

DOI: 10.7652/xjtuxb201910018

声学黑洞轻质超结构的低频宽带 高效隔声机理及实验研究

刘波涛^{1,2}, 张海龙¹, 王轲¹, 吴九汇¹

(1. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 710049, 西安;

2. 西安石油大学电子工程学院, 710065, 西安)

摘要: 针对低频声波在传播过程中穿透力强、难衰减这一问题,研究了一种新型声学黑洞超结构,结合了声学黑洞和声学超结构的优点,通过改变曲面形状实现了低频宽带高效隔声。在一块 10 mm 厚薄板上,以阵列形式嵌入多个声学黑洞单元,完成声学黑洞既轻且薄的超结构设计。将设计好的声学黑洞超结构用 3D 打印技术制作出来,通过驻波管实验对声学黑洞超结构隔声特性进行验证。分析实验数据得到,声学黑洞超结构在 50~1 600 Hz 的频带上平均隔声量可以达到将近 30 dB,并且在 100~600 Hz 频段内平均隔声量高达 40 dB。研究了当声学黑洞单元几何形状幂函数的幂指数发生变化时,声学黑洞超结构隔声量的变化。因为设计好的声学黑洞超结构对加工工艺要求较高,在实际的工程应用中并不方便,所以最后还设计了一款方便实际工程应用的声学黑洞超结构,进行了实验验证,并分析了参数变化时对此结构隔声量的影响。研究的声学黑洞轻质超结构在航天航空、汽车、舰船等需要小尺寸结构实现低频大宽带降噪情况下有潜在的应用前景。

关键词: 声学黑洞;声学超结构;低频宽带

中图分类号: O422.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)10-0128-07

Acoustic Black Hole Lightweight Superstructure with Low Frequency Broadband High Efficiency Sound Insulation Mechanism and Experimental Study

LIU Botao^{1,2}, ZHANG Hailong¹, WANG Ke¹, WU Jiuhui¹

(1. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Electronic Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China)

Abstract: Low frequency sound wave has strong penetrating force and difficult attenuation in the propagation process. A new acoustic black hole superstructure is investigated. Multiple acoustic black hole units are embedded in an array on a 10 mm thin plate. The designed superstructure of acoustic black hole is produced by 3D printing technology, and the acoustic characteristics of the superstructure are verified by standing wave tube experiment. According to the analysis of experimental data, the acoustic black hole superstructure can achieve an average sound insulation of nearly 30 dB in the frequency band of 50-1 600 Hz, and an average sound insulation of up to 40 dB in the frequency band of 100-600 Hz. When the power exponent of the geometric shape power function of the acoustic black hole element changes, the sound insulation of the acoustic black

收稿日期: 2019-04-25。 作者简介: 刘波涛(1994—),男,硕士生;吴九汇(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51675401)。

网络出版时间: 2019-06-21

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20190619.1546.005.html>

hole superstructure is also discussed. Because the designed superstructure of acoustic black hole requires high processing technology and is not convenient in practical engineering application, a superstructure of acoustic black hole that is convenient for practical engineering application is finally designed for experimental verification, and the influence of changed parameter on the sound insulation of the structure is analyzed. The acoustic superstructure of black holes has a potential application foreground in aerospace, automobile and naval ships which require small size structures to achieve low-frequency and wide-band noise reduction.

Keywords: acoustic black hole; acoustic superstructure; low frequency broadband

声学黑洞现象作为一种很有前途的被动振动控制方法,近年来受到越来越多的关注。黑洞在天文物理学中是指一个积聚了足够质量的时空区域,区域外的任何物质都有可能被吸收进去,并且吸收进内部的任何物质包括光子都无法逃离出来。1988年,Mironov在楔形结构中发现了类似的现象。在薄板楔形结构中,如果结构的厚度以幂函数($h(x) = Ax^m, m \geq 2$)形式减小,弯曲波的波速会随着厚度的减小而逐渐减小,在理想情况下波速可减小为0,即能实现波的零反射,这种楔形结构就称为声学黑洞结构^[1-2]。

