

DOI: 10.7652/xjtuxb201801013

车用永磁轮毂电机解析建模与齿槽转矩削弱

杨金歌¹, 邓兆祥^{2,3}, 周忆¹, 张河山³, 谭涛³

(1. 重庆大学机械工程学院, 400044, 重庆; 2. 重庆大学机械传动国家重点实验室, 400044, 重庆;
3. 重庆大学汽车工程学院, 400044, 重庆)

摘要: 为了提高永磁电机设计和优化的效率,避免有限元软件建模、计算耗时长的缺点,建立了定子齿上开有辅助槽的表贴式永磁电机的解析模型。在二维极坐标下以矢量磁位为位函数,在各个子域建立拉普拉斯方程或泊松方程,根据分离变量法求解各子域矢量磁位的表达式,并利用各子域的边界条件求得相关的谐波系数,推导了该永磁电机模型空载下的气隙磁通密度、齿槽转矩、磁链和反电动势公式。然后,计算了一台车用轮毂外转子 32 极 48 槽永磁电机在空载下的气隙磁通密度、齿槽转矩、磁链和反电动势,并通过有限元法和齿槽转矩实验验证了解析模型的有效性和精确性。此外,基于解析模型优化了该轮毂电机的齿槽转矩,将齿槽转矩削弱了 37.2%。

关键词: 永磁轮毂电机;解析法;辅助槽;齿槽转矩削弱

中图分类号: TM34 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2018)01-0084-08

Analytical Modeling and Cogging Torque Weakening of Permanent Magnet In-Wheel Motor for Electric Vehicles

YANG Jing¹, DENG Zhaoxiang^{2,3}, ZHOU Yi¹, ZHANG Heshan³, TAN Tao³

(1. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

3. School of Automotive Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: To improve the efficiency of design and optimization of permanent magnet motors and avoid lengthy finite element modeling and computing time, an analytical model of surface-mounted permanent magnet motor with auxiliary slots is built. The Laplace equations or Poisson equations are established in each subdomain with the vector magnetic bit as a function in the two-dimensional polar coordinates, and the vector magnetic bit expression of each subdomain is solved according to the separation variable method. The relevant harmonic coefficients are obtained using the boundary conditions of each subdomain. The air gap flux density, cogging torque, flux linkage and back-electromotive force(EMF) of the model are deduced under no-load condition, then the air gap flux density, cogging torque, flux linkage and EMF of a 32-pole-48-slot external rotor in-wheel permanent magnet motor used for electric vehicles are calculated under no-load condition. The accuracy and validity of the analytical model are verified by finite element method and cogging torque experiment. In addition, the cogging torque of the in-wheel motor is optimized on the basis of this analytical model, and is consequently reduced by 37.2%.

Keywords: permanent magnet in-wheel motor; analytical model; auxiliary slots; cogging torque weakening

收稿日期: 2017-07-17。 作者简介: 杨金歌(1991—),男,硕士生;邓兆祥(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2012AA111803)。

网络出版时间: 2017-10-20 网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20171020.1622.012.html>

1.2 各子域的矢量磁位方程

磁场与矢量磁位的关系为

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\nabla \times \mathbf{B} \quad (1)$$

在二维平行平面场中,矢量磁位 $\mathbf{A}$ 仅有 z 方向分量,故有

$$A_{zy} = \mathbf{A}_{zy} \mathbf{e}_z \quad (2)$$

可得各子域的矢量磁位方程为

$$\frac{\partial^2 A_{zy}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{zy}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{zy}}{\partial \theta^2} = \begin{cases} -\frac{\mu_0}{r} \left(M_\theta - \frac{\partial M_r}{\partial \theta} \right), & y = \text{I} \\ 0, & y = \text{II}, \text{III}, \text{IV}, \text{V} \end{cases} \quad (3)$$

式中: A_{zy} 为矢量磁位,下角标 y 代表不同子域。

1.3 永磁体子域

在永磁体区域中,剩余磁化强度 $\mathbf{M}$ 可表示为

$$\mathbf{M} = M_r \mathbf{r} + M_\theta \boldsymbol{\theta} \quad (4)$$

式中: M_r 和 M_θ 是永磁体剩余磁化强度的径向和切向分量^[15]。

由于转子铁芯的磁导率为无穷大,故沿着转子轭($r=R_r$)边界满足条件

$$H_{1\theta} \big|_{r=R_r} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} B_{1\theta} \big|_{r=R_r} - \frac{1}{\mu_r} M_\theta = -\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial A_{z1}}{\partial r} \bigg|_{r=R_r} - \frac{1}{\mu_r} M_\theta = 0 \quad (5)$$

通过分离变量法,利用以上边界条件求得永磁体子域的矢量磁位表达式为

$$A_{z1} = \sum_k (Q_{1k} B_1 + Q_{2k} M_{\theta ck} - Q_{3k} M_{rsk}) \cos(k\theta) + \sum_k (Q_{1k} D_1 + Q_{2k} M_{\theta sk} + Q_{3k} M_{rck}) \sin(k\theta) \quad (6)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} Q_{1k} &= \left[\left(\frac{r}{R_r} \right)^k G_1 + \left(\frac{r}{R_m} \right)^{-k} \right] \\ Q_{2k} &= \frac{\mu_0}{k^2 - 1} \left[r - R_r k \left(\frac{r}{R_r} \right)^k \right] \\ Q_{3k} &= \frac{\mu_0}{k^2 - 1} \left[kr - R_r \left(\frac{r}{R_r} \right)^k \right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$M_{\theta ck}$ 、 $M_{\theta sk}$ 、 M_{rck} 、 M_{rsk} 可参见文献^[15]; B_1 、 D_1 是需要求解的谐波系数; k 为谐波阶次。

