

DOI: 10.7652/xjtuxb201711022

汽车阻尼可调半主动悬架混杂模型预测控制

张亮修¹, 王宇¹, 吴光强^{1,2}, 刘兆勇¹

(1. 同济大学汽车学院, 201804, 上海; 2. 东京大学生产技术研究所, 153-8505, 日本东京)

摘要: 为协调汽车阻尼连续可调半主动悬架舒适性和操稳性之间的矛盾,并考虑减振器阻尼力须满足的非线性约束条件,研究了一种适用于半主动悬架的混杂模型预测控制方法,包括建立半主动悬架单轮车辆模型,提出综合描述舒适性和操稳性的悬架优化控制目标函数及半主动悬架须满足的非线性约束条件。利用混合逻辑动态建模方法描述半主动悬架混杂系统模型,基于模型预测控制理论研究半主动悬架混杂系统的有限时域优化控制问题。为便于问题求解,将非线性约束优化问题转化为包含实值变量和二值变量的混合整数二次规划问题,并借助分支定界算法进行求解。在随机路面和正弦波突起路面进行仿真验证后表明,所提混杂模型预测方法明显优于被动悬架和传统线性二次型调节器算法,能有效提高阻尼可调半主动悬架的综合性能,并在不同的路面输入激励和车速下均能取得较好的控制效果。

关键词: 半主动悬架;非线性约束优化;混合逻辑动态建模;混杂模型预测控制;混合整数二次规划

中图分类号: U463.33 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)11-0156-09

Hybrid Model Predictive Control of Semi-Active Suspension with Variable Damping Shock Absorber

ZHANG Liangxiu¹, WANG Yu¹, WU Guangqiang^{1,2}, LIU Zhaoyong¹

(1. School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China;

2. Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, Tokyo 153-8505, Japan)

Abstract: To coordinate the contradiction between ride comfort and handling stability of damping continuously variable semi-active suspension, and considering the satisfied nonlinear constraints for damping force, a hybrid model predictive control algorithm for semi-active suspension is proposed. A single wheel model of semi-active suspension is established, and the optimal objective function that comprehensively determines comfort and stability and the satisfied nonlinear constraints for semi-active suspension are put forward. The semi-active suspension hybrid system is described with mixed logic dynamic modeling method. A finite-horizon optimal control problem of semi-active suspension is set up following model predictive control theory. For the convenience of solving, the nonlinear constrained optimization problem can be transformed into a mixed integer quadratic programming one including real and binary vectors, and solved by means of branch and bound algorithm. The simulations on random profile and single sine wave bump pavement show that the proposed hybrid model predictive control algorithm improves the comprehensive performance of damping continuously variable semi-active suspension system

收稿日期: 2017-03-02。 作者简介: 张亮修(1982—),男,博士生;吴光强(通信作者),男,教授。 基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2016YFB0100905);上海汽车工业科技发展基金会资助项目(1526)。

网络出版时间: 2017-09-06 网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20170906.1529.012.html>

effectively compared with passive suspension and the traditional linear quadratic regulator algorithm, and better control performance is realized under different road input excitations and at different vehicle speeds.

Keywords: semi-active suspension; non-linear constraints; mixed logical dynamical; hybrid model predictive control; mixed integer quadratic programming

悬架系统对于提高、改善汽车的平顺性和操稳性来说至关重要。半主动悬架系统克服了被动悬架刚度和阻尼不可调整的技术缺陷,其成本也远低于主动悬架,代表了汽车悬架发展的主要方向。阻尼可调半主动悬架能独立跟踪阻尼力需求信号,阻尼力可连续调节到阻尼工作区域的任何一点,能够满足不同路况和工况下的车辆性能要求。目前,阻尼可调半主动悬架主要分为磁流变(或电流变)和电磁阀式两种,其中电磁阀式阻尼连续可调半主动悬架具有结构简单、响应迅速、性能可靠和易于工程实现等优点,成为人们研究和关注的热点^[1]。

众多学者对半主动悬架控制方法进行了理论和试验研究^[2-3],所涉及到的控制方法归纳为(改进)天棚阻尼控制^[4-5]、最优控制^[6]、滑模控制^[7]、自适应控制^[8]、模糊控制^[9]和模型预测控制^[10]等。由于在大多数控制算法设计过程中未直接考虑阻尼力工作范围和控制力需求信号与悬架相对速度之间的逻辑关系,而是在求解出最优控制阻尼力后再根据实际减振器的输出力范围和悬架相对速度加以限制或施加约束,这样导致悬架不能得到最优的控制效果。文献[11]基于模型预测控制理论将有约束的半主动悬架控制系统转化为分段仿射系统,并通过混合整数二次规划来求解,但是没有考虑减振器阻尼力的非线性边界约束。半主动悬架控制的主要难点在于,如何处理减振器阻尼力必须满足的各种非线性约束问题^[12]。

本文针对电磁阀式阻尼连续可调半主动悬架系统,研究一种综合权衡舒适性和操稳性并考虑半主动悬架阻尼力约束的混杂模型预测控制方法,包括建立半主动悬架混杂系统模型,基于模型预测控制理论研究半主动悬架混杂系统的有限时域优化控制,并将该控制转化为包含实值变量和二值变量的混合整数二次规划问题,实现阻尼连续可调半主动悬架的混杂模型预测控制。

1 问题提出

1.1 电磁阀式阻尼连续可调减振器特性

被动悬架和阻尼连续可调减振器的阻尼特性对

比如图 1 所示。从图中可以看出,相对于固定阻尼特性的传统减振器,阻尼连续可调减振器的阻尼具有一定可调工作范围。通过控制电磁调节阀的工作电流,使得减振器的阻尼力可连续调节到阻尼工作范围的任何一点,从而较好地协调车辆操稳性和平顺性的矛盾。阻尼力在一定工作范围内的连续可调为半主动悬架控制律的设计提供了更为广泛的设计空间。

