

DOI: 10.7652/xjtuxb201909006

三维叶盘失谐模态分析的摄动降阶方法

周子宣^{1,2}, 徐自力^{1,2}

(1. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 710049, 西安;

2. 西安交通大学航天航空学院, 710049, 西安)

摘要: 针对失谐叶盘结构振动局部化引起的叶盘高周疲劳会对叶片安全性产生不利影响, 真实叶盘结构的细节较多、网格划分后的节点数目庞大、模态计算的效率较低等问题, 提出了一种摄动降阶方法。将叶盘刚度阵和质量阵分为谐调部分与失谐部分, 利用固定界面模态综合法中的坐标降阶转换关系, 将已知的原始结构中的失谐部分转换为降阶结构中对应的改变量。通过摄动方法, 循环利用谐调模态信息, 将失谐叶盘模态的求解转化为失谐矩阵与谐调矩阵的乘积形式, 快速计算对应失谐分布下的叶盘固有频率与振型。对 Rotor #67 压气机叶盘进行计算, 结果表明: 相对于完整求解方法, 摄动降阶算法的频率计算误差低于 0.3%, 模态位移计算误差小于 0.25%; 摄动降阶法的模态计算时间最高为常规降阶法的 30%, 说明在满足工程计算精度的要求下, 所提方法能大幅提高失谐叶盘模态的计算效率。

关键词: 失谐叶盘; 模态分析; 摄动降阶

中图分类号: TK05 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)09-0042-07

A Perturbed Order-Reduction Method for Modal Analysis of 3-D Blade Disk with Mistuning

ZHOU Zixuan, XU Zili

(1. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Aerospace Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The high-cycle fatigue of mistuned blade disks caused by vibration localization has adverse effects on safety of the blades. A real blisk structure contains many details, so if FEM is used, the number of nodes in the mesh is so large that the modal computation efficiency is low. In order to solve this problem, a perturbed order-reduction method is proposed in this paper. Firstly, the blade disk's stiffness and mass matrixes are divided into two components: the tuned component and the mistuned component. Then, the mistuned component of the original structure is transformed into the corresponding change in the order-reduced structure by using coordinate order-reduction transformation relationship in the fixed interface modal synthesis method. The coordinated modal information is repeatedly used by the perturbation method. The solution of mistuned blade disk modal is transformed into the product of tuning matrix and mistuning matrix, and the natural frequencies and modals of blade disk under mistuned distribution are calculated efficiently. A Rotor 67 compressor blade disk is taken as the calculating example, and the

收稿日期: 2019-03-21。 作者简介: 周子宣(1993—),男,硕士生;徐自力(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51675406)。

网络出版时间: 2019-07-08

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20190706.1232.008.html>

computation results show that the frequency calculation error of the perturbed order-reduction method is less than 0.3% and the modal displacement calculation error is less than 0.25%. The modal calculation time of the perturbed order-reduction method is 30% that of the conventional order-reduction method. It is concluded that this method can greatly improve the efficiency of modal calculation of mistuned blade disk under the requirement of engineering calculation accuracy.

Keywords: mistuned blade disk; modal analysis; perturbation order-reduction

理想情况下,整体叶片轮盘具有循环对称性,并且每个扇区具有相同的几何形状和材料特性,因此可利用单个扇区的模型计算整体叶盘系统结构振动特性。然而,各个扇区的结构特性会由于制造公差、运行磨损等因素引入偏差,这种偏差称为失谐,失谐会导致振动能量集中和强迫振动响应幅值的急剧增加^[1-2]。因此,在叶盘设计过程中,须考虑失谐的影响,以防止由于结构高周疲劳引起的失效。早期失谐叶盘的研究主要利用集中参数模型和连续参数模型^[3-4],分析结构参数对局部化程度的影响规律,但模型过于简化,无法直接对应较为复杂的叶片轮盘结构。随着计算机硬件的发展,逐渐利用三维实体有限元模型对轮盘结构进行分析^[5]。Kan等利用完整有限元模型分析了Rotor #67失谐叶盘在科氏力作用下的响应特征^[6],但由于复杂叶盘整体有限元模型包含大量自由度,对其进行完整计算分析需耗费大量资源,计算效率较低。

