

采用 hp 自适应伪谱法的全自动泊车系统 轨迹规划与跟踪控制

张家旭^{1,2}, 赵健¹, 施正堂³, 杨雄³

(1. 吉林大学汽车仿真与控制国家重点实验室, 130022, 长春; 2. 中国第一汽车集团有限公司
智能网联研发院, 130011, 长春; 3. 浙江亚太机电股份有限公司, 311200, 杭州)

摘要: 针对平行泊车和垂直泊车应用场景, 提出一种基于 hp 自适应伪谱法的全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制方法。首先, 综合考虑汽车运动学约束、泊车过程中避障约束和边界条件约束, 建立泊车轨迹规划问题数学描述, 并通过 hp 自适应伪谱法将其转化成非线性规划问题进行求解; 然后, 将泊车轨迹跟踪控制问题解耦成了泊车路径跟踪控制问题和泊车速度跟踪控制问题, 并基于有限时间稳定性理论设计了泊车路径跟踪快速终端滑模控制律, 以及基于“比例+积分”平滑切换准则设计了泊车速度跟踪控制律。结合汽车动力学仿真软件对所提出的全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制方法的可行性和有效性进行验证, 结果表明: 针对不同泊车起始点, 所提出的方法均可以规划出满足约束条件的时间最短泊车轨迹, 并能够精确地控制汽车沿着规划的轨迹自动完成泊车操作。

关键词: 全自动泊车系统; 轨迹规划与跟踪控制; hp 自适应伪谱法; 有限时间稳定

中图分类号: U461.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202006023 **文章编号:** 0253-987X(2020)06-0176-09



OSID 码

A Trajectory Planning and Tracking Control Method for Fully-automatic Parking System Using Hp-Adaptive Pseudo Spectral Method

ZHANG Jiayu^{1,2}, ZHAO Jian¹, SHI Zhengtang³, YANG Xiong³

(1. State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130022, China;

2. Intelligent Network R&D Institute, China FAW Group Co. Ltd., Changchun 130011, China;

3. Zhejiang Asia-Pacific Mechanical and Electronic Co. Ltd., Hangzhou 311200, China)

Abstract: A novel trajectory planning and tracking control method for fully-automatic parking system based on hp-adaptive pseudo spectral method is proposed for application scenarios of parallel parking and vertical parking. Firstly, a mathematical description of the trajectory planning problem is established by comprehensively taking the kinematic constraint of the vehicle, the requirements of obstacle avoidance constraint and the boundary constraint in parking process into account, and then the problem is transformed into a non-linear programming problem using hp-adaptive pseudo spectral method. Then, the trajectory tracking control problem is decoupled into a path tracking control problem and a longitudinal velocity tracking control problem. A non-time reference path tracking fast terminal sliding mode control law is designed based on finite-time stability theory and the longitudinal velocity tracking control law is presented based on the “proportional + integral” smooth switching criterion. Finally, the feasibility and

收稿日期: 2019-08-09。 作者简介: 张家旭(1985—), 男, 博士, 高级工程师; 赵健(通信作者), 男, 教授, 博士生导师。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51575225)。

网络出版时间: 2020-01-20

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20200120.0835.002.html>

validity of the proposed trajectory planning and control method for fully-automatic parking system are verified by an automobile dynamics simulation software. Simulation results show that the proposed method plans the shortest parking trajectories that satisfies the constraint conditions for different parking starting positions, and accurately controls the vehicle to complete the parking operation along the planned trajectory.

Keywords: fully-automatic parking system; trajectory planning and tracking control; hp-adaptive pseudo spectral method; finite-time stability

自动驾驶汽车已成为我国和欧美日等国家汽车产业主要发展目标之一,而全自动泊车系统是自动驾驶汽车的重要组成部分,可以有效解决经验或技术不足的驾驶员在面临复杂泊车环境和狭窄停车位时产生的“泊车难”问题。因此,研究开发全自动泊车系统是一项具有实际意义的工作^[1-3]。

全自动泊车系统包括环境感知模块、泊车控制方法和人机交互模块,而泊车控制方法是全自动泊车系统的核心技术,国内外学者和汽车厂商对此展开了广泛研究,研究成果可以分为基于人工智能的泊车控制方法和基于规划-跟踪的泊车控制方法。文献[4]将狭窄空间内平行泊车控制划分成3个动作类别,采用模糊逻辑控制和遗传算法相结合的方式为每个动作类别设计了强鲁棒性的控制器,并且算法可以通过反复执行后两个类别的平行泊车动作实现停车位内车辆姿态的调整。文献[5]采用模糊逻辑规则建立了平行泊车控制器,并基于演化策略对平行泊车控制器参数进行优化以提高泊车精度和缩短泊车时间。文献[6]采用蚁群算法对基于模糊逻辑规则的平行泊车控制器参数进行优化,使平行泊车控制器更接近熟练驾驶员平行泊车技能。文献[7]在随机车辆初始姿态和泊车目标姿态之间引入中间姿态,并分别采用滑模变结构控制和模糊逻辑控制实现了车辆从初始姿态到中间姿态的过渡,以及中间姿态到泊车目标姿态的过渡,从而完成任意车辆初始姿态的泊车控制。文献[8]基于熟练驾驶员的泊车经验数据设计了平行泊车、垂向泊车和斜向泊车3种泊车场景的模糊控制器,并采用遗传算法对模糊控制器的隶属度函数进行优化。文献[9]以熟练驾驶员的平行泊车实验数据为基础,利用自适应神经模糊推理系统建立了平行泊车控制策略。上述基于人工智能的泊车控制方法需要依靠大量的实验数据与专家知识来构建控制规则库,而实验数据与专家知识的获取通常需要耗费大量的实验资源与人力成本。