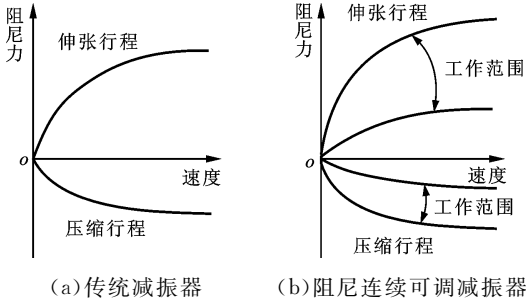


图 1 减振器阻尼特性对比

1.2 阻尼可调半主动悬架单轮车辆建模

单轮车辆模型如图 2 所示,其中 m_s 为簧上质量, m_u 为簧下质量, k_s 为弹簧刚度, c_s 为被动悬架阻尼系数, k_t 为轮胎刚度, z_s 、 z_u 、 z_g 分别为簧上质量、簧下质量和路面的垂向位移。图 2a 为被动悬架,其 k_s 和 c_s 为定值;图 2b 为装有阻尼可调减振器的半主动悬架,其阻尼力可根据实际行驶路况连续调节。

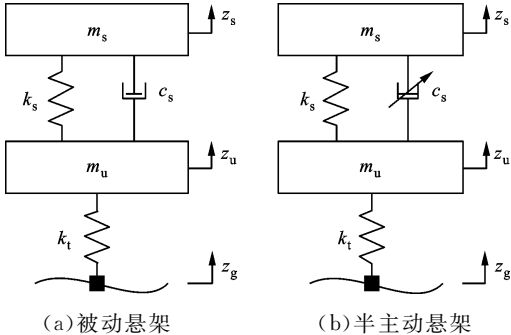


图 2 单轮车辆模型

阻尼连续可调半主动悬架的动力学方程为

$$m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_u) + u_d \tag{1}$$

$$m_u \ddot{z}_u = k_s(z_s - z_u) - k_t(z_u - z_g) - u_d \tag{2}$$

式中: $\ddot{z}_s$ 、 $\ddot{z}_u$ 分别为簧上质量和簧下质量的垂向加速

度; u_d 为阻尼减振器施加的控制阻尼力。

选状态变量 $\mathbf{x} = [\dot{z}_s \quad \dot{z}_u \quad z_s - z_u \quad z_u - z_g]^T$, 输出变量 $\mathbf{y} = [\dot{z}_s \quad z_s - z_u \quad z_u - z_g]^T$, 控制量 $u = u_d$, 得到系统状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{F}\dot{z}_g \quad (3)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -k_s/m_s & 0 \\ 0 & 0 & k_s/m_u & -k_t/m_u \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1/m_s \\ -1/m_u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -k_s/m_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1/m_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1.3 阻尼可调半主动悬架非线性约束优化问题

由于阻尼连续可调半主动悬架系统本身具有非线性特性, 所以实际需求的阻尼力需要根据实际路况优化得到。为了综合考虑半主动悬架对车辆平顺性和操稳性的要求, 定义性能指标如下

$$J = \omega_a \dot{z}_s^2 + \omega_s (z_s - z_u)^2 + \omega_t (z_u - z_g)^2 + r u^2 \quad (5)$$

式中: ω_a 、 ω_s 、 ω_t 分别为车身垂向振动加速度、悬架动行程和轮胎动位移的加权系数, 可根据平顺性和操稳性的相对重要性选取; r 为控制输入加权系数。

根据式(3)、(4), 式(5)可以表示为

$$J = \mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{y} + R u^2 \quad (6)$$

式中

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \omega_a & 0 & 0 \\ 0 & \omega_s & 0 \\ 0 & 0 & \omega_t \end{bmatrix}; \quad R = r$$

半主动悬架所需要的控制力要满足一定的约束条件, 即

$$u(\dot{z}_u - \dot{z}_s) \geq 0 \quad (7)$$

$$u_{\min}(v_d) \leq u \leq u_{\max}(v_d) \quad (8)$$

式(7)给出了半主动悬架所具有的无源约束条件, 即当阻尼力需求与悬架相对速度相配时, 所需求的控制力等于最优控制力^[13]。式(8)给出了减振器阻尼力必须满足的边界条件, 即优化得到的阻尼力要位于实际减振器力的作用范围。根据实际减振器特性试验得到的阻尼特性曲线如图3所示, 这里只

绘制了部分电流下的特性曲线, 该款减振器的实际电流作用范围为 0.29~1.6 A。以最大电流(1.6 A)和最小电流(0.29 A)时的阻尼力作为控制量边界, 所得阻尼与悬架相对速度有关, 且呈现出强非线性。

$$\left. \begin{aligned} & u \leq \beta_1 v_d + \alpha_1 \\ & u \leq \beta_2 v_d + \alpha_2 \\ & u \geq \beta_3 v_d + \alpha_3 \\ & u \geq \beta_4 v_d + \alpha_4 \end{aligned} \right\} \quad \text{当 } v_d \geq 0 \text{ 时}, \quad (9a)$$

$$\left. \begin{aligned} & u \leq \beta_5 v_d + \alpha_5 \\ & u \leq \beta_6 v_d + \alpha_6 \\ & u \geq \beta_7 v_d + \alpha_7 \\ & u \geq \beta_8 v_d + \alpha_8 \end{aligned} \right\} \quad \text{当 } v_d < 0 \text{ 时}, \quad (9b)$$

式中: $v_d = \dot{z}_u - \dot{z}_s$ 和 α_i 为拟合系数, $i=1, \dots, 8$ 。

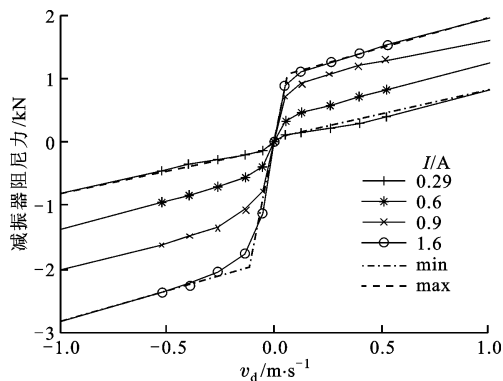


图3 阻尼可调减振器阻尼特性曲线

综上知, 约束条件(式(7)~(9))具有较强的逻辑性和非线性, 这样半主动悬架的优化控制问题可以看作是非线性约束条件下的混杂系统的优化控制问题^[14]。

2 半主动悬架混杂模型预测控制

2.1 半主动悬架混杂系统动态建模

针对半主动悬架的非线性约束问题, 本文采用 Bemporad 提出的混合逻辑动态 (MLD) 建模方法, 同时考虑了系统的逻辑、动态和约束等, 并将系统方程和约束条件在统一的模型框架下进行描述^[15]。