近年来,对声学黑洞的研究已经涵盖了一维和二维结构的各个方面。在各种理论和实验研究中都证明了单个声学黑洞单元声衰减的有效性。利用几何声学方法和阻抗法等模型对一维声学黑洞结构进行了广泛的研究。这些研究揭示了主要的波传播现象,如弯曲波反射系数随着频率的增加而降低。对于有限尺寸的一维结构,除了能量局域化导致声学黑洞效应损失的情况外,理论和实验上都观察到了声学黑洞效应。同时,利用不同的厚度剖面,也开发了一维和二维配置^[3-7]。

由于传统材料在实际工程应用中的诸多限制,具有特殊物理特性的人工复合材料成为人们关注的焦点。以声子晶体(PCs)为例的声学超材料的出现,为重新讨论上述问题提供了新的动力。带隙作为声学超材料是最具吸引力的物理特性之一,主要通过布拉格散射和局域共振两种物理机制产生。早期对声子晶体禁带的研究是基于布拉格散射机理产生的,禁带的频率范围主要集中在中高频段,没有实现亚波长的结构设计。2000年,Liu等在研究用黏弹性硅橡胶软材料包覆后的铅球组成立方晶格结构嵌入环氧树脂中形成的三维声子晶体时发现,该声子晶体禁带所对应的波长远远大于晶格尺寸,突破了布拉格散射机理的限制,而且在散射体并非严格周期分布、甚至随机分布时,复合结构同样具有禁

带,由此提出了弹性波禁带的局域共振机理^[8-12]。基于局域共振机理的传统声学超材料,要衰减低频和长波,单元尺寸较大,同时需要大量的共振单元才可以实现宽带隙。此外,声学超材料所要求的高制造工艺也阻碍了声学超材料的实际应用。

一个有趣的问题是,通过周期性地排列声学黑洞单元,而不附加其他的降噪材料,是否可以在低频下通过声学黑洞效应实现宽带隙^[13-15],如果可以实现,如何模拟和设计才能够实现这种机理^[16]。针对此问题,本文研究了一种新型声学黑洞超结构,结合了声学黑洞和声学超结构的特点,通过实验验证了低频宽带高效的隔声现象。本文研究的声学黑洞超结构与传统的隔声薄板^[17]相比,在低频段的隔声量提高了20 dB左右;与相同厚度的蜂窝式隔声结构^[18]相比,在100~600 Hz频段内隔声量也高出10 dB左右。该结构尺寸小、质量轻,方便在航天航空、汽车、舰船等需要小尺寸结构实现低频大宽带降噪的特定条件下应用。研究结果可为声学超材料的研究提供一种新的方法。

1 声学黑洞结构设计

1.1 声学黑洞超结构低频宽带高效隔声机理

一维声学黑洞结构的楔形边缘如图1所示,在声学黑洞结构中,截面厚度按照几何幂函数 $h(x) = Ax^m, m \geq 2$ 的形式变化,其中 A 和 m 分别为楔形几何函数中的常数和幂指数, x 为该结构的深度。如图1所示,结构的厚度在声学黑洞的楔形边缘逐渐减小至0,构成理想的一维声学黑洞结构。声波垂直入射时,楔形结构在均匀介质中与位置相关的波数表达式为

$$k(x) = 12^{1/4} k_p^{1/2} (Ax^m)^{-1/2} \quad (1)$$

式中: k_p 为板中均匀部分的波数。当声学黑洞结构顶端存在截断时,反射系数为^[19]

$$R_0 = \exp\left(-2 \int_{x_0}^x \text{Im}k(x) dx\right) \quad (2)$$

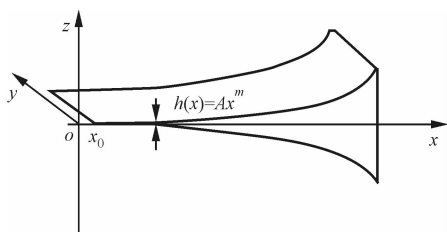


图1 一维声学黑洞结构的楔形边缘

根据理论,单个声学黑洞结构入射波与楔形元件相互作用时,入射波的特征波长应小于或等于声学黑洞的几何特征维度(即圆锥楔的长度或声学黑洞的直径)^[20]。图2是运用COMSOL Multiphysics软件对3个不同参数声学黑洞隔声量仿真计算的结果。图3是500 mm深的声学黑洞结构隔声峰值和谷值所对应的声压云图。分析图2数据可得:①单个声学黑洞结构的深度越大,隔声峰值越低,并且声学黑洞结构的频带要大于系统的特征频率才能实现宽频高效降噪;②当声学黑洞结构的深度相等时,改变其弯曲程度可使隔声量增加。