基于规划-跟踪的泊车控制方法可以在满足约

束条件和泊车性能指标的前提下预先规划出参考泊车路径(轨迹),并控制汽车沿着规划好的参考泊车路径(轨迹)泊车入位。文献[10]考虑车辆避碰约束与非完整性约束,规划出一簇平行泊车路径和斜向泊车路径,并采用模糊逻辑系统选出最优泊车路径。文献[11]采用圆弧-直线和五次多项式曲线相结合的方式平行泊车路径规划。文献[12]采用滚动时域控制方法实时规划垂直泊车路径,并通过模型车验证方法的有效性和可行性。文献[13]建立了泊车路径规划最优控制问题的数学模型,并通过分段离散化方法将其转化为非线性规划问题,最后使用内点法求解该非线性规划问题。文献[14]将泊车轨迹规划问题解耦成路径规划子问题和速度规划子问题,并基于绕墙走策略和改进动态窗口法分别实现了泊车路径规划和速度规划。文献[15]基于B样条理论和微分平坦理论提出了静态泊车路径规划方法,在此基础上提出了泊车成功率更高的动态泊车路径规划方法,并采用改进的模型预测控制方法实现了参考泊车路径的跟踪控制。然而,上述基于规划-跟踪的泊车控制方法常采用几何曲线组合方式规划泊车路径,难以满足任意的初始停车位姿,且算法复杂度高、难以实现。

为此本文提出一种基于hp自适应伪谱法的全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制方法。首先,综合考虑汽车运动学约束、泊车过程中避障约束和边界条件约束,建立泊车轨迹规划问题数学描述,并通过hp自适应伪谱法将其转化成非线性规划问题进行求解。随后,选择汽车后轴中点的横向位移量作为非时间参量,将泊车轨迹跟踪控制问题解耦成泊车路径跟踪控制问题和泊车速度跟踪控制问题,并基于有限时间稳定性理论设计泊车路径跟踪快速终端滑模控制律,以及基于“比例+积分”平滑切换准则设计泊车速度跟踪控制律,提高泊车路径跟踪控制的动态响应特性和鲁棒性。最后,结合汽车动力学仿真软件对所提出的全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制方法的可行性和有效性进行验证。

1 泊车轨迹规划

1.1 泊车轨迹规划问题描述

汽车在泊车过程中处于低速大转角运动状态,故可采用汽车运动学模型描述泊车轨迹规划问题。如图1所示,建立固定坐标系 OXY ,选择汽车后轴中点 (x, y) 、泊车速度 v 、泊车加速度 a 、车辆方位角 φ 和前轴等效转角 δ 作为状态量,选择泊车加加速度 j 和前轴等效转角转速 ω 作为控制量,汽车运动学模型描述为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \varphi \\ \dot{y} &= v \sin \varphi \\ \dot{v} &= a \\ \dot{a} &= j \\ \dot{\varphi} &= \frac{v \tan \delta}{L} \\ \dot{\delta} &= \omega \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, L 为汽车轴距。

如图1所示,假设汽车外轮廓在地面上投影为长方形,汽车外轮廓4个顶点的坐标分别为

$$\left. \begin{aligned} A &= (A_x, A_y) = \left[x + (L + L_f) \cos \varphi - \frac{W \sin \varphi}{2}, \right. \\ &\quad \left. y + (L + L_f) \sin \varphi + \frac{W \cos \varphi}{2} \right] \\ B &= (B_x, B_y) = \left[x + (L + L_f) \cos \varphi + \frac{W \sin \varphi}{2}, \right. \\ &\quad \left. y + (L + L_f) \sin \varphi - \frac{W \cos \varphi}{2} \right] \\ C &= (C_x, C_y) = \left[x - L_r \cos \varphi + \frac{W \sin \varphi}{2}, \right. \\ &\quad \left. y - L_r \sin \varphi - \frac{W \cos \varphi}{2} \right] \\ D &= (D_x, D_y) = \left[x - L_r \cos \varphi - \frac{W \sin \varphi}{2}, \right. \\ &\quad \left. y - L_r \sin \varphi + \frac{W \cos \varphi}{2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: L_f 和 L_r 分别为汽车前悬和后悬长度; W 为

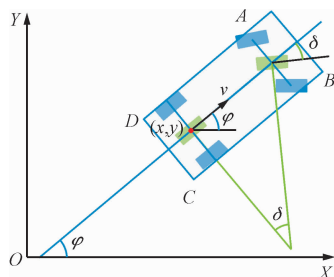


图1 汽车运动学模型

车宽。

考虑汽车驱动系统、制动系统和转向系统的性能约束,对泊车速度、泊车加速度、泊车加加速度、前轴等效转角和前轴等效转角速度有如下过程约束

$$\left. \begin{aligned} |v| &\leq v_{\max} \\ |a| &\leq a_{\max} \\ |j| &\leq j_{\max} \\ |\delta| &\leq \delta_{\max} \\ |\omega| &\leq \omega_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

考虑泊车起始时刻和终止时刻的泊车速度、泊车加速度、前轴等效转角和前轴等效转角转速约束,得到如下边界条件约束

$$\left. \begin{aligned} v(t_0) &= v(t_f) = 0 \\ a(t_0) &= a(t_f) = 0 \\ \delta(t_0) &= \delta(t_f) = 0 \\ \omega(t_0) &= \omega(t_f) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

