

DOI: 10.7652/xjtuxb201906015

δ -广义标记多伯努利滤波器的非线性应用扩展

侯利明^{1,2}, 连峰^{1,2}, 王伟^{2,3}

(1. 西安交通大学智能网络与网络安全教育部重点实验室, 710049, 西安; 2. 陕西省组合与智能导航重点实验室, 710068, 西安; 3. 中国电子科技集团公司第二十研究所导航重点实验室, 710068, 西安)

摘要: 针对非线性模型下 δ -广义标记多伯努利(δ -GLMB)滤波器的序贯蒙特卡洛(SMC)实现过程计算复杂度过高、难以实现快速准确滤波的问题,给出了 δ -GLMB 滤波器的积分卡尔曼高斯混合(QK-GM)实现过程。该算法基于 Gauss-Hermite 数值积分规则获取一组带权重的积分点,利用这些积分点求取多目标密度函数的均值和协方差矩阵。将该算法与已有的扩展卡尔曼高斯混合(EK-GM)实现、无味卡尔曼高斯混合(UK-GM)实现和 SMC 实现在不同的杂波强度和检测概率条件下就多目标跟踪精度和时间消耗等方面做了较为详细的对比,结果表明,与 SMC 实现方法相比,QK-GM- δ -GLMB 算法能以完全可接受的时间开销为代价,将多目标跟踪精度提高 10% 以上。该算法为 δ -GLMB 滤波器在非线性场景中的应用提供了一种新的实现方法。

关键词: δ -广义标记多伯努利;积分卡尔曼;高斯混合;多目标跟踪

中图分类号: TP393 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)06-0109-08

Nonlinear Application Extension for δ -Generalized Labeled Multi-Bernoulli Filter

HOU Liming^{1,2}, LIAN Feng^{1,2}, WANG Wei^{2,3}

(1. Ministry of Education Key Lab for Intelligent Networks and Network Security, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Shaanxi Key Laboratory of Integrated and Intelligent Navigation, Xi'an 710068, China; 3. The Navigation Key Laboratory of the 20th Research Institute of China Electronics Technology Corporation, Xi'an 710068, China)

Abstract: Quadrature Kalman Gaussian mixture (QK-GM) implementation for δ -generalized labeled multi-Bernoulli (δ -GLMB) filter is proposed to solve the problem that the sequential Monte Carlo (SMC) implementation for δ -GLMB filter in nonlinear model is too complex to realize fast and accurate filtering. The algorithm is based on the Gauss-Hermite quadrature rule to obtain a set of weighted quadrature points, and these points are then utilized to calculate mean values and covariance matrixes of the multiobjective density functions. The proposed QK-GM implementation is compared with the existing algorithms, including extended Kalman Gaussian mixture (EK-GM), unscented Kalman Gaussian mixture (UK-GM) and SMC implementation, in detail in terms of tracking accuracy and time consumption for multi-target tracking in the presence of different clutter densities and detection probabilities. Simulation results and a comparison with SMC method show that the QK-GM implementation of δ -GLMB filter improves the multi-target tracking accuracy by more than 10% at the expense of a completely acceptable time cost. The proposed algorithm may provide a new method for applications of δ -GLMB filter in nonlinear

scenes.

Keywords: δ -generalized labeled multi-Bernoulli; quadrature Kalman; Gaussian mixture; multi-target tracking

近 20 年来,随机有限集(RFS)理论^[1-2]被广泛地应用于多目标跟踪领域。与传统的多目标跟踪算法^[3-5]相比,基于 RFS 理论的多目标跟踪算法不需要明确量测与目标之间复杂繁琐的对应关系,尤其适用于多目标跟踪问题。目前,基于 RFS 的多目标跟踪滤波器主要有概率假设密度(PHD)滤波器^[6]、势概率假设密度(CPHD)滤波器^[7]、多目标多伯努利(MeMBer)滤波器^[1]和 δ -广义标记多伯努利(δ -GLMB)滤波器^[8-9]。特别地, δ -GLMB 滤波器不仅在跟踪精度方面优于其他 RFS 滤波器,且能自动生成目标航迹,是首个理论可证的具有精确闭式解的多目标贝叶斯跟踪滤波器。由于 δ -GLMB 滤波器的递推过程是严格封闭的,因此它对目标个数及其状态的估计精度高于其他同类滤波器,但同样面临计算量大的问题。该滤波器的计算复杂度理论上与目标的个数呈线性关系,与量测的个数呈 3 次方关系^[10],但在其实现过程中仍需要花费较大的计算代价用于假设排序问题。文献[8-9]给出了该滤波器在线性高斯模型下的高斯混合(GM)实现和非线性模型下的序贯蒙特卡洛(SMC)实现方法,其中,由于 SMC- δ -GLMB 滤波算法受粒子数和粒子退化等问题的影响,尽管可以通过增加粒子数以获得较高的跟踪精度,但大量的粒子同样意味着需要消耗更大的计算量,难以实现 δ -GLMB 滤波器对目标的快速跟踪。在实际的多目标跟踪应用中,非线性模型则更为普遍,如雷达和声呐等量测均为非线性^[11],因此研究非线性模型下 δ -GLMB 滤波器的多目标跟踪问题具有非常重要的意义。

GM- δ -GLMB 滤波器在线性高斯模型下具有闭式解,并且可以将 GM- δ -GLMB 滤波器与扩展卡尔曼(EK)^[11]和无味卡尔曼(UK)^[12]相结合用于解决非线性模型下的多目标跟踪问题。由于 EK 算法只是简单地将非线性系统模型进行局部线性化处理,存在严重的模型描述误差,当模型的非线性程度较高时,该滤波算法可能会导致被跟踪目标丢失,且在对非线性函数进行 Taylor 级数展开时,需要求解 Jacobians 矩阵和 Hessians 矩阵(二阶 EKF),而这 2 种矩阵的计算容易导致数值不稳定,且计算量较大,更有甚者,它们根本就不存在^[13]。UK 算法则是通过选择一组确定的采样点来近似非线性函数的均值