引入二值辅助变量 δ_v 和 δ_u , 则式(7)转换为一组阈值和逻辑条件, 即

$$\left. \begin{aligned} & [\delta_v = 1] \leftrightarrow [(\dot{z}_u - \dot{z}_s) \geq 0] \\ & [\delta_u = 1] \leftrightarrow [u \geq 0] \\ & [\delta_v = 1] \rightarrow [\delta_u = 1] \\ & [\delta_v = 0] \rightarrow [\delta_u = 0] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: “ $\leftrightarrow$ ”(等价)和“ $\rightarrow$ ”(蕴含)为逻辑运算符。

引入二值辅助变量 δ_{th1} 和 δ_{th2} , 连续辅助变量 u_{max1} 、 u_{max2} 、 u_{max3} 、 u_{max4} 、 u_{min1} 、 u_{min2} 、 u_{min3} 、 u_{min4} , 式(8)、(9)可以转换为一组阈值和逻辑条件, 即

$$\left. \begin{aligned} [\delta_{th1} = 1] &\leftrightarrow [(z_u - z_s) \geq T_1] \\ [\delta_{th2} = 1] &\leftrightarrow [(z_u - z_s) \geq T_2] \\ [\delta_v = 1] &\rightarrow [\delta_{th1} = 1] \\ [\delta_{th2} = 1] &\rightarrow [\delta_v = \delta_{th1} = 1] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$u_{max1} = \begin{cases} \beta_5 v_d + \alpha_5 & \text{如果 } \delta_{th1} = 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (12a)$$

$$u_{max2} = \begin{cases} \beta_6 v_d + \alpha_6 & \text{如果 } \delta_{th1} = 1 \ \& \ \delta_v = 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (12b)$$

$$u_{max3} = \begin{cases} \beta_1 v_d + \alpha_1 & \text{如果 } \delta_v = 1 \ \& \ \delta_{th1} = 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (12c)$$

$$u_{max4} = \begin{cases} \beta_2 v_d + \alpha_2 & \text{如果 } \delta_{th2} = 1 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (12d)$$

$$u_{min1} = \begin{cases} \beta_7 v_d + \alpha_7 & \text{如果 } \delta_{th1} = 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (13a)$$

$$u_{min2} = \begin{cases} \beta_8 v_d + \alpha_8 & \text{如果 } \delta_{th1} = 1 \ \& \ \delta_v = 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (13b)$$

$$u_{min3} = \begin{cases} \beta_3 v_d + \alpha_3 & \text{如果 } \delta_v = 1 \ \& \ \delta_{th1} = 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (13c)$$

$$u_{min4} = \begin{cases} \beta_4 v_d + \alpha_4 & \text{如果 } \delta_{th2} = 1 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (13d)$$

$$\sum_{i=1}^4 u_{mini} \leq u \leq \sum_{i=1}^4 u_{maxi} \quad (14)$$

式(11)中: T_1 、 T_2 为阈值。

利用混杂系统描述语言(HYSDEL)建立包含系统方程(式(3)、(4))和约束条件(式(10)~(14))的混杂系统模型, 并利用 HYSDEL 自带的编译器将混杂系统模型转换为 MLD 模型^[16], 即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 u(t) + \mathbf{B}_2 \boldsymbol{\delta}(t) + \mathbf{B}_3 \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_1 u(t) + \mathbf{D}_2 \boldsymbol{\delta}(t) + \mathbf{D}_3 \mathbf{z}(t) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\mathbf{E}_2 \boldsymbol{\delta}(t) + \mathbf{E}_3 \mathbf{z}(t) \leq \mathbf{E}_1 u(t) + \mathbf{E}_4 \mathbf{x}(t) + \mathbf{E}_5 \quad (16)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &\in \mathbf{R}^4; \quad u(t) \in \mathbf{R}^1; \quad \mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^3 \\ \boldsymbol{\delta}(t) &= [\delta_v \quad \delta_u \quad \delta_{th1} \quad \delta_{th2}]^T \in \{0, 1\}^4 \\ \mathbf{z}(t) &= [u_{max} \quad u_{min}]^T \in \mathbf{R}^8 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{max} &= [u_{max1} \quad u_{max2} \quad u_{max3} \quad u_{max4}]^T \\ \mathbf{u}_{min} &= [u_{min1} \quad u_{min2} \quad u_{min3} \quad u_{min4}]^T \end{aligned}$$

2.2 半主动悬架混杂系统模型预测控制

本文基于混杂模型预测控制(HMPC)理论, 研

究半主动悬架混杂系统的有限时域优化控制问题。在预测时域 $k \in [t: t+N-1]$ 内, 保持目标函数(式(6))的函数类型和权函数不变, 以第 k 点的预测输入和输出为自变量, 建立第 k 点的离散目标函数; 然后, 将各点的目标函数线性加权, 得到预测时域内的目标函数^[17], 即

$$J = \sum_{k=1}^{t+N-1} \mathbf{y}^T(k+1 | t) \mathbf{W} \mathbf{y}(k+1 | t) + \sum_{k=1}^{t+N-1} u(k | t) R u(k | t) \quad (17)$$

