

DOI: 10.7652/xjtuxb201812023

声子晶体板中低频宽禁带的形成机理

李锁斌¹, 窦益华¹, 陈天宁², 万志国¹

(1. 西安石油大学机械工程学院, 710065, 西安;

2. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对局域共振型声子晶体在低频处难以实现宽禁带的问题,提出了一种新型声子晶体结构并探究了声子晶体板中低频宽禁带的形成机理。该结构由互置型振子周期性阵列于一个二维二组元声子晶体板两边构成,采用有限元方法对其禁带特性和禁带形成机理进行理论研究发现:板波模式与振子的振动模式依据模态叠加原理,通过主导系统主模态的方式,影响着禁带的形成;当振子与基板二者主模态一致时,相互发生耦合,振子通过强烈抑制基板主模态,使的板内无波传播模式,进而形成面内、面外两种宽频子禁带;振子的振动模式是影响禁带宽度的决定因素,当其为整体振动模式时,对基板主模态的抑制作用最大,形成宽频禁带。仿真结果表明:新型声子晶体板中振子的振动模式被引入的互置型振子调节,致使振子出现了两种整体振动模式;两种整体振动模式分别对面内和面外子禁带进行单独调节,进而使禁带在大致相同的低频范围内被同时扩宽,最终重叠生成了一条带宽为 599 Hz 的宽禁带。该研究突破了局域共振型声子晶体在低频处难以形成宽禁带的局限,可为声子晶体在工程结构低宽频减振中的应用提供理论基础和方法指导。

关键词: 声子晶体;声子禁带;板结构;减振

中图分类号: O735 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2018)12-0159-08

Forming Mechanisms of Low-Frequency Broad Band Gaps in Locally Resonant Phononic Crystal Plates

LI Suobin¹, DOU Yihua¹, CHEN Tianning², WAN Zhiguo¹

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China; 2. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: How to obtain a broad band gap in low-frequency is a challenging task for the applications of locally resonant phononic crystal (LRPC) in the reduction of vibration in engineering. A novel structure composed of double-sided clinical composite stubs, which are deposited on 2D locally resonant PC plate, is proposed and theoretically studied. Generation mechanism of low frequency broadband phononic crystal band gaps in phononic crystal plate is studied by using the finite element method (FEM). It is found that, the coupling between the local resonance mode and the Lamb wave mode follows the modal superposition principle, and is responsible for the formation of the band gaps. The influence mechanism of bandwidth is further studied, and the core influencing factor, i. e., the local oscillation modal form of local oscillator, is found. When the local oscillation modal form of local oscillator is in whole vibration state, the

收稿日期: 2018-05-18。 作者简介: 李锁斌(1984—),男,博士,讲师;陈天宁(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51674199)。

网络出版时间: 2018-09-24 网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20180924.1921.008.html>

bandwidth is the widest. Moreover, the local oscillation modal formed resonator is adjusted by introducing the rubber filler and the novel cylinder composite stub, and then the out-of-plane band gap and the in-plane band gap are adjusted to broad bandwidth, respectively. As a result, the bandwidth of the generated band gap is about 600 Hz due to the overlap between the broad in-plane gap and the out-of-plane band gap. The new structure provides an effective way for phononic crystals to obtain broad locally-resonant band gaps in the low-frequency range, and has applications for low-frequency vibration reduction.

Keywords: phononic crystal; band gap; plate structure; vibration reduction

近年来,将由一种或几种材料组成的散射体/振子周期性布置于另一基体材料中形成的具有声子禁带特性的周期复合材料或结构称为声子晶体,当弹性波在其中传播时,声子禁带内的波会被抑制^[1]。由于声子晶体的禁带特性具有广泛的应用价值,可用于滤波、波导以及工程减振等领域^[2],因此对其研究受到了普遍关注^[3]。

依据声子禁带的形成方式,声子晶体可分为两种类型,一种是布拉格型声子晶体^[4],因其禁带主要由散射体对波的各种周期性调制而产生,致使禁带波长较大^[5-6],无法实现低频应用;另一种是局域共振型声子晶体^[7],因其禁带主要由振子的共振引起,致使禁带波长较小,可实现低频应用,如工程中的低频减振降噪。然而,由于单个振子的局域共振中,存在类 Fano 干涉现象,使的禁带很窄,虽然已有大量研究对其进行扩宽^[8-20],但现存的禁带其带宽仍然较窄,还是无法满足工程减振应用需求。因此,如何进一步扩宽局域共振型声子禁带,是近年来工程领域中急需研究突破的主要难点问题之一。

板结构作为工程结构的基本单元构件,是振动形成和传递的主要部件,一直以来被看做工程领域中的主要减振对象。声子晶体板作为局域共振型声子晶体,是由弹性振子周期性阵列在基板上形成的一种特殊板结构,已有研究表明,通过最优选择振子结构的材料组分^[11]、结构形状^[12-13]和分布方式^[14],可以形成低频声子禁带^[15,19-20],因此为板结构的工程减振提供了新思路。然而由于缺乏对该结构禁带形成机理的更深入认识,致使现存的声子晶体板其禁带仍然较窄^[8,10,12,14,16,18,20],仍然无法满足实际工程应用中对低频宽带的减振要求。