和方差,精度可达到二阶,但其采样点及权系数一般由状态维数和凭惯例或经验而设定的参数共同来决定,很难达到较高精度的跟踪效果。关于 EK 和 UK 滤波算法的上述限制条件,直接阻碍了 δ -GLMB 滤波器向非线性多目标跟踪应用领域的推广。

本文将积分卡尔曼(QK)^[14-15]非线性滤波算法与 GM- δ -GLMB 滤波器相结合,提出了具有更加严谨的数学理论基础且适用性更强的 QK-GM- δ -GLMB 滤波器。为了验证该算法的有效性,通过在不同的杂波密度和检测概率条件下的仿真实验,将所提算法的滤波精度和实时性能分别与 EK-GM- δ -GLMB、UK-GM- δ -GLMB 和 SMC- δ -GLMB 3 种滤波器做了较详细的对比。实验结果表明:QK-GM- δ -GLMB 滤波器的跟踪精度是 4 种滤波器中最优的,尽管其时间消耗有所增加,但与另外两种 δ -GLMB 滤波器的 GM 实现算法均保持在同一量级,这在许多实际应用中是可以接受的。

1 QK- δ -GLMB 滤波器的 GM 实现

假设每个目标均服从如下的非线性运动和量测模型,即

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

式中: k 为观测时刻; $\mathbf{x}_k$ 为 k 时刻目标的状态向量; $\mathbf{z}_k$ 为 k 时刻传感器的观测向量; $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别为已知的非线性状态转移函数和非线性观测函数; $\mathbf{w}_{k-1}$ 和 $\mathbf{v}_k$ 分别表示相互独立的过程噪声和量测噪声,并假设它们服从均值为零、协方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}_{k-1}$ 和 $\mathbf{R}_k$ 的高斯分布。

积分卡尔曼滤波算法的主要思想是基于 Gauss-Hermite 数值积分规则求取一组带权重的积分点,利用这些积分点求取密度函数的均值和协方差估计^[14-15]。假设向量 $\mathbf{x} \sim N(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{I}_{n_x})$, 则 n_x 维的积分规则可由下式表示

$$E[g(\mathbf{x})] = \int_{R^{n_x}} g(\mathbf{x}) N(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{I}_{n_x}) d\mathbf{x} \approx \sum_{l_{n_x}=1}^m w_{l_{n_x}} \cdots \sum_{l_1=1}^m w_{l_1} g(b_{l_1}, \dots, b_{l_{n_x}}) = \sum_{l=1}^{m^{n_x}} w_l g(\mathbf{b}_l) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{I}_{n_x}$ 为 $n_x \times n_x$ 的单位矩阵; n_x 表示目标状态向量

$\mathbf{x}$ 的维数; m 表示积分点个数, 本文采用 2 点 Gauss-Hermite 积分点集, 即 $m = 2^{n_x}$; $\mathbf{b}_l = [b_{l_1}, \dots, b_{l_{n_x}}]^T$

和 $w_l = \prod_{j=1}^{n_x} w_{l_j}$ 分别表示积分点和相应的权重。

通过构造一个具有零对角元素的对称三对角矩阵 $\mathbf{J}$ 来求取其特征值, 其中, $\mathbf{e}_l$ 表示矩阵 $\mathbf{J}$ 的第 l 个特征值, 且该矩阵其他元素可由下式求得

$$J_{l,l+1} = \sqrt{\frac{l}{2}}, \quad 1 \leq l \leq m-1 \quad (4)$$

则第 l 个积分点可表示为 $\mathbf{b}_l = \sqrt{2} \mathbf{e}_l$, 则该积分点对应的权重 $w_l = (\nu_l)_1^2$, 其中 $(\nu_l)_1$ 为 $\mathbf{J}$ 的第 l 个归一化特征向量的第一个元素。

根据上述所求取的一组带权重积分点, 可以推导出基于 QK 的 δ -GLMB 滤波器的高斯混合实现过程, 具体预测步骤如下。假设 k 时刻的多目标后验概率密度具有如下的 δ -GLMB RFS 形式^[9]

$$\pi(\mathbf{X}) = \Delta(\mathbf{X}) \sum_{(I, \xi) \in \mathcal{F}(L) \times \Xi} w^{(I, \xi)} \delta_I(\mathcal{L}(\mathbf{X})) [p_{+}^{(\xi)}(\mathbf{x})]^{\mathbf{x}} \quad (5)$$

式中: ξ 为直到 k 时刻的所有关联映射对应于标签集合 I 的关联历史, $\xi = (\theta_1, \dots, \theta_k)$, θ_k 表示 k 时刻航迹标签到传感器量测的关联映射; $\mathbf{X}$ 表示带标签的多伯努利状态集合; 数对 (I, ξ) 表示当前时刻所有航迹的标签集合 $I \in \mathcal{F}(L)$ 与直到当前时刻的标签-量测关联历史 $\xi \in \Xi$ 之间的一种对应关系; $w^{(I, \xi)}$ 表示该假设为真的概率; $\mathcal{F}(L)$ 表示由标签空间 L 的子集所构成的集合; 离散空间 Ξ 表示航迹标签到量测的关联过程。直到 k 时刻的所有关联历史 ξ 条件下标签为 l 对应目标航迹的广义标记多伯努利分量的空间分布密度函数由 $J^{(\xi)}(l)$ 个高斯项组成

$$p_{+}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l) = \sum_{j=1}^{J^{(\xi)}(l)} w^{(\xi, j)}(l) N(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{x}}_{+}^{(\xi, j)}(l), \mathbf{P}_{+}^{(\xi, j)}(l)) \quad (6)$$