1.4 气隙子域

通过分离变量法,求得气隙子域的矢量磁位

$$A_{z2} = \sum_k \left[A_2 \left(\frac{r}{R_m} \right)^k + B_2 \left(\frac{r}{R_s} \right)^{-k} \right] \cos(k\theta) + \sum_k \left[C_2 \left(\frac{r}{R_m} \right)^k + D_2 \left(\frac{r}{R_s} \right)^{-k} \right] \sin(k\theta) \quad (8)$$

式中: A_2 、 B_2 、 C_2 、 D_2 为待求解的气隙子域的谐波系数。

1.5 电枢槽子域

由于铁芯磁导率为无穷大,所以电枢槽子域的

2 个边界 $\theta = \theta_i - \frac{\beta_{sa}}{2}$ 和 $\theta = \theta_i + \frac{\beta_{sa}}{2}$ 处的边界条件为

$$\frac{\partial A_{z3i}}{\partial \theta} \bigg|_{\theta = \theta_i - \beta_{sa}/2} = 0; \quad \frac{\partial A_{z3i}}{\partial \theta} \bigg|_{\theta = \theta_i + \beta_{sa}/2} = 0 \quad (9)$$

沿着电枢槽底部的边界满足

$$H_{3\theta} \big|_{r=R_{sb}} = \frac{1}{\mu_0} B_{3\theta} \big|_{r=R_{sb}} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{z3i}}{\partial r} \bigg|_{r=R_{sb}} = 0 \quad (10)$$

根据分离变量法以及式(9)和式(10)的边界条件,可求得第 i 个槽子域的矢量磁位表达式为

$$A_{z3i} = A_{3i0} + \sum_n \left\{ A_{3i} \left[\left(\frac{r}{R_t} \right)^{E_n} + G_3 \left(\frac{r}{R_{sb}} \right)^{-E_n} \right] \cdot \cos[E_n(\theta + \beta_{sa}/2 - \theta_i)] \right\} \quad (11)$$

式中

$$E_n = n\pi/\beta_{sa}; \quad G_3 = \left(\frac{R_{sb}}{R_t} \right)^{E_n} \quad (12)$$

A_{3i0} 、 A_{3i} 是待求解的谐波系数; n 为谐波阶次。

1.6 槽开口子域

槽开口子域 2 个边界 $\theta = \theta_i - \frac{\beta_{oa}}{2}$ 和 $\theta = \theta_i + \frac{\beta_{oa}}{2}$ 处

的边界条件为

$$\frac{\partial A_{z4i}}{\partial \theta} \bigg|_{\theta = \theta_i - \beta_{oa}/2} = 0; \quad \frac{\partial A_{z4i}}{\partial \theta} \bigg|_{\theta = \theta_i + \beta_{oa}/2} = 0 \quad (13)$$

通过分离变量法解得第 i 个槽开口子域的矢量磁位通解为

$$A_{z4i} = A_{4i0} + B_{4i0} \ln r + \sum_m \left\{ \left[A_{4i} \left(\frac{r}{R_s} \right)^{F_m} + B_{4i} \left(\frac{r}{R_t} \right)^{-F_m} \right] \cos[F_m(\theta + \beta_{oa} - \theta_i)] \right\} \quad (14)$$

式中

$$F_m = m\pi/\beta_{oa} \quad (15)$$

A_{4i0} 、 B_{4i0} 、 A_{4i} 和 B_{4i} 是待求解的谐波系数; m 为谐波阶次。

1.7 辅助槽子域

辅助槽子域的 2 个边界 $\theta = \theta_{ij} - \frac{\beta_{xa}}{2}$ 和 $\theta = \theta_{ij} + \frac{\beta_{xa}}{2}$ 处

的边界条件为

$$\frac{\partial A_{z5ij}}{\partial \theta} \bigg|_{\theta = \theta_{ij} - \beta_{xa}/2} = 0; \quad \frac{\partial A_{z5ij}}{\partial \theta} \bigg|_{\theta = \theta_{ij} + \beta_{xa}/2} = 0 \quad (16)$$

沿着槽底部的边界满足

$$H_{5ij\theta} \big|_{r=R_x} = \frac{1}{\mu_0} B_{5ij\theta} \big|_{r=R_x} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{z5ij}}{\partial r} \bigg|_{r=R_x} = 0 \quad (17)$$

根据分离变量法以及式(16)和式(17)的边界条件,可求得第 $(i-1)N_x+j$ 个辅助槽子域的矢量磁位通解为

$$A_{z5ij} = A_{5ij0} + \sum_x \left\{ A_{5ij} \left[\left(\frac{r}{R_s} \right)^{T_x} + G_5 \left(\frac{r}{R_x} \right)^{-T_x} \right] \cdot \cos[T_x(\theta + \beta_{xa}/2 - \theta_{ij})] \right\} \quad (18)$$