因此,有学者开发了各种降阶模型^[7-9],在准确预测失谐叶盘振动特性的同时显著减少计算量。Bhartiya等利用降阶模型,从统计学角度给出了失谐分布与失谐频率之间的对应关系,但其简化程度较高,不适合针对复杂模型进行精确分析^[10]。Madden等深入讨论了CMM方法中各参数对求解精度的影响^[11]。徐自力等利用多重模态降阶方法对大型复杂叶盘转子结构进行了模态求解,与实验结果基本一致,具有较高的精度^[12]。

由于失谐量是随机产生的,需要计算多种不同失谐分布情况下的叶盘模态,从而最大限度预测叶盘最危险的振动情况。利用常规有限元降阶方法能在一定程度上提高计算效率,但在失谐分布情况发生变化后,需对叶盘整体重新进行降阶并求解特征值,计算多种失谐分布下叶盘模态的时间成本仍然巨大。

本文提出了一种摄动降阶方法,该方法将失谐叶盘分为谐调部分与失谐部分,利用单次降阶结果,结合不同的失谐改变量,通过摄动方法将模态求解转

化为摄动量与谐调矩阵乘积形式,省去了常规降阶方法中重新降阶与求解环节,从而提高了计算效率。

1 降阶方法

谐调叶盘周向各叶片与对应的轮盘满足循环对称特征,为降低模型处理的复杂程度,将相邻两只叶片的中心分割面作为扇区边界,划分得到若干几何形状相同的扇区。将叶盘扇区作为基本子结构可避免对形式相同的扇区质量刚度矩阵重复降阶,从而提高计算效率。

对单个叶片扇区采用固定界面模态综合法^[13]进行降阶,子结构的原始振动微分方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}$ 为子结构质量矩阵; $\mathbf{K}$ 为子结构刚度矩阵; $\mathbf{f}$ 为子结构界面力矩阵。

将运动方程中的刚度矩阵、质量矩阵和界面力按子结构内部和对接界面自由度分块,则运动微分方程可写为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^{\text{II}} & \mathbf{M}^{\text{IF}} \\ \mathbf{M}^{\text{FI}} & \mathbf{M}^{\text{FF}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}^{\text{I}} \\ \ddot{\mathbf{u}}^{\text{F}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{\text{II}} & \mathbf{K}^{\text{IF}} \\ \mathbf{K}^{\text{FI}} & \mathbf{K}^{\text{FF}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{\text{I}} \\ \mathbf{u}^{\text{F}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{u}^{\text{I}}$ 为需缩减的内部节点自由度; $\mathbf{u}^{\text{F}}$ 为子结构对接界面自由度; $\mathbf{f}$ 为子结构的界面力。

采用固定界面模态综合法时,将子结构内部任意节点位移表示为界面固定时的节点位移与界面位移相对节点的牵连位移之和,即

$$\mathbf{u}^{\text{I}} = \sum_{i=1}^n \Psi^{\text{a}} q_i + \sum_{j=1}^{n_{\text{f}}} \Psi^{\text{c}}_j \mathbf{u}^{\text{F}}_j \quad (3)$$

式中: Ψ^{a} 为界面节点固定时的主模态; Ψ^{c} 为界面发生位移后的约束模态; n 为主模态数目; n_{f} 为约束模态数目。由主模态与约束模态定义可得

$$(\mathbf{K}^{\text{II}} - \mathbf{\Lambda} \mathbf{M}^{\text{II}}) \Psi^{\text{a}} = \mathbf{0} \quad (4)$$

$$\Psi^{\text{c}} = -\mathbf{K}^{\text{II}-1} \mathbf{K}^{\text{IF}} \quad (5)$$

式中 $\mathbf{\Lambda}$ 为子结构特征值对角阵。

在结构振动分析中,由于只关注小部分低阶次的主模态,在此选取主模态 Ψ^{a} 的前 k 阶 Ψ^k ,则子结构内部节点位移的降阶关系可表示为

$$u = \begin{bmatrix} \Psi^k & \Psi^c \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^k \\ u^F \end{bmatrix} = Tq \quad (6)$$