式中: 概率密度 $p_{+}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l)$ 为假设 (I, ξ) 对应概率密度 $p^{(I, \xi)}(\mathbf{x}, l)$ 省去标签集合 I 后的简写形式; $\hat{\mathbf{x}}_{+}^{(\xi, j)}(l)$ 为标签-量测关联 ξ 下第 j 个高斯项的均值, $\mathbf{P}_{+}^{(I, \xi)}(l)$ 为对应标签-量测关联 ξ 下第 j 个高斯项的协方差矩阵。这种简写形式是可行的, 因为只有标签为 $l \in I$ 的航迹存在且标签-量测关联历史满足 Ξ 时, 对应假设 (I, ξ) 才成立, 反之, 若关联映射不包含到某一航迹的关联, 则对应的假设具有零权重。

由 δ -GLMB 分布的共轭先验性^[8]可知, $k+1$ 时刻的多目标预测分布密度也具有 δ -GLMB 形式, 即

$$\pi_{+}(\mathbf{X}) =$$

$$\Delta(\mathbf{X}) \sum_{(I_{+}, \xi) \in \mathcal{F}(L_{+}) \times \Xi} w_{+}^{(I_{+}, \xi)} \delta_{I_{+}}(\mathcal{L}(\mathbf{X})) [p_{+}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l)]^{\mathbf{x}} \quad (7)$$

式中: I_{+} 表示预测航迹标签集合, 包含存活航迹标签集合 $L = I_{+} \cap L$ 和新生航迹标签集合 $J = I_{+} \cap B$ 。因此, $k+1$ 时刻的预测航迹标签集合 I_{+} 的标签空间可表示为 $L_{+} = L \cup B$ 。标签 l 对应航迹在 $k+1$ 时刻的预测状态空间分布密度可记为 $p_{+}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l)$, 具体表达式如下

$$p_{+}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l) = H_L(l) p_{+,S}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l) + H_B(l) p_B(\mathbf{x}, l) \quad (8)$$

式中: $p_B(\mathbf{x}, l)$ 表示新生目标的状态空间密度; $H_L(l)$ 与 $H_B(l)$ 分别表示存活目标和新生目标的示性函数。标签为 $l \in L$ 的存活航迹的空间分布密度具有如下的高斯混合形式

$$p_{+,S}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l) = \sum_{j=1}^{J^{(\xi)}(l)} w^{(\xi, j)}(l) N(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{x}}_{+,S}^{(\xi, j)}(l), \mathbf{P}_{+,S}^{(\xi, j)}(l)) \quad (9)$$

式(8)表明标签为 l 的预测单目标状态的密度 $p_{+}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l)$, 或者为新生目标状态的密度 $p_B(\mathbf{x}, l)$, 或者为存活目标状态的密度 $p_{+,S}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l)$ 。存活目标标签集 $L = I_{+} \cap L$ 对应的概率为

$$w_S^{(\xi)}(l) = [\eta_S^{(\xi)}]^L \sum_{I \subseteq L} H_I(L) [q_S^{(\xi)}]^{L-I} w^{(I, \xi)} \quad (10)$$

$$\eta_S^{(\xi)}(l) = p_S \sum_{j=1}^{J^{(\xi)}(l)} w^{(\xi, j)}(l) = p_S \quad (11)$$

$$q_S^{(\xi)}(l) = (1 - p_S) \cdot p_{+,S}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l) \quad (12)$$

为简单起见, 假设目标航迹存活概率独立于标签 l 和状态 $\mathbf{x}$, 即 $p_S(\mathbf{x}, l) = p_S$, 航迹消亡概率为 $q_S(\mathbf{x}, l) = 1 - p_S(\mathbf{x}, l) = 1 - p_S$ 。

设新生目标概率密度可表示为如下的 LMB RFS 形式

$$\pi_B(\mathbf{X}) = \{r_B^{(l)}, p_B^{(l)}\}_{l \in B} \quad (13)$$

$$w_B(L) = \prod_{l \in B} (1 - r_B^{(l)}) \prod_{l \in L} \frac{H_B(l) r_B^{(l)}}{1 - r_B^{(l)}} \quad (14)$$

式中 B 为新生目标标签空间。需要注意的是, 新生目标的标签空间应与已存在目标的标签空间 L 互斥, 即 $L \cap B = \emptyset$; 将目标新生过程建模为 $X \times B$ 空间上的带标签多伯努利 RFS, 即新生目标的标签多伯努利密度可由 $\{(r_B^{(l)}, p_B^{(l)}(\cdot))\}_{l \in B}$ 参数集来表征, 其中, l 为分配给新生目标的新标签, $r_B^{(l)}$ 和 $p_B^{(l)}(\cdot)$ 分别为新生目标出生概率和分布密度, 标签 l 对应的新生目标的分布密度参数 $p_B^{(l)}(\mathbf{x})$ 具有高斯混合形式

$$p_B^{(l)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_B} w_B^{(l,j)} N(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{x}}_B^{(l,j)}, \mathbf{P}_B^{(l,j)}) \quad (15)$$