已有研究表明,声子晶体板中的禁带是由振子和板波的振动模式通过相互耦合产生的面外和面内子禁带叠加形成。对于已提出的声子晶体板结构^[8-20],我们通过进一步研究,发现在形成禁带时振子处于局部振动状态,即振子对应的面外、面内振动

模式均为局部共振模式,如经典型声子晶体板^[14],其结构如图 1 所示。图 1a 为晶胞单元,图 1b 和图 1c 分别为振子的面内和面外振动模式。由图 1 可以看出,当禁带打开时振子只做部分振动,依据现有理论,其对基板模态的抑制较弱,于是难以形成宽禁带。因此,如何对振子的振动模式进行调控,使其形成整体振动模式,进而通过增强对基板模态的抑制作用,使面内、面外禁带在低频处被同时扩宽,最终可形成宽禁带,该研究无疑能为声子晶体在工程低频减振中的应用奠定理论基础并提供方法指导。

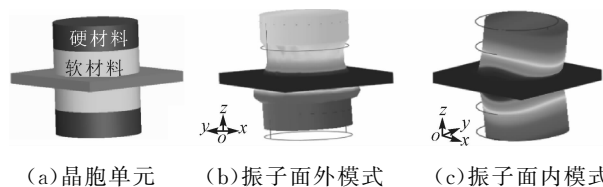


图 1 经典型声子晶体板

本文通过构建新型柱状复合振子,并结合已提出的振子解耦件^[18]即橡胶填充体,提出了一种新型声子晶体板结构。在对振子振动模式调控的基础上,通过增强其对板波模式的抑制作用,在同一低频处对面外、面内禁带同时进行扩宽,从而获得能满足工程低频减振要求的宽禁带。同时,在研究该结构宽禁带形成过程的基础上,提出并阐明局域共振型声子晶体板中宽禁带的形成机理和调节方法。

1 模型与计算方法

提出的局域共振型声子晶体板是通过在二维二组元声子晶体板两边周期性布置一新型柱状复合振子阵列形成的周期结构,结构原理如图 2 所示,其中结构的总体形貌如图 2a 所示,结构的周期单元即晶胞如图 2b 所示。图 2b 中:新型柱状复合振子分别由弹性体 A(橡胶)和刚性体 B(钢)两部分组成,二者高度各为 h_A 和 h_B ,圆柱体直径均为 d ;二维二组元声子晶体板由通过在周期性开孔的环氧树脂板中填充橡胶材料而形成,基板板厚为 e ,单元边长(晶

格常数)为 a 。结构中的各种材料参数如表 1 所示。

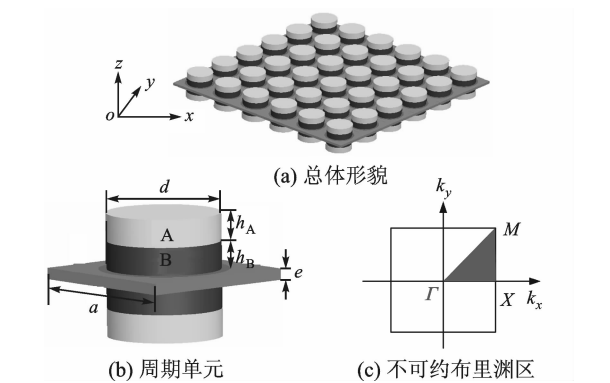


图 2 新型声子晶体板

表 1 结构材料参数			
材料	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	E/MPa	泊松比
环氧树脂	1 180	4 350	0.367 9
钢	7 800	210 000	0.29
橡胶	1 300	0.117 5	0.47

基于周期性理论^[2],以如图 2b 所示的单个晶胞单元为对象,采用有限元方法计算结构的能带图和单元的振动位移云图,在分析其禁带特性和禁带形成机理的基础上,提出并阐明声子晶体板中低频宽禁带完全禁带的形成机理。计算过程中,基于布洛赫周期性条件,在单元周期方向施加周期性边界条件

$$u_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{a}, \boldsymbol{y} + \boldsymbol{a}) = e^{i(\boldsymbol{k}_x \boldsymbol{a} + \boldsymbol{k}_y \boldsymbol{a})} u_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$$
$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}$$

(1)

式中: u 表示位移; $\boldsymbol{x}$ 、 $\boldsymbol{y}$ 和 $\boldsymbol{z}$ 表示位置矢量; $\boldsymbol{k}_x$ 与 $\boldsymbol{k}_y$ 表示第一布里渊区内周期性波矢。当波矢沿着如图 2c 所示的第一不可约布里渊区边界点 M 、 Γ 、 X 、 M 顺序扫描时,通过计算各个波矢下结构的固有频率和固有振型,最终可得到结构的能带结构图和单元模态位移云图。