式中 T 称为降阶转换矩阵。将式(6)代入式(2)并左乘 T^T , 可得

$$\bar{M}\ddot{q} + \bar{K}q = \bar{f} \quad (7)$$

式中: $\bar{M} = T^T M T$; $\bar{K} = T^T K T$; $\bar{f} = T^T f$ 。

至此, 已完成了子结构降阶, 在考虑叶盘失谐问题时, 由于失谐分布存在极大的随机性, 难以通过准确的数学方法描述具体分布特征, 所以通过在叶盘扇区弹性模量 E_i 的基础上添加一个小参数变量 ϵ_i^k , 在宏观上模拟叶盘实际的刚度失谐。失谐后扇区子结构的刚度矩阵 K_i^* 可表示为

$$K_i^* = (1 + \epsilon_i^k) E_i A = \bar{K}_i + \epsilon_i^k \bar{K}_i \quad (8)$$

式中 $A = \frac{1}{E_i} \bar{K}_i$ 。

同样地, 当失谐形式为质量失谐时, 失谐后扇区子结构的质量矩阵 M_i^* 可表示为

$$M_i^* = (1 + \epsilon_i^m) \rho_i B = \bar{M}_i + \epsilon_i^m \bar{M}_i \quad (9)$$

式中: $B = \frac{1}{\rho_i} \bar{M}_i$; ϵ_i^m 为密度改变量。

对刚度阵和质量阵, 可利用式(6)中的转换矩阵进行重新降阶, 得到广义坐标下带有失谐改变量的子结构振动微分方程

$$(\bar{M}_i + \epsilon_i^m \bar{M}_i) \ddot{q}_i + (\bar{K}_i + \epsilon_i^k \bar{K}_i) q_i = \bar{f}_i \quad (10)$$

叶盘中将每个扇区作为一个子结构, 系统的子结构与叶片数目 N 相同, 对接形式如图1所示。根据位移协调条件, 第 i 个子结构的左界面与第 $i+1$ 个子结构的右界面位移一致; 根据力平衡条件, 第 i 个子结构的左界面力与第 $i+1$ 个子结构的右界面力之和为0。由 N 个子结构组成的整体叶盘振动微分方程可表示为

$$(\bar{M}_s + \epsilon^* \bar{M}_p) \ddot{Q} + (\bar{K}_s + \epsilon^* \bar{K}_p) Q = 0 \quad (11)$$

式中

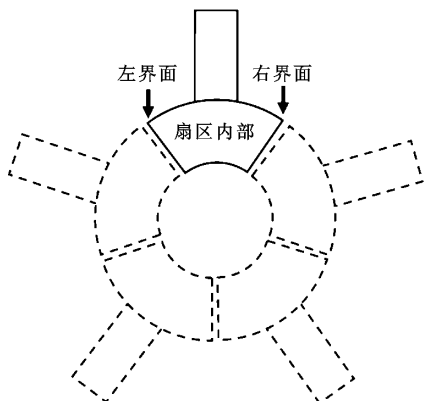


图1 叶盘扇区对接示意

$$\bar{M}_s = D^T \text{diag} \{ \bar{M}_1 \quad \cdots \quad \bar{M}_i \quad \cdots \quad \bar{M}_N \} D \quad (12)$$

$$\bar{K}_s = D^T \text{diag} \{ \bar{K}_1 \quad \cdots \quad \bar{K}_i \quad \cdots \quad \bar{K}_N \} D \quad (13)$$