由式(10)和(14)可知,直到 k 时刻的所有关联历史 ξ 条件下的预测假设 (I_+, ξ) 的概率 $w_{+}^{(I_+, \xi)}$ 可以表示为

$$w_{+}^{(I_+, \xi)} = w_S^{(\xi)}(I_+ \cap L) w_B(I_+ \cap B) \quad (16)$$

式中: $I_+ \subseteq L_+ = L \cup B$ 表示预测目标的标签空间,而新生目标航迹的假设 $w_B(J)$ 则与具体的应用场景相关。

用求得的积分点 $\mathbf{b}_l$ 和相应权重 w_l 来近似式(9)中第 j 个高斯项的均值和协方差,具体实现步骤如下。

步骤1 对式(6)中组成标签为 l 的航迹中的第 j 个高斯项的协方差矩阵进行Cholesky分解

$$\mathbf{C}_{-}^{(\xi,j)} = \text{Cholesky}[\mathbf{P}_{-}^{(\xi,j)}]^T \quad (17)$$

步骤2 计算组成标签 l 的第 j 个高斯项的积分点

$$\mathbf{x}_{-}^{(\xi,j)}(l) = \hat{\mathbf{x}}_{-}^{(\xi,j)} + \mathbf{C}_{-}^{(\xi,j)} \mathbf{b}_l, l = 1, \dots, m \quad (18)$$

步骤3 非线性状态方程传递积分点

$$\mathbf{x}_{+}^{(\xi,j)}(l) = f(\mathbf{x}_{-}^{(\xi,j)}(l)), l = 1, \dots, m \quad (19)$$

步骤4 计算预测状态均值

$$\hat{\mathbf{x}}_{+,S}^{(\xi,j)} = \sum_{l=1}^{m^x} w_l \mathbf{x}_{+}^{(\xi,j)}(l) \quad (20)$$

步骤5 计算状态预测协方差矩阵

$$\mathbf{P}_{+,S}^{(\xi,j)} = \mathbf{Q}_{k-1} + \sum_{l=1}^{m^x} w_l (\hat{\mathbf{x}}_{+,S}^{(\xi,j)} - \mathbf{x}_{+}^{(\xi,j)}(l)) (\hat{\mathbf{x}}_{+,S}^{(\xi,j)} - \mathbf{x}_{+}^{(\xi,j)}(l))^T \quad (21)$$

记 $k+1$ 时刻传感器共获取 m 个量测,并用集合表示为 $\mathbf{Z} = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$,该时刻的航迹标签-量测关联映射为 θ_{k+1} ,而对应于更新航迹标签集合 I_+ 关联历史为 $\xi = (\theta_1, \dots, \theta_k, \theta_{k+1})$,在新的关联历史 ξ 条件下,标签 l 对应的预测多目标分布密度如式(7)所示,且单目标分布密度 $p_{+}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l)$ 如下式的高斯混合形式

$$p_{+}^{(\xi)}(\mathbf{x}, l) = \sum_{j=1}^{J_{+}^{(\xi)}(l)} w_{+}^{(\xi,j)}(l) N(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{x}}_{+}^{(\xi,j)}(l), \mathbf{P}_{+}^{(\xi,j)}(l)) \quad (22)$$

则更新后的后验密度仍然为 δ -GLMB形式

$$\pi(\mathbf{X} | \mathbf{Z}) = \Delta(\mathbf{X}) \sum_{(I_+, \xi) \in F \subset L \cup B \times \Xi} \sum_{\theta \in \Theta} \{w^{(I_+, \xi, \theta)}(\mathbf{Z}) \cdot \delta_{I_+}(\mathcal{L}(\mathbf{X})) [p^{(\xi, \theta)}(\cdot | \mathbf{Z})]^X\} \quad (23)$$

式中 Θ 表示航迹标签到量测关联 θ 的映射空间,即 $L_+ \rightarrow \{0, 1, \dots, |\mathbf{Z}|\}$,0表示漏检。此时的后验标签集合与预测航迹标签集合相等,仍为 I_+ 。更新假设

的概率为

$$w^{(I_+, \xi, \theta)}(\mathbf{Z}) = \frac{\delta_{\theta^{-1}(\{0, 1, \dots, |\mathbf{Z}|\})}(I_+) w^{(I_+, \xi)}[\eta_{\mathbf{Z}}^{(\xi, \theta)}]^{I_+}}{\sum_{(I_+, \xi) \in F \subset L \cup B \times \Xi} \sum_{\theta \in \Theta} \delta_{\theta^{-1}(\{0, 1, \dots, |\mathbf{Z}|\})}(I_+) w^{(I_+, \xi)}[\eta_{\mathbf{Z}}^{(\xi, \theta)}]^{I_+}} \quad (24)$$

令 $k+1$ 时刻标签 l 的航迹关联映射为 $\theta(l)$,若 $\theta(l) > 0$,表示该航迹被传感器收到的量测集合 $\mathbf{z}_{\theta(l)}$ 更新;若 $\theta(l) = 0$,则表示没有量测与之关联,该航迹漏检。总的量测更新广义似然函数可表示为

$$\phi_{\mathbf{Z},j}^{(\xi, \theta)}(l) = \delta_0(\theta(l)) q_D + (1 - \delta_0(\theta(l))) \cdot \frac{p_D q^{(\xi,j)}(\mathbf{z}_{\theta(l)}, l) w_{+}^{(\xi,j)}(l)}{\kappa(\mathbf{z}_{\theta(l)})} \quad (25)$$

假设检测概率独立于标签 l 和状态 $\mathbf{x}$,即 $p_D(\mathbf{x}, l) = p_D$,漏检概率 $q_D(\mathbf{x}, l) = 1 - p_D(\mathbf{x}, l) = 1 - p_D$ 。

对于更新航迹,标签为 l 的航迹关联映射满足 $\theta(l) > 0$,式(25)的广义似然函数可具体表示为

$$\phi_{\mathbf{Z},j}^{(\xi, \theta)}(l) = \frac{p_D q^{(\xi,j)}(\mathbf{z}_{\theta(l)}, l) w_{+}^{(\xi,j)}(l)}{\kappa(\mathbf{z}_{\theta(l)})} \quad (26)$$