平行停车位和垂直停车位示意图如图2、图3所示。依据文献[16],建立图2和图3所示的停车位边界函数为

$$\text{slot}(x) = \frac{1}{2} \{ \tanh(kx) - \tanh[k(x + L_s)] \} W_s \quad (5)$$

式中: L_s 和 W_s 分别为停车位长度和宽度; $k > 0$ 为双曲正切函数增益系数。

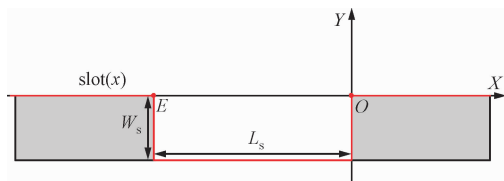


图2 平行停车位示意图

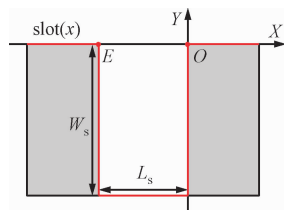


图3 垂直停车位示意图

考虑泊车过程车位边界避障约束,由式(5)描述的车位函数得到如下过程约束

$$\left. \begin{aligned} A_y &\geq \text{slot}(A_x) \\ B_y &\geq \text{slot}(B_x) \\ C_y &\geq \text{slot}(C_x) \\ D_y &\geq \text{slot}(D_x) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

同时,采用文献[17]提出的面积法来描述泊车过程

中图2和图3所示的点 O 和点 E 的避障约束为

$$S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OCD} + S_{\triangle ODA} > S_{ABCD} \quad (7)$$

$$S_{\triangle EAB} + S_{\triangle EBC} + S_{\triangle ECD} + S_{\triangle EDA} > S_{ABCD} \quad (8)$$

若已知三角形顶点的坐标为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) ,则三角形的面积可表示为

$$S_{\triangle} = \text{abs} \left[\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} \right] \quad (9)$$

式中, $\text{abs}(\cdot)$ 为取绝对值。

在泊车过程中,通常要求泊车时间最小,因此,泊车轨迹规划问题可以描述为

$$\begin{aligned} & \min t_f \\ \text{s. t. } & \begin{cases} \text{状态方向式(1)} \\ \text{过程约束式(3)、式(6)、式(7)、式(8)} \\ \text{边界条件约束式(4)} \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

1.2 泊车轨迹规划问题求解

泊车轨迹规划问题可以通过 Radau 伪谱法转化为非线性规划问题^[18]。将泊车轨迹的整个时间区间 $[t_0, t_f]$ 划分为 K 个子区间,则第 k 个子区间中任意时刻 $t^{(k)} \in [t_{k-1}, t_k]$ 可通过式(11)变换为 $\tau^{(k)} \in [-1, +1]$

$$\tau^{(k)} = \frac{2t^{(k)} - (t_k + t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}, \quad k=1, 2, \dots, K \quad (11)$$

式中,时间节点满足 $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k = t_f$ 。

依据文献[19],泊车轨迹规划问题的状态变量和控制变量可以近似表示为

$$x^{(k)}(\tau) \approx X^{(k)}(\tau) = \sum_{j=1}^{N_k+1} X_j^{(k)} L_j^{(k)}(\tau) \quad (12)$$

$$u^{(k)}(\tau) \approx U^{(k)}(\tau) = \sum_{j=1}^{N_k+1} U_j^{(k)} L_j^{(k)}(\tau) \quad (13)$$

$$L_j^{(k)}(\tau) = \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^{N_k+1} \frac{\tau - \tau_l^{(k)}}{\tau_j - \tau_l^{(k)}} \quad (14)$$

式中: $L_j^{(k)}(\tau)$ 为拉格朗日插值多项式; $\tau_{N_k+1}^{(k)}=1$ 为末配置点,表示结束时刻; $\{\tau_1^{(k)}, \dots, \tau_{N_k}^{(k)}\}$ 为第 k 个子区间 Legendre-Gauss-Radau (LGR) 配点,即 $P_{N-1}(\tau) + P_N(\tau)=0$ 的根,其中 $P_N(\tau)$ 为 N 阶 Legendre 多项式,可表示为

$$P_0(\tau)=1; P_n(\tau)=\frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d\tau^n} (\tau^2-1)^n \quad (15)$$

利用式(12)和式(13)将泊车时间最小指标离散化为

$$J = \Phi(X_1^{(1)}, t_0, X_{N_K+1}^{(K)}, t_K) = t_K \quad (16)$$

离散化泊车轨迹规划问题的状态方程为

$$\sum_{j=1}^{N_k+1} X_j^{(k)} D_{ij}^{(k)} - \frac{t_k - t_{k-1}}{2} f(X_i^{(k)}, U_i^{(k)}, \tau_i^{(k)}; t_{k-1}, t_k) = 0 \quad (17)$$

式中: $D_{ij}^{(k)}$ 为第 k 个子区间的微分算子,可表示为

$$D_{ij}^{(k)} = \begin{cases} \frac{\dot{h}(\tau_k)}{(\tau_k - \tau_i) \dot{h}(\tau_k)}, & k \neq i \\ \frac{\ddot{h}(\tau_k)}{2\dot{h}(\tau_k)}, & k = i \end{cases} \quad (18)$$