2 计算结果及分析

选取参数 a 为 10 mm, e 为 1 mm, d 为 7 mm, h_A 和 h_B 同为 2.5 mm,计算如图 2b 所示的一个晶胞单元,得到该新型声子晶体板的能带图,结果如图 3 所示。

从图 3 中可以看出,在给定频率范围内(0~1 000 Hz),能带中主要包括 3 种能带:板波的 xy 振动模式对应的 xy 模式能带,板波 z 振动模式对应的 z 模式能带以及由振子的局域共振模式形成的平直能带。板波的 xy 振动模式主要为面内振动模式(如图 3b 中形成能带 S_2 的板波振动模式);板波的

z 振动模式主要为面外振动模式(如图 3c 中形成能带 A_2 的板波振动模式);振子的局域共振模式分别为可以和板波模式耦合的振动模式(如图 3 中形成能带 S_1 、 S_3 、 A_1 的振动模式)和无法跟板波模式耦合的振动模式(如图 3 中形成能带 F 的振动模式)。板和振子的两种振动模式依据模态叠加原理,通过主导系统主模态的过程中发生相互耦合,耦合过程中振子的振动模式通过抑制基板主模态,使得结构中产生了只能抑制面内波的面内子禁带和只能抑制面外波的面外子禁带,分别如图 3b 和图 3c 所示。两种子禁带的重叠区为禁带,如图 3a 所示,禁带内所有模式的波全部被抑制。

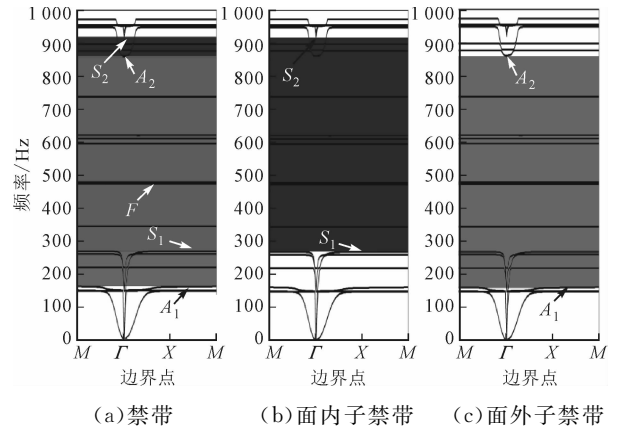


图 3 新型声子晶体板能带结构

图 3b 中,由板波面内模式 S_2 与振子的振动模式 S_1 耦合而成的面内子禁带为 256~915 Hz。图 3c 中,由板波面外模式 A_2 与振子的振动模式 A_1 耦合而成的面外子禁带为 165~855 Hz。图 3a 中,由面内和面外子禁带重叠形成的禁带为 256~855 Hz,其中带宽为 599 Hz。

为了说明新型声子晶体板中产生的声子禁带为宽禁带,将通过与现有声子禁带进行对比验证。采用有限元法计算了具有相同几何尺寸和材料参数的经典型^[11]和对比型^[16]声子晶体板的能带结构,二者的能带结果分别如图 4 和图 5 所示。

3 种声子晶体板的能带结果对比如表 2 所示,可以看出,相比较经典型结构,新型结构的完全禁带被扩宽了 4.18 倍,进一步说明新型结构中出现了宽

表 2 3 种声子晶体板的能带结果比较 Hz			
结构	禁带	面内子禁带	面外子禁带
新型结构	599	659	690
对比结构	245	300	470
经典结构	143	260	530

