

DOI: 10.7652/xjtuxb201902018

# 一种均匀化稀疏表示的图像压缩感知算法

王浩, 梁煜, 张为  
(天津大学微电子学院, 300072, 天津)

**摘要:** 针对基于 Reed-Solomon 编码的压缩感知(RSCS)算法在采样过程中遇到的向量稀疏度阈值过大的问题,提出了一种均匀化稀疏表示的 RSCS(H-RSCS)算法。首先,对待观测图像做多级离散小波变换(DWT)得到稀疏矩阵,然后按照其子带频率的高低顺序,将每个子带的系数重新按行排布成一个行数值固定的矩阵,矩阵中每一列数据组成一个新的待观测向量,最后采用奇偶校验矩阵对上述均匀化的稀疏矩阵进行观测,并通过译码算法实现图像重构。仿真实验结果表明:与 4 种经典的贪婪追踪类算法相比,所提出的 H-RSCS 算法对图像的重构效果更好,实用性更强;当采样率为 50%时,H-RSCS 算法将重构图像的峰值信噪比提高了约 9.5 dB,比正交匹配追踪算法多提高了约 5.1 dB。

**关键词:** 压缩感知;稀疏表示;图像重构;里德所罗门码  
**中图分类号:** TP391.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)02-0136-06

## A Compressed Sensing Algorithm of Images with Homogenized Sparse Representation

WANG Hao, LIANG Yu, ZHANG Wei  
(School of Microelectronics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** A novel homogenized RSCS (H-RSCS) algorithm is proposed to deal with the problem of large vector sparseness threshold that exists in compressed sensing algorithm based on Reed-Solomon coding (RSCS). A multi-level discrete wavelet transform is applied to an observed image to obtain a sparse matrix. Then coefficients of each sub-band are rearranged into a matrix with fixed row values according to the order of the sub-band frequencies, and data in each column constitute a new vector to be observed. Finally, the above-mentioned homogenized sparse matrix is observed by the parity checking matrix, and image reconstruction is realized by the decoding algorithm. A comparison with the classic greedy tracking algorithm shows that the proposed H-RSCS algorithm obtains a more accurate reconstructed image. Experimental results show that when the sampling rate is 0.5, the H-RSCS algorithm increases the ratio of peak signal to noise of the reconstructed image by about 9.5 dB, which is 5.1 dB higher than that of the orthogonal matching pursuit algorithm.

**Keywords:** compressed sensing; sparse representation; image reconstruction; Reed-Solomon code

压缩感知(compressed sensing,CS)<sup>[1]</sup>是由 Donoho、Tao 等提出的一种新的压缩采样理论,它突破

了奈奎斯特采样标准的限制,可在远小于奈奎斯特采样率的条件下完美地实现信号的采集重构。该理论一经提出,就引起了图像处理领域专家学者的广泛关注。它不仅减轻了图像传感器采样的压力,而且在采样的同时完成了数据的压缩,大大降低了数据传输的带宽和成本。压缩感知的目标是利用信号的稀疏性从很少的线性观测值中恢复原始信号。目前最常见的压缩感知重构算法主要有两类:第一类是贪婪追踪类算法<sup>[2]</sup>,这类算法每次迭代时选择一个局部最优解来逼近原始信号,虽然运算复杂度较低、收敛速度较快,但是重构精度不高;第二类是凸松弛类算法<sup>[3]</sup>,这类算法通过将非凸优化问题转化为凸优化问题来找到信号的最佳逼近,它的重构精度较高,但是其运算复杂度极高,不适合实际应用。

近几年来,信道编译码理论与压缩感知的相似性吸引了众多学者的研究<sup>[4-8]</sup>,它为解决目前主流的压缩感知算法面临的实际应用问题提供了可能。文献<sup>[4]</sup>证明了复数域上的里德所罗门(complex Reed-Solomon, CRS)码译码算法可作为一种确定性压缩感知算法。文献<sup>[6]</sup>从理论上推导出了—种基于 Reed-Solomon 编码的压缩感知(RSCS)算法,该算法具有运算复杂度低、重构精度高<sup>[7]</sup>和易于硬件实现<sup>[9]</sup>的显著优势,然而该算法对信号的稀疏性要求很高,只要向量稀疏度超过 Reed-Solomon 码的译码半径,就很难实现目标向量的重构,这一问题严重制约了该算法在图像处理领域的应用。