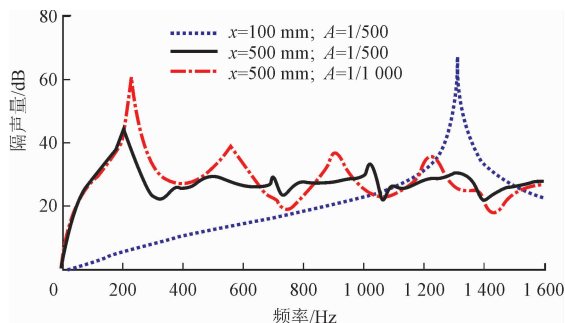


图2 单个声学黑洞的隔声量情况

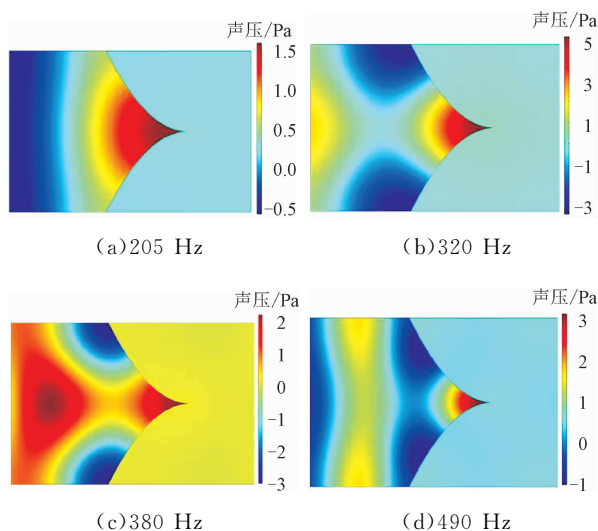


图3 不同频率对应的声压云图

本文将声学黑洞和声学超结构的特性相结合,设计了一种新型声学黑洞超结构。该结构是将声学

黑洞单元以阵列的形式嵌入一块薄板中,当入射声波到该结构表面时,低频声波被声学黑洞耗散掉,高频声波在声学黑洞结构的楔形边缘处发生反射。由于声学黑洞超结构在低频段的隔声量主要取决于声学黑洞结构的特性,所以要实现不同频段的设计需改变薄板的厚度,但因为本次研究设定薄板的厚度不变,只改变楔形参数实现对声学黑洞超结构隔声量的优化,所以对全频段的设计本文没有研究。当声学黑洞结构之间的距离和深度确定后,通过合理设计声学黑洞结构的弯曲程度可以在低频段实现良好的宽带隔声性能。

1.2 声学黑洞超结构的设计

在声学黑洞超结构设计过程中,首先确定好声学黑洞边界幂函数的参数,然后将声学黑洞的边界沿着中心法线旋转 360° ,得到一个类似圆锥的楔形,最后将声学黑洞的楔形在一块长宽都为100 mm、高为10 mm的薄板上以阵列的形式嵌入。图4是理想情况下(即没有顶部截断情况下)设计的轻质高效隔声结构。

由于当前加工工艺的限制,无法满足声学黑洞结构在理论计算模型中顶端开口逐渐趋近于0的理想情况,所以本文设计的声学黑洞超结构在样件制作时顶端有1 mm的截断存在。实验采用树脂材料进行3D打印制作,加工样件如图5所示。材料密度 $\rho=1\,180\text{ kg/m}^3$,杨氏模量 $E=10^9\text{ N/m}^2$,泊松比 $\sigma=0.38$ 。

