

DOI: 10.7652/xjtuxb201805005

考虑啮合齿对失效相关性的齿轮系统可靠性评估

白恩军^{1,2}, 谢里阳^{1,2}, 胡杰鑫^{1,2}

(1. 东北大学机械工程与自动化学院, 110819, 沈阳;

2. 东北大学航空动力装备振动及控制教育部重点实验室, 110819, 沈阳)

摘要: 为了考虑齿轮系统在输入扭矩载荷作用下啮合齿对的失效相关性,详细分析了齿轮时变啮合关系,基于蒙特卡罗抽样方法,提出了考虑齿轮啮合时变特性及失效相关性的仿真方法。编写了考虑多种失效模式和时变啮合关系的可靠性仿真程序,以齿轮的齿根弯曲和齿面接触静强度失效模式为研究对象,分析了多种失效模式的共因失效现象和时变啮合特性,并比较了所提出方法与传统的串联系统可靠性分析方法之间的差异。算例表明:随着载荷作用次数的增加,传统方法由于未考虑相互啮合轮齿的失效相关性、时变特性和各轮齿强度的不确定性,从而高估或者低估了齿轮系统的可靠度,表明文中提出的方法更贴合实际,评估结果更趋于合理。

关键词: 齿轮可靠性;串联系统;失效相关;多失效模式

中图分类号: TB114 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2018)05-0038-06

Gear Trains Reliability Estimation with Failure-Dependence of Meshing Tooth-Pairs

BAI Enjun^{1,2}, XIE Liyang^{1,2}, HU Jiexin^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion System Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: To statistically consider the dependent failure of meshing tooth-pairs under input torque load, the time varying meshing feature is elaborated, and a reliability analysis method with time varying meshing feature and dependent failure is proposed based on the Monte Carlo simulation. The simulation program is coded taking the static strength failure modes of tooth-root and tooth-surface as the objectives, and the common cause failure with multiple failure modes and time-varying meshing feature are considered in the reliability analysis. The differences between the proposed method and traditional reliability methods are compared. It is found that with the increasing torque action times, the reliability is over-estimated or under-estimated in the traditional methods for lack of considering the dependent failure of tooth-pairs, the time varying feature and the strength uncertainty of each tooth, thus the proposed estimation is more reasonable.

Keywords: gear reliability; series system; failure dependence; multiple failure mode

齿轮传动系统在当今的机械装备中大量应用,是应用最广泛的机械传动方式。齿轮系统疲劳可靠

性的分析与建模方法已受到很多关注,并提出了很多理论和方法^[1-4]。在齿轮传动过程中,任意一个轮齿的失效都会影响齿轮系统的正常工作,从而导致齿轮传动系统的失效,因而齿轮传动系统是一个串联系统。在传统的可靠性分析研究中,齿轮多是被当作独立失效的零件,或是将齿轮作为一个由各个失效因素组成的简单的串联系统来分析计算系统的可靠度^[5-9],也有学者引入相关系数建立了考虑失效相关性的齿轮系统可靠性模型^[10-13]。

系统在随机输入扭矩载荷作用下,同一时刻工作齿对的失效均是由共同扭矩载荷作用造成的,因此这些齿对的失效具有统计相关性,而在不同时刻,不同啮合齿对所承受的扭矩载荷具有随机性,因此,不同时刻不同工作齿对之间的失效不具有统计相关性。例如在时刻 t_1 ,扭矩载荷为 T_1 ,工作齿对为 A_1B_1 ,这对轮齿的失效是统计相关的,在时刻 t_2 ,扭矩载荷为 T_2 ,工作齿对为 A_2B_2 ,这对轮齿的失效也是统计相关的,但在这2个不同时刻,扭矩载荷具有随机性,所以 A_1B_1 与 A_2B_2 间的失效不具有统计相关性。

本文以齿轮的齿根弯曲和齿轮接触静强度失效模式为例进行可靠性分析,分析中考虑了相互啮合轮齿的失效相关性和齿轮啮合的时变特性,基于蒙特卡罗抽样方法编写了多种失效模式下的齿轮系统可靠性仿真程序,并与传统的串联系统可靠性分析方法做了对比分析。本文方法避免了考虑啮合齿对的失效相关性和时变啮合特性的复杂建模过程,通过简单的分析即可得到可靠的结果。