将式(22)与式(26)相乘并进行归一化,即可得航迹 l 更新后的 δ -GLMB空间分布密度

$$p^{(\xi, \theta)}(\mathbf{x}, l | \mathbf{Z}) = \sum_{j=1}^{J_{+}^{(\xi)}(l)} w_j^{(\xi, \theta, l)}(\mathbf{Z}) N(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{x}}_j^{(\xi, \theta, l)}, \mathbf{P}_j^{(\xi, \theta, l)}) \quad (27)$$

该空间密度由 $J_{+}^{(\xi)}(l)$ 个高斯分量组成,第 j 个更新高斯分量的权重、均值和协方差矩阵可分别表示为 $w_j^{(\xi, \theta, l)}(\mathbf{Z})$ 、 $\hat{\mathbf{x}}_j^{(\xi, \theta, l)}$ 和 $\mathbf{P}_j^{(\xi, \theta, l)}$,其中

$$w_j^{(\xi, \theta, l)}(\mathbf{Z}) = \frac{p_D / \kappa(\mathbf{z}_{\theta(l)}) w_{+}^{(\xi,j)} q^{(\xi,j)}(\mathbf{z}_{\theta(l)}, l)}{\eta_{\mathbf{Z}}^{(\xi, \theta)}(l)} \quad (28)$$

归一化常数

$$\eta_{\mathbf{Z}}^{(\xi, \theta)}(l) = \frac{p_D}{\kappa(\mathbf{z}_{\theta(l)})} \sum_{j=1}^{J_{+}^{(\xi)}(l)} w_{+}^{(\xi,j)}(l) q^{(\xi,j)}(\mathbf{z}_{\theta(l)}, l) \quad (29)$$

$$q^{(\xi,j)}(\mathbf{z}_{\theta(l)}, l) = N(\mathbf{z}_{\theta(l)}; \hat{\mathbf{z}}_{+}^{(\xi,j)}(l), \mathbf{S}^{(\xi,j)}(l)) \quad (30)$$

式中: $q^{(\xi,j)}(\mathbf{z}_{\theta(l)}, l)$ 表示目标 $(\mathbf{x}, l)$ 生成量测 $\mathbf{z}_{\theta(l)}$ 的似然概率; $\kappa(\mathbf{z}_{\theta(l)})$ 表示量测过程中的杂波密度函数。

对于漏检航迹,因没有量测与之关联,故 $\theta(l) = 0$,此时的广义似然函数可重新表示为

$$\phi_{\mathbf{Z},j}^{(\xi, \theta)}(l) = q_D \quad (31)$$

归一化常数 $\eta_{\mathbf{Z}}^{(\xi, \theta)}(l)$ 可重新表示为

$$\eta_{\mathbf{Z}}^{(\xi, \theta)}(l) = q_D \quad (32)$$

将式(22)与式(31)相乘并除以式(32),可得标签 l 的航迹漏检时的空间分布密度,此时的假设更新概率、状态均值和状态协方差矩阵分别对应于该航迹的预测空间密度式(22)中的各参数,即

$$\omega_j^{(\xi, \theta, l)} = \omega_+^{(\xi, j)}(l) \quad (33)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_j^{(\xi, \theta, l)} = \hat{\mathbf{x}}_+^{(\xi, j)}(l) \quad (34)$$

$$\mathbf{P}_j^{(\xi, \theta, l)} = \mathbf{P}_+^{(\xi, j)}(l) \quad (35)$$

利用求得的积分点 $\mathbf{b}_l$ 和权重 ω_l 分别近似求取 $\bar{\mathbf{z}}_+^{(\xi, j)}$ 、 $\mathbf{S}^{(\xi, j)}$ 、 $\hat{\mathbf{x}}_j^{(\xi, \theta, l)}$ 、 $\mathbf{P}_j^{(\xi, \theta, l)}$ 的步骤如下。

步骤1 对式(22)中组成航迹 l 的第 j 个高斯项的协方差矩阵进行 Cholesky 分解

$$\mathbf{C}_+^{(\xi, j)} = \text{Cholesky}[\mathbf{P}_+^{(\xi, j)}]^\top \quad (36)$$

步骤2 计算标签 l 的第 j 个高斯项的积分点

$$\boldsymbol{\chi}_+^{(\xi, j)}(l) = \hat{\mathbf{x}}_+^{(\xi, j)} + \mathbf{C}_+^{(\xi, j)} \mathbf{b}_l \quad (37)$$

步骤3 非线性量测方程传递积分点

$$\mathbf{z}_+^{(\xi, j)}(l) = h(\boldsymbol{\chi}_+^{(\xi, j)}(l)) \quad (38)$$

步骤4 计算预测量测均值

$$\bar{\mathbf{z}}_+^{(\xi, j)} = \sum_{l=1}^{m_x^n} \omega_l \mathbf{z}_+^{(\xi, j)}(l) \quad (39)$$

步骤5 计算量测预测协方差矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{(\xi, j)} = & \sum_{l=1}^{m_x^n} \omega_l (\bar{\mathbf{z}}_+^{(\xi, j)} - \mathbf{z}_+^{(\xi, j)}(l)) (\bar{\mathbf{z}}_+^{(\xi, j)} - \mathbf{z}_+^{(\xi, j)}(l))^\top + \mathbf{R} \end{aligned} \quad (40)$$

步骤6 计算互协方差矩阵

$$\mathbf{G}^{(\xi, j)} = \sum_{l=1}^{m_x^n} \omega_l (\hat{\mathbf{x}}_+^{(\xi, j)} - \boldsymbol{\chi}_+^{(\xi, j)}(l)) (\bar{\mathbf{z}}_+^{(\xi, j)} - \mathbf{z}_+^{(\xi, j)}(l))^\top \quad (41)$$