类似地, 保持式(15)、(16)类型, 将其扩展到整个预测时域 $k \in [t: t+N-1]$, 即约束每个预测点, 得到预测时域内的状态空间方程和约束条件, 即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(k+1 | t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k | t) + \mathbf{B}_1 u(k | t) + \mathbf{B}_2 \boldsymbol{\delta}(k | t) + \mathbf{B}_3 \mathbf{z}(k | t) \\ \mathbf{y}(k+1 | t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k | t) + \mathbf{D}_1 u(k | t) + \mathbf{D}_2 \boldsymbol{\delta}(k | t) + \mathbf{D}_3 \mathbf{z}(k | t) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\mathbf{E}_2 \boldsymbol{\delta}(k | t) + \mathbf{E}_3 \mathbf{z}(k | t) \leq \mathbf{E}_1 u(k | t) + \mathbf{E}_4 \mathbf{x}(k | t) + \mathbf{E}_5 \quad (19)$$

式中: $k=t, t+1, \dots, t+N-1$; $\mathbf{x}(k|t)=\mathbf{x}(t)$; $u(k|t)=u(t)$; $\boldsymbol{\delta}(k|t)=\boldsymbol{\delta}(t)$; $\mathbf{z}(k|t)=\mathbf{z}(t)$ 。

在 t 时刻, $\mathbf{x}(t)$ 为 MLD 系统的状态值, 此时半主动悬架混杂系统的模型预测控制问题可看作二次规划问题: $\min_{\xi} J$ (式(17)最小化) 受限于式(18)、(19), 其中优化变量

$$\xi = [u_0, \dots, u_{N-1}, \boldsymbol{\delta}_0^T, \dots, \boldsymbol{\delta}_{N-1}^T, \mathbf{z}_0^T, \dots, \mathbf{z}_{N-1}^T]^T$$

在每个采样时刻 t , 通过滚动时域求解上述优化问题, 由最优控制序列 ξ^* 的第 1 个元素 u_0^* 作为当前时刻的控制输入, 即 $u(t)=u_0^*$, 在下一个采样时刻 $t+1$, 重复上述优化过程。可以看出, 二次规划问题的优化变量包含实值变量和二值变量, 可以进一步转化为混合整数二次规划问题(MIQP)进行求解。

3 半主动悬架混杂系统滚动时域优化求解

为便于优化求解, 定义预测时域内的输出 $\mathbf{Y}(t)$ 、控制输入 $\mathbf{U}(t)$ 、加权矩阵 $\bar{\mathbf{W}}$ 和 $\bar{\mathbf{R}}$ 如下

$$\mathbf{Y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t+1 | t) \\ \mathbf{y}(t+2 | t) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(t+N | t) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{U}(t) = \begin{bmatrix} u(t | t) \\ u(t+1 | t) \\ \vdots \\ u(t+N-1 | t) \end{bmatrix}$$

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} W & & & \\ & W & & \\ & & \ddots & \\ & & & W \end{bmatrix}; \quad \bar{R} = \begin{bmatrix} R & & & \\ & R & & \\ & & \ddots & \\ & & & R \end{bmatrix}$$

则式(17)可写成

$$J(\xi, x(t), N) = Y^T(t) \bar{W} Y(t) + U^T(t) \bar{R} U(t) \quad (20)$$

式(18)可写成

$$Y(t) = \bar{C}x(t) + \bar{D}_u U(t) + \bar{D}_\delta \Delta(t) + \bar{D}_z Z(t) \quad (21)$$

式中

$$\bar{D}_u = \begin{bmatrix} CB_1 & D_1 & 0 & \cdots & 0 \\ CAB_1 & CB_1 & D_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & CAB_1 & CB_1 & \ddots & 0 \\ CA^{N-2}B_1 & \vdots & \ddots & \ddots & D_1 \\ CA^{N-1}B_1 & CA^{N-2}B_1 & \cdots & CAB_1 & CB_1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{D}_\delta = \begin{bmatrix} CB_2 & D_2 & 0 & \cdots & 0 \\ CAB_2 & CB_2 & D_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & CAB_2 & CB_2 & \ddots & 0 \\ CA^{N-2}B_2 & \vdots & \ddots & \ddots & D_2 \\ CA^{N-1}B_2 & CA^{N-2}B_2 & \cdots & CAB_2 & CB_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{D}_z = \begin{bmatrix} CB_3 & D_3 & 0 & \cdots & 0 \\ CAB_3 & CB_3 & D_3 & \ddots & \vdots \\ \vdots & CAB_3 & CB_3 & \ddots & 0 \\ CA^{N-2}B_3 & \vdots & \ddots & \ddots & D_3 \\ CA^{N-1}B_3 & CA^{N-2}B_3 & \cdots & CAB_3 & CB_3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta(t) = \begin{bmatrix} \delta(t|t) \\ \delta(t+1|t) \\ \vdots \\ \delta(t+N-1|t) \end{bmatrix}$$

$$Z(t) = \begin{bmatrix} z(t|t) \\ z(t+1|t) \\ \vdots \\ z(t+N-1|t) \end{bmatrix}$$

将式(21)代入式(20)得

$$\begin{aligned} & (\xi, x(t), N) = x^T(t) \bar{C} W \bar{C} x(t) + \\ & 2x^T(t) [\bar{C}^T \bar{W} \bar{D}_u U(t) + \bar{C}^T \bar{W} \bar{D}_\delta \Delta(t) + \bar{C}^T \bar{W} \bar{D}_z Z(t)] + \\ & U^T(t) (\bar{D}_u \bar{W} \bar{D}_u + \bar{R}) U(t) + \Delta^T(t) \bar{D}_\delta^T \bar{W} \bar{D}_\delta \Delta(t) + \\ & Z^T(t) \bar{D}_z^T \bar{W} \bar{D}_z Z(t) + 2U^T(t) \bar{D}_u^T \bar{W} \bar{D}_z Z(t) + \\ & 2\Delta^T(t) \bar{D}_\delta^T \bar{W} \bar{D}_z Z(t) \end{aligned} \quad (22)$$