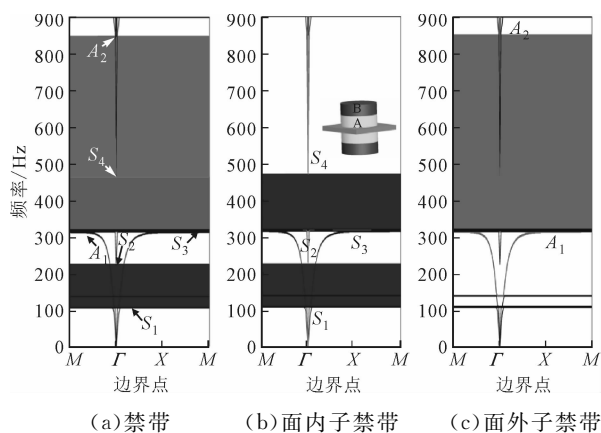


图4 经典型声子晶体板能带结构

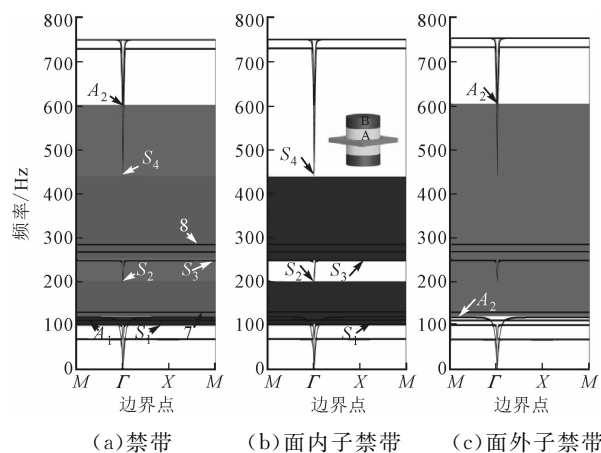


图5 对比型声子晶体板能带结构

频完全禁带。

3 宽频禁带形成机理

本研究首先阐明基于模态叠加原理的局域共振型声子禁带形成的详细过程机理。当激励频率从0开始逐渐增大时,基体系统振动模式中的某一阶模态被激活放大成为主模态,振动可在基体中按该振动模式的主模态进行传播,于是无禁带形成;当激励频率逐渐靠近振子的某一种振动模式的固频时,该阶模态的参与因子被放大。随着激励频率进一步靠近并最终等于此阶模态固频时,该振动模式被激活放大成为振子系统的主模态,并与基体中对应的振动传播模式发生相互耦合;通过给其一作用力,抑制了基体中该阶模态的振动,使其对应的振动传播模式消失,致使振动无法继续按该阶模态在基体中传播,形成声子禁带;此时,表现为有限声子晶体结构对波的衰减作用最大,无限声子晶体结构对波完全抑制。当激励频率开始大于振子系统该阶模态的固有频率时,其模态参与因子也随着减小,该振型

对响应的主导作用变弱,此时局域振子的作用力变弱,于是对基体中模态的抑制作用减弱,表现为有限周期结构对波的衰减作用变小,直至该振型对响应的主导作用逐渐消失;此时,振子作用于基体模态上的力基本消失,于是对基体中模态的抑制作用消失,该阶模态又成为基体的主模态,主导基体的响应,弹性波继续按此主导振型在基体中传播;此时,禁带消失,表现为有限周期结构中弹性波不被衰减。

基于上述提出的局域共振型声子禁带的形成过程机制,在3种声子晶体板所对应的能带图中,分别提取第一条面外和面内子禁带上下边界对应的单元振动模式 A_1 、 S_1 和 A_2 、 S_2 ,在分析单元振动模式的基础上揭示阐明声子晶体板中宽频完全禁带的形成机理。

3种声子晶体板结构的面外禁带上下边界对应的单元振动模式如图6所示,其中图6a为新型结构,图6b为对比型结构,图6c为经典型结构。禁带下边界对应的振子振动模式同用 A_1 表示,禁带上边界对应的基板面外振动模式同用 A_2 表示。

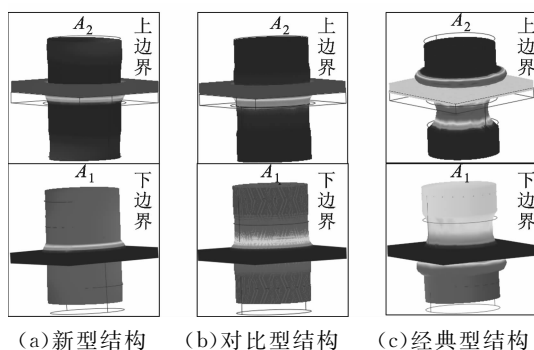
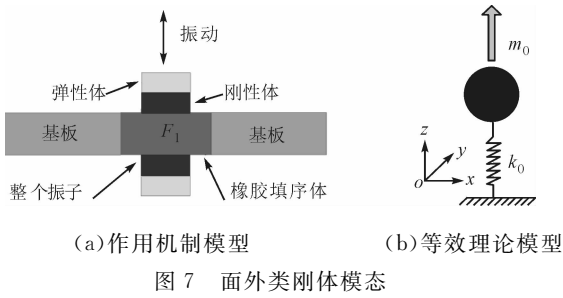


图6 单元面外振动模式

由图6可见,当横波(z 向波)激励声子晶体板时,板波模式 A_2 被激活放大成为基板的主模态,对应振型主导系统响应,于是基板沿横向(z 向)运动,波可按此振动模式在板中传播,表现为有限结构中横波不发生衰减,无限结构中横波不会被抑制,于是无法形成面外子禁带;当激励频率接近振子固有频率时,模式 A_1 被激活放大转换为系统主模态,对应振型主导系统响应,于是给基板一作用力,抑制其运动,致使板中的振动传播模式消失,此时波无法在板中传播,表现为有限结构中激励波发生衰减,无限结构中激励面外波被完全抑制,面外禁带形成。

对于经典型结构,振子作局域振动(部分振动),而对于新型和对比型声子晶体板,振子整体沿横向(z 向,面外向)运动,固频不为0的同时还受到解耦件即橡胶填充体的约束,根据已知的刚体模态概念,