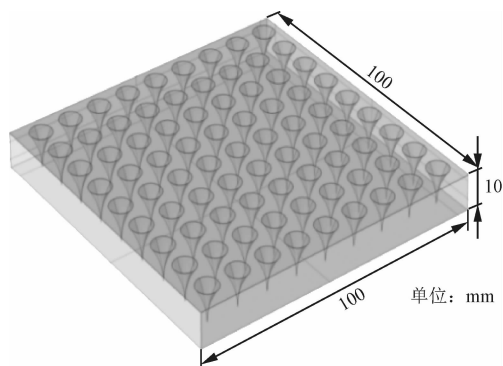
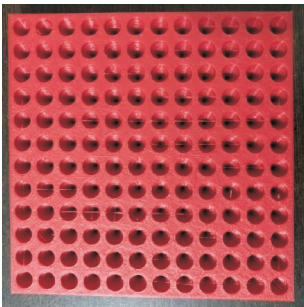
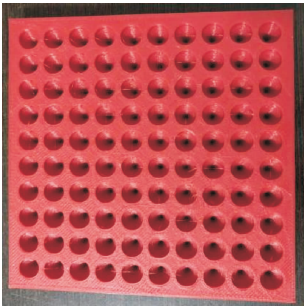


图4 理想情况下设计的声学黑洞超结构

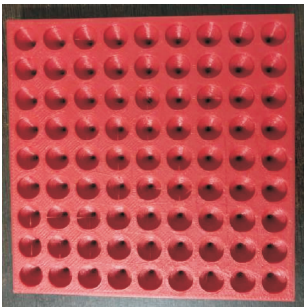
图5所示3个样件的外形尺寸均为 $100\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 10\text{ mm}$,通过保持声学黑洞单元的楔形几何函数($h(x) = Ax^m, m \geq 2$)中的常数 A 不变,只改变幂指数 m ,即可得到图5中的不同结构。在设计过程中,本文取 $A=1/35$,并且每个结构单元的边缘相距2 mm。除此之外,结构1取 $m=2.0$,在薄板上共嵌入144个声学黑洞;结构2取 $m=2.1$,在薄板



(a)结构 1($m=2.0$)



(b)结构 2($m=2.1$)



(c)结构 3($m=2.2$)

图 5 加工好的声学黑洞超结构

上共嵌入 100 个声学黑洞;结构 3 取 $m=2.2$,在薄板上共嵌入 81 个声学黑洞。

2 隔声机理实验验证及参数优化

本文的实验设计采用驻波管进行测试,实验原理图和实验平台分别如图 6、图 7 所示。驻波管管长为 100 cm,管口的形状为正方形,内口径尺寸为 10 cm×10 cm,壁厚为 1 cm。实验测量按照美国材料实验协会 (ASTM) E2611—09 标准,包括计算机

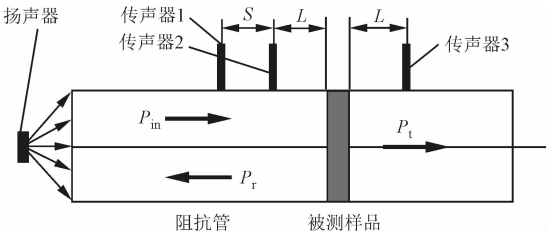


图 6 驻波管实验原理

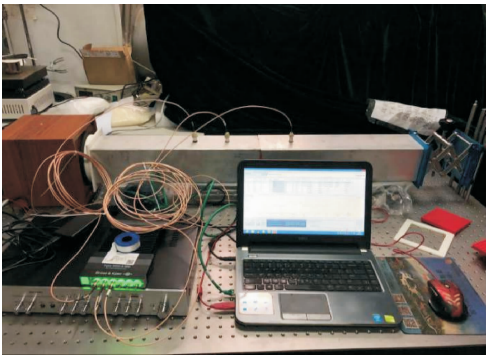


图 7 驻波管实验平台

(B&K 测试软件)、阻抗管、PULSE 多分析仪和校准器等。受驻波管测量频带所限,本文分析频率范围为 50~1 600 Hz,重点对 100~600 Hz 频段的低频隔声特性开展研究。在隔声量实验测试过程中,采用扬声器播放白噪声模拟入射声波,样件以及 3 个传声器如图 6 所示布置,采用橡胶密封缝隙。驻波管下方有 3 个可调节的平衡支架,通过调整可以保证驻波管的整体都处于同一水平线上。阻抗管末端放置吸音棉并用金属板进行密封和隔挡,对吸声末端进行补偿。基于此实验平台,可以计算出各个样件的隔声量。