为方便级数展开, 将多个子结构失谐量矩阵构成的整体失谐改变矩阵统一表示为一小参数 ϵ^* 与矩阵乘积的形式

$$\epsilon^* \bar{K}_p = D^T \text{diag} \{ \epsilon_1^k \bar{K}_1 \quad \cdots \quad \epsilon_i^k \bar{K}_i \quad \cdots \quad \epsilon_N^k \bar{K}_N \} D \quad (14)$$

$$\epsilon^* \bar{M}_p = D^T \text{diag} \{ \epsilon_1^m \bar{M}_1 \quad \cdots \quad \epsilon_i^m \bar{M}_i \quad \cdots \quad \epsilon_N^m \bar{M}_N \} D \quad (15)$$

$$D = \begin{bmatrix} D_0 & & \\ & D_i & \\ & & D_{N-1} \\ I & & \end{bmatrix}; D_0 = \begin{bmatrix} I & \\ & I \end{bmatrix}; D_i = \begin{bmatrix} I & \\ & I \end{bmatrix} \quad (16)$$

利用式(11)可分别单独表示降阶叶盘矩阵的谐调部分及失谐部分。对于不同失谐情况, 给定各扇区的 ϵ_i^k 或 ϵ_i^m 后, 只需利用原谐调叶盘降阶结果, 乘以相应系数并组装, 即可得到失谐后叶盘的整体刚度阵和质量阵, 叶盘的特征方程可表示为

$$(\bar{K}_s + \epsilon^* \bar{K}_p) \Phi_p = \Lambda_p (\bar{M}_s + \epsilon^* \bar{M}_p) \Phi_p \quad (17)$$

式中: Φ_p 、 Λ_p 分别为失谐叶盘特征向量、特征值矩阵。将第 i 阶失谐模态振型与频率按 ϵ^* 进行展开。由于叶盘失谐为小量, 保留 ϵ^* 的1次项进行近似计算, 即

$$\Phi_p^i = \Phi_s^i + \epsilon^* \Phi_i^i + o(\epsilon^2) \quad (18)$$

$$\Lambda_p^i = \Lambda_s^i + \epsilon^* \Lambda_i^i + o(\epsilon^2) \quad (19)$$

式中 Φ_s^i 、 Λ_s^i 为谐调叶盘特征向量与特征值矩阵。

将式(18)(19)代入式(17), 利用待定系数法, 等式两端 ϵ 的1次项系数应相等, 即

$$\bar{K}_s \Phi_i^i + \bar{K}_p \Phi_s^i = \Lambda_s^i \bar{M}_s \Phi_i^i + \Lambda_s^i \bar{M}_p \Phi_s^i + \Lambda_i^i \bar{M}_s \Phi_s^i \quad (20)$$

整理得

$$\Lambda_i^i = \frac{\Phi_s^{iT} \bar{K}_p \Phi_s^i}{\Phi_s^{iT} \bar{M}_s \Phi_s^i} - \Lambda_s^i \frac{\Phi_s^{iT} \bar{M}_p \Phi_s^i}{\Phi_s^{iT} \bar{M}_s \Phi_s^i} \quad (21)$$

将式(21)代入式(19)即可得失谐后叶盘的固有频率。将失谐后的叶盘模态振型变化部分 Φ_i^i 按照谐调叶盘模态振型 Φ_s^i 展开, 可得

$$\Phi_i^i = \sum_{j=1}^{n_s} C^j \Phi_s^j \quad (22)$$

式中: C^j 为对应项系数; n_s 为截取的谐调模态振型数量。

将式(22)代入式(20)并左乘 Φ_s^{iT} , 可得

$$\Phi_s^{iT} \bar{K}_0 \sum_{j=1}^{n_s} C^j \Phi_s^j + \Phi_s^{iT} \bar{K}_p \Phi_s^i =$$

$$\mathbf{A}_s^i \boldsymbol{\Phi}_s^{iT} \overline{\mathbf{M}}_s \sum_{j=1}^{n_s} C^j \boldsymbol{\Phi}_s^j + \mathbf{A}_s^i \boldsymbol{\Phi}_s^{iT} \overline{\mathbf{M}}_p \boldsymbol{\Phi}_s^i + \mathbf{A}_1^i \boldsymbol{\Phi}_s^{iT} \overline{\mathbf{M}}_s \boldsymbol{\Phi}_s^i \tag{23}$$