其中, $h(\tau_k) = (1 + \tau_i)[P_{N_k}(\tau_i) - P_{N_k-1}(\tau_i)]$ 。

离散化泊车轨迹规划问题的过程约束

$$C(X_i^{(k)}, U_i^{(k)}, \tau_i^{(k)}; t_{k-1}, t_k) \leq 0 \quad (19)$$

离散化泊车轨迹规划问题的边界条件约束

$$\phi(X_1^{(1)}, t_0, X_{N_K+1}^{(K)}, t_K) = 0 \quad (20)$$

由此,得到由式(16)~式(20)描述的泊车轨迹规划问题的离散化形式。计算泊车轨迹规划问题离散化形式在第 k 个子区间的最大残差为

$$e_{\max}^{(k)} = \max(a_{s_i}^{(k)}, b_{s_j}^{(k)}) \quad (21)$$

式中: $i=1, \dots, m$, m 为控制状态变量维数; $j=1, \dots, l$, l 为控制变量维数; $a_{s_i}^{(k)}$ 和 $b_{s_j}^{(k)}$ 分别为第 s 个 LGR 配点处状态变量一阶微分残差和过程约束残差,可表示为

$$\begin{aligned} a_s^{(k)} &= \left| \dot{X}^{(k)}(\tau_s^{(k)}) - \frac{t_k - t_{k-1}}{2} f(X_s^{(k)}, U_s^{(k)}, \tau_s^{(k)}; t_{k-1}, t_k) \right| \\ b_s^{(k)} &= C(X_s^{(k)}, U_s^{(k)}, \tau_s^{(k)}; t_{k-1}, t_k) \end{aligned}$$

若泊车轨迹规划问题离散化形式在第 k 个子区间的最大残差 $e_{\max}^{(k)}$ 小于最大容许偏差 ϵ ,表明此子区间内 LGR 配点处状态变量和控制变量值满足精度要求;否则,采用第 k 个子区间曲率决定细分时间区间或增加插值多项式阶次来提高精度^[20]。相对曲率计算公式如下

$$r^{(k)} = r_{\max}^{(k)} / \bar{r}^{(k)} \quad (22)$$

式中: $r_{\max}^{(k)}$ 和 $\bar{r}^{(k)}$ 分别为第 k 个子区间的最大曲率和平均曲率。

若第 k 个子区间曲率大于相对曲率阈值 $r_{\max}$,则通过式(23)描述的细分时间区间自适应律来提高精度

$$n_k = \text{ceil} \left[\text{Alg} \left(\frac{e_{\max}^{(k)}}{\epsilon} \right) \right] \quad (23)$$

式中: $\text{ceil}(\cdot)$ 表示向上取整运算; A 为大于0的可调整数因子。

若第 k 个子区间曲率不大于相对曲率阈值 $r_{\max}$,则通过式(24)描述的增加插值多项式阶次自适应律来提高精度

$$N_k = N_k + \text{ceil}[\lg(e_{\max}^{(k)} / \epsilon)] + B \quad (24)$$

式中, B 为大于 0 的可调整数因子。

综上, 泊车轨迹规划问题求解流程如图 4 所示。

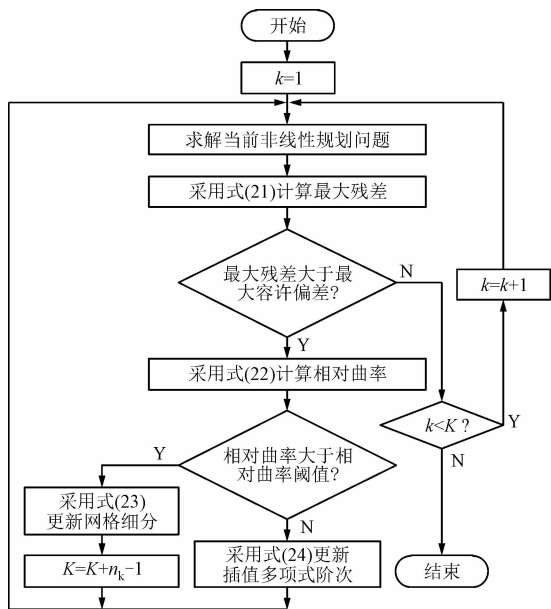


图 4 泊车轨迹规划问题求解流程

2 泊车轨迹跟踪控制

本节选择泊车轨迹的横向位移量作为非时间参考量, 将泊车轨迹跟踪控制问题解耦成泊车路径跟踪控制问题和泊车速度跟踪控制问题, 降低泊车轨迹跟踪控制难度, 便于工程实现。

2.1 泊车路径跟踪控制

泊车路径跟踪控制仅对转向系统施加控制, 忽略驱动系统和制动系统的影响, 式(1)可简化为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \varphi \\ \dot{y} &= v \sin \varphi \\ \dot{\varphi} &= v \tan \delta / L \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

当汽车执行泊车倒车动作时, 选择汽车后轴中点横坐标值的负数作为非时间参考量, 将式(25)转化为如下泊车路径跟踪偏差方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_e}{dx} &= \frac{dy_r(x)}{dx_r} - \frac{dy(x)}{dx} = -\tan \varphi_r + \tan \varphi \\ \frac{d\varphi_e}{dx} &= \frac{d\varphi_r(x)}{dx_r} - \frac{d\varphi(x)}{dx} = -\frac{\rho_r}{\cos \varphi_r} + \frac{\tan \delta_d}{L \cos \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

定义如下非奇异快速终端滑模面

$$\sigma = y_e + \kappa_0 |\tan \varphi - \tan \varphi_r|^\eta \text{sgn}(\tan \varphi - \tan \varphi_r) \quad (27)$$

式中: $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数; $\kappa_0 > 0$; $1 < \eta = p/q < 2$, p 、 q 为正整数。

若 $\sigma = 0$, 非奇异快速终端滑模面上的系统状态

轨迹可以在有限时间收敛到系统的平衡点^[21]。下面设计非时间参考路径跟踪快速终端滑模控制律, 使得系统的状态轨迹可以在有限时间收敛到非奇异快速终端滑模面上, 由此得到如下定理。