1 齿轮传动系统的工作特点

齿轮传动系统在系统与零件之间的关系上与传统意义上的串联系统有明显的不同。齿轮传动系统工作上连续的,但并不是所有轮齿同时参与传动,是一种多状态的系统,而在传统的串联系统中,认为齿轮是一个独立失效的零件,并没有认识到齿轮系统是随时间改变的多状态系统,并在可靠度计算中将每个零件的可靠度简单相乘来评估系统可靠度。齿轮传动系统中的一对轮齿在完成啮合后,在下一时刻均不参与工作,当这对轮齿再次啮合时,已经转过1周甚至几周,并且每对轮齿在共同载荷作用下,它们之间的失效具有统计相关性。因此,在传统可靠性建模中,把具有失效相关性的啮合齿对中的每个轮齿看作独立失效的零件处理,显然是不切合实际的,故在齿轮可靠性分析中,需要考虑齿轮啮合的失效相关性与时变特性。

2 多种失效模式下的传统齿轮可靠性模型

在传统的齿轮可靠性分析计算中,多是将齿轮或者每个轮齿作为一个独立失效的零件。当零件存在多种失效模式时,任何一种失效都将导致零件的失效。因此,具有多种失效模式的零部件的可靠度可等效为由多种失效模式组成的串联系统的可靠度。根据应力-强度干涉理论,具有多种失效模式的零部件在 n 次载荷作用下的可靠度可表示为

$$R(n) = \prod_{i=1}^m R_i = \prod_{i=1}^m \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(s_i) \int_{s_i}^{+\infty} f(\delta_i) d\delta ds \right] \quad (1)$$

式中: R_i 为零部件对应于失效模式 i 的可靠度; $f(s)$ 为应力 s 的概率密度函数; $f(\delta)$ 为强度 δ 的概率密度函数。

如果将齿轮简化为一个轮齿,假设齿轮扭矩载荷为 T ,其概率密度函数为 $f(T)$,则齿轮在多种失效模式下 n 次载荷作用时的齿轮可靠度^[14]为

$$R(n) = \prod_{i=1}^m \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - F_i[s_i(T)]] h(T) dT \right\} \quad (2)$$

式中: $h(T) = n[F(T)]^{n-1} f(T)$ 为轮齿承受的 n 次载荷中的最大次序统计量的概率密度函数,其中 $F(T)$ 为轮齿载荷累积分布函数; $s_i(T)$ 为失效模式 i 在载荷 T 作用下的失效力; F_i 为失效模式 i 在载荷 T 作用下的失效概率; m 为失效模式数。

如果将齿轮的每个轮齿作为独立失效的零件,则具有 z 个轮齿的齿轮可靠度表示为

$$R^z(n) = \left\{ \prod_{i=1}^m \left[\int_{-\infty}^{+\infty} [1 - F_i[s_i(T)]] h(T) dT \right] \right\}^z \quad (3)$$

由式(3)可知,传统的齿轮可靠性分析中将齿轮或者轮齿作为独立失效的零件,既没有考虑相互啮合齿轮失效的统计相关性和失效模式的相关性,也没有反映出齿轮传动的时变多状态特点。

3 考虑时变特性及多种失效模式的齿轮可靠性分析方法

齿轮存在齿面接触失效和齿根弯曲失效等多种失效模式,由文献[15-16]可知,在共同扭矩载荷作用下,相互啮合轮齿的失效以及各失效模式间具有失效统计相关性。假设相互啮合的2个轮齿的齿根弯曲强度和齿面接触强度的分布函数分别为 $f_{t1}(\delta)$ 、 $f_{t2}(\delta)$ 和 $f_{c1}(\delta)$ 、 $f_{c2}(\delta)$,在共同扭矩载荷

$f(T)$ 的1次作用下,不考虑失效相关性时的可靠度可表示为

$$R_1 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(T) \int_{s_{t1}(T)}^{+\infty} f_{t1}(\delta) d\delta dT \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(T) \int_{s_{t2}(T)}^{+\infty} f_{t2}(\delta) d\delta dT \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(T) \int_{s_{c1}(T)}^{+\infty} f_{c1}(\delta) d\delta dT \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(T) \int_{s_{c2}(T)}^{+\infty} f_{c2}(\delta) d\delta dT \right] \quad (4)$$