在信号的稀疏表示方面,结构固定且易于硬件实现的正交稀疏变换更受青睐,并且得到广泛的研究与应用。常见的正交稀疏变换有离散小波变换(DWT)、离散余弦变换(DCT)以及离散傅里叶变换(DFT),其中离散小波变换应用最广<sup>[10]</sup>,其变换得到的较大系数所占比例较小,他们集中分布在低频的子带上,然而该部分系数包含了图像的大部分重要信息,而在高频子带上的较大系数分布较为稀疏,它们也是图像得以精确重构的重要组成部分。这种子带系数分布不均匀的现象致使目标向量稀疏度阈值很大,这也是影响 RSCS 算法性能的主要原因。

基于上述技术背景,针对现有算法存在的缺陷,本文提出了一种均匀化稀疏表示方法,并且基于该方法提出了一种均匀化稀疏表示的 RSCS(H-RSCS)算法,即先对稀疏矩阵进行向量稀疏度的均匀化处理,然后再对其进行观测重构。相比于传统的压缩感知算法,本文提出的 H-RSCS 算法可以在相同的采样率下获得更好的图像重构效果。最新的

研究成果中,RS(255,239)码译码器硬件设计<sup>[11]</sup>仅需 12 963 个异或门,可达到 5.1 Gb/s 的吞吐率。因此,H-RSCS 算法的提出不仅有利于解决目前压缩感知算法硬件实现难与重构速度慢的问题,还可将信源编译码与信道编译码有机结合,进而为实现高速数据采集传输与海量数据存储奠定坚实的技术基础。

## 1 新型图像压缩感知算法

### 1.1 RSCS 算法

RSCS 算法是将信道编码理论与压缩感知相结合的产物,它是利用 CRS 码  $S_{\text{CRS}}$  来解决压缩感知问题的一种新方法。下面将对该算法做简单的介绍。

首先,定义复数域  $\mathbf{C}$  上的  $S_{\text{CRS}}(n, k, d)$  码  $\left\{ \frac{1}{\sqrt{n}}(C(\alpha^0), \dots, C(\alpha^{n-1})) \mid C(x) \in \mathbf{C}[x] \wedge \deg C(x) < k \right\}$ , 其中,  $d = n - k + 1$ ,  $\alpha = e^{-j\frac{2\pi}{n}}$ ,  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\alpha^n = 1$ ,  $\alpha^i \neq 1, 0 < i < n$ , 定义码字多项式

$$\mathbf{c}(x) = \sum_{i=0}^{n-1} c_i x^i \quad (1)$$

此外,  $\mathbf{c}(x)$  的系数  $c_i$  可以写成向量  $\mathbf{c} \in S_{\text{CRS}}$  的坐标形式。 $S_{\text{CRS}}$  码的奇偶校验矩阵可以用  $(n-k) \times n$  维的具有范德蒙德结构的矩阵  $\mathbf{H}$  表示<sup>[12]</sup>, 由此可得

$$\mathbf{H}\mathbf{c} = \mathbf{0}, \mathbf{c} \in S_{\text{CRS}} \quad (2)$$

该算法运用的模型是  $\mathbf{r}(x) = \mathbf{c}(x) + \mathbf{e}(x)$ , 其中  $\mathbf{r}(x)$  为接收向量,  $\mathbf{c}(x)$  为码字向量,  $\mathbf{e}(x)$  为稀疏错误向量。多项式  $\mathbf{c}(x)$  中指数值  $i$  代表错误位置, 并且在该位置处  $x$  是非零值, 故错误位置可用  $X = \{i \mid c_i \neq r_i\}$  表示, 其中  $r_i$  是  $\mathbf{r}$  的元素。 $\mathbf{r}$  中的错误数是  $\tau = \#X$ , 其中  $\#$  给出了基数。校验子由  $\mathbf{s} = \mathbf{H}\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{e}$  得出。稀疏向量被认为是具有稀疏度  $\tau$  的错误向量  $\mathbf{e}(x)$ , 观测矩阵用作奇偶校验矩阵  $\mathbf{H}$ , 观测得到的向量视为校验子  $\mathbf{s}$ , 因此可将 CRS 码译码算法与确定性 CS 相关联。