定理 1 针对倒车动作时式(26)描述的系统, 设计如下非时间参考路径跟踪快速终端滑模控制律

$$\delta = \arctan \left\{ L \cos^3 \varphi \left[\frac{\rho_r}{\cos^3 \varphi_r} + \frac{|\Delta|^{2-\eta} \text{sgn}(\Delta)}{\kappa_0 r_2} + \kappa_1 \sigma + \kappa_2 \text{sgn}(\sigma) \right] \right\} \quad (28)$$

式中, $\Delta = \tan \varphi - \tan \varphi_r$ 。若 $\kappa_1 > 0$ 和 $\kappa_2 > 0$, 则闭环系统的平衡点是有限时间稳定的。

证明 定义李雅普诺夫候选函数

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (29)$$

对式(29)两端求导数

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \left[(\tan \varphi - \tan \varphi_r) + \kappa_0 \eta |\tan \varphi - \tan \varphi_r|^{\eta-1} \left(\frac{\rho_r}{\cos^3 \varphi_r} - \frac{\tan \delta}{L \cos^3 \varphi} \right) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

将式(27)代入式(30)得

$$\dot{V} = -\kappa_1 \sigma^2 - \kappa_2 \sigma \text{sgn}(\sigma) = -2\kappa_1 V - \sqrt{2}\kappa_2 V^{1/2} \quad (31)$$

由文献[22]描述的非线性系统有限时间稳定性引理可知, 闭环系统的状态轨迹将在有限时间到达非奇异快速终端滑模面 $\sigma = 0$ 。再结合式(27)描述的非奇异快速终端滑模面的性质可知, 闭环系统的平衡点是有限时间稳定的。

当汽车执行泊车前进动作时, 选择汽车后轴中点的横坐标值作为非时间参量。定义滑模面 $\sigma = y_e + \kappa_0 |\tan \varphi_r - \tan \varphi|^\eta \text{sgn}(\tan \varphi_r - \tan \varphi)$, 则由定义的滑模面得到的非时间参考路径跟踪快速终端滑模控制律为

$$\delta = \arctan \left\{ L \cos^3 \varphi \left[\frac{\rho_r}{\cos^3 \varphi_r} + \frac{|\Delta|^{2-\eta} \text{sgn}(\Delta)}{\kappa_0 r_2} + \kappa_1 \sigma + \kappa_2 \text{sgn}(\sigma) \right] \right\} \quad (32)$$

式中, $\Delta = \tan \varphi_r - \tan \varphi$ 。

当目标路径上汽车方位角绝对值大于 $\pi/4$ 时, 汽车方位角和汽车后轴中点纵坐标值相对于非时间参考量的变化率减小, 导致所设计的非时间参考路径跟踪快速终端滑模控制律响应速度降低。同时, 在汽车方位角绝对值接近 $\pi/2$ 时, 导致所设计的非时间参考路径跟踪快速终端滑模控制律产生奇异。为解决上述问题, 采用式(33)对方位角绝对值大于

$\pi/4$ 的目标路径段进行旋转变换,使汽车方位角始终位于 $[-\pi/4,\pi/4]$ 。

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (33)$$

式中: ϑ 为旋转变换角度; (x,y) 为目标路径点的坐标; (x',y') 为旋转变换之后路径点的坐标。

2.2 泊车速度跟踪控制

泊车速度跟踪控制的任务是使汽车可以快速、稳定、精确地跟踪参考泊车速度。基于“比例+积分”控制设计的泊车速度跟踪 PI 控制律为

$$u(k+1) = u(k) + K_P(e(k+1) - e(k)) + K_I e(k+1) \quad (34)$$

式中: K_P 和 K_I 分别为比例系数和积分系数; $u(k+1)$ 和 $e(k+1)$ 分别为 $k+1$ 时刻的控制量和速度偏差。

为实现驱动系统和制动系统的平滑切换控制,采用式(35)将泊车速度跟踪 PI 控制律映射为驱动系统和制动系统的控制量^[23]

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{engine}}(k+1) &= K_{\text{engine}} u(k+1) \\ T_{\text{brake}}(k+1) &= 0 \end{aligned} \right\}, u(k+1) \geq 0 \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{engine}}(k+1) &= 0 \\ T_{\text{brake}}(k+1) &= K_{\text{brake}} u(k+1) \end{aligned} \right\}, u(k+1) < 0 \quad (36)$$

式中: K_{engine} 和 K_{brake} 分别为驱动系统和制动系统控制量的放大系数。

3 仿真结果及分析

本节采用汽车动力学仿真软件 CarSim 对所提出的全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制策略的可行性和有效性进行验证。如图 5 所示,采用 m 语言编程实现泊车轨迹规划模块,离线计算目标泊车轨迹;在 Matlab/Simulink 环境下编程实现泊车路径跟踪控制模块和泊车速度跟踪控制模块,并将其无缝连接到汽车动力学仿真软件 CarSim,构成全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制策略的闭环仿真验证系统^[24]。

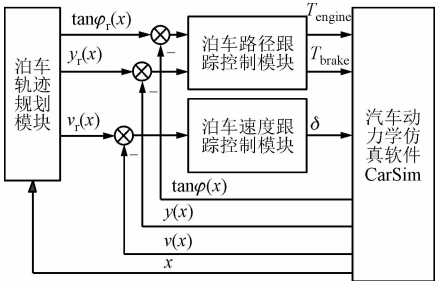


图 5 闭环仿真验证系统结构框图

在仿真过程中,汽车动力学仿真软件 CarSim 的路面附着系数设置为 1,汽车参数如表 1 所示。

表 1 汽车参数

参数	数值	参数	数值
L_c/m	4.155	L_r/m	0.950
W/m	1.645	$v_{\text{max}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.000
L/m	2.405	$a_{\text{max}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	2.000
T_f/m	1.405	$j_{\text{max}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-3})$	3.000
T_r/m	1.385	$\delta_{\text{max}}/\text{rad}$	0.524
L_f/m	0.800	$\omega_{\text{max}}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	0.524