式中

$$T_x = x\pi/\beta_{sa}; G_5 = \left(\frac{R_x}{R_s} \right)^{T_x} \quad (19)$$

A_{5ij0} 、 A_{5ij} 是待求谐波系数; N_x 为每齿上的辅助槽数; x 为谐波阶次。

2 根据分界面条件求解谐波系数

根据径向磁通密度连续性和切向磁场强度连续性,可得各子域之间的分界面条件,进而求解谐波系数。矢量磁位与磁通密度的关系为

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta}; B_\theta = -\frac{\partial A_z}{\partial r} \quad (20)$$

2.1 永磁体子域和气隙子域的分界面($r=R_m$)

永磁体子域和气隙子域分界面($r=R_m$)的条件为

$$A_{z1}|_{r=R_m} = A_{z2}|_{r=R_m} \quad (21)$$

$$H_{1\theta}|_{r=R_m} = H_{2\theta}|_{r=R_m} \quad (22)$$

根据子域1、2中磁通密度 $\mathbf{B}$ 与磁场强度 $\mathbf{H}$ 的关系,式(22)可变换为

$$-\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial A_{z1}}{\partial r} \Big|_{r=R_m} - \frac{1}{\mu_r} M_\theta = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{z2}}{\partial r} \Big|_{r=R_m} \quad (23)$$

2.2 电枢槽开口子域和气隙子域的分界面($r=R_s$)

由于定子铁芯的磁导率为无穷大,所以沿着电枢槽开口子域和气隙子域的分界面($r=R_s$),在 $[0, 2\pi]$ 整个圆周的切向磁通密度分布函数为

$$B_{s\theta} = \begin{cases} -\frac{\partial A_{z4i}}{\partial r}, & \theta_i - \beta_{oa}/2 \leq \theta \leq \theta_i + \beta_{oa}/2 \\ 0, & \text{其他} \\ -\frac{\partial A_{z5ij}}{\partial r}, & \theta_{ij} - \beta_{xa}/2 \leq \theta \leq \theta_{ij} + \beta_{xa}/2 \end{cases} \quad (24)$$

故该分界面的条件为

$$\left. \begin{aligned} A_{z2}|_{r=R_s} &= A_{z4i}|_{r=R_s} \\ A_{z2}|_{r=R_s} &= A_{z5ij}|_{r=R_s} \\ B_{2\theta}|_{r=R_s} &= -\frac{\partial A_{z2}}{\partial r} \Big|_{r=R_s} = B_{s\theta}|_{r=R_s} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

2.3 电枢槽子域和电枢槽开口子域分界面($r=R_t$)

沿着电枢槽子域和电枢槽开口子域分界面($r=R_t$),在电枢槽子域范围($\theta_i - \beta_{sa}/2 \leq \theta \leq \theta_i + \beta_{sa}/2$)的切向磁通密度分布函数为

$$B_{\theta} = \begin{cases} -\frac{\partial A_{z4i}}{\partial r}, & \theta_i - \beta_{oa}/2 \leq \theta \leq \theta_i + \beta_{oa}/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (26)$$

故该分界面的条件为

$$\left. \begin{aligned} A_{z3i}|_{r=R_t} &= A_{z4i}|_{r=R_t} \\ B_{3\theta}|_{r=R_t} &= -\frac{\partial A_{z3i}}{\partial r} \Big|_{r=R_t} = B_{\theta}|_{r=R_t} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

将以上得到的各子域之间的分界面条件作傅里叶级数展开(见附录A),并联立方程组,可求得前述各个子域的谐波系数。

3 磁场解析计算与验证

以一台32极48槽的电动车用外转子表贴式永磁轮毂电机为研究对象,其参数如下:极数 $2p=32$,槽数 $N_s=48$,槽宽角 $\beta_{sa}=3.79^\circ$,充磁方式为径向,齿尖边缘高 $(R_s - R_t)=2$ mm,轴向长度 $l_a=40$ mm,槽底半径 $R_{sb}=104.5$ mm,额定转速为600 r/min,槽开口底部半径 $R_t=140.3$ mm,永磁体厚度为6.3 mm,槽开口顶部半径 $R_s=142.3$ mm,磁通密度 $B_r=1.2$ T,永磁体表面半径 $R_m=143.5$ mm,永磁体磁导率 $\mu_r=1.05$,转子轭内表面半径 $R_r=149.8$ mm,槽开口宽度角 $\beta_{oa}=1.39^\circ$,极弧系数 $\alpha_p=0.7$,并联支路数为16,初始位置角 $\theta_0=5.625^\circ$,节距为1,每相匝数为523,额定功率为10 kW,额定转矩为160 N·m。在MATLAB软件中进行编程求解解析解时,谐波阶次分别取: $k=400, m=5, n=10, x=5$ (开辅助槽时)。

3.1 气隙子域的磁通密度分布

根据式(20)可求得径向磁通密度

$$B_{2r} = -\sum_k k \left[\frac{A_2}{R_m} \left(\frac{r}{R_m} \right)^{k-1} + \frac{B_2}{R_s} \left(\frac{r}{R_s} \right)^{-k-1} \right] \sin(k\theta) + \sum_k k \left[\frac{C_2}{R_m} \left(\frac{r}{R_m} \right)^{k-1} + \frac{D_2}{R_s} \left(\frac{r}{R_s} \right)^{-k-1} \right] \cos(k\theta) \quad (28)$$