用“面外类刚体模态”来命名振子的这种整体振动状态,其作用机制原理如图 7a 所示。



在橡胶填充体的约束下整个振子沿着横向(z 向)运动,与此同时给基板作用一个抑制力 F_1 ,于是基板沿横向(z 向)的运动被抑制,进而导致基板中的面外振动模式被抑制,使得激励波无法在板中进行传播,于是打开了第一条面外禁带。在禁带范围内,振动在有限板结构中的传播可视化过程如图 8 所示,在 x 方向由 6 单元组成的有限结构左端施加一个面外波激励,局域振子的面外振动模式被激活。由可视化图可以看出,激励波能量全部被振子形成的面外类刚体模态吸收,于是面外波(横波)在板中的传播被抑制,表现为有限结构中面外波大幅衰减。

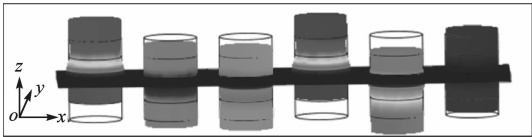


图 8 有限结构中面外波在面外禁带内的传播过程

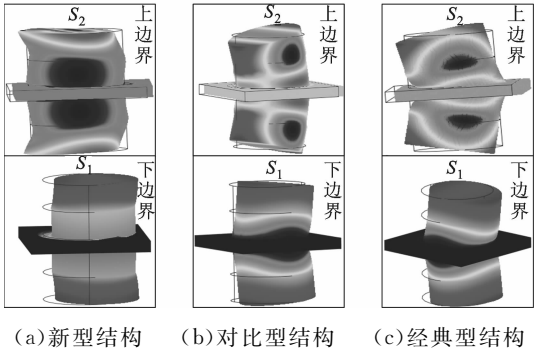
对于新型和对比型结构,面外禁带特性由面外类刚体模态 A_1 决定,其等效理论模型如图 7b 所示,为一等效弹簧-质量系统(k_0-m_0),其中面外禁带的打开位置由其固有频率确定

$$f_1 = 1/[2\pi(k_1/m_1)^{1/2}] \tag{2}$$

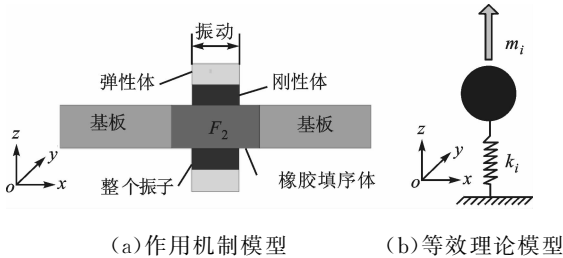
式中: k_1 为振子系统的等效刚度; m_1 为振子系统的等效集中质量。由于整个振子为系统的等效质量 m_1 ,橡胶填充体的横向刚度为系统的等效刚度 k_1 ,致使面外禁带被调节至更低频,然而与对比型结构相比,新型结构中,由于橡胶填充体和振子的刚性体形成面接触,使得其横向刚度变大,致使振子等效系统的刚度 k_0 增大,导致禁带位置略有升高,但振子作用在基板上的抑制力 F_1 却大幅增加,使得对面外振动模式的抑制增强,进而形成了宽频面外子禁带。因此,可以认为振子的面外振动模式为整体运动模式(即为面外类刚体模态)时,因增强了对基板

面外模式的抑制作用,使声子晶体板在低频处形成宽频面外禁带。

3 种声子晶体板结构的面内禁带上下边界对应的单元振动模式如图 9 所示。禁带下边界对应的振子振动模式用 S_1 表示,禁带上边界对应的基板面内振动模式用 S_2 表示。



当纵波(xy 向波)激励时,板波模式 S_2 被激活放大成为系统主模态,其对应振型主导系统响应,于是基板沿 xy 平面运动,波可按此振动模式在板中传播,表现为有限结构中波不发生衰减,无限结构中波不会被抑制,因此无法形成面内子禁带。当激励频率接近振子固有频率时,模式 S_1 被激活放大并转换为系统主模态,对应振型主导系统响应,给基板一抑制力,阻止其运动,致使板中无面内振动传播模式。于是波无法在板中传播,表现为有限结构中波发生衰减,无限结构中波被完全抑制,因此形成面内禁带。对于对比型和经典型结构,振子沿垂直于 xy 平面的面内摆动;对于新型结构,振子沿面内(xy 平面)做整体运动,且固频不为 0,同时还受到橡胶填充体约束。同理,将振子的这种整体振动模式命名为面内类刚体模态,作用机制原理如图 10a 所示。



在橡胶填充体的约束下整个振子沿着纵向(xy 平面方向)运动,与此同时给基板作用一个抑制力 F_2 ,于是基板沿纵向(xy 平面方向)的运动被抑制,进而导致基板中的面内振动模式被抑制,使得激励