3.1 平行泊车仿真工况

在平行泊车仿真工况中,泊车位长度和宽度分别设置为 $L_s=6.441\text{ m}$ 和 $W_s=1.834\text{ m}$,泊车起始点的坐标分别设置为 $[3\text{ m},2\text{ m}]$, $[3\text{ m},3\text{ m}]$, $[4\text{ m},3\text{ m}]$ 和 $[5\text{ m},5\text{ m}]$,泊车轨迹规划模块输出的目标泊车路径如图 6 所示。

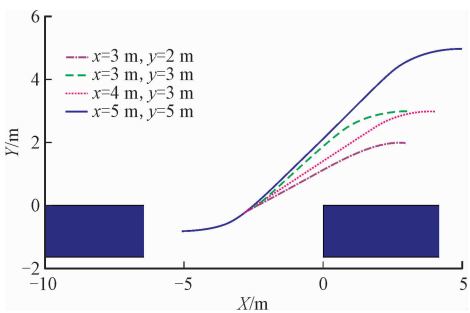
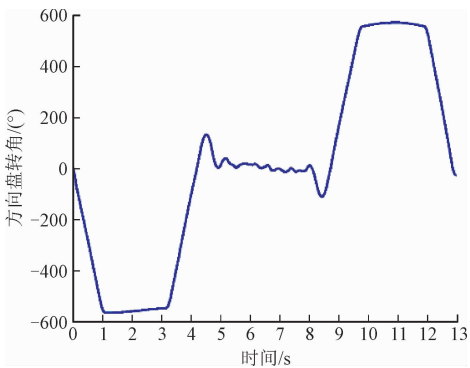


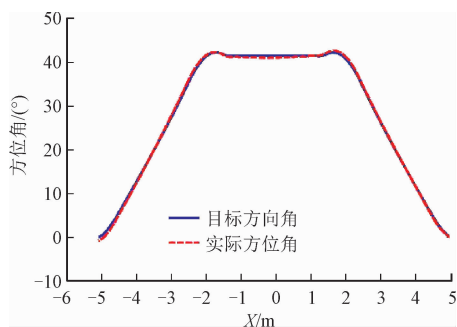
图 6 不同平行泊车起始点对应的目标泊车路径

由图 6 可见,泊车轨迹规划模块针对不同的平行泊车起始点,均可以规划出可行的目标泊车路径,安全、无碰撞的引导车辆进入平行泊车位。下面以泊车起始点 $[5\text{ m},5\text{ m}]$ 对应的目标泊车路径为例,仿真验证泊车路径跟踪控制模块和泊车速度跟踪控制模块,仿真结果如图 7~图 9 所示。

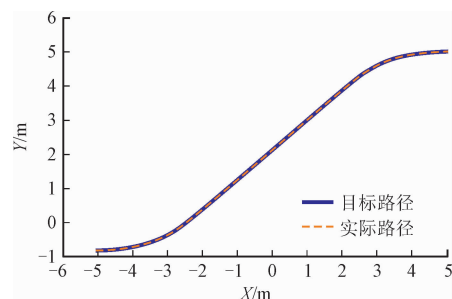
由图 7 可知,汽车方向盘转角连续平稳变化,平



(a) 汽车方向盘转角

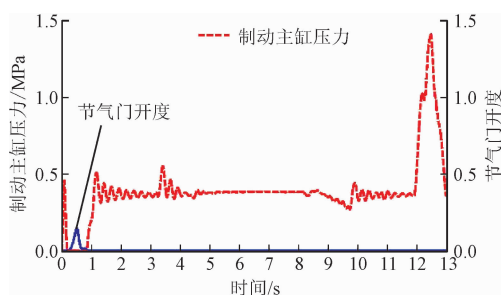


(b) 汽车方位角

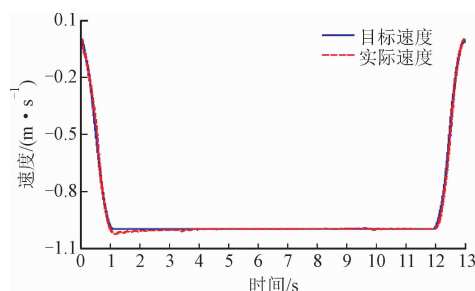


(c) 目标路径与实际路径

图7 平行泊车路径跟踪控制仿真结果



(a) 速度控制信号



(b) 车速

图8 平行泊车速度跟踪控制仿真结果

行泊车过程中无原地转向现象,并且泊车路径跟踪模块可以快速、精确、稳定的跟踪平行泊车路径。由图8可见,泊车速度跟踪模块可以实现泊车速度的快速、精确、稳定的跟踪控制。由图9可见,所设计的全自动泊车系统控制策略可以在泊车位长度充足时,使汽车安全、舒适、精确地停放在平行泊车位。