切向磁通密度

$$B_{2\theta} = -\sum_k k \left[\frac{A_2}{R_m} \left(\frac{r}{R_m} \right)^{k-1} - \frac{B_2}{R_s} \left(\frac{r}{R_s} \right)^{-k-1} \right] \cos(k\theta) - \sum_k k \left[\frac{C_2}{R_m} \left(\frac{r}{R_m} \right)^{k-1} - \frac{D_2}{R_s} \left(\frac{r}{R_s} \right)^{-k-1} \right] \sin(k\theta) \quad (29)$$

将通过分界面条件求解得到的气隙子域的谐波系数 A_2 、 B_2 、 C_2 、 D_2 代入式(28)和(29),得

$$B_{2r} = \sum_k \chi_{rsk} \sin(k\theta) + \sum_k \chi_{rck} \cos(k\theta) \quad (30)$$

$$B_{2\theta} = \sum_k \chi_{ask} \sin(k\theta) + \sum_k \chi_{ack} \cos(k\theta) \quad (31)$$

式中: χ_{rsk} 、 χ_{rck} 、 χ_{ask} 、 χ_{ack} 是半径为 r 的圆周上气隙磁通密度径向和切向分量的各次谐波幅值。

图2为电机空载时气隙中心位置 $r = (R_m + R_s)/2$ 处的径向、切向磁通密度的解析解与有限元解,从中可以看出,解析解与有限元解吻合良好,验证了解析模型的有效性和精确性。

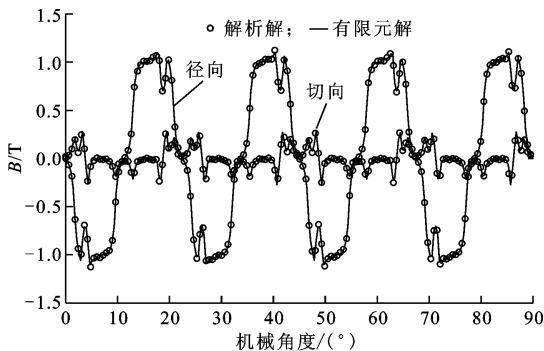


图2 磁通密度有限元解和解析解的对比

3.2 反电动势

假设电枢槽中的绕组均匀分布,由于每个槽中左、右放置了2个线圈边,则2个线圈边的磁链计算公式为

$$\psi_{i1} = l_a \frac{N_c}{S} \int_{R_t}^{R_{sb}} \int_{\theta_i - \beta_{sa}/2}^{\theta_i - \beta_{sa}/2 + d} A_{z3i} r dr d\theta = l_a \frac{N_c}{S} \left[Z_0 d + \sum_n (Z_n / E_n) \sin(E_n d) \right] \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= A_{3i0} (R_t^2 - R_{sb}^2) / 2 \\ Z_n &= -\frac{A_{3i} G_3}{E_n - 2} (R_t^2 G_3 - R_{sb}^2) - \frac{A_{3i}}{E_n + 2} (R_{sb}^2 G_3 - R_t^2) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$\psi_{i2} = l_a \frac{N_c}{S} \int_{R_t}^{R_{sb}} \int_{\theta_i + \beta_{sa}/2 - d}^{\theta_i + \beta_{sa}/2} A_{z3i} r dr d\theta = l_a \frac{N_c}{S} \left[Z_0 d - \sum_n \left(\frac{Z_n}{E_n} \right) \sin(n\pi - E_n d) \right] \quad (34)$$

$$S = d(R_{sb}^2 - R_{st}^2) / 2 \quad (35)$$

式中: N_c 为线圈的匝数; S 为电枢槽内一个线圈边的面积; d 为每个线圈边所占的周向弧度。

三相绕组线圈在槽中的分布可定义为矩阵

$$\mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_d \quad \mathbf{C}_d \quad \mathbf{C}_d \quad \cdots \quad \mathbf{C}_d \quad \mathbf{C}_d]_{1 \times w} \quad (37)$$

式中: $\mathbf{C}$ 为电机的绕组分布矩阵; w 为单元电机数。

所以,每相的总磁链为

$$\begin{bmatrix} \varphi_A & \varphi_B & \varphi_C \end{bmatrix}^T = \mathbf{C} [\psi_{11} \quad \psi_{12} \quad \psi_{21} \quad \psi_{22} \quad \cdots \quad \psi_{N_s 1} \quad \psi_{N_s 2}]^T \quad (38)$$