波无法在板中进行传播,于是打开了第一条面内禁带。禁带范围内,振动在有限声子晶体板结构中的可视化传播过程如图 11 所示。由图 11 可见,给一个在 x 方向由 6 个单元组成的有限结构左端施加一面内波激励。从可视化图中可以看出,激励波能量全部被振子形成的面内类刚体模态吸收。因此,纵波在无限声子晶体板中的传播被抑制,表现为有限结构中纵波的传播被大幅衰减。

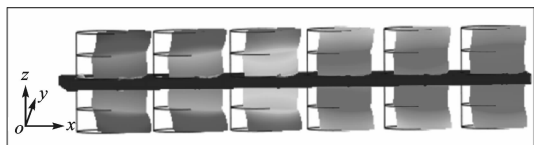


图 11 面内波在面内禁带内的传播过程

对于新型结构,面内禁带特性由面内类刚体模态 S_1 的固频决定,其等效理论模型如图 10b 所示,为一等效弹簧-质量系统(k_i-m_i)。由于振子刚性体部分和橡胶填充体形成面接触,可认为给橡胶填充体施加了一个刚性面约束,致使其纵向刚度较大,于是抑制力 F_2 变大,进而增强了对面内振动模式的抑制,导致面内带隙被扩宽,形成了宽频面内禁带。因此可认为,振子的面内振动模式为整体运动模式时,即为面内类刚体模态时,因增强了对基板面内模式的抑制作用,使声子晶体板在低频处形成宽频面内禁带。

具有宽频特性的面外和面内子禁带,二者在同一频率范围处相互重叠,最终形成了能够同时抑制面外波和面内波传播的宽禁带。

通过上述分析可以看出,对于带边型声子晶体板,禁带宽度取决于振子系统中振子的振动模式。新型带边型声子晶体板中,由于振子系统的等效弹簧和等效质量发生了相互转化(将刚性体和柔性体相互置换),导致振子的振动模式由局域振动模式变为了整体振动模式,即同时出现了振子的面外、面内类刚体模态。两类刚体模态依据模态叠加原理,通过主模态的相互转换,分别与板波的面外、面内振动模式发生耦合,通过对基体主模态的强烈抑制,形成了具有宽频特性的面外和面内子禁带,二者相互重叠,产生了具有宽频特性的禁带。

进一步研究发现,相对于振子的振动模式为局域(部分)振动模式的经典型声子晶体板,在新型声子晶体板中,由于橡胶填充体与新型复合柱状振子的引入,使得系统中出现了振子的整体运动模式,其理论等效模型可进一步表达为如图 12 所示形式。

其中 k_0-m_0 为振子面外振动模式的等效系统, k_i-m_i 为振子面内振动模式的等效系统,可以看出,系统中振子的面外振动模式为振子在约束状态下沿面外方向作固频不为零的刚体运动——面外类刚体模态,振子的面内振动模式为振子在约束状态下沿面内方向作固频不为零的刚体运动——面内类刚体模态,两种新型振动模式通过增强对板波模式的抑制效应,进而将面外、面内禁带分别调至宽频,二者相互重叠生成一条宽禁带。

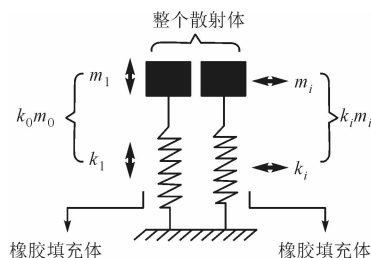


图 12 新型结构振子的等效弹簧-质量系统

4 振子对宽禁带的影响规律

通过以上分析可知,振子的振动模式是决定禁带宽度的关键因素。在新型声子晶体板结构中,构建的新型柱状复合振子影响着振子的整体振动模式,即影响其固频特性和对主模态的抑制效应,进而间接影响禁带的打开位置和宽度。因此,新型柱状复合振子是调节宽频完全禁带的核心参数。于是,本文将进一步研究其对宽频完全禁带的影响规律和调节方法。由于振子主要由 A 和 B 两部分构成,二者又相互关联,因此以振子的弹性体 A 的高度 h_A 为参数研究其对带隙的影响,获得新型复合柱状振子对宽禁带的影响规律如图 13 所示。

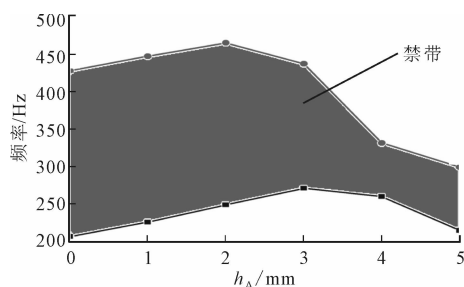


图 13 振子弹性体 A 的高度对禁带的影响规律

可以发现,当振子的弹性体 A 的高度 h_A 从 0 mm 逐渐变化至 5 mm 时,随着高度 h_A 增大,完全禁带的打开位置先升高然后降低,带宽却逐渐变窄,因此,当整个振子为刚性体时,禁带特性最佳,即位