实验数据采集处理后,可绘制出吸声和隔声曲线,分别如图 8 和图 9 所示。对比图 8 和图 9 的数据可以发现,该声学黑洞超结构在低频段的吸声性能较差,但隔声性能优异。由于低频声波的波长较长,而声学黑洞结构的深度却很小,因此当低频入射声波进入声学黑洞单元时,无法在内部被耗散掉,大部分低频声波都在楔形边缘发生反射,从而被反射出声学黑洞单元。所以,该声学黑洞超结构表现出吸声效果较差而隔声效果优异的特性。

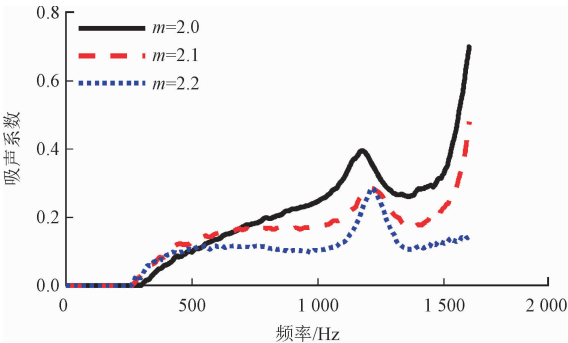


图 8 幂指数变化时结构对应的吸声系数

将声学黑洞轻质超结构与对应薄板结构的隔声量进行对比,结果如图 9 所示。从图中可以发现,在低频段,声学黑洞超结构的隔声量明显优于对应的薄板结构,并且薄板结构在低频区的隔声量受尺寸

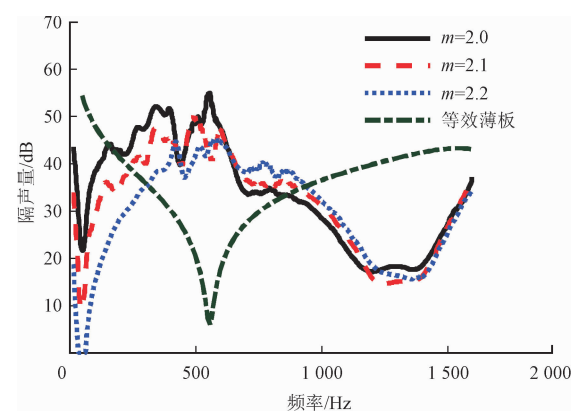


图 9 幂指数变化时结构对应的隔声量

影响较大,尺寸变大低频区隔声量会明显下降。但是,声学黑洞超结构低频段的隔声量主要是在楔形边缘进行反射,所以尺寸改变对低频段隔声量影响不大。

由图 9 可知,本文设计的声学黑洞超结构在 50~1 600 Hz 频段内的平均隔声量达到了约 30 dB,并且结构 1 在 100~600 Hz 频段内平均隔声量高达 40 dB,进一步验证了本文设计的声学黑洞超结构具有低频大宽带的高效隔声性能。从图 9 还可以发现,3 个结构在 50 Hz 附近和 1 200~1 400 Hz 处出现了隔声谷值,这是因为该频率处结构与入射声波发生共振,产生了吻合效应。50 Hz 附近的隔声谷值是因为声学黑洞结构底端存在 1 mm 的截断,而对应的 1 mm 薄板的共振频率为 50 Hz,所以产生吻合效应。板的共振频率 $f_c = (c/2\pi) \sqrt{M/B}$, M 为板的面密度, B 为弯曲刚度。该声学黑洞超结构是以阵列的形式嵌入薄板,每个声学黑洞之间都有间距。若将该结构的一系列声学黑洞单元等效成一条楔形凹槽,则发现凹槽等效有多种方式(横列、竖列、斜列),因为凹槽等效方式不同,则声学黑洞单元的间距也不一样,所以等效面密度也不同,这就导致了该结构在相对高频处出现了宽频带的谷值区间。