反电势为

$$e_A = - \frac{d\varphi_A}{dt} \quad (39)$$

图3和图4分别为电机在额定转速为600 r/min时C相的空载磁链和空载反电动势变化,解析解与有限元解同样吻合得较好,进一步证明了本文解析模型的有效性和精确性。

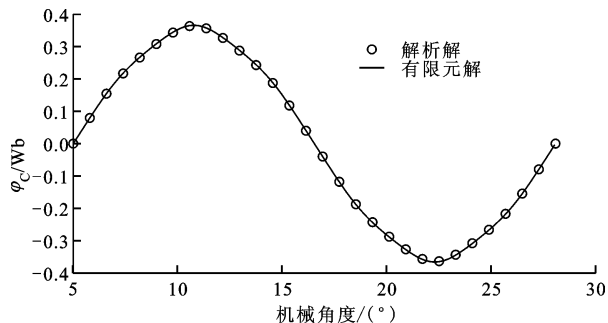


图3 电机转速为600 r/min时的空载C相磁链变化

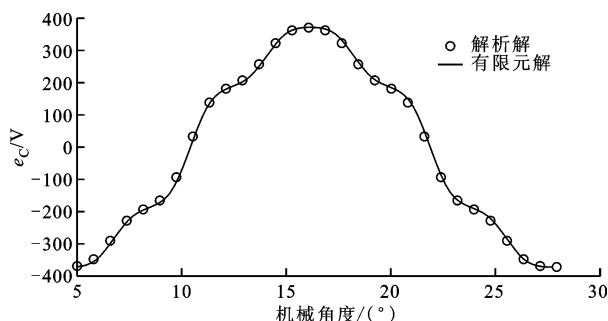


图4 电机转速为600 r/min时的空载C相反电动势变化

3.3 齿槽转矩

齿槽转矩由永磁体和电枢铁芯之间的相互作用产生。采用麦克斯韦张量法计算齿槽转矩,取气隙子域中心位置处的圆周为积分路径

$$r = \frac{R_m + R_s}{2} \quad (40)$$

齿槽转矩表达式为

$$T_{\text{cog}} = \frac{l_a r^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{2r} B_{2\theta} d\theta = \frac{\pi l_a r^2}{\mu_0} \sum_k (\chi_{rsk} \chi_{ask} + \chi_{rck} \chi_{ack}) \quad (41)$$

式中: l_a 为电机的轴向长度。

由式(41)可知:精确的气隙磁通密度是精确计算齿槽转矩的关键;只有气隙磁通密度的径向和切向分量中的同阶次的谐波相互作用才能产生齿槽转矩。

图5所示为齿槽转矩在1个周期内的解析解、

有限元解及实验结果的对比,可见三者的吻合程度较高,再次证明了解析模型的有效性和精确性。图 5 中的齿槽转矩实验值是在测试系统将转速控制为 2 r/min 时,由扭矩转速测量仪测得的。

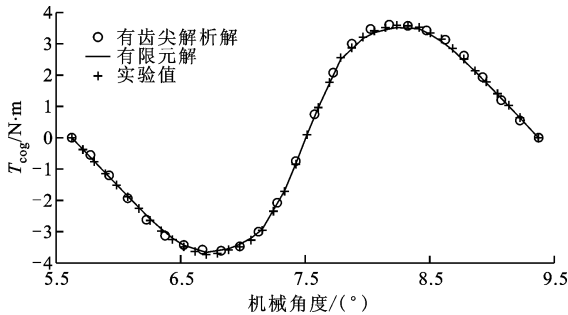


图 5 电机转速为 2 r/min 时的齿槽转矩

4 齿槽转矩的削弱

前面计算了永磁电机的空载性能,证明本文的解析模型有效且精度较高。因此,下面基于该解析模型对电机的齿槽转矩进行优化。

4.1 辅助槽宽度和深度对齿槽转矩的影响

研究发现,定子齿上开 1、3、4 或 5 个辅助槽均不能降低齿槽转矩,只有开 2 个辅助槽时能够削弱齿槽转矩。本文的解析模型也可用于研究设置任意位置和数量的辅助槽。图 6 所示为在定子齿上均匀对称开有 2 个辅助槽(即 $d_{ij} = \pm 2.82^\circ$)时,齿槽转矩峰值随辅助槽宽度和深度的变化。从图中可以看出,齿槽转矩峰值几乎不随辅助槽深度而变化,当辅助槽宽度与电枢槽开口宽度的比值为 0.6 时齿槽转矩最小,为 3.025 N·m,相比不开辅助槽时的齿槽转矩峰值 3.6 N·m 减小了 16.6%。

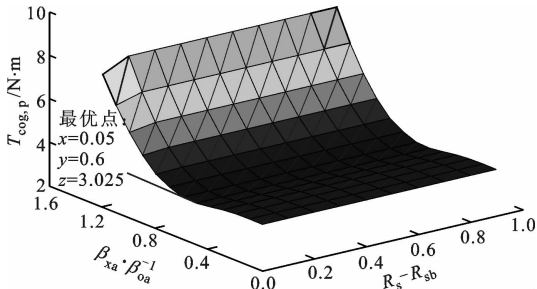


图 6 解析预测的辅助槽宽和槽深对齿槽转矩峰值的影响

4.2 极弧系数和电枢槽开口宽度对齿槽转矩的影响

图 7 所示为不开辅助槽时齿槽转矩峰值随极弧系数和电枢槽开口宽度的变化,从中可以清晰地看出:当极弧系数确定时,齿槽转矩峰值基本上都是随着电枢槽开口宽度的增加而变大,只有当极弧系数为 0.75 时,趋势才是相反的;当极弧系数为 0.7、电