置最低,宽度最大。

5 结 论

本文对声子晶体板中窄禁带形成机理进行了分析,发现了其难以形成宽禁带的主要原因,并通过改进提出了一种新型声子晶体板,并对其行了验证进一步,在研究该结构宽禁带形成机理的基础上,提出了声子晶体板中低频宽禁带的形成机理,获得的主要结论如下。

(1)振子的振动模式是影响局域共振型声子禁带带宽的主要因素,当振子出现整体振动模式时,可形成宽禁带。

(2)在低频处得到一条带宽为 599 Hz 的局域共振型声子禁带,表明局域共振型声子晶体可以产生低频宽禁带。

(3)提出了声子晶体板中宽禁带的形成机理:基于模态叠加原理,基体的板波模式与振子相应的振动模式在主导系统主模态的基础上,相互发生耦合;在耦合过程中,振子的整体振动模式通过强烈抑制板波主模态进而形成面内、面外两种宽频子禁带,二者叠加形成宽禁带。

(4)新结构中引入的互置型振子,使得振子形成了整体振动模式,即面外、面内类刚体模态,二者可对基板模态进行强烈抑制,进而实现了对面外和面内禁带带宽的调节,最终产生了一条带宽为 599 Hz 的宽禁带。

(5)发现当互置型振子为纯刚性体时,禁带的特性最佳,即位置最低,带宽最宽。

本文研究突破了局域共振型声子晶体在低频处难以形成宽禁带的局限,结果和结论为声子晶体在工程结构低宽频减振中的应用奠定了理论基础并提供了方法指导。

参考文献:

- [1] SIGALAS M, ECONOMOU E N. Elastic and acoustic wave band structure [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1992, 158(2): 377-382.
- [2] LI F M, WANG Y Z. Elastic wave propagation and localization in band gap materials: a review [J]. *Science China*, 2012, 55(10): 1734-1746.
- [3] LIU Z Y, ZHANG X X, MAO Y W. Locally resonant sonic materials [J]. *Science*, 2000, 289: 201-205.
- [4] 温熙森,温激鸿,郁殿龙,等. 声子晶体 [M]. 北京:国防工业出版社, 2009: 5-20.
- [5] CHEN J J, HAN X, LI G Y. Asymmetric lamb wave

propagation in phononic crystal slabs with graded grating [J]. *Journal of Applied Physics*, 2013, 113, 184506.

- [6] WU T T, HUANG Z G, TSAI T C, et al. Evidence of complete band gap and resonances in a plate with periodic stubbed surface [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 93(11): 111902.
- [7] ZHOU X Z, WANG Y S, ZHANG C Z. Effects of material parameters on elastic band gaps of two-dimensional solid phononic crystals [J]. *Journal of Applied Physics*, 2009, 106: 014903.
- [8] PENNEC Y, DJAFARI-ROUHANI B, LARABI I. Low-frequency gaps in a phononic crystal constituted of cylindrical dots deposited on a thin [J]. *Physical Review: B*, 2008, 78: 104105.
- [9] HSU J. Local resonances-induced low-frequency band gaps in two-dimensional phononic crystals slabs with periodic stepped resonators [J]. *Journal of Physics: D Applied Physics*, 2011, 44: 055401.
- [10] ZHANG S W, WU J H, HU Z P. Low-frequency locally resonant band-gaps in phononic crystal plates with periodic spiral resonators [J]. *Journal of Applied Physics*, 2013, 113: 163511.
- [11] ASSOUAR M B, OUDICH M. Enlargement of a locally resonant sonic band gap by using double-sides stubbed plate [J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 100 (12): 100123506.
- [12] 吴九汇, 张思文, 沈礼. 螺旋局域共振单元声子晶体板结构的低频振动带隙特性研究 [J]. *机械工程学报*, 2013, 49(10): 62-69.
WU Jiuhui, ZHANG Siwen, SHEN Li. Low-frequency vibration characteristics of periodic spiral resonators in phononic crystal plates [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(10): 62-69.
- [13] SONG G, CHEN J, HAN X. Shear horizontal guided wave band gaps in a homogenous plate with periodic tapered surface [J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2014, 53(9): 94301.
- [14] LI Y G, CHEN T N, WANG X P. Enlargement of locally resonant sonic band gap by using composite plate-type acoustic metamaterial [J]. *Physical Letters: A*, 2015, 379(5): 412-416.
- [15] ZHAO Haojiang, GUO Hongwei, GAO Minxing, et al. Vibration band gaps in double-vibrator pillared phononic crystal plate [J]. *Journal of Applied Physics*, 2016, 119(1): 014903.
- [16] LI S B, CHEN T N, WANG X P, et al. Expansion of lower-frequency locally resonant band gaps using a