令

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} U(t) \\ \Delta(t) \\ Z(t) \end{bmatrix}; \quad Y_{\text{MIQP}} = 2\bar{C} W \bar{C}$$

$$F_{\text{MIQP}} = 2 [\bar{C}^T \bar{W} \bar{D}_u \quad \bar{C}^T \bar{W} \bar{D}_\delta \quad \bar{C}^T \bar{W} \bar{D}_z]$$

$$H_{\text{MIQP}} = 2 \begin{bmatrix} (\bar{D}_u^T \bar{W} \bar{D}_u + \bar{R}) & \bar{D}_u^T \bar{W} \bar{D}_\delta & \bar{D}_u^T \bar{W} \bar{D}_z \\ \bar{D}_u^T \bar{W} \bar{D}_\delta & \bar{D}_\delta^T \bar{W} \bar{D}_\delta & \bar{D}_\delta^T \bar{W} \bar{D}_z \\ \bar{D}_u^T \bar{W} \bar{D}_z & \bar{D}_\delta^T \bar{W} \bar{D}_z & \bar{D}_z^T \bar{W} \bar{D}_z \end{bmatrix}$$

则式(22)变为

$$J(\xi, x(t), N) = \frac{1}{2} \xi^T H_{\text{MIQP}} \xi + x^T(t) F_{\text{MIQP}} \xi + \frac{1}{2} x^T(t) Y_{\text{MIQP}} x(t) \quad (23)$$

约束条件式(19)可写成

$$\bar{E}_u U(t) + \bar{E}_\delta \Delta(t) + \bar{E}_z Z(t) \leq \bar{E}_x x(t) + \bar{E}_5 \quad (24)$$

式中

$$\bar{E}_u = \begin{bmatrix} -E_1 & & & & \\ & -E_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & -E_1 & \end{bmatrix}$$

$$\bar{E}_\delta = \begin{bmatrix} E_2 & & & & \\ & E_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & E_2 & \end{bmatrix}; \quad \bar{E}_z = \begin{bmatrix} E_3 & & & & \\ & E_3 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & E_3 & \end{bmatrix}$$

$$\bar{E}_x = \begin{bmatrix} E_4 \\ E_4 \\ \vdots \\ E_4 \end{bmatrix}; \quad \bar{E}_5 = \begin{bmatrix} E_5 \\ E_5 \\ \vdots \\ E_5 \end{bmatrix}$$

式(19)可进一步写成

$$G_{\text{MIQP}} \xi(t) \leq W_{\text{MIQP}} + S_{\text{MIQP}} x(t) \quad (25)$$

式中

$$G_{\text{MIQP}} = [\bar{E}_u \quad \bar{E}_\delta \quad \bar{E}_z]; \quad W_{\text{MIQP}} = \bar{E}_5; \quad S_{\text{MIQP}} = \bar{E}_x$$

至此,根据目标函数式(23)和约束条件式(25),得到半主动悬架系统的混合整数二次规划问题(MIQP),即

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\xi} \quad \frac{1}{2} \xi^T H_{\text{MIQP}} \xi + x^T(t) F_{\text{MIQP}} \xi \\ & \text{s. t.} \quad G_{\text{MIQP}} \xi(t) \leq W_{\text{MIQP}} + S_{\text{MIQP}} x(t) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中: $\xi(t)$ 为优化向量, $\xi(t) \in \mathbf{R}^{9N} \times \{0, 1\}^{4N}$, 即 $\xi(t)$ 同时包含实数变量和二值变量。

对于第4节中式(27)提出的问题,可基于分支定界(Branch & Bound)算法^[18]来求解:首先放松优化变量 $\xi(t)$ 中二值变量 $\delta(t)$ 的部分或全部的整数约束限制,生成一系列对应原来 MIQP 问题的二次规划问题;然后,通过求解这一系列的二次规划问题得到符合整数约束条件的 MIQP 问题的解(次优解或全局最优解)。二次规划问题的求解借助 Matlab

优化工具箱来完成。

4 仿真验证

本文所提出的方法在 Matlab\Simulink 环境下进行仿真验证,主要参数如表 1 所示。

设置 2 种仿真工况:①随机路面输入工况;②正弦波突起路面输入工况。将控制效果与被动悬架、线性二次型调节器(LQR)控制半主动悬架进行对比,其中 LQR 控制参数与本文混杂模型预测控制算法的相同,其最优控制律为

$$u_{\text{LQR}} = \begin{cases} F_{\text{d,max}}, & -\mathbf{K}_{\text{LQR}}\mathbf{x} > F_{\text{d,max}} \\ -\mathbf{K}_{\text{LQR}}\mathbf{x}, & F_{\text{d,max}} > -\mathbf{K}_{\text{LQR}}\mathbf{x} > F_{\text{d,min}} \\ F_{\text{d,min}}, & -\mathbf{K}_{\text{LQR}}\mathbf{x} < F_{\text{d,min}} \end{cases}$$

(27)

式中: $\mathbf{K}_{\text{LQR}}=[1321.8 \quad -222.3 \quad -2821.1 \quad 1472.2]$ 为 LQR 反馈控制增益。

受半主动悬架的非线性限制,由 LQR 控制算法得到的 u_{LQR} 并不能完全实现,还需满足附加控制律

$$\bar{u}_{\text{LQR}} = \begin{cases} u_{\text{LQR}}, & u_{\text{LQR}}(z_u - z_s) > 0 \\ 0, & u_{\text{LQR}}(z_u - z_s) \leq 0 \end{cases}$$

(28)

为便于仿真对比,被动悬架仿真结果用“Passive”表示,LQR 算法控制结果用“LQR”表示,本文研究混杂模型预测控制算法用“HMPC”表示。

表 1 仿真时主要参数

参数	数值	参数	数值
m_s/kg	412	β_3	2 173
m_u/kg	40	β_4	746
$k_s/\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	35 000	β_5	2 461
$k_t/\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	230 000	β_6	709
$c_s/\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$	1 100	β_7	18 350
w_a	100	β_8	1 072
w_s	1 000	α_1	0
w_t	1 000	α_2	1 046
r	0.01	α_3	0
N	10	α_4	74
T_1	-0.052	α_5	0
T_2	0.052	α_6	-91
β_1	18 333	α_7	0
β_2	904	α_8	-1 728

4.1 随机路面输入工况

随机路面输入工况广泛用于测试车辆的舒适性和操纵稳定性。分别采用 A、B、C 3 级路面,车速依次为 40、60、80、100 km/h,仿真时间为 20 s。随机