令  $\boldsymbol{\eta} \in \mathbf{C}^{n-k}$  为能够影响校验子的符合高斯分布的噪声项, 这个噪声项  $\boldsymbol{\eta}$  表示量化误差、测量噪声和计算的精度误差, 则有

$$\mathbf{s} = \mathbf{H}\mathbf{e} + \boldsymbol{\eta} \quad (3)$$

错误位置多项式  $\boldsymbol{\Lambda}(x)$  定义如下

$$\boldsymbol{\Lambda}(x) = \prod_{i \in X} (x - \alpha^i) \quad (4)$$

错误位置多项式  $\boldsymbol{\Lambda}(x)$  在  $\tau$  个错误位置处有根, 它可以通过如下关键方程求解

$$\mathbf{A}(x)\mathbf{s}(x) \equiv \mathbf{\Omega}(x) \bmod x^{n-k} \tag{5}$$

式中： $\mathbf{s}(x)$ 为校验子多项式； $\mathbf{\Omega}(x)$ 为错误值多项式，并且满足  $\deg\mathbf{\Omega}(x) < \deg\mathbf{A}(x) = \tau$ 。

最后，使用 Berlekamp-Massey (BM) 算法<sup>[13]</sup> 确定错误位置和错误值。实际上，只要  $\tau < (n-k)/2$ ，稀疏度为  $\tau$  的错误向量就具有高概率的唯一性。然而，当错误向量的稀疏度  $\tau$  超过译码半径  $\tau_m = (n-k)/2$  时，BM 算法不能正确译码，这成为限制 RSCS 算法应用于图像压缩感知的一个主要因素。

对于二维图像的压缩感知，一般是将其转化成一维的稀疏向量进行处理。二维图像经稀疏变换以后，其系数矩阵分成的一维向量往往具有稀疏度分布不均匀的现象，这种现象对 RSCS 算法以及贪婪追踪类算法的重构效果均会产生较大影响，其少量关键系数无法重构会导致图像的重构效果变差。为此，本文提出了一种均匀化稀疏表示方法。

1.2 均匀化稀疏表示方法

二维图像经稀疏变换后的系数矩阵往往具有集群分布的现象。例如，二维图像经图 1 所示的  $n$  阶离散小波变换之后，较大系数所占的比例较小，它们集中分布在低频的子带上且包含了图像的主要信息；还有少部分系数零散分布在各个高频的子带上，它们包含着图像的轮廓信息，也是图像得以重构的关键。

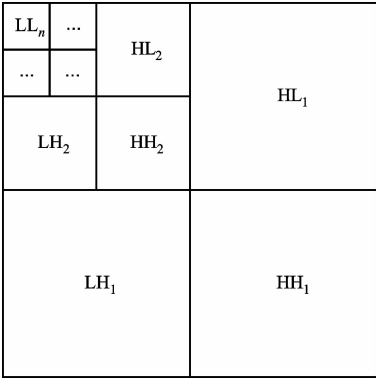


图 1  $n$  阶离散小波变换示意图

对于小波子带中重要系数集中分布的现象，可以按里德所罗门 (RS) 码<sup>[14]</sup> 中的连续突发错误<sup>[15]</sup> 情况处理，并可借鉴 RS 码译码算法中的 Interleaved code<sup>[16]</sup> 思想，降低连续突发错误的分布密度，提高在较小译码半径情况下 RS 码的纠错效果，即重构的恢复效果。因此，为了达到稀疏度均匀化的目的，需要对系数矩阵按照图 2 所示方法重新排布，即按照子带频率的高低顺序，将每个子带的系数重新按行排布成一个行数值固定的长矩阵，其每一列数据

表示一个新组成的待观测的向量。这种对于非零系数的均匀化操作可使重要系数近似均匀的分布到各个待观测的列向量中，从而大大降低精确重构对 RS 码译码半径的要求，提高其实际应用价值。