枢槽开口宽度为 0.02 rad 时,齿槽转矩最小,为 2.851 N·m。

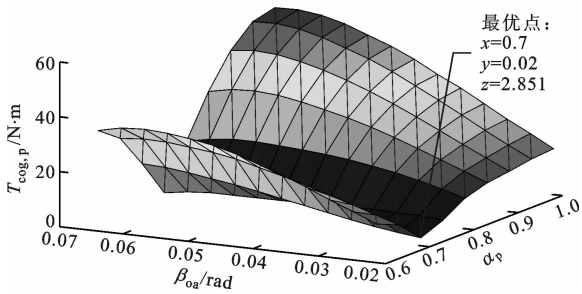


图 7 解析预测的极弧系数和电枢槽开口宽度对齿槽转矩峰值的影响

4.3 最优点验证

根据以上利用解析模型得到的电机各参数的最优值进行解析计算,并利用有限元法进行验证。

图 8 为优化后的齿槽转矩,从中可以看出,优化后的齿槽转矩峰值为 2.26 N·m,相比优化前的 3.6 N·m 降低了 37.2%。图 9 为优化后的开有 2 个辅助槽时的气隙磁通密度分布,与图 2 相比,辅助槽尺寸、极弧系数和槽开口宽度的改变对磁通密度的影响并不大,但是可以有效削弱齿槽转矩,说明基于本文解析模型的永磁电机齿槽转矩优化合理有效。由图 8 和图 9 可知,解析解与有限元解高度吻合,证明本文提出的带辅助槽永磁电机解析模型是

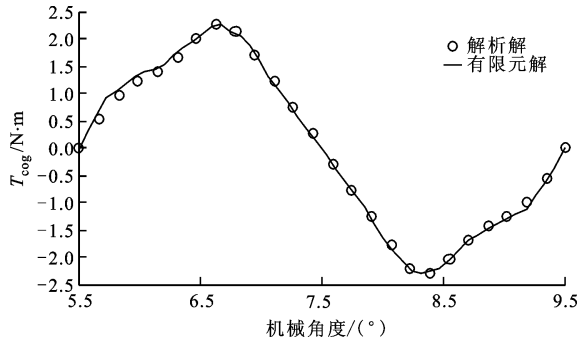


图 8 电机转速为 2 r/min 时的齿槽转矩

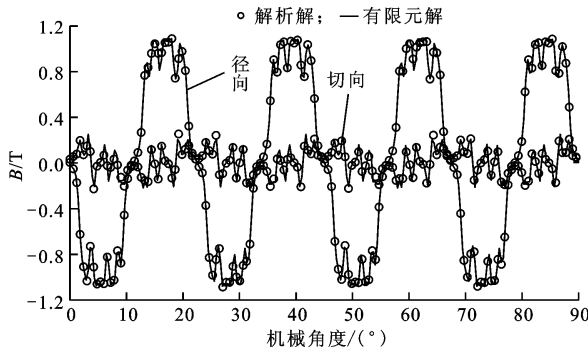


图 9 有限元法和解析法预测的气隙磁通密度波形

精确和有效的。

5 结束语

本文在二维极坐标下建立了一个定子齿上开有辅助槽的表贴式永磁电机的解析模型,考虑了电机的不同充磁方式、不同极槽配合和内、外转子结构;以一台表贴式外转子轮毂永磁电机为研究对象,计算了该电机的空载气隙磁通密度分布、齿槽转矩、磁链和反电动势,并通过有限元法和齿槽转矩实验验证了该解析模型的有效性和精确性;基于解析模型对影响该电机齿槽转矩的相关参数进行了研究和优化。最后,以优化后的参数对该电机的空载气隙磁通密度和齿槽转矩进行了解析计算和有限元计算,两者的计算结果高度吻合,而且有效削弱了齿槽转矩,进一步证明了本文所建立的解析模型的精确性和有效性。该模型不仅计算快、精度高,而且便于通过改变参数来研究电机的性能,有望为表贴式永磁电机的优化与设计提供一种便捷的工具。

参考文献:

- [1] CHENG M, SUN L, BUJA G, et al. Advanced electrical machines and machine-based systems for electric and hybrid vehicles [J]. *Energies*, 2015, 8(9): 9541-9564.
- [2] SCHMIDT S, KROCKER K, LUNIG M, et al. An analysis of the cogging torque of a DC motor and a new technique of reducing the cogging torque [J]. *Electrical Engineering in Japan*, 1983, 103(5): 113-120.
- [3] KOBAYASHI K, GOTO M. A brushless DC motor of a new structure with reduced torque fluctuation [J]. *Electrical Engineering in Japan*, 1985, 105(3): 104-112.
- [4] 郭思源, 周理兵. 表面埋入式永磁电机磁场解析 [J]. *中国电机工程学报*, 2015, 35(3): 710-718.
GUO Siyuan, ZHOU Libing. Analytical solution of magnetic field in surface-inset permanent magnet machines [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2015, 35(3): 710-718.
- [5] 李琛, 章跃进, 井立兵. Halbach 阵列半闭口槽永磁电机全局解析法研究 [J]. *中国电机工程学报*, 2013, 33(33): 85-94.
LI Chen, ZHANG Yuejin, JING Libing. Researches on an exact analytical method of Halbach-array permanent-magnet motors with semi-closed slots [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2013, 33(33): 85-94.
- [6] 王晓远, 贾旭. 基于槽口优化的电动汽车用大功率无

刷直流电机齿槽转矩削弱方法 [J]. *电工技术学报*, 2013, 28(6): 40-45.

WANG Xiaoyuan, JIA Xu. Optimization for the slot opening to reduce cogging torque in high-power BLDC in electric vehicles [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2013, 28(6): 40-45.

- [7] 郝立, 林明耀, 徐姐, 等. 轴向磁场磁通切换型永磁电机齿槽转矩抑制 [J]. *电工技术学报*, 2015, 30(2): 21-26.

HAO Li, LIN Mingyao, XU Da, et al. Cogging torque reduction in axial field flux-switching permanent magnet machines [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2015, 30(2): 21-26.