步骤7 计算卡尔曼增益

$$\mathbf{K}^{(\xi, j)} = \mathbf{G}^{(\xi, j)} [\mathbf{S}^{(\xi, j)}]^{-1} \quad (42)$$

步骤8 均值更新

$$\hat{\mathbf{x}}_j^{(\xi, \theta, l)}(\mathbf{Z}) = \hat{\mathbf{x}}_+^{(\xi, j)} + \mathbf{K}^{(\xi, j)} (\mathbf{z}_{\theta(l)} - \bar{\mathbf{z}}_+^{(\xi, j)}) \quad (43)$$

步骤9 协方差矩阵更新

$$\mathbf{P}_j^{(\xi, \theta, l)} = \mathbf{P}_+^{(\xi, j)} - \mathbf{K}^{(\xi, j)} \mathbf{S}^{(\xi, j)} [\mathbf{K}^{(\xi, j)}]^\top \quad (44)$$

2 仿真验证

2.1 仿真场景及参数设定

在二维平面内,设观测区域范围为 $[0^\circ, 180^\circ] \times [0 \text{ m}, 2000 \text{ m}]$,观测时长为 50 s,传感器采样间隔 $T=1 \text{ s}$,最多可能同时有 8 个目标随机出现在该区域的任何位置,且目标出现和消失的时刻都是不确定的。目标真实运动轨迹如图 1 所示。

目标的运动模型为 CT 模型^[4],且观测数据存

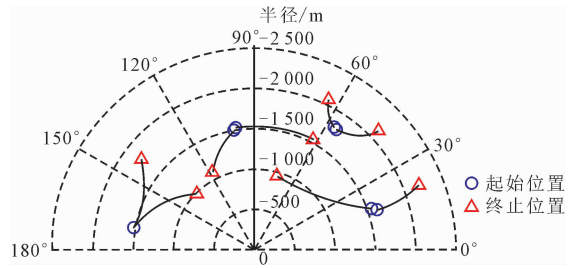


图1 极坐标下多目标的真实运动轨迹

在角度和距离的观测噪声, k 时刻目标的状态向量 $\mathbf{x}_k = [p_{x,k}, v_{x,k}, p_{y,k}, v_{y,k}, \omega_k]^\top$ 由位置分量 $(p_{x,k}, p_{y,k})$ 、速度分量 $(v_{x,k}, v_{y,k})$ 和转弯速率 ω_k 组成。CT 模型的状态转移方程可表示为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}(\omega_{k-1}) \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_{k-1} \quad (45)$$

式中:过程噪声 $\mathbf{w}_{k-1}$ 服从均值为零、协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_{k-1}$ 的高斯分布,即 $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(\cdot; \mathbf{0}, \mathbf{Q}_{k-1})$,噪声协方差矩阵 $\mathbf{Q}_{k-1} = \text{diag}(\sigma_w^2, \sigma_w^2, \sigma_w^2)$,线性部分的过程噪声强度 $\sigma_w = 5 \text{ m/s}^2$,转弯部分的过程噪声强度 $\sigma_\omega = (\pi/180) \text{ rad/s}$,状态转移函数 $\mathbf{F}(\omega_{k-1})$ 和过程噪声矩阵 $\mathbf{G}_k$ 分别表示如下

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\omega_{k-1}) = & \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega_{k-1} T)}{\omega_{k-1}} & 0 & -\frac{1 - \cos(\omega_{k-1} T)}{\omega_{k-1}} & 0 \\ 0 & \cos(\omega_{k-1} T) & 0 & -\sin(\omega_{k-1} T) & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega_{k-1} T)}{\omega_{k-1}} & 1 & \frac{\sin(\omega_{k-1} T)}{\omega_{k-1}} & 0 \\ 0 & \sin(\omega_{k-1} T) & 0 & \cos(\omega_{k-1} T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (46)$$

$$\mathbf{G}_k = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} \quad (47)$$

含方位角和径向距离噪声的非线性量测方程为

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} \arctan[(p_{x,k} - p_{s,x}) / (p_{y,k} - p_{s,y})] \\ \sqrt{(p_{x,k} - p_{s,x})^2 + (p_{y,k} - p_{s,y})^2} \end{bmatrix} + \mathbf{v}_k \quad (48)$$

式中: $(p_{s,x}, p_{s,y})$ 为传感器的坐标位置,设为 $(0, 0)$;量测噪声 $\mathbf{v}_k$ 服从均值为零、协方差矩阵为 $\mathbf{R}_k$ 的高斯分布,即 $\mathbf{v}_k \sim N(\cdot; \mathbf{0}, \mathbf{R}_k)$, $\mathbf{R}_k = \text{diag}(\sigma_\theta^2, \sigma_r^2)$, $\sigma_\theta = (\pi/180) \text{ rad/s}$ 和 $\sigma_r = 10 \text{ m}$ 分别表示方位角和距离量测的噪声标准差。

在本次实验中,新生目标模型被建模为多伯努利

RFS, 即 $\pi_r = \{(r_r^{(i)}, p_r^{(i)})\}_{i=1}^4$, 其中, 分布概率密度可表示为 $p_r^{(i)}(x) = N(x; m_r^{(i)}, P_r^{(i)})$, 具体参数如下

$$r_r^{(1)} = 0.02,$$

$$m_r^{(1)} = [-1500 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 250 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 0 \text{ rad/s}]^T$$

$$r_r^{(2)} = 0.02,$$

$$m_r^{(2)} = [-250 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 1500 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 0 \text{ rad/s}]^T$$

$$r_r^{(3)} = 0.02,$$

$$m_r^{(3)} = [1500 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 500 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 0 \text{ rad/s}]^T$$

$$r_r^{(4)} = 0.02,$$

$$m_r^{(4)} = [1000 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 1500 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 0 \text{ rad/s}]^T$$

$$P_r^{(i)} = \text{diag}([10, 10, 10, 10, (\pi/180)]^T)^2$$

目标的存活概率 $p_{s,k} = 0.99$, 检测概率 $p_{D,k} = 0.98$. 杂波模型服从强度为 $\kappa_k = \lambda_c V u(z)$ 的泊松 RFS, 其中 λ_c 表示平均每帧杂波的个数, V 为传感器监控区域的面积, $u(\cdot)$ 为该区域内的均匀概率分布。