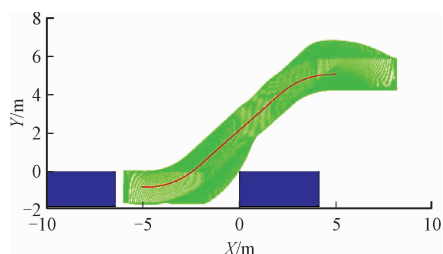


图9 平行泊车实际路径的汽车包络线

3.2 垂直泊车仿真工况

在垂直泊车仿真工况中,泊车位长度和宽度分别设置为 $L_s=2.400\text{ m}$ 和 $W_s=4.300\text{ m}$,泊车起始点的坐标分别设置为 $[1\text{ m}, 1.5\text{ m}]$, $[2\text{ m}, 1.5\text{ m}]$, $[2\text{ m}, 2.5\text{ m}]$ 和 $[1\text{ m}, 2.5\text{ m}]$,泊车轨迹规划模块输出的目标泊车路径如图10所示。

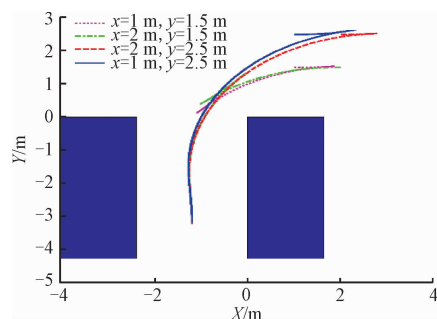
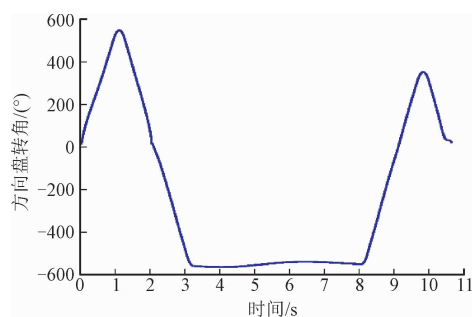


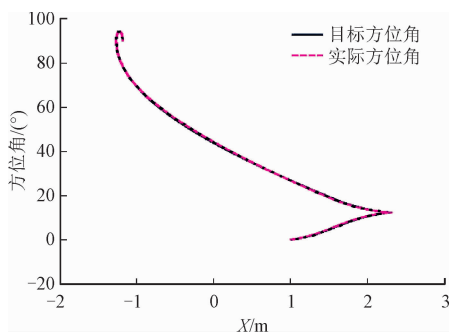
图10 不同垂直泊车起始点对应的目标泊车路径

由图10可见,泊车轨迹规划模块针对不同的垂直泊车起始点,均可以规划出可行的目标泊车路径。以泊车起始点 $[1\text{ m}, 2.5\text{ m}]$ 对应的目标泊车路径为例,仿真验证泊车路径跟踪控制模块和泊车速度跟踪控制模块,仿真结果如图11~图13所示。

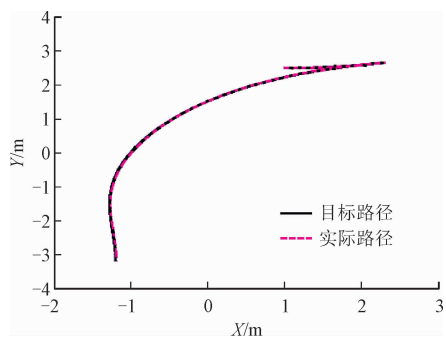
由图11可见,汽车方向盘转角在垂直泊车过程中无原地转向现象,并且泊车路径跟踪模块可以快速、精确、稳定地跟踪垂直泊车路径。由图12可见,泊车速度跟踪模块可以快速、精确、稳定地跟踪控制目标泊车速度。由图13可见,所设计的全自动泊车系统控制策略可以在泊车位宽度充足时,使汽车安全、舒适、精确地停放在垂直泊车位。



(a) 汽车方向盘转角

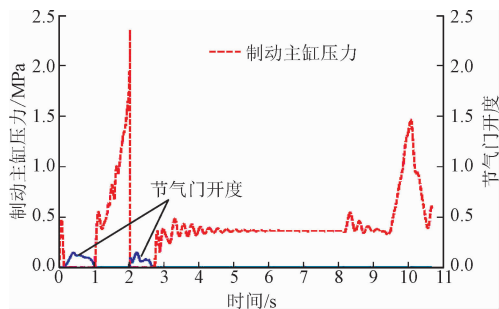


(b) 汽车方位角

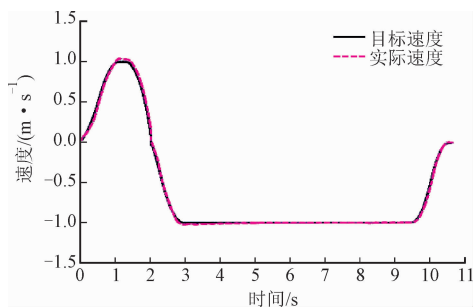


(c) 目标路径与实际路径

图 11 垂直泊车路径跟踪控制仿真结果



(a) 速度控制信号



(b) 车速

图 12 垂直泊车速度跟踪控制仿真结果

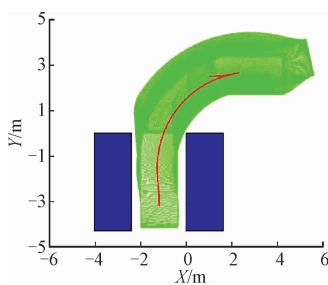


图 13 垂直泊车实际路径的汽车包络线

平行泊车和垂直泊车轨迹规划问题数学描述,并通过 hp 自适应伪谱法将其转化成非线性规划问题进行求解。随后,选择汽车后轴中点的横向位移量作为非时间参量,将泊车轨迹跟踪控制问题解耦成了泊车路径跟踪控制问题和泊车速度跟踪控制问题,并基于有限时间稳定性理论设计了泊车路径跟踪快速终端滑模控制律,以及基于“比例+积分”平滑切换准则设计了泊车速度跟踪控制律。最后,仿真验证所提出的全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制方法的可行性和有效性,结果表明:针对不同泊车起始点,所提出的方法均可以规划出满足约束条件的最短泊车轨迹,并能够精确地控制汽车沿着规划的轨迹自动完成泊车操作。