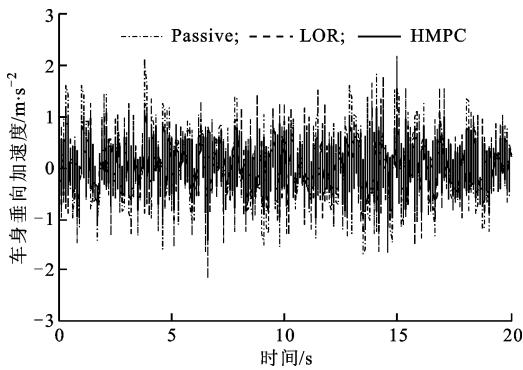
路面输入采用滤波白噪声,即

$$\dot{z}_g(t) = -2\pi n_{00} v_x z_g(t) + 2\pi n_0 (G_0 v_x)^{1/2} \omega(t)$$

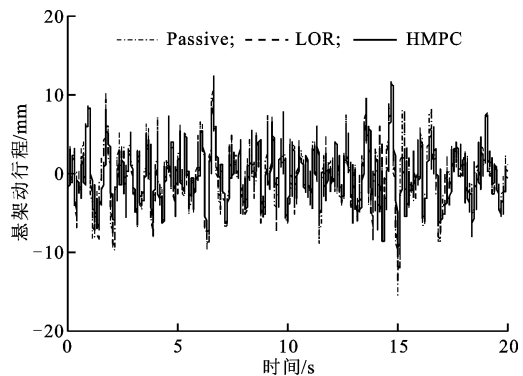
(29)

式中: z_g 为路面垂向位移; G_0 为路面不平度系数; v_x 为车速; $\omega(t)$ 为数字期望值为 0 的高斯白噪声; n_{00} 为空间下截止频率, $n_{00}=0.011 \text{ m}^{-1}$; n_0 为空间参考频率, $n_0=0.1 \text{ m}^{-1}$ 。

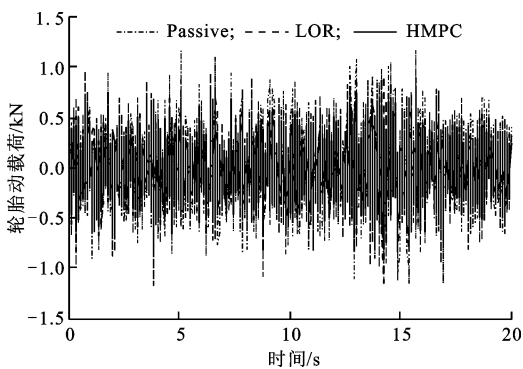
图 4 为 B 级随机路面的振动响应的时间历程,其中车速为 60 km/h。从图中可以看出,LQR 算法和 HMPC 算法均能有效控制车身垂向加速度、悬架动行程和轮胎动载荷,而 HMPC 算法控制效果更为



(a) 车身垂向加速度的时间历程



(b) 悬架动行程的时间历程



(c) 轮胎动载荷的时间历程

图 4 B 级路面振动响应的时间历程

良好。表 2 给出了 A、B、C 3 种不同路面等级下系统的均方根值。从表中可以看出,路面等级从 A 级到 C 级,Passive 悬架、LQR 悬架和 HMPC 悬架的

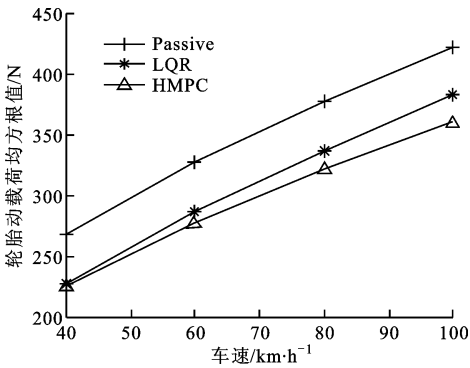
各个评价指标(车身垂向加速度、悬架动行程和轮胎动载荷)的均方根值都呈现上升趋势,而在不同等级的路面上,HMPC 的各个指标均有所改善。

表 2 不同路面等级下系统均方根值比较

路面等级	评价指标	Passive 悬架	LQR 悬架	HMPC 悬架	$(L-P) \cdot P^{-1}/\%$	$(H-L) \cdot L^{-1}/\%$
A	加速度均方根/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	0.283	0.258	0.193	-8.8	-25.2
	动行程均方根/mm	1.96	1.67	1.51	-14.8	-9.6
	动载荷均方根/N	136.9	132.8	108.7	-3.0	-18.1
B	加速度均方根/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	0.515	0.468	0.357	-9.1	-23.7
	动行程均方根/mm	3.88	3.71	3.35	-4.4	-9.7
	动载荷均方根/N	321.5	287.8	277.1	-10.5	-3.7
C	加速度均方根/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	1.030	0.852	0.687	-17.3	-19.4
	动行程均方根/mm	7.68	8.21	7.05	6.9	-14.1
	动载荷均方根/N	706.8	625.5	558.4	-11.5	-10.7

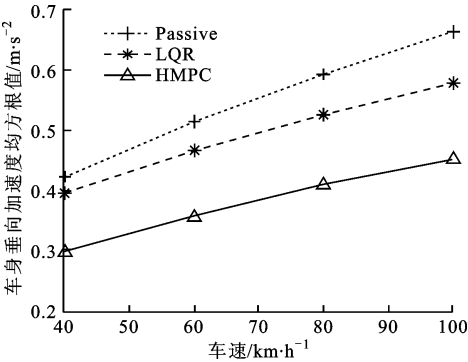
注: P 、 L 和 H 分别表示 Passive 悬架、LQR 悬架和 HMPC 悬架的评价指标的均方根。

图 5 为不同车速时振动响应的均方根值。从图中可以看出,随着车速的升高,Passive 悬架、LQR 悬架和 HMPC 悬架的各个评价指标(车身垂向加速度、悬架动行程和轮胎动载荷)的均方根值均呈现上升趋势,而在不同车速下 LQR 悬架和 HMPC 悬架的各个评价指标都有所降低,但 HMPC 悬架的控制效果优于 LQR 悬架。