采用剪切和合并技术限制高斯项数目的增长, 设航迹的截断概率阈值 $T' = 10^{-5}$, 高斯项权重的阈值 $T'' = 10^{-5}$, 合并阈值 $U = 4$, 航迹最大值 $M_{\max} = 300$, 每条航迹对应高斯项个数的最大值 $J_{\max} = 100$, 其具体剪切和合并过程与文献[16]所述一致。

实验通过 100 次蒙特卡洛(MC)仿真验证了所提算法的有效性, 采用最优子模式分配(OSPA)距离 $D_{\text{OSPA}}^{[17]}$ 来评价几种多目标跟踪算法的性能。本实验中, 将 OSPA 表达式的误差调节参数 c 和阶次参数 p 分别设置为 100、2。与已有的 EK-GM- δ -GLMB、UK-GM- δ -GLMB 和 SMC- δ -GLMB 滤波算法关于平均 OSPA 距离和平均单步运行时间在不同检测概率和不同的杂波强度条件下做了比较, 其中, 在 SMC 实现过程中, 每个假设航迹被分配的最大粒子数为 10 000, 最小粒子数为 2 000。

仿真实验运行环境软件和硬件参数为 Matlab R2017b, Windows 7 64 bit, Intel Core i5-4570 CPU 3.20 GHz, RAM 4.00 GB。

2.2 实验结果分析

图 2 给出了 4 种算法在检测概率 p_D 为 0.98、杂波密度 λ_c 为 $3.2 \times 10^{-3} (\text{rad} \cdot \text{m})^{-1}$ 的实验场景中经 100 次 MC 仿真实验后 D_{OSPA} 随时间变化曲线的对比。从图 2 可以看出, 4 种算法的 D_{OSPA} 具有相同的变化趋势, 说明在存在目标消失和新生目标出现的场景中, 它们均可以准确跟踪目标, 但在跟踪精度上有所差别。

由图 2 可知, 各滤波器跟踪精度依 QK-GM- δ -GLMB、EK-GM- δ -GLMB、UK-GM- δ -GLMB、SMC- δ -GLMB 顺序依次降低, 具体分析如下。

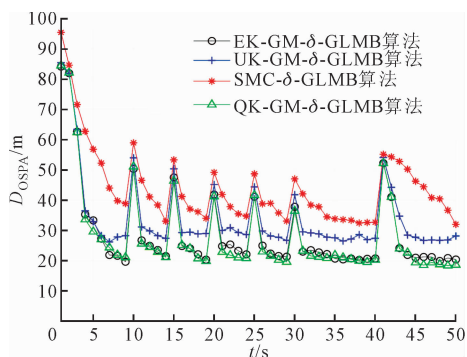


图 2 100 次 MC 仿真实验后 D_{OSPA} 的对比

(1) 在 δ -GLMB 滤波器的更新过程中涉及到量测信息与航迹标签之间的关联问题, 而这种关联问题存在较大的不确定性, 随着量测信息的不断增加, 量测-标签之间的关联假设呈指数增长, 造成大量粒子被用来逼近这些小权重的关联假设, 使得大量的计算资源被用于粒子的重采样过程, 从而导致跟踪精度与计算时间效率都较低。SMC- δ -GLMB 算法的跟踪精度在很大程度上取决于粒子数的大小, 随着粒子数的增加, SMC- δ -GLMB 算法的实现精度也会随之升高, 但同时意味着需要更长的计算时间, 不易实现快速跟踪。

(2) UK-GM- δ -GLMB 算法的滤波参数值一般是凭经验和惯例而得到的, 针对复杂和高状态维数的多目标跟踪问题往往难以凑效。

(3) 在本次实验中, EK-GM- δ -GLMB 算法的跟踪精度仅次于 QK-GM- δ -GLMB 算法, 这是因为针对弱非线性问题, EK 算法是首要考虑的方法, 当非线性程度较高时, 很容易出现滤波发散问题, 从而导致被跟踪目标的丢失。

(4) 本文所提的 QK-GM- δ -GLMB 滤波器具有较高的跟踪精度, 因为其所有滤波参数均是基于 Gauss-Hermite 积分规则得到, 所以得到的参数更加准确, 从而可实现较高精度的目标跟踪。

为进一步详细比较 4 种算法的目标跟踪精度和实时性, 在表 1 和表 2 中分别列出了不同场景中各滤波器经 100 次 MC 仿真实验后的 D_{OSPA} 和单步运行时间的比较结果。

表 1 给出了当杂波密度 λ_c 为 $0.8 \times 10^{-3} (\text{rad} \cdot \text{m})^{-1}$ 时, 在检测概率 p_D 为 0.80、0.90、0.98 的条件下 4 种滤波器的 D_{OSPA} 和单步运行时间的实验数据。由表 1 可以看出, 在相同的杂波密度场景下, 各滤波器的 D_{OSPA} 和单步运行时间都随检测概率的增加而减小, 其中, 在高检测概率场景中, QK-GM- δ -GLMB 算法的跟踪精度最高, 而在较低检测概率场景中