本实验 3 个声学黑洞超结构的楔形几何函数的常数 A 都保持不变,只改了变幂指数 m ,从结构 1 到结构 3 m 逐渐增大。分析图 9 的实验数据可以得到,在 100~600 Hz 频率段内,结构 1 的平均隔声量最高,结构 2 次之,结构 3 隔声量最低。这是因为幂指数越大,楔形几何的开口程度变化越大,声波入射进声学黑洞单元越容易被捕获。所以,声学黑洞超结构如果想在 100~600 Hz 频段内获得好的隔声效果,可以保持结构其他参数都不变,适当减小声学黑洞结构的幂指数 m ,但 m 必须保证大于等于 2。

3 工程化设计及实验分析

3.1 声学黑洞超结构的工程化设计

为了更便于制作以及工程化应用,本文设计了另一种声学黑洞超结构,样件结构如图 10 所示。该结构是当声学黑洞结构的楔形几何函数确定之后,计算好每一个楔形结构之间的距离,将声学黑洞的楔形几何在薄板上多次进行等距离一维拉伸,并在底部留有 1 mm 的截断。图 10 中样件参数如下:结构 4 楔形几何函数的常数 $A=1/30$,幂指数 $m=2.0$;结构 5 楔形几何函数的常数 $A=1/35$,幂指数 $m=2.2$;结构 6 楔形几何函数 $A=1/30$,幂指数 $m=2.2$ 。这种设计不同于结构 1、2、3,在加工制作时既要考虑薄板上每个声学黑洞结构之间的距离,还要考虑声学黑洞结构加工时的精准度,可以很好地降低加工工艺难度,工程应用时更方便。



(a) 结构 4



(b) 结构 5



(c) 结构 6

图 10 工程应用型声学黑洞超结构

3.2 实验验证及参数优化

此部分实验设计同样采用图 7 所示的驻波管实验平台进行测试,测量的数据结果如图 11 所示。

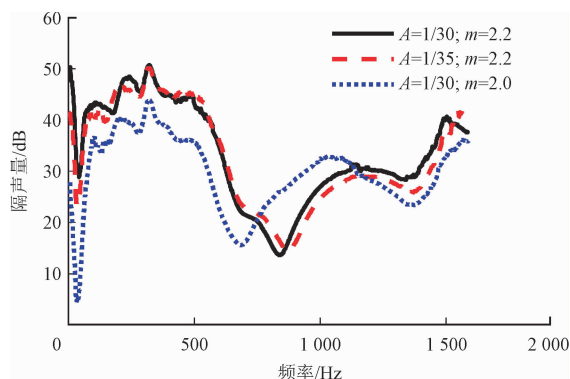


图 11 工程应用型声学黑洞超结构的隔声量

由图 11 可知,这种优化后的声学黑洞超结构在 50~1 600 Hz 频段内的平均隔声量达到了 30 dB,结构 6 在 100~600 Hz 频段内的平均隔声量亦高达 40 dB,验证了该声学黑洞超结构具有低频大宽带高效的隔声效果。同样,50 Hz 附近的隔声谷值是因为声学黑洞结构底端存在 1 mm 的截断,对应的 1 mm 薄板的共振频率为 50 Hz,所以产生了吻合效应。由于结构 4、5、6 的固有频率处于 700~900 Hz 频段内,因此在该频段内发生吻合效应,出现了隔声谷值。该声学黑洞超结构的等效面密度小于结构 1、2、3,所以结构的共振频率也小于上述结构。

对比结构 5 和结构 6 的实验数据可以发现,两个结构在 50~1 600 Hz 频段内的隔声量相差不大。分析两个结构的设计发现,两个结构的声学黑洞的幂指数 m 相同,常数 A 不同,结构 5 的常数 $A=1/35 \approx 0.0286$,结构 6 的常数 $A=1/30 \approx 0.0333$,两个常数相差 0.0047,薄板的厚度为 10 mm,所以结构 5 和结构 6 楔形开口半径最大相差 0.047 mm。故,当常数变化不大的时候,对该声学黑洞超结构的隔声量不会产生太大的影响。对比结构 4 和结构 6 的实验数据可以发现,在 50~600 Hz 频段内,结构 6 的隔声量明显高于结构 4。分析这两个结构的设计发现,两个结构的声学黑洞的常数 A 相同,幂指数 m 不同,结构 4 的幂指数 $m=2$,结构 6 的幂指数 $m=2.2$,所以对该声学黑洞超结构幂指数 m 越大,在 50~600 Hz 频段内的隔声量就越好。故,针对该声学黑洞超结构,当声学黑洞的幂指数相同,常数变化不大时,对结构的隔声量不会产生太大的影响;若想提高 50~600 Hz 频段内的隔声量,可以在常数相同的条件下,增大幂指数。