- [8] 黄克峰, 李槐树, 周羽. 利用辅助槽削弱齿槽力的方法研究 [J]. *电机与控制学报*, 2014, 18(3): 54-59.

HUANG Kefeng, LI Huaishu, ZHOU Yu. Method research for reducing the cogging force by auxiliary slots [J]. *Electric Machines and Control*, 2014, 18(3): 54-59.

- [9] 陈滇斐, 夏长亮, 王慧敏. 考虑齿槽效应的表贴式永磁电机空载磁场建模 [J]. *电工技术学报*, 2014, 29(5): 9-16.

CHEN Zhenfei, XIA Changliang, WANG Huimin. Modeling for open circuit magnetic field prediction in slotted surface-mounted permanent-magnet machine [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2014, 29(5): 9-16.

- [10] 周羽, 李槐树, 周石, 等. 考虑开槽时永磁无刷直流电机气隙磁场的解析计算 [J]. *中国电机工程学报*, 2014, 34(S1): 182-188.

ZHOU Yu, LI Huaishu, ZHOU Shi, et al. Analytical method for calculating air-gap magnetic field of brushless DC motor accounting for slots [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2014, 34(S1): 182-188.

- [11] ZHU Z Q, HOWE D. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors: III Effect of stator slotting [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1993, 29(1): 143-151.

- [12] ZHU Z Q, HOWE D, BOLTE E, et al. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors: I Open-circuit field [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1993, 29(1): 124-135.

- [13] ZARKO D, BAN D, LIPO T A. Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2006, 42(7): 1828-1837.

- [14] LIU Z J, LI J T. Accurate prediction of magnetic field

and magnetic forces in permanent magnet motors using an analytical solution [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2008, 23(3): 717-726.

- [15] WU L J, ZHU Z Q, STATON D, et al. An improved subdomain model for predicting magnetic field of surface-mounted permanent magnet machines accounting for tooth-tips [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2011, 47(6): 1693-1704.

附录 A

根据边界条件求解谐波系数的公式展开如下。

(1) 永磁体子域和气隙子域分界面 ($r=R_m$)。

由式(21)可得

$$B_1(1+G_1^2) + \frac{\mu_0}{k^2-1}[(R_m - R_r k G_1)M_{\theta ck} - (kR_m - R_r G_1)M_{rsk}] = A_2 + B_2 G_2 \quad (A1)$$

$$D_1(1+G_1^2) + \frac{\mu_0}{k^2-1}[(R_m - R_r k G_1)M_{\theta sk} + (kR_m - R_r G_1)M_{rck}] = C_2 + D_2 G_2 \quad (A2)$$

由式(23)得

$$B_1(1-G_1^2) - \frac{\mu_0}{k^2-1}[k(R_m - R_r G_1)M_{\theta ck} - (R_m - R_r G_1)M_{rsk}] = -\mu_r(A_2 - B_2 G_2) \quad (A3)$$

$$D_1(1-G_1^2) - \frac{\mu_0}{k^2-1}[k(R_m - R_r G_1)M_{\theta sk} + (R_m - R_r G_1)M_{rck}] = -\mu_r(C_2 - D_2 G_2) \quad (A4)$$

(2) 定子轭分界面 ($r=R_s$)。对式(25)作傅里叶级数展开,可得

$$A_{z4i} \big|_{r=R_s} = \frac{1}{\beta_{\text{oa}}} \int_{\theta_i - \beta_{\text{oa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{oa}}/2} A_{z2} \big|_{r=R_s} d\theta + \sum_m \left\{ \frac{2}{\beta_{\text{oa}}} \int_{\theta_i - \beta_{\text{oa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{oa}}/2} A_{z2} \big|_{r=R_s} \cos[F_m(\theta + \beta_{\text{oa}}/2 - \theta_i)] d\theta \right\} \cdot \cos[F_m(\theta + \beta_{\text{oa}}/2 - \theta_i)] \quad (A5)$$

$$A_{z5ij} \big|_{r=R_s} = \frac{1}{\beta_{\text{xa}}} \int_{\theta_{ij} - \beta_{\text{xa}}/2}^{\theta_{ij} + \beta_{\text{xa}}/2} A_{z2} \big|_{r=R_s} d\theta + \sum_x \left\{ \frac{2}{\beta_{\text{xa}}} \int_{\theta_{ij} - \beta_{\text{xa}}/2}^{\theta_{ij} + \beta_{\text{xa}}/2} A_{z2} \big|_{r=R_s} \cos[T_x(\theta + \beta_{\text{xa}}/2 - \theta_{ij})] d\theta \right\} \cdot \cos[T_x(\theta + \beta_{\text{xa}}/2 - \theta_{ij})] \\ - \frac{\partial A_{z2}}{\partial r} \bigg|_{r=R_s} = \sum_k \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} B_{\theta} \big|_{r=R_s} \cos(k\theta) d\theta \right] \cdot \cos(k\theta) + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} B_{\theta} \big|_{r=R_s} \sin(k\theta) d\theta \cdot \sin(k\theta) \quad (A7)$$