QK-GM- δ -GLMB 与 EK-GM- δ -GLMB 算法同时具有最高跟踪精度,且实时性优于 SMC- δ -GLMB 算法。

表 2 给出了在检测概率 p_D 为 0.98 的条件下,当杂波密度 λ_c 分别为 0.8、1.6、 3.2×10^{-3} (rad · m) $^{-1}$ 时 4 种滤波器的 D_{OSPA} 和平均单步运行时间的实验数据。由表 2 可以看出,在同一检测概率条件

下,各滤波器的 D_{OSPA} 和单步运行时间都随着杂波密度的增强而增加,其中,在不同的杂波强度下,QK-GM- δ -GLMB 算法具有最高的跟踪精度,同样其实时性表现处于 UK-GM- δ -GLMB 算法和 SMC- δ -GLMB 算法之间。当杂波密度较高时,SMC- δ -GLMB 算法的计算代价是巨大的。

表 1 不同检测概率条件下的 D_{OSPA} 和平均单步运行时间

检测概率	D_{OSPA}/m				单步运行时间/s			
	EK-GM- δ -GLMB	UK-GM- δ -GLMB	SMC- δ -GLMB	QK-GM- δ -GLMB	EK-GM- δ -GLMB	UK-GM- δ -GLMB	SMC- δ -GLMB	QK-GM- δ -GLMB
0.80	30.480 3	34.630 1	35.404 3	31.065 1	0.95	1.06	6.42	2.28
0.90	27.125 0	29.846 3	35.899 4	27.242 2	0.93	1.04	5.64	2.12
0.98	24.019 3	26.399 4	35.692 0	23.662 1	0.87	0.96	4.11	1.98

表 2 不同杂波密度下的 D_{OSPA} 和平均单步运行时间

杂波密度/ 10^{-3} (rad · m) $^{-1}$	D_{OSPA}/m				单步运行时间/s			
	EK-GM- δ -GLMB	UK-GM- δ -GLMB	SMC- δ -GLMB	QK-GM- δ -GLMB	EK-GM- δ -GLMB	UK-GM- δ -GLMB	SMC- δ -GLMB	QK-GM- δ -GLMB
0.8	24.019 3	26.399 4	35.692 0	23.662 1	0.87	0.96	4.11	1.98
1.6	25.646 5	28.155 2	38.363 5	25.618 6	0.97	1.11	9.22	2.82
3.2	27.491 2	29.678 9	41.636 5	26.963 1	1.08	1.24	31.72	3.43

综上所述,本文所提的 QK-GM- δ -GLMB 滤波算法在不同的场景中都能够以较高精度对目标进行准确跟踪,而其对应的时间消耗在实际应用中处于可接受的范围内,其适用场景也得到进一步扩展。

3 结 论

在非线性高斯多目标运动场景下,给出了 QK-GM- δ -GLMB 滤波算法的递推过程,QK-GM- δ -GLMB 滤波算法具有良好的滤波性能,是一种适应性强、估计精度高的跟踪算法,其时间开销在实际的多目标跟踪应用中是完全可接受的,所以 QK-GM- δ -GLMB 滤波算法具有一定的工程应用价值。

由于 QK-GM- δ -GLMB 滤波算法在非线性场景中具有较高的跟踪精度,下一步将致力于将其应用于机动目标、扩展目标和群目标等较复杂的多目标跟踪问题。

参考文献:

[1] MAHLER R. Statistical multisource-multitarget information fusion [M]. Norwood, MA, USA: Artech House, 2007: 655-682.

[2] MAHLER R. Advances in statistical multisource-

multitarget information fusion [M]. Norwood, MA, USA: Artech House, 2014: 435-500.

[3] BLACKMAN S, POPOLI R. Design and analysis of modern tracking systems [M]. Norwood, MA, USA: Artech House, 1999: 98-120.

[4] BAR-SHALOM Y, WILLETT P K, TIAN X. Tracking and data fusion: a handbook of algorithms [M]. Bloomfield, CT, USA: YBS Publishing, 2011: 308-367.

[5] MALLICK M, CORALUPPI S, CARTEL C. Multi-target tracking using multiple hypothesis tracking, in integrated tracking, classification, and sensor management: theory and applications [M]. New York, USA: Wiley, 2012: 165-190.

[6] MAHLER R. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.

[7] MAHLER R. PHD filters of higher order in target number [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4): 1523-1543.

[8] VO B T, VO B N. Labeled random finite sets and multi-object conjugate priors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(13): 3460-3475.

- [9] VO B N, VO B T, PHUNG D. Labeled random finite sets and the Bayes multi-target tracking filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(24): 6554-6567.
- [10] VO B N, VO B T, HOANG H. An efficient implementation of the generalized labeled multi-Bernoulli filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(8): 1975-1987.
- [11] ATHANS M, WISHNER R P, BERTOLINI A. Sub-optimal state estimation for continuous time nonlinear systems from discrete noisy measurements [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1968, 13(5): 504-514.
- [12] JULIER S J, UHLMANN J K, DURRANT-WHYTE H F. A new method for the particular transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.
- [13] 巫春玲, 韩崇昭. 平方根求积分卡尔曼滤波器 [J]. 电子学报, 2009, 37(5): 987-992.
- WU Chunling, HAN Chongzhao. Square-root quadrature Kalman filter [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 987-992.
- [14] 巫春玲, 韩崇昭. 求积分卡尔曼粒子滤波算法 [J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(2): 25-28.
- WU Chunling, HAN Chongzhao. Quadrature Kalman filter [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(2): 25-28.
- [15] ARASARATNAM I, HAYKIN S, ELLIOTT R J. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss-Hermite quadrature [J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(5): 953-977.
- [16] VO B N, MA W. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [17] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447-3457.

(编辑 武红江)