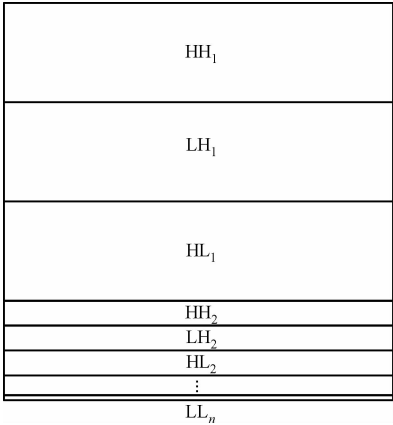


图 2 均匀化后的  $n$  阶离散小波变换示意图

下面给出均匀化稀疏表示效果的理论证明。对  $256 \times 256$  像素的图像做  $n$  阶离散小波变换，如图 1 所示，其中  $HH_1, LH_1, HL_1, HH_2, LH_2, HL_2, \dots, LL_n$  子带系数取非零值的概率分别为  $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_6, \dots, \eta_{3n+1}$ ，则满足  $\eta_1 < \eta_2 = \eta_3 < \eta_4 < \eta_5 = \eta_6 < \dots < \eta_{3n+1}$ 。很容易得出均匀化之前的稀疏度阈值近似为

$$K = 128\eta_2 + 64\eta_5 + 32\eta_8 + \dots + (256/2^n)\eta_{3n-1} + (256/2^n)\eta_{3n+1} \tag{6}$$

均匀化之后的稀疏度阈值近似为

$$K' = 64\eta_1 + 64\eta_2 + 64\eta_3 + 16\eta_4 + 16\eta_5 + 16\eta_6 + \dots + (256/2^{2n})\eta_{3n+1} \tag{7}$$

显然  $K < K'$ ，故提出的均匀化方法能够降低系数矩阵的稀疏度阈值。

下面选用  $256 \times 256$  像素的 Cameraman 图对上述均匀化稀疏表示方法的效果进行验证。首先，对图像做 4 阶离散小波变换，然后按列截取含有 255 个像素的一维向量并统计其稀疏度，得到如图 3 虚线表示的分布情况。从统计结果中不难看出，统计得到的稀疏度最大阈值  $K_{\max}$  已经超过了 RSCS 算法的最大译码半径  $n/2$ ，压缩感知性能因此会受到严重的影响。最后，将系数矩阵均匀化处理之后再次对其稀疏度情况进行统计，得到如图 3 中实线表示的分布情况。可以看出，经均匀化处理之后的系数矩阵其稀疏度最大阈值  $K_{\max}$  明显减小，向量稀疏度分布相对集中，这也为 H-RSCS 算法的提出奠定了基础。

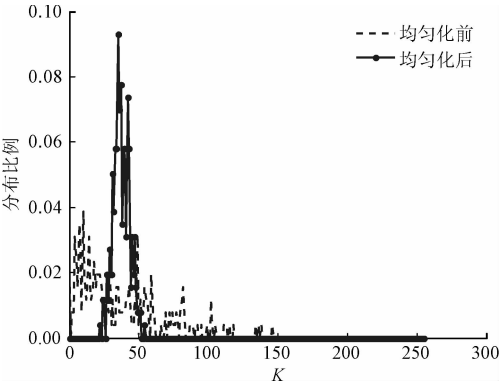


图 3 均匀化前后稀疏度分布情况对比

1.3 融合信源信道译码的 H-RSCS 算法

基于上述均匀化稀疏表示方法以及信道编译码理论与压缩感知的相似性,提出了一种融合信源信道译码的新型图像压缩感知算法,如图 4 所示。

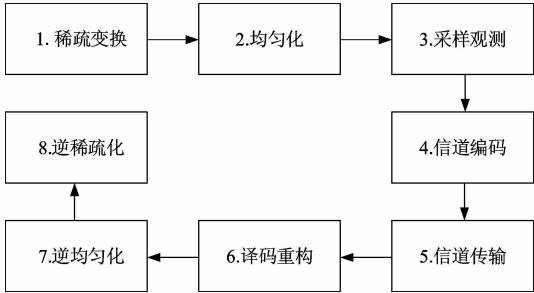


图 4 融合信源信道译码的 H-RSCS 算法流程图

在提出的 H-RSCS 算法中,首先对原始信号做小波稀疏变换,得到稀疏表示的图像信息,并按照小波子带频率高低顺序对图像信息做均匀化处理。然后,通过确定性奇偶校验矩阵对稀疏信号进行采样观测,并对观测信号进行信道编码以抵抗传输或者存储过程中所面临的噪声环境影响。之后,码字信息经信道传输到达接收端,接收端接收到码字信息后能同时实现信道译码和信号重构。最后,重构得到的码字信息经逆均匀化、逆稀疏化过程即可得到重构图像。