4 结 论

本文基于声学黑洞和超结构理论,分别设计了两种新型的声学黑洞超结构,实验验证均实现了低频大宽带的高效隔声。此外,探究了声学黑洞结构楔形几何函数($h(x)=Ax^m, m \geq 2$)的幂指数 m 变化对于结构隔声性能的影响规律,得到如下结论。

(1)声学黑洞结构应用在厚度较小的薄板上时,具有优异的隔声性能,但吸声性能较差。

(2)将声学黑洞结构以阵列的形式嵌入薄板中,可以得到一种声学黑洞超结构。实验证明了该结构具有低频大宽带高效的优异隔声特性,并且逐渐减小其楔形几何函数的幂指数 m 时,100~600 Hz 频段内的隔声效果变得更好。

(3)为了方便工程应用,设计了一种加工简单的声学黑洞超结构,该结构是将声学黑洞结构的楔形几何在薄板上进行多次等距离一维拉伸得到的。实验验证了该结构的低频大宽带高效的隔声特性,并且得到该声学黑洞超结构。当声学黑洞楔形几何函数的幂指数相同、常数变化不大时,对结构的隔声量不会产生太大的影响;常数相同时,可以通过增大幂指数来提高 50~600 Hz 频段内的隔声量。

综上所述,本文提出的声学黑洞超结构在低频大宽带隔声方面具有潜在的应用前景,可为低频大宽带降噪处理提供一种新的思路。

参考文献:

- [1] 方恒忠,周开虎,宋玉明. 声学黑洞简介 [J]. 大学物理, 2013, 32(1): 30-32, 41.
FANG Hengzhong, ZHOU Kaihu, SONG Yuming. Introduction to acoustic black hole [J]. University Physics, 2013, 32(1): 30-32, 41.
- [2] KRYLOV V V. Acoustic black holes: recent developments in the theory and applications [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2013, 61(8): 1296-1306.
- [3] MIRONOV M A. Propagation of a flexural wave in a plate whose thickness decreases smoothly to zero in a finite interval [J]. Soviet Physics Acoust-USSR, 1988, 34(3): 318-319.
- [4] 杨晓焕,颜骏,陈海霖,等. 2 维声学黑洞与 1 维流体的对应研究 [J]. 四川师范大学学报(自然科学版), 2016, 39(6): 875-881.
YANG Xiaohuan, YAN Jun, CHEN Hailin, et al. Study on the correspondence between 2-dimensional acoustic black hole and 1-dimensional fluid [J]. Jour-