当考虑失效相关性时,可靠度表示为

$$R_2 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(T) s(T) dT \right] \\ s(T) = \int_{s_{t1}(T)}^{+\infty} f_{t1}(\delta) d\delta \int_{s_{t2}(T)}^{+\infty} f_{t2}(\delta) d\delta \cdot \int_{s_{c1}(T)}^{+\infty} f_{c1}(\delta) d\delta \int_{s_{c2}(T)}^{+\infty} f_{c2}(\delta) d\delta \quad (5)$$

从式(4)、式(5)可知,考虑共因失效与否这对轮齿的可靠度是不同的,即 $R_1 \neq R_2$ 。因此,在相同载荷作用下,无论是相互啮合轮齿的各种失效模式间,或是一个轮齿的各种失效模式间,均具有统计相关性,并不能认为各个零件的失效是相互独立的。在式(2)与式(3)中,认为各个失效模式间相互独立,而没有考虑一个轮齿的多种失效模式间的统计相关性和相互啮合轮齿的各失效模式间的统计相关性。

轮齿在工作过程中,齿轮啮合的时变性很难通过传统方法建模。假设2个齿轮的齿数分别为2和3(这里之所以选用齿数为2和3的齿轮举例,是因为齿数少易于辨别一个啮合周期,即轮齿1vs1再次啮合,使过程清晰明了),则这对齿轮从编号为1vs1的轮齿开始啮合,经过2vs2、1vs3、2vs1、1vs2、2vs3,再次回到1vs1啮合。那么,这对齿轮在载荷历程 T 的 n 次作用下每对轮齿的可靠度符号如表1所示。

表1 齿对啮合顺序及对应的可靠度符号

齿对	可靠度符号
1vs1	$R_{1vs1}(n)$
2vs2	$R_{2vs2}(n)$
1vs3	$R_{1vs3 1vs1}(n)$
2vs1	$R_{2vs1 1vs1 \& 2vs2}(n)$
1vs2	$R_{1vs2 1vs1 \& 2vs2 \& 1vs3}(n)$
2vs3	$R_{2vs3 2vs2 \& 2vs1 \& 1vs3}(n)$

在计算啮合齿对1vs3的可靠度时,由于啮合齿对1vs1在经历过的载荷作用下没有失效,因此齿对1vs1的2个齿的强度需要修正为后验强度分布^[17],进而计算在齿对1vs1不失效的条件下1vs3的条件

概率 $R_{1vs3|1vs1}(n)$,其他啮合齿对的条件概率计算方法与此相同。最终,这对轮齿在载荷历程 T 的 n 次作用下的系统可靠度为这些啮合齿对可靠度的乘积。

由此可见,由齿数为2和3的齿轮组成的传动系统的可靠度需要计算6个齿对的可靠度。如果组成传动系统的啮合齿对很多,再考虑多种失效模式,则对传动系统进行可靠性建模的难度显而易见,因此极有必要寻找一种简单的分析方法。利用蒙特卡罗抽样方法,可以很容易实现考虑多种失效模式和齿轮啮合时变性的可靠性分析方法。

3.1 齿轮的时变啮合关系

确定啮合齿对时变啮合关系的方法如下。

令齿轮的重合度为1(实际重合度大于1。在齿轮传动过程中,无论齿轮的重合度为多少,齿轮轮齿均由逐渐啮入到逐渐退出啮合,在此过程中,齿面接触应力和齿根弯曲应力均出现一次最大值,这里简化为每个轮齿啮合过程中的最大齿面接触应力和齿根弯曲应力,故令重合度为1)。

假设一个两级传动的齿轮传动系统如图1所示,齿轮 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 和 Z_4 的齿数分别为11、36、11和62。令齿轮 Z_1 的各齿编号为1~11, Z_2 、 Z_3 和 Z_4 均按此方法编号。

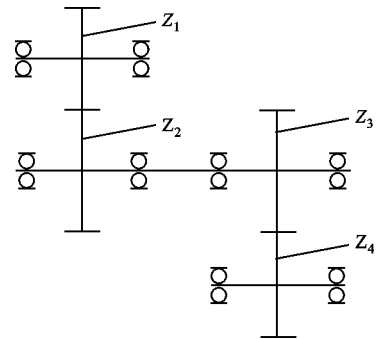


图1 齿轮系统示意图

令一级传动齿轮 Z_1 与 Z_2 从编号1vs1开始啮合,依次经过2vs2, ..., 11vs11, 1vs12, ..., 3vs36, ...。当齿轮载荷作用次数 $n \leq Z_1$ 时,啮合齿对为 $nvsn$; 当 $Z_1 < n \leq Z_2$ 时,啮合齿对为 $(n - [n/Z_1]Z_1) vs n$ ($[]$ 为取整); 当 $n > Z_2$ 时,啮合齿对为 $(n - [n/Z_1]Z_1) vs (n - [n/Z_2]Z_2)$ 。啮合齿对的对应关系可以表示为