本文提出的 H-RSCS 算法充分发掘了图像的稀疏度潜力,解决了 RSCS 算法在采样过程中遇到的向量稀疏度阈值过大的问题。基于 Reed-Solomon 码的重构算法与 Reed-Solomon 码信道译码算法相同,其重构电路和信道译码器存在一定的硬件相似性,H-RSCS 算法融合思想的提出为信源信道译码的硬件融合提供了可能。通过硬件资源的复用,可以大幅度地节约硬件资源消耗,进而降低开发成本,为海量数据的采集传输提供了技术保障。

2 仿真结果与分析

2.1 一维信号的重构效果对比

下面选用几种典型的贪婪追踪类算法作为参照,来检验 H-RSCS 算法对一维向量的重构效果。

为提高算法仿真的准确度,首先用 MATLAB 分别生成 10 000 个长度为  $N=100$  B,稀疏度为  $K=10,15,20,25,30,35,40$  的随机数列。在采样率为 50% 的条件下,让 H-RSCS 算法和 4 种典型的贪婪追踪类算法处理同样的数据,统计并计算它们的数据恢复率,得到如图 5 所示的一维向量数据恢复率随稀疏度变化的曲线图。

从图 5 可以看出,随着稀疏度  $K$  的增大,正交匹配追踪(OMP)算法<sup>[17]</sup>、子空间追踪(SP)算法<sup>[18]</sup>、压缩采样匹配追踪(CoSAMP)算法<sup>[19]</sup>以及平滑  $l_0$  范数(smoothed  $l_0$  norm, SL0)算法<sup>[20]</sup>的数据恢复率均呈现下降趋势。在稀疏度  $K$  小于译码半径  $t=25$  时,H-RSCS 算法几乎可以精确地恢复所有数据,而当稀疏度  $K$  超过译码半径  $t=25$  时,H-RSCS 算法的数据恢复率才迅速下降。在整个变化过程中,H-RSCS 算法的数据恢复效果几乎一直领先于上述 4 种典型的贪婪追踪类算法。

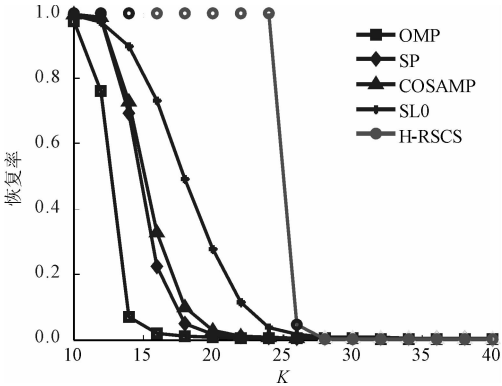


图 5 各种重构算法在不同稀疏度下的数据恢复率对比

2.2 二维信号的重构效果对比

为了验证提出的均匀化稀疏表示方法的效果,选取了一张  $256 \times 256$  像素的 Lena 图,在采样率为 50% 的理想条件下,比较了 H-RSCS 算法以及贪婪追踪类算法在均匀化处理前后的重构图像峰值信噪比(PSNR,用符号  $R_{\text{PSN}}$  表示),如表 1 所示。

从表 1 中可以看出:经均匀化稀疏表示处理后 4 种贪婪追踪类算法将重构图像的  $R_{\text{PSN}}$  平均提高了约 3.3 dB;H-RSCS 算法相比于 RSCS 算法提高了约 9.5 dB。

为了验证 H-RSCS 算法的性能,选取了 4 张典型的  $256 \times 256$  像素的图像,分别为 Lena、Cameraman、Fruits 以及 Peppers。在采样率为 50%的理想条件下,比较了 H-RSCS 算法与贪婪追踪类算法对均匀化处理后的不同图像的重构效果,如表 2 所示。