- double-sided stubbed composite phononic crystals plate with composite stubs [J]. *Physics Letters: A*, 2016, 380(25/26): 2167-2172.
- [17] 吴健, 白晓春, 肖勇, 等. 一种多频局域共振型声子晶体板的低频带隙与减振特性 [J]. *物理学报*, 2016, 13(6): 21-25.
- WU Jian, BAI Xiaochun, XIAO Yong, et al. Low frequency band gap and damping characteristics of a multi frequency local resonance type phononic crystal plate [J]. *Acta Phys Sinica*, 2016, 13(6): 21-25.
- [18] 李锁斌, 陈天宁, 奚延辉, 等. 声子晶体板中低频完全禁带形成机理研究 [J]. *西安交通大学学报*, 2016, 50(12): 51-57.
- LI Suobin, CHEN Tianning, XI Yanhui, et al. Forming mechanisms of low-frequency complete band gaps in phononic crystal plate [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2016, 50(12): 51-57.
- [19] LI S B, CHEN T N, XI Y H. Modulating Lamb wave band gaps using an elastic metamaterial plate [J]. *Acoustic Journal*, 2017, 63(5): 508-516.
- [20] LI S B, YI H D, CHEN T N, et al. A novel metal-matrix phononic-crystal with a low frequency, broad and complete, locally-resonant bandgap [J]. *Modern Physics Letters: B*, 2018, 32(19): 1850221.
- (编辑 刘杨)
- (上接第 158 页)
- [20] 姚秀, 汲胜昌, LUIS Herrera, 等. 串联直流电弧特性及其在故障诊断中的应用 [J]. *高压电器*, 2012, 48(5): 6-10.
- YAO Xiu, JI Shengchang, LUIS Herrera, et al. Series dc arc characteristics study and the application in fault recognition [J]. *High Voltage Apparatus*, 2012, 48(5): 6-10.
- [21] JU Minghao, WANG Li. Arc fault modeling and simulation in DC system based on Habedank model [C]// *Proceedings of 2016 Prognostics and System Health Management Conference*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2016: 7819827.
- [22] AMMERMAN R F, GAMMON T, SEN P K, et al. DC-arc models and incident-energy calculations [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2010, 46(5): 1810-1819.
- [23] 熊庆, 汲胜昌, 陆伟锋, 等. 低气压下串联直流电弧故障电磁辐射幅值及频率特性 [J]. *中国电机工程学报*, 2017, 37(4): 1071-1079.
- XIONG Qing, JI Shengchang, LU Weifeng, et al. Amplitude and frequency characteristics of electromagnetic radiation of series DC arc fault under low pressure [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2017, 37(4): 1071-1079.
- [24] 朱立颖, 武建文. 横向磁场下中频真空电弧形态及电弧电压特性 [J]. *中国电机工程学报*, 2011, 31(1): 131-137.
- ZHU Liying, WU Jianwen. Modes of intermediate-frequency vacuum arc and characteristics of arc voltage under transverse magnetic field [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2011, 31(1): 131-137.
- [25] 蒋原, 武建文. 纵向磁场中触头材料和直径对中频真空电弧特性的影响 [J]. *中国电机工程学报*, 2015, 35(20): 5367-5374.
- JIANG Yuan, WU Jianwen. Effects of contact materials and diameters on characteristics of intermediate-frequency vacuum arc in axial magnetic field [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2015, 35(20): 5367-5374.
- [本刊相关文献链接]
- 韩旭涛, 刘泽辉, 张亮, 等. GIS 中局部放电光信号传播特性仿真研究. 2018, 52(6): 128-134. [doi:10.7652/xjtuxb201806019]
- 吴晓文, 周卫华, 裴春明, 等. 500kV 自耦变压器直流偏磁振动特征提取与模式识别方法研究. 2018, 52(4): 24-30. [doi:10.7652/xjtuxb201804004]
- 赵煦, 刘晓航, 孟永鹏, 等. 采用小波包树能量矩阵奇异值分解的局部放电模式识别. 2017, 51(8): 116-121. [doi:10.7652/xjtuxb201708019]
- 成林, 孔志战, 王森, 等. 雷电流对杆塔接地装置冲击特性影响规律的研究. 2017, 51(4): 53-58. [doi:10.7652/xjtuxb201704008]
- 杨东军, 钱学明. 采用分类学习的电气化机车受电弓拉弧检测方法. 2017, 51(2): 79-83. [doi:10.7652/xjtuxb201702013]
- 邵先军, 何文林, 刘石, 等. 电力设备局部放电特高频电磁波数值计算技术研究. 2016, 50(12): 24-31. [doi:10.7652/xjtuxb201612005]
- 任重, 董明, 任明, 等. 冲击电压下 SF6 气体在极不均匀场中局部放电的时频特征. 2013, 47(8): 115-120. [doi:10.7652/xjtuxb201308020]
- (编辑 杜秀杰)