$$\left. \begin{aligned} &nvsn, & n \leq Z_1 \\ &(n - [n/Z_1]Z_1) vs n, & Z_1 < n \leq Z_2 \\ &(n - [n/Z_1]Z_1) vs (n - [n/Z_2]Z_2), & n > Z_2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中:如果 $n - [n/Z_1]Z_1 = 0$,则令 $n - [n/Z_1]Z_1 =$

Z_1 ; 如果 $n - [n/Z_2]Z_2 = 0$, 则令 $n - [n/Z_2]Z_2 = Z_2$ 。

对于同轴上的齿轮 Z_2 和 Z_3 , 由于齿数不同, 当齿轮 Z_2 转过一个齿时, 齿轮 Z_3 并没有转过一个齿 (齿数相同时, 可以直接用式 (6) 表示)。假设 θ_2 和 θ_3 分别为齿轮 Z_2 和 Z_3 完成一次啮合的转角, 由齿轮啮合线长公式计算

$$\theta = \frac{B_1 B_2}{r_b} \frac{180^\circ}{\pi} \quad (7)$$

式中: $B_1 B_2 = \varepsilon \pi m \cos \alpha$ 为齿轮实际啮合线段, 其中 ε 为重合度, m 为模数, α 为压力角; r_b 为基圆半径。

当齿轮 Z_2 完成一次啮合, 齿轮 Z_3 完成了 θ_2/θ_3 次啮合, 则一级与二级之间的时变啮合关系为

$$n = \frac{\theta_3}{\theta_2} n_2 = \frac{\varepsilon_3 m_3 r_{b2} \cos \alpha_3}{\varepsilon_2 m_2 r_{b3} \cos \alpha_2} n_2 = \frac{\varepsilon_3 Z_2}{\varepsilon_2 Z_3} n_2 \quad (8)$$

式 (8) 可以近似表示同轴 2 个齿轮之间的啮合次数关系。当同轴上有更多齿轮时, 均可以用该式计算。将式 (8) 中的 n 代入式 (6), 即可得到二级齿轮的齿对时变啮合关系。

3.2 齿轮传动系统可靠性仿真方法

在静强度可靠性建模中, 当接触齿对的应力大于该齿的强度时, 齿轮即发生破坏。因此, 本文中的齿轮静强度失效判断准则为接触齿对的计算应力 σ 大于该齿的强度 δ , 即

$$\sigma > \delta \quad (9)$$

当齿轮为接触失效时, σ 和 δ 分别为计算接触应力和接触强度; 当齿轮为弯曲失效时, σ 和 δ 分别为计算弯曲应力和弯曲强度。

假设齿轮系统的输入扭矩载荷考虑了传动中的振动、冲击及时变刚度等影响因素。根据齿轮传动系统的特点以及可靠性建模方法, 以齿面接触失效和齿根弯曲失效为例, 本文方法的技术路线如下:

(1) 输入扭矩、齿面接触强度分布、齿根弯曲强度分布、样机总数和齿轮等参数;

(2) 选择一个齿轮系统样本, 通过随机抽样方法随机产生每个轮齿的齿面接触强度和齿根弯曲强度, 从而生成具有强度信息的系统样本;

(3) 通过随机抽样确定某一时刻的输入扭矩载荷, 并根据齿轮的时变啮合关系确定此时此刻的啮合齿对, 根据 ISO 齿轮标准计算扭矩 T 下所有参与啮合齿对的应力 σ (接触应力和弯曲应力);

(4) 当 $\sigma \leq \delta$ 时, 返回到步骤 (2), 当 $\sigma > \delta$ 时, 记录载荷作用次数 n , n 即为该齿轮系统样本的寿命。