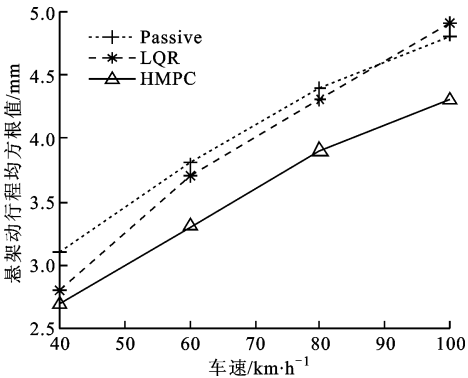


(c) 轮胎动载荷均方根值

图 5 B 级路面振动响应的均方根值



(a) 车身垂向加速度均方根值

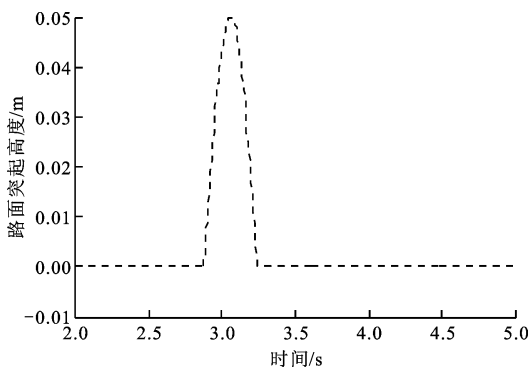


(b) 悬架动行程均方根值

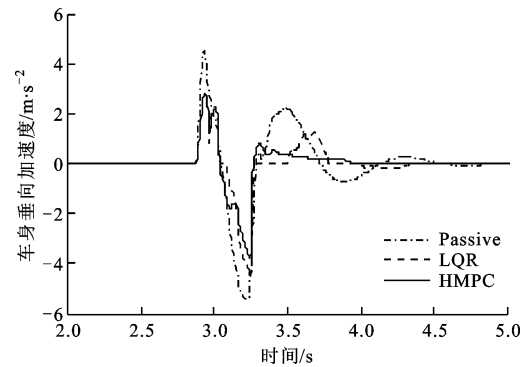
4.2 正弦波突起路面工况

正弦波突起路面输入可用于测试悬架弹跳性能,所以设置正弦波突起的幅值和宽度分别为 0.05 m 和 6 m(超过实际车辆轴距),车速依次为 30、60、90 km/h,仿真时间为 10 s。

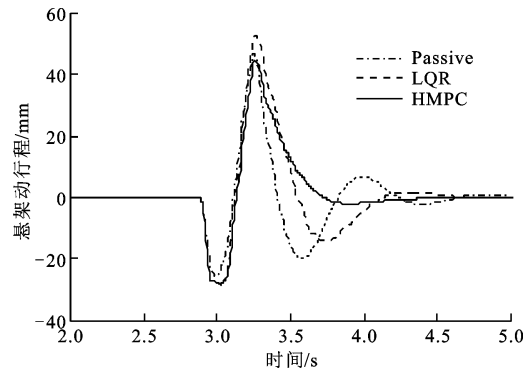
图 6 为车速为 60 km/h 时正弦波突起路面形状和相应振动响应的时间历程,这里只截取 2~5 s 的仿真结果。从图 6b 中看出,与 Passive 悬架和 LQR 悬架相比,HMPC 悬架能有效控制车身垂向加速度,且在车轮通过正弦突起路面后,能迅速衰减车身振动加速度。从图 6c、6d 中可知,在正弦波突起后期,Passive 悬架和 LQR 半主动悬架均出现不同程度的波动,而 HMPC 悬架能迅速衰减正弦波突起后期的悬架动行程和轮胎动载荷,起到了更好的衰减振动的效果。从图 6 中还可知,正弦波突起路面的峰值会引起车辆振动响应出现峰值,为此图 7



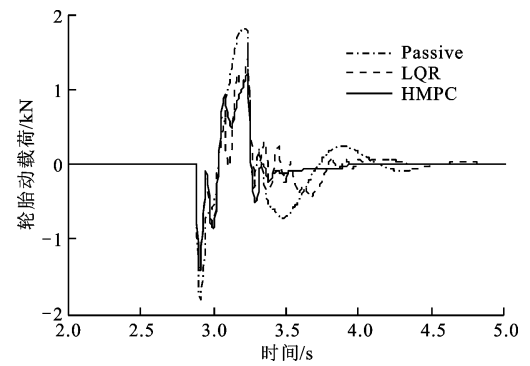
(a) 正弦波突起路面输入



(b) 车身垂向加速度的时间历程



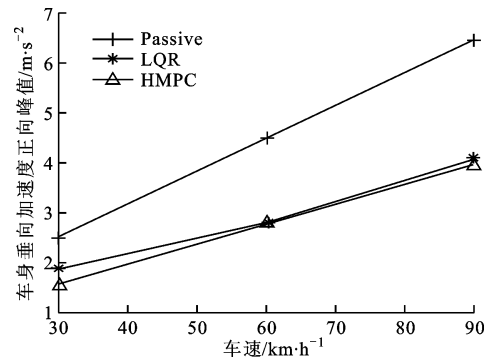
(c) 悬架行程的时间历程



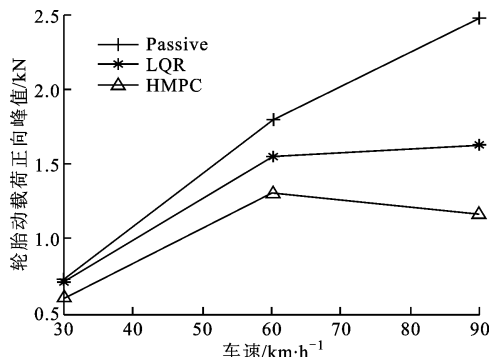
(d) 轮胎载荷的时间历程

图 6 正弦波突起路面振动响应的时间历程

从图 7a 可知,车身垂向加速度正向峰值随着车速的升高而增大,LQR 悬架和 HMPC 悬架都能有效降低垂向加速度正向峰值,且两种算法的控制效果相近。从图 7b 可知,Passive 悬架的轮胎动载荷峰值随着车速的升高而增大,而 LQR 悬架和 HMPC 悬架能有效控制轮胎动载荷峰值,尤其是在车辆高速行驶(如图中车速为 90 km/h)时,HMPC 悬架的控制效果更好。