表 1 各种重构算法在均匀化前后的  
重构峰值信噪比

| 均匀化 | $R_{\text{PSN}}/\text{dB}$ |      |        |      |        |
|-----|----------------------------|------|--------|------|--------|
|     | OMP                        | SP   | COSAMP | SL0  | H-RSCS |
| 前   | 28.0                       | 28.8 | 28.8   | 30.1 | 27.0   |
| 后   | 31.6                       | 32.0 | 31.6   | 33.8 | 36.5   |
| 增益  | 3.6                        | 3.2  | 2.8    | 3.7  | 9.5    |

表 2 不同图像在各种重构算法下的峰值信噪比

| 算法     | $R_{\text{PSN}}/\text{dB}$ |           |        |         |
|--------|----------------------------|-----------|--------|---------|
|        | Lena                       | Cameraman | Fruits | Peppers |
| OMP    | 31.6                       | 31.0      | 31.6   | 32.3    |
| SP     | 32.0                       | 31.5      | 31.7   | 32.4    |
| COSAMP | 31.6                       | 31.6      | 31.7   | 32.5    |
| SL0    | 33.8                       | 33.1      | 34.1   | 34.1    |
| H-RSCS | 36.5                       | 37.6      | 35.7   | 36.5    |

从表 2 中可以看出:在采样率为 50%条件下,本文提出的 H-RSCS 算法其图像重构  $R_{\text{PSN}}$  均值为 36.5 dB,其重构效果明显优于 4 种贪婪追踪类算法;与 OMP 算法相比,H-RSCS 算法的重构  $R_{\text{PSN}}$  值提高了约 5.1 dB。

为了验证 H-RSCS 算法在不同采样率条件下的重构效果,选取了 4 张典型的  $256 \times 256$  像素的图像,分别为 Lena、Cameraman、Fruits 以及 Peppers,仿真验证了理想条件下采样率分别为 12.5%、25%以及 50%条件下 H-RSCS 算法的重构效果,如表 3 所示。

表 3 不同图像在不同采样率下重构的峰值信噪比

| 采样率/% | $R_{\text{PSN}}/\text{dB}$ |           |        |         |
|-------|----------------------------|-----------|--------|---------|
|       | Lena                       | Cameraman | Fruits | Peppers |
| 50    | 36.5                       | 37.6      | 35.7   | 36.5    |
| 25    | 31.3                       | 30.8      | 31.3   | 31.6    |
| 12.5  | 27.1                       | 27.2      | 27.5   | 27.3    |

从表 3 中可以看出,随着采样率的增加,H-RSCS 算法的重构  $R_{\text{PSN}}$  值不断增大。对于不同的重构精度需求,可以通过增减采样率来满足。

如图 6 所示,本文提出的 H-RSCS 算法对

Cameraman 图像在采样率为 25%和 12.5%的条件下得到的  $R_{\text{PSN}}$  值分别为 30.8 dB 和 27.2 dB,而文献[21]中相关算法在相同采样率条件下得到的重构  $R_{\text{PSN}}$  值分别为 28.0 dB 和 26.1 dB,即本文所提算法的图像重构精度比文献[21]提高了 2.8 dB 和 1.1 dB。当采样率为 50%时,H-RSCS 算法的重构  $R_{\text{PSN}}$  值为 37.6 dB,此时的重构图像已经非常接近于原始图像,从主观视觉上很难分辨出它们之间的差别。



(a)Cameraman 原图 (b) $r=50\%,R_{\text{PSN}}=37.6\text{ dB}$



(c) $r=25\%,R_{\text{PSN}}=30.8\text{ dB}$  (d) $r=12.5\%,R_{\text{PSN}}=27.2\text{ dB}$

图 6 Cameraman 图像在不同采样率下的重构图像

### 3 结 论

本文提出了一种均匀化稀疏表示方法,并基于该均匀化方法,提出了一种融合信源信道译码 H-RSCS 算法。仿真结果表明,均匀化处理方法的引入对于 RSCS 算法以及贪婪追踪类算法的重构效果均有明显改善。当采样率为 50%时,H-RSCS 算法将  $R_{\text{PSN}}$  值提高了约 9.5 dB, $R_{\text{PSN}}$  均值为 36.5 dB,其重构效果明显优于几种典型的贪婪追踪算法,能够满足图像精确重构的需求。