重复以上步骤, 可以得到在输入载荷下指定寿命的失效样本数 N_i , 再利用 N_i 与样本总数的比值

(失效概率) 即可计算出系统的可靠度, 或在指定样本数下检验所有失效数据的寿命分布, 根据寿命分布来计算系统的可靠度。

该技术路线的仿真流程如图 2 所示。

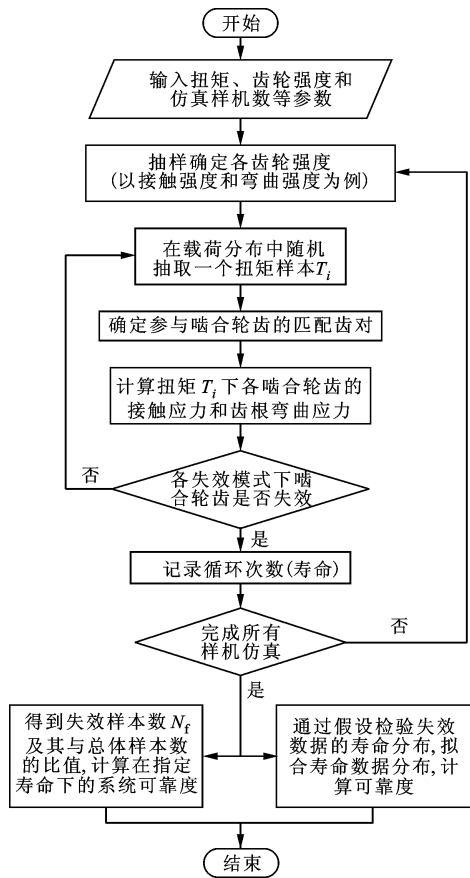


图 2 齿轮系统可靠性仿真流程图

4 验证与分析

通过考虑失效相关的应力-强度干涉模型来验证本文方法。令 2 个齿轮 Z_1 和 Z_2 的齿数均为 36, 系统的输入扭矩服从威布尔分布, $T \sim W(0, 1.5, 21\ 000)$, 齿面接触应力为 $2.738\ 32 \sqrt{T}$ (MPa), 齿根弯曲应力为 $0.003\ 73T$ (MPa), 齿面接触强度服从正态分布, $\delta_H \sim N(1\ 000, 50^2)$, 齿面弯曲强度服从正态分布, $\delta_F \sim N(500, 50^2)$ 。这对齿轮从 1vs1 开始啮合, 经过 2vs2, 3vs3, ..., 36vs36, 返回到初始位置 1vs1, 可以通过数值方法建模, 表达式如下

$$\left. \begin{aligned} R_s &= \prod_{j=1}^g R_{jvsj}(n) \\ R_{jvsj}(n) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(T) s_{jvsj}(T) dT \\ s_{jvsj}(T) &= \prod_{m=1}^k \left[\int_{s_m^1(T)}^{+\infty} f(\delta_m^{Z_1}) d\delta \int_{s_m^2(T)}^{+\infty} f(\delta_m^{Z_2}) d\delta \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: $h(T) = n[F(T)]^{n-1}f(T)$ 为轮齿承受的 n 次载荷中的最大次序统计量的概率密度函数, 其中 $F(T)$ 为轮齿载荷累积分布函数, $f(T)$ 为载荷 T 的概率密度函数; j 为齿轮齿数; g 为齿轮的齿数; m 为失效模式; k 为失效模式数; $f(\delta)$ 为齿轮强度 δ 的概率密度函数。

验证模型在计算啮合齿对 j vs j 的可靠度时, 计算了该对轮齿的所有失效模式的可靠度 (假设 2 种失效模式: 接触失效和弯曲失效), 考虑了啮合齿对的统计失效相关性。

通过式 (10) (验证模型) 和本文方法计算这对齿轮的可靠度, 结果如图 3 所示。

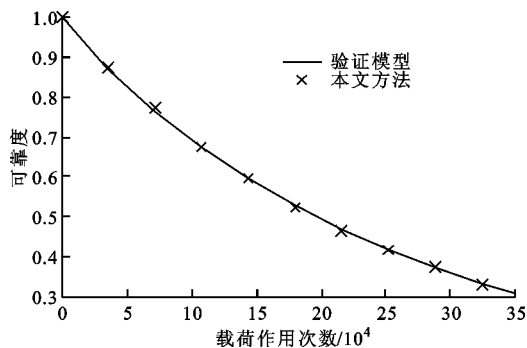


图3 齿轮系统可靠度仿真方法验证

由图3可知, 在考虑了齿轮啮合时变特性和失效相关性后, 本文方法与验证模型的计算结果是一致的。

对于更为复杂的不同齿数的齿轮组, 通过数值公式建模时需按表1所示方法进行, 难度很大, 而在本文所提出的仿真方法中, 啮合关系是确定的, 对于不同形式的齿轮组合 (如风机行星齿轮组与外啮合齿轮组成的多级齿轮复杂系统), 只需建立啮合齿轮的啮合关系。