当 $i \neq j$ 时,利用正交振型规范条件可得

$$C^j = \frac{\boldsymbol{\Phi}_s^{iT} (\overline{\mathbf{K}}_p - \mathbf{A}_s^i \overline{\mathbf{M}}_p) \boldsymbol{\Phi}_s^j}{\mathbf{A}_s^i - \mathbf{A}_s^j}, \quad i \neq j \tag{24}$$

当 $i = j$ 时,利用正交振型规范条件可得

$$C^j = \boldsymbol{\Phi}_s^{iT} \overline{\mathbf{M}}_s \boldsymbol{\Phi}_s^i, \quad i = j \tag{25}$$

由上述推导可以看出,将整体振动方程中失谐量与谐调量分离表示后,对于不同失谐形式,只需改变失谐部分系数 ϵ_i^k 或 ϵ_i^m ,即可直接利用降阶的失谐量矩阵与谐调振型向量的乘积形式计算失谐叶盘的固有频率与振型,该方法称为摄动降阶方法。

2 失谐叶盘模态计算

以 NASA Rotor #67 叶盘^[14]为研究对象,采用摄动降阶法对失谐叶盘进行模态分析。叶盘整体结构如图 2 所示,叶盘整体结构共包含 22 个叶片扇区,每个扇区自由度为 5.8 万,整个叶盘自由度为 128 万。



图 2 失谐叶盘整体结构

常规降阶方法与摄动降阶法计算流程对比如图 3 所示,在利用摄动降阶方法进行计算时,按照图 3 左侧流程进行。提取单个谐调扇区结构的刚度阵和质量阵,并采用模态综合法进行降阶,得到缩聚后的扇区刚度矩阵 $\overline{\mathbf{K}}$ 及质量矩阵 $\overline{\mathbf{M}}$ 并求得谐调叶盘模态结果。定义单个扇区刚度失谐量为 $\epsilon \overline{\mathbf{K}}$,则单个失谐扇区的刚度矩阵为 $\overline{\mathbf{K}} + \epsilon \overline{\mathbf{K}}$ 。叶盘各扇区失谐量 ϵ 分布如图 4 所示,服从均值为 0、标准差为 0.01 的正态随机分布,失谐量的标准差表示其离散程度,文中将标准差统一称为失谐强度。将所有扇区的刚度矩阵通过式(14)进行组装,即得到叶盘整体失谐刚度矩阵 $\overline{\mathbf{K}}_s + \epsilon^* \overline{\mathbf{K}}_p$,将叶盘整体失谐刚度矩阵与谐调模态结果进行摄动求解,即可得到失谐叶盘的固有

频率与振型。在计算不同失谐量分布形式下的叶盘模态时,不需更新扇区谐调缩聚矩阵,只需重复图 3 左侧虚线框内的计算流程,给出不同初始失谐量 ϵ ,重新组装得到整体失谐刚度矩阵,即可利用摄动求解法得到对应失谐形式下的模态结果。通过上述讨论可知,摄动降阶方法基于失谐改变量相对于整体刚度为小量的前提,满足该假设前提下的叶盘失谐模态求解方可利用此方法。

而在利用常规降阶方法(模态综合法)计算失谐叶盘模态时,计算按照图 3 右侧流程进行,在计算不同失谐分布情况下的叶盘模态时,需要重新定义失谐量并进行降阶。得到整体失谐矩阵后,再进行完整的特征值求解过程。摄动方法的优势在于利用了已有的谐调叶盘模态结果,只需考虑变化的失谐部分,将失谐频率与振型转化为式(21)、式(25)的矩阵乘积形式,计算速度高于完整矩阵特征值求解过程的速度,有效提高了失谐叶盘模态计算效率。