(a) 车身垂向加速度正向峰值



(b) 轮胎动载荷正向峰值

图 7 正弦波突起输入工况振动响应量均方根值

5 结 论

(1)本文建立了半主动悬架单轮车辆模型,提出了综合描述舒适性和操稳性的悬架优化控制目标函数,以及半主动悬架控制须满足的非线性约束条件。

(2)引入辅助变量来描述非线性约束,利用混杂系统描述语言表示半主动悬架系统,并将其转化为混合逻辑动态模型,基于模型预测控制理论,研究了半主动悬架混杂系统的有限时域优化控制问题。

(3)将非线性约束优化问题转化成为包含实值变量和二值变量的混合整数二次规划问题,并借助分支定界算法进行求解。

(4)在随机路面和正弦波路面进行了仿真验证,结果表明,本文所提出方法明显优于被动悬架和传

给出了不同车速时车身加速度正向峰值和轮胎动载荷正向峰值。

统线性二次型调节器算法,能更好地协调车辆操稳性和平顺性之间的矛盾。

参考文献:

- [1] TSENG H E, HROVAT D. State of the art survey: active and semi-active suspension control [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2015, 53(7): 1-29.
- [2] 陈龙, 喻力, 崔晓利. 阻尼多状态切换减振器的性能仿真与试验 [J]. *江苏大学学报(自然科学版)*, 2013, 34(3): 249-253.
CHEN Long, YU Li, CUI Xiaoli. Performance simulation and testing of multi-levels-damping adjustable hydraulic shock absorber [J]. *Journal of Jiangsu University (Natural Sciences)*, 2013, 34(3): 249-253.
- [3] 李罡, 张晗, 王戎, 等. 基于电磁阀式阻尼连续可调减振器的半主动悬架试验研究 [J]. *汽车技术*, 2016(9): 35-38
LI Gang, ZHANG Han, WANG YU, et al. Test research on semi-active suspension based on solenoid-actuated damping continuously variable shock absorber [J]. *Automobile Technology*, 2016(9): 35-38.
- [4] HONG K S, SOHN H C, HEDRICK K J. Modified skyhook control of semi-active suspensions: a new model, gain scheduling, and hardware-in-the-loop tuning [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 2002, 124(1): 158-167.
- [5] SAVARESI S M, SPELTA C. Mixed sky-hook and ADD: approaching the filtering limits of a semiactive suspension [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 2007, 129(4): 382-392.
- [6] UNGER A, SCHIMMACK F, LOHMANN B, et al. Application of LQ-based semi-active suspension control in a vehicle [J]. *Control Engineering Practice*, 2013, 21(12): 1841-1850.
- [7] 杨柳青, 陈无畏, 高振刚, 等. 基于电磁阀减振器的1/4车辆半主动悬架非线性控制 [J]. *农业机械学报*, 2014, 45(4): 1-7.
YANG Liuqing, CHEN Wuwei, GAO Zhengang, et al. Nonlinear control of quarter vehicle model with semi-active suspension based on solenoid valve damper [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2014, 45(4): 1-7.
- [8] 郭孔辉, 余五辉, 章新杰, 等. 自适应半主动悬架系统控制策略 [J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2013, 40(2): 39-44.
GUO Konghui, YU Wuhui, ZHANG Xinjie, et al. Semi-active suspension adaptive cruise control strategy [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2013, 40(2): 39-44.
- [9] 严天一, 闫海敬, 侯兆萌, 等. 车辆半主动悬架粒子群模糊混合控制策略 [J]. *农业机械学报*, 2013, 44(8): 1-7.
YAN Tianyi, YAN Haijing, HOU Zhaomeng, et al. PSO-fuzzy-hybrid control strategy of semi-active suspensions [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(8): 1-7.
- [10] 黄昆, 喻凡, 张勇超. 电磁式主动悬架模型预测控制器设计 [J]. *上海交通大学学报*, 2010, 44(11): 1619-1624.
HUANG Kun, YU Fan, ZHANG Yongchao. Model predictive controller design for electromagnetic active suspension [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2010, 44(11): 1619-1624.
- [11] GIORGETTI N, BEMPORAD A, TSENGZ H E, et al. Hybrid model predictive control application towards optimal semi-active suspension [J]. *International Journal of Control*, 2006, 79(5): 391-398.
- [12] POUSSOT-VASSAL C, SPELTA C, SENAME O, et al. Survey and performance evaluation on some automotive semi-active suspension control methods: a comparative study on a single-corner model [J]. *Annual Reviews in Control*, 2012, 36(1): 148-160.
- [13] 喻凡, 林逸. 汽车系统动力学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 196-197.
- [14] LABINAZ G, BAYOUMI M M, RUDIE K. Modeling and control of hybrid systems: a survey [J]. *Annual Reviews in Control*, 2000, 21(97): 79-92.
- [15] BEMPORAD A, MORARI M. Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints [J]. *Automatica*, 1999, 35(3): 407-427.
- [16] TORRISI F D, BEMPORAD A. HYSDEL: a tool for generating computational hybrid models for analysis and synthesis problems [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, 12(2): 235-249.
- [17] 张亮修, 吴光强, 郭晓晓. 车辆多目标自适应巡航控制算法 [J]. *西安交通大学学报*, 2016, 50(11): 136-143.
ZHANG Liangxiu, WU Guangqiang, GUO Xiaoxiao. Vehicular multi-objective adaptive cruise control algorithm [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2016, 50(11): 136-143.
- [18] FLOUDAS C A. Nonlinear and mixed-integer optimization: fundamentals and applications [M] // *Handbook of Turbulence*. Berlin, Germany: Springer, 2000: 822-823.

(编辑 苗凌)