由式(8)、(14)、(A5)得

$$A_{4i0} + B_{4i0} \ln R_s = \frac{1}{\beta_{\text{oa}}} \int_{\theta_i - \beta_{\text{oa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{oa}}/2} \left[\sum_k (A_2 + B_2 G_2) \cdot \cos(k\theta) + \sum_k (C_2 + D_2 G_2) \sin(k\theta) \right] d\theta \quad (A8)$$

$$A_{4i} G_4 + B_{4i} = \frac{2}{\beta_{\text{oa}}} \int_{\theta_i - \beta_{\text{oa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{oa}}/2} \sum_k [(A_2 + B_2 G_2) \cos(k\theta) + (C_2 + D_2 G_2) \sin(k\theta)] \cos[F_m(\theta + \beta_{\text{oa}}/2 - \theta_i)] d\theta \quad (A9)$$

由式(8)、(18)、(A6)得

$$A_{5ij0} = \frac{1}{\beta_{\text{xa}}} \int_{\theta_{ij} - \beta_{\text{xa}}/2}^{\theta_{ij} + \beta_{\text{xa}}/2} \sum_k [(A_2 + B_2 G_2) \cos(k\theta) + (C_2 + D_2 G_2) \sin(k\theta)] d\theta \quad (A10)$$

$$A_{5ij} [G_5^2 + 1] = \frac{2}{\beta_{\text{xa}}} \int_{\theta_{ij} - \beta_{\text{xa}}/2}^{\theta_{ij} + \beta_{\text{xa}}/2} \sum_k [(A_2 + B_2 G_2) \cos(k\theta) + (C_2 + D_2 G_2) \sin(k\theta)] \cdot \cos[T_x(\theta + \beta_{\text{xa}}/2 - \theta_{ij})] d\theta \quad (A11)$$

由式(8)、(24)、(A7)得

$$-k(A_2 G_2 - B_2)/R_s = \frac{1}{\pi} \sum_i \left\{ \int_{\theta_i - \beta_{\text{oa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{oa}}/2} \{-B_{4i0}/R_s - \sum_m \{F_m(A_{4i} - B_{4i} G_4)/R_s \cos[F_m(\theta + \beta_{\text{oa}}/2 - \theta_i)]\} \cdot \cos(k\theta) d\theta\} + \frac{1}{\pi} \sum_{(i-1)N_x+j} \sum_x \left\{ \int_{\theta_{ij} - \beta_{\text{xa}}/2}^{\theta_{ij} + \beta_{\text{xa}}/2} T_x A_{5ij} (G_5^2 - 1)/R_s \cos[T_x(\theta + \beta_{\text{xa}}/2 - \theta_{ij})] \cdot \cos(k\theta) d\theta \right\} \right. \quad (A12)$$

$$\left. -k(C_2 G_2 - D_2)/R_s = \frac{1}{\pi} \sum_i \left\{ \int_{\theta_i - \beta_{\text{oa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{oa}}/2} \{-B_{4i0}/R_s - \sum_m \{F_m(A_{4i} - B_{4i} G_4)/R_s \cos[F_m(\theta + \beta_{\text{oa}}/2 - \theta_i)]\} \cdot \sin(k\theta) d\theta\} + \frac{1}{\pi} \sum_{(i-1)N_x+j} \sum_x \left\{ \int_{\theta_{ij} - \beta_{\text{xa}}/2}^{\theta_{ij} + \beta_{\text{xa}}/2} T_x A_{5ij} (G_5^2 - 1)/R_s \cos[T_x(\theta + \beta_{\text{xa}}/2 - \theta_{ij})] \cdot \sin(k\theta) d\theta \right\} \right. \quad (A13)$$

(3) 定子槽和槽开口分界面 ($r=R_t$)。将式(27)作傅里叶级数展开,有

$$A_{z4i} \big|_{r=R_t} = \frac{1}{\beta_{\text{oa}}} \int_{\theta_i - \beta_{\text{oa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{oa}}/2} A_{z3i} \big|_{r=R_t} d\theta + \sum_m \left\{ \frac{2}{\beta_{\text{oa}}} \int_{\theta_i - \beta_{\text{oa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{oa}}/2} A_{z3i} \big|_{r=R_t} \cos[F_m(\theta + \beta_{\text{oa}} - \theta_i)] d\theta \right\} \cdot \cos[F_m(\theta + \beta_{\text{oa}} - \theta_i)] \quad (A14)$$

$$- \frac{\partial A_{z3i}}{\partial r} \bigg|_{r=R_t} = \frac{1}{\beta_{\text{sa}}} \int_{\theta_i - \beta_{\text{sa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{sa}}/2} B_{\theta} \big|_{r=R_t} d\theta + \sum_n \left\{ \frac{2}{\beta_{\text{sa}}} \int_{\theta_i - \beta_{\text{sa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{sa}}/2} B_{\theta} \big|_{r=R_t} \cos[E_n(\theta + \beta_{\text{sa}}/2 - \theta_i)] d\theta \right\} \cdot \cos[E_n(\theta + \beta_{\text{sa}}/2 - \theta_i)] \quad (A15)$$

由式(14)、(11)、(A14)得

$$A_{4i0} + B_{4i0} \ln R_t = \frac{1}{\beta_{\text{oa}}} \int_{\theta_i - \beta_{\text{oa}}/2}^{\theta_i + \beta_{\text{oa}}/2} \{A_{3i0} + \sum_n A_{3i} (G_3^2 + 1) \cos[E_n(\theta + \beta_{\text{sa}} - \theta_i)]\} d\theta \quad (A16)$$

(下转第 114 页)