#### 参考文献:

[1] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.  
[2] 蔡体健,樊晓平. 贪婪追踪系列算法的分析与优化 [J]. 小型微型计算机系统, 2014, 35(5): 1116-1119.  
CAI Tijian, FAN Xiaoping. Analysis and optimization

- of greedy pursuit algorithms [J]. *Journal of Chinese Computer Systems*, 2014, 35(5): 1116-1119.
- [3] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. *SIAM Review*, 2001, 43(1): 129-159.
- [4] PARVARESH F, HASSIBI B. Explicit measurements with almost optimal thresholds for compressed sensing [C] // *IEEE International Conference on Acoustics*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 3853-3856.
- [5] MOHAMED M, RIZKALLA S, ZOERLEIN H, et al. Deterministic compressed sensing with power decoding for complex Reed-Solomon codes [C] // *10th International ITG Conference on Systems, Communications and Coding*. Hamburg, Germany: VDE, 2015: 1-6.
- [6] SCHNIER T, BOCKELMANN C, DEKORSY A. RSCS: minimum measurement MMV deterministic compressed sensing based on complex Reed-Solomon coding [C] // *Conference Record of the 49th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2015: 483-487.
- [7] SCHNIER T, BOCKELMANN C, DEKORSY A. Minimum measurement deterministic compressed sensing based on complex Reed-Solomon decoding [C] // *2016 24th European Signal Processing Conference*. Barcelona, Spain: EURASIP, 2016: 359-363.
- [8] MOHAMED M H, ZÖRLEIN H, BOSSERT M. Recursive enhancement of intrinsic soft information for complex Reed-Solomon codes [C] // *2016 4th International Workshop on Compressed Sensing Theory and its Applications to Radar, Sonar and Remote Sensing*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2016: 1-5.
- [9] LIANG Z, ZHANG W. Efficient Berlekamp-Massey algorithm and architecture for Reed-Solomon decoder [J]. *Journal of Signal Processing Systems*, 2016, 86(1): 1-15.
- [10] 侯兴松, 张兰. 方向提升小波变换域稀疏滤波的自然图像贝叶斯压缩感知 [J]. *西安交通大学学报*, 2014, 48(10): 15-21.  
HOU Xingsong, ZHANG Lan. A Bayesian compressive sensing algorithm for natural images based on sparse filtering in directional lifting wavelet transform domain [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2014, 48(10): 15-21.
- [11] LIU Y, LIANG Z, WANG Y, et al. Area-efficient Reed-Solomon decoder using recursive Berlekamp-Massey architecture for optical communication systems [J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(11): 2348-2351.
- [12] ROTH R M. *Introduction to coding theory* [M]. New York: Cambridge University Press, 2006: 148-150.
- [13] MASSEY J L. Shift-register synthesis and BCH decoding [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 15(1): 122-127.
- [14] REED I S, SOLOMON G. Polynomial codes over certain finite fields [J]. *Journal of the Society for Industrial & Applied Mathematics*, 1960, 8(2): 300-304.
- [15] 王令宇, 张为, 刘艳艳. 一种 RS 码突发错误译码算法的改进算法 [J]. *南开大学学报(自然科学版)*, 2018, 50(1): 50-53.  
WANG Lingyu, ZHANG Wei, LIU Yanyan. A modified RS decoding algorithm for burst error [J]. *Journal of Nankai University (Natural Science)*, 2018, 50(1): 50-53.
- [16] WU Y. Novel burst error correction algorithms for Reed-Solomon codes [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(2): 519-529.
- [17] TROPP J A, GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [18] DAI W, MILENKOVIC O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [19] 吕伟杰, 张飞, 胡晨辉. 基于双阈值的压缩采样匹配追踪改进算法 [J]. *控制与决策*, 2017, 32(8): 1528-1532.  
LÜ Weijie, ZHANG Fei, HU Chenhui. Modified compressive sampling matching pursuit algorithm based on double threshold [J]. *Control and Decision*, 2017, 32(8): 1528-1532.
- [20] MOHIMANI H, BABAIE-ZADEH M, JUTTEN C. A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed l0 norm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(1): 289-301.
- [21] LEITNER S, WANG H, TRAGOUDSA S. Design of scalable hardware-efficient compressive sensing image sensors [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, 18(2): 641-651.

(编辑 刘杨)