- nal of Sichuan Normal University (Natural Science Edition), 2016, 39(6): 875-881.
- [5] 黄薇, 季宏丽, 裘进浩, 等. 二维声学黑洞对弯曲波的能量聚集效应 [J]. 振动与冲击, 2017, 36(9): 51-57, 92.
- HUANG Wei, JI Hongli, QIU Jinhao, et al. Energy aggregation effect of two-dimensional acoustic black holes on curved waves [J]. Vibration and Impact, 2017, 36(9): 51-57, 92.
- [6] BOWYER E P, O'BOY D J, KRYLOV V V, et al. Experimental investigation of damping flexural vibrations using two-dimensional acoustic 'black holes' [EB/OL]. [2019-03-25]. <https://dspace.lboro.ac.uk/dspace-jspui/handle/2134/7191>.
- [7] 成利. 基于声学黑洞现象的结构波操纵及其在振动噪声控制中的应用 [J]. 噪声与振动控制, 2018, 38(S1): 14.
- CHENG Li. Structural wave manipulation based on acoustic black hole phenomenon and its application in vibration and noise control [J]. Noise and Vibration Control, 2018, 38(S1): 14.
- [8] 沈礼, 吴九汇, 陈花玲. 声子晶体结构在汽车制动降噪中的理论研究及应用 [J]. 应用力学学报, 2010, 27(2): 293-297, 439.
- SHEN Li, WU Jiuhui, CHEN Hualing. Applications of the phononic crystal structures to the reduction of brake noise [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2010, 27(2): 293-297, 439.
- [9] 吴九汇, 马富银, 张思文, 等. 声学超材料在低频减振降噪中的应用评述 [J]. 机械工程学报, 2016, 52(13): 68-78.
- WU Jiuhui, MA Fuyin, ZHANG Siwen, et al. Application of acoustic metamaterials in low-frequency vibration and noise reduction [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(13): 68-78.
- [10] 刘红星, 吴九汇, 沈礼, 等. 声子晶体结构低频降噪机理研究及应用 [J]. 南京大学学报(自然科学版), 2013, 49(4): 530-537.
- LIU Hongxing, WU Jiuhui, SHEN Li, et al. Low-frequency noise reduction based on quasi-bandgap of phononic crystal structures [J]. Journal of Nanjing University (Natural Sciences), 2013, 49(4): 530-537.
- [11] 张永燕, 吴九汇, 钟宏民. 新型负模量声学超结构的低频宽带机理研究 [J]. 物理学报, 2017, 66(9): 223-229.
- ZHANG Yongyan, WU Jiuhui, ZHONG Hongmin. Low-frequency broadband mechanism of a new negative modulus acoustic superstructure [J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(9): 223-229.
- [12] 张思文, 吴九汇. 局域共振复合单元声子晶体结构的低频带隙特性研究 [J]. 物理学报, 2013, 62(13): 134302.
- ZHANG Siwen, WU Jiuhui. Low-frequency band gaps in phononic crystals with composite locally resonant structures [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(13): 134302.
- [13] ZHU H, SEMPERLOTTI F. Phononic thin plates with embedded acoustic black holes [J]. Phys Rev: B Condens Matter Mater Phys, 2015, 91(10): 104304.
- [14] GUSEV V E, NI C, LOMONOSOV A, et al. Propagation of flexural waves in inhomogeneous plates exhibiting hysteretic nonlinearity: nonlinear acoustic black holes [J]. Ultrasonics, 2015, 61: 126-135.
- [15] KRYLOV V V. Propagation of plate bending waves in the vicinity of one-and two-dimensional acoustic black holes [EB/OL]. [2019-03-22]. <https://dspace.lboro.ac.uk/dspace-jspui/handle/2134/6097>.
- [16] DENIS V, GAUTIER F, PELAT A, et al. Measurement and modelling of the reflection coefficient of an acoustic black hole termination [J]. J Sound Vib, 2015, 349: 67-79.
- [17] 帅仁忠, 赵艳菊, 林君山, 等. 薄板低频区隔声性能与振动模态特性分析 [J]. 硅谷, 2012(19): 86-87.
- SHUAI Renzhong, ZHAO Yanju, LIN Junshan, et al. Analysis of sound insulation performance and vibration modal characteristics of thin plates in low-frequency region [J]. Siliconvalley, 2012, 5(19): 86-87.
- [18] LU Kuan, WU Jiuhui, GUAN Dong, et al. A lightweight low-frequency sound insulation membrane-type acoustic metamaterial [J]. AIP Advances, 2016, 6(2): 025116.
- [19] 季宏丽, 黄薇, 裘进浩, 等. 声学黑洞结构应用中的力学问题 [J]. 力学进展, 2017, 47: 333-384.
- JI Hongli, HUANG Wei, QIU Jinhao, et al. Mechanics problems in application of acoustic black hole structures [J]. Advances in Mechanics, 2017, 47: 333-384.
- [20] CONLON S C, FAHNLIN J B, SEMPERLOTTI F. Numerical analysis of the vibroacoustic properties of plates with embedded grids of acoustic black holes [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2015, 137(1): 447-457.

(编辑 杜秀杰)