下一步研究将优化 hp 自适应伪谱法的运算效率,并搭建硬件在环和实车测试环境,进一步验证所提出的全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制策略的可行性和有效性。

参考文献:

- [1] ZIPS P, BOCK M, KUGI A. Optimisation based path planning for car parking in narrow environments [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2016, 79: 1-11.
- [2] DU Xinxin, TAN K K. Autonomous reverse parking system based on robust path generation and improved sliding mode control [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2015, 16 (3): 1225-1237.
- [3] 朴昌浩, 禄盛, 张艳, 等. 自动泊车系统设计 [M]. 北京: 科学出版社, 2014: 4-7.
- [4] ZHAO Yanan, COLLINS E G. Robust automatic parallel parking in tight spaces via fuzzy logic [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2005, 51 (2/3): 111-127.
- [5] RYU Y, OH S, KIM S. Robust automatic parking without odometry using an evolutionary fuzzy logic controller [J]. International Journal of Control Automation and Systems, 2008, 6(3): 434-443.

4 结 论

本文提出了一种基于 hp 自适应伪谱法的全自动泊车系统轨迹规划与跟踪控制方法。首先,建立

- [6] ZHENG Guoqiang, LIANG Zhao, LI Jishun. Optimization of an intelligent controller for parallel autonomous parking [J]. *Telkomnika: Indonesian Journal of Electrical Engineering*, 2013, 11(2): 1069-1075.
- [7] XU Ying, LU Zefeng, SHAN Xin, et al. Study on an automatic parking method based on the sliding mode variable structure and fuzzy logical control [J]. *Symmetry*, 2018, 10(10): 523-535.
- [8] 李占江. 车辆自动泊车的模糊控制方法研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2007: 29-48.
- [9] 姜辉. 自动平行泊车系统转向控制策略的研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2010: 25-35.
- [10] GOMEZ-BRAVO F, CUESTA F, OLLERO A. Parallel and diagonal parking in nonholonomic autonomous vehicles [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2001, 14(4): 419-434.
- [11] XU Jin, XIE Ming, LU Jiangzhou. Duplex motion planning strategy for automatic manoeuvre of vehicle in complex environment [C]// *Proceedings of the 2001 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2001: 292-297.
- [12] YAMAMOTO M, HAYASHI Y, MOHRI A. Garage parking planning and control of car-like robot using a real time optimization method [C]// *The 6th IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning: From Nano to Macro Assembly and Manufacturing*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 248-253.
- [13] LI Bai, WANG Kexin, SHAO Zhijian. Time optimal maneuver planning in automatic parallel parking using a simultaneous dynamic optimization approach [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, 17(11): 3263-3274.
- [14] 郭奕瑾. 自主泊车系统轨迹规划及实现 [D]. 成都: 西南交通大学, 2017: 182-191.
- [15] 赵海兰. 全自动平行泊车路径规划及路径跟踪研究 [D]. 山东淄博: 山东理工大学, 2017: 27-36.
- [16] 李潇傲. 基于 Gauss 伪谱法的泊车轨迹规划算法 [D]. 上海: 上海交通大学, 2015: 19-38.
- [17] LI Bai, SHAO Zhijiang. A unified motion planning method for parking an autonomous vehicle in the presence of irregularly placed obstacles [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2015, 86: 11-20.
- [18] 江浩斌, 施凯津, 华一丁, 等. 基于 hp 自适应伪谱法的智能汽车紧急变道轨迹规划与优化 [J]. *中国公路学报*, 2019, 32(6): 71-78.
- JIANG Haobin, SHI Kaijin, HUA Yiding, et al. Lane-changing trajectory planning and optimization for intelligent vehicle through hp-adaptive pseudospectral method [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2019, 32(6): 71-78.
- [19] 王海涛, 李军营, 梁立威, 等. 基于 hp 适应 Radau 伪谱法的再入飞行器轨迹优化 [J]. *科学技术与工程*, 2015, 15(2): 165-171.
- WANG Haitao, LI Junying, LIANG Liwei, et al. Track optimizing for reentry vehicle based on hp-adaptive Radau pseudospectral method [J]. *Science Technology and Engineering*, 2015, 15(2): 165-171.
- [20] DARBY C L, HAGER W W, RAO A V. An hp-adaptive pseudospectral method for solving optimal control problems [J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 2011, 32(4): 476-502.
- [21] HE Shaoming, LIN Defu. Adaptive nonsingular sliding mode based guidance law with terminal angular constraint [J]. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2014, 15(2): 146-152.
- [22] YU S H, YU X H, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode [J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [23] THRUN S, MONTEMERLO M, DAHLKAMP H, et al. Stanley: the robot that won the DARPA grand challenge [J]. *Journal of Field Robotics*, 2006, 23(9): 661-692.
- [24] 蒙昊蓝, 陈君毅, 左任婧, 等. 智能汽车自主泊车系统测试方法 [J]. *中国公路学报*, 2019, 32(6): 158-168.
- MENG Haolan, CHEN Junyi, ZUO Renjing, et al. Test method of automated valet parking system for intelligent vehicles [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2019, 32(6): 158-168.

(编辑 刘杨)