约为 0.112° ,因此在随机激励下,该新型传感系统测得的相对角度 $-\theta$ 可以近似代表绝对角度信号 ψ 。

图11 $-\theta$ 、 ψ 和 ϕ 在随机激励下的关系

4 结论

本文提出了一种基于扭转准零刚度的新型扭振角度传感系统。为了分析系统性能,研究了其静态扭矩特性和动态测量性能,得到如下结论。

(1)传感系统的扭矩与扭振角度是典型非线性关系;通过改变结构参数和压簧的预压缩量,传感系统的扭转刚度可以分别表现为正刚度、准零刚度和负刚度;传感系统的准零刚度条件刚好是其稳定性边界。

(2)传感系统结构参数确定时,压簧的预压缩量对系统的测量性能影响巨大,阻尼比和被测振幅对系统的测量性能的影响也很显著。

(3)数值仿真表明,该新型传感系统可以实时、准确、直接地测量周期激励和随机激励下的绝对振动角度。

参考文献:

- [1] SCHON T B, WILLS A, NINNESS B. System identification of nonlinear state-space models [J]. *Automatica*, 2011, 47(1): 39-49.
- [2] GAETAN K, KEITH W, ALEXANDER F, et al. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, 20(20): 505-592.
- [3] MAEDA Y, IWASAKI M. Circle condition-based feedback controller design for fast and precise positioning [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(2): 1113-1122.
- [4] LUO R C. Sensor technologies and microsensor issues for mechatronics systems [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 1996, 1(1): 39-49.
- [5] 江浩, 龙新华, 孟光. 铣削主动减振平台设计及控制 [J]. *上海交通大学学报*, 2008, 42(5): 724-729.
JIANG Hao, LONG Xinhua, MENG Guang. Design and control of active stage for vibration cancellation in milling [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2008, 42(5): 724-729.
- [6] 袁国平, 史小平, 李隆. 航天器姿态机动的自适应鲁棒控制及主动振动抑制 [J]. *振动与冲击*, 2013, 32(12): 110-115.
YUAN Guoping, SHI Xiaoping, LI Long. Adaptive robust attitude maneuver control of a flexible spacecraft with active vibration suppression [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(12): 110-115.
- [7] PIYABONGKARN D, RAJAMANI R, GREMINGER M. The development of a MEMS gyroscope for absolute angle measurement [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2005, 13(2): 185-195.
- [8] TRUSOV A, PRIKHODKO I P, ZTOV S A, et al. Low-dissipation silicon tuning fork gyroscopes for rate and whole angle measurements [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2011, 11(11): 2763-2770.
- [9] HONG Y H, LEE S G, LEE H S. Design of the FEM-FIR filter for displacement reconstruction using accelerations and displacements measured at different sampling rates [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, 38(2): 460-481.
- [10] RICHARD J P. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems [J]. *Automatica*, 2003, 39(10): 1667-1694.
- [11] ZHAO Y Y, XU J. Effects of delayed feedback control on nonlinear vibration absorber system [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 308(1): 212-230.
- [12] OLGAC N, HOLM-HANSEN B T. A novel active vibration absorption technique: delayed resonator [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 176(1): 93-104.
- [13] 刘兴天, 黄修长, 张志谊, 等. 激励幅值及载荷对准零刚度隔振器特性的影响 [J]. *机械工程学报*, 2013, 49(6): 89-94.
LIU Xingtian, HUANG Xiuchang, ZHANG Zhiyi, et al. Influence of excitation amplitude and load on the characteristics of quasi-zero stiffness isolator [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(6): 89-94.
- [14] 董光旭, 罗亚军, 严博, 等. 基于正负刚度并联的低频隔振器研究 [J]. *航空学报*, 2016, 37(7): 2189-2199.
DONG Guangxu, LUO Yajun, YAN bo, et al. Study on a low frequency vibration isolator based on combined positive and negative stiffness [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(7): 2189-2199.
- [15] ZHOU J, XU D, BISHOP S. A torsion quasi-zero stiffness vibration isolator [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 338: 121-133.
- [16] SUN X T, JING X, XU J, et al. A quasi-zero-stiffness-based sensor system in vibration measurement [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(10): 5606-5614.
- [17] SUN X, JING X, CHENG L, et al. A 3-D quasi-zero-stiffness-based sensor system for absolute motion measurement and application in active vibration control [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(1): 254-262.
- [18] 闻邦椿, 李以农, 徐培民, 等. 工程非线性振动 [M]. 北京: 科学出版社, 2007: 149-167.

(编辑 武红江)