假设某齿轮系统的输入载荷服从威布尔分布, $T \sim W(0, 1.5, 11\ 200)$, 主、从动齿轮齿数分别为 $Z_1 = 33$ 和 $Z_2 = 35$, 主、从动齿轮接触应力分别为 $\sigma_{H1} = 3.873\ 44 \sqrt{T}$ (MPa) 和 $\sigma_{H2} = 3.652\ 1 \sqrt{T}$ (MPa), 主、从动齿轮弯曲应力分别为 $\sigma_{F1} = 0.006\ 36 T$ (MPa) 和 $\sigma_{F2} = 0.006\ 6 T$ (MPa), 2 个齿轮的齿面接触强度服从正态分布, $\delta_H \sim N(1\ 100, 50^2)$, 齿根弯曲强度服从正态分布, $\delta_F \sim N(500, 50^2)$ (单位均为 MPa)。通过式 (2) (以下称为方法 1)、式 (3) (称为方法 2) 和本文方法计算的可靠度如图 4 所示。

由图 4 可知: 当载荷作用 10^7 次时, 方法 1 计算的齿轮系统的可靠度为 0.493 6, 方法 2 计算的可靠度为 0.083 7, 本文方法计算的可靠度为 0.103 6。

显然, 方法 1 计算的可靠度高估了 45.99%, 而方法 2 计算的可靠度低估了 19.21%。

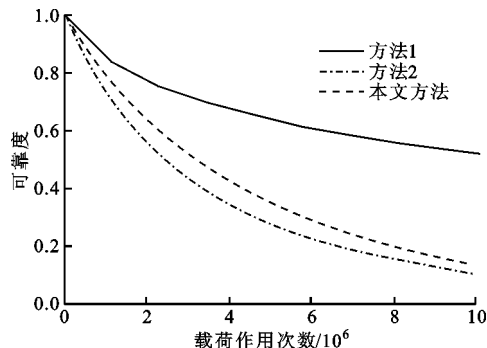


图4 3种方法计算的齿轮系统算例的可靠度

由算例可知, 由于方法 1 和方法 2 将齿轮或轮齿看作独立失效的零件, 各失效模式间均相互独立, 所以方法 1 高估了齿轮系统的可靠度, 而方法 2 低估了齿轮系统的可靠度。本文方法考虑了啮合齿对的失效相关性和啮合时变性, 分析方法更加贴合实际, 计算结果更加趋于合理。在考虑载荷微观不确定性的情况下, 随着载荷作用次数的增加, 方法 1 与方法 2 估算的系统可靠度相对于本文方法的结果偏差更大。

5 结 论

相互啮合的齿轮具有失效相关性与啮合时变性, 通过数值建模方法分析齿轮系统的可靠度时应当考虑这 2 个因素, 但这会使建模和分析过程变得复杂。本文基于蒙特卡罗抽样方法, 在考虑相互啮合轮齿的失效相关性和齿轮啮合时变特性的同时, 简化了齿轮系统的可靠性分析方法。新方法将齿轮重合度简化为 1, 与传统的应力-强度干涉方法是一致的, 适用于可靠度计算。本文的研究获得以下结果和结论。

(1) 根据齿轮啮合的时变特性, 给出了齿轮时变啮合关系式。

(2) 基于蒙特卡罗抽样方法, 提出了考虑多种失效模式下啮合齿对失效相关性与啮合时变性的齿轮系统可靠性分析方法。由于传统方法未考虑多失效模式下啮合齿对的失效相关性和啮合时变性, 所以相比本文方法会高估或低估齿轮系统的可靠度。

(3) 本文方法虽是基于外啮合的一般齿轮传动系统, 但对于包括内啮合齿轮和双侧受载行星齿轮的风机齿轮传动系统等更为复杂的齿轮系统, 也可应用本文方法评估齿轮系统的可靠性。

参考文献:

- [1] 林小燕,魏静,赖育彬,等. 基于非线性疲劳损伤累积理论的齿轮传动剩余强度模型及其动态可靠度[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2017(2017-04-27)[2017-08-20]. <http://www.doc88.com/p-5307498769541.html>.
- LIN Xiaoyan, WEI Jing, LAI Yubin, et al. Residual strength model of gear transmission based on nonlinear fatigue damage accumulation theory and its dynamic reliability [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2017 (2017-04-27) [2017-08-20]. <http://www.doc88.com/p-5307498769541.html>.
- [2] BENKAMRA Z, TERBECHÉ M, TLEMCANI M. Bayesian sequential estimation of the reliability of a parallel-series system [J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219(23): 10842-10852.
- [3] HUANG Xianzhen, HU Sen, ZHANG Yimin, et al. A method to determine kinematic accuracy reliability of gear mechanisms with truncated random variables [J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 92: 200-212.
- [4] XIE Liyang, WU Ningxiang, QIAN Wenxue. Time domain series system definition and gear set reliability modeling [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2016, 155: 97-104.
- [5] 胡青春,段福海,吴上生. 封闭行星齿轮传动系统的可靠性研究 [J]. 中国机械工程, 2007, 18(2): 146-149.
- HU Qingchun, DUAN Fuhai, WU Shangsheng. Research on reliability of closed planetary transmission systems [J]. Chinese Mechanical Engineering, 2007, 18(2): 146-149.
- [6] ZHOU Di, ZHANG Xufang, ZHANG Yimin. Dynamic reliability analysis for planetary gear system in shearer mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 105(11): 244-259.
- [7] AZIA E, CHASSAPIS C. Comparative analysis of tooth-root strength using stress-strength interference (SSI) theory with FEM-based verification [J]. International Journal on Interactive Design and Manufacturing, 2014, 8(3): 159-170.
- [8] NEJAD A R, GAO Z, MOAN T. On long-term fatigue damage and reliability analysis of gears under wind loads in offshore wind turbine drivetrains [J]. International Journal of Fatigue, 2014, 61(4): 116-128.
- [9] 秦大同,周志刚,杨军,等. 随机风载作用下风力发电机齿轮传动系统动态可靠性分析 [J]. 机械工程学
- 报, 2012, 48(3): 1-8.
- QIN Datong, ZHOU Zhigang, YANG Jun, et al. Time-dependent reliability analysis of gear transmission system of wind turbine under stochastic wind load [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(3): 1-8.
- [10] NAVARRO J, DURANTE F. Copula-based representations for the reliability of the residual lifetimes of coherent systems with dependent components [J]. Journal of Multivariate Analysis, 2017, 158(6): 87-102.
- [11] 刘波,安宗文. 考虑零件寿命相关的风电齿轮箱可靠性分析 [J]. 机械工程学报, 2015, 51(10): 164-171.
- LIU Bo, AN Zongwen. System reliability analysis of wind turbine gearbox considering component life dependency [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(10): 164-171.
- [12] 陈文华,郑朝朋,李奇志,等. 基于 Copula 函数的 2.5 MW 风电齿轮箱齿轮可靠性分析 [J]. 工程设计学报, 2015, 22(5): 425-430.
- CHEN Wenhua, ZHENG Zhaopeng, LI Qizhi, et al. Gear reliability analysis of 2.5 MW wind turbine gearbox based on Copula function [J]. Chinese Journal of Engineering Design, 2015, 22(5): 425-430.
- [13] ERYILMAZ S. Multivariate Copula based dynamic reliability modeling with application to weighted- k -out-of- n systems of dependent components [J]. Structural Safety, 2014, 51(11): 23-28.
- [14] XIE L Y, ZHOU J Y, WANG Y Y, et al. Load-strength order statistics interference models for system reliability evaluation [J]. International Journal of Performability Engineering, 2005, 1(1): 23-36.
- [15] 谢里阳,王正,周金宇,等. 机械可靠性基本理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 271-283.
- [16] 周志刚,徐芳. 考虑强度退化和失效相关性的风电齿轮传动系统动态可靠性分析 [J]. 机械工程学报, 2016, 52(11): 80-87.
- ZHOU Zhigang, XU Fang. Dynamic reliability analysis of gear transmission system of wind turbine considering strength degradation and dependent failure [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(11): 80-87.
- [17] 谢里阳,林文强. 基于载荷-强度关系的失效率离散建模方法及模型 [J]. 机械强度, 2010(4): 10-15.
- XIE Liyang, LIN Wenqiang. Failure rate modeling method based on load-strength relationship [J]. Mechanical Strength, 2010(4): 10-15.

(编辑 葛赵青)