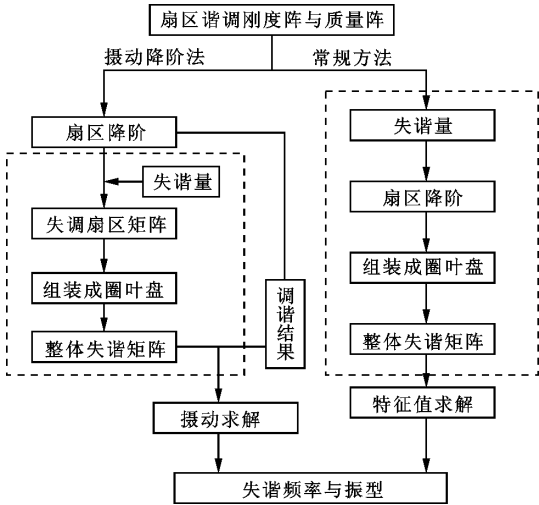


图 3 摄动降阶方法与常规计算方法流程对比

随机失谐量分布情况如图 4 所示,设定保留的模态阶次 Ψ^k 为 100。利用摄动降阶法计算得到了该叶盘前 100 阶固有频率,对于同样模型,分别利用完整非降阶方法与模态综合法计算得到失谐叶盘的

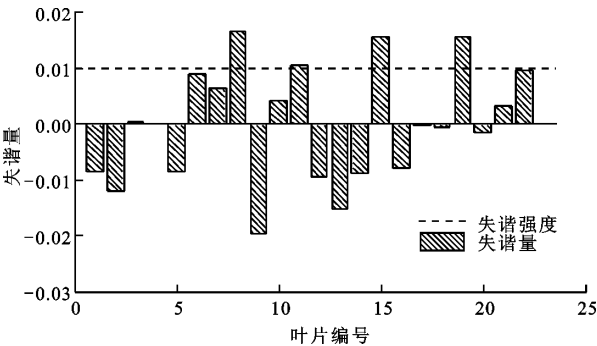


图 4 随机失谐量分布情况

相同阶次固有频率,3 种计算结果如图 5 所示,可知摄动降阶法的计算结果与完整法计算结果相吻合,叶盘频率分布呈现明显的阶梯特征,不同阶梯处分别对应不同的叶片振动阶次,在各个阶梯之间存在若干个叶片与轮盘相互耦合的过渡模式。

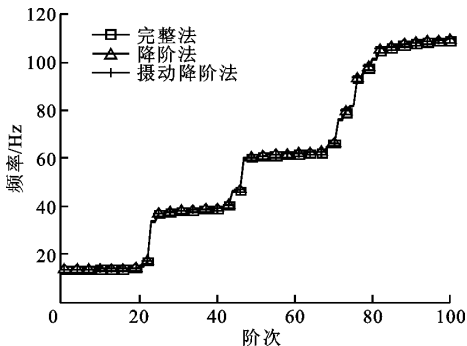
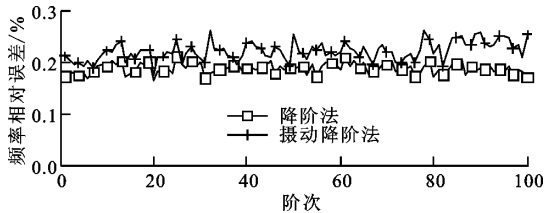


图 5 叶盘前 100 阶模态频率分布

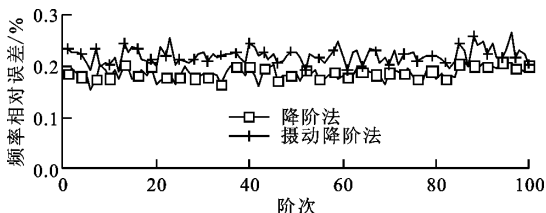
以完整法计算结果为基准,分别作出常规降阶方法与摄动降阶法计算前 100 阶模态频率的相对误差,固有频率计算相对误差随失谐强度 σ 的变化如图 6 所示。由图 6 可知:失谐强度为 0.01 时,摄动降阶法对固有频率的计算误差可以保持在 0.25% 以下;失谐强度增大至 0.02 后,摄动降阶法计算误差出现一定波动,大部分频率的计算误差仍维持在 0.3% 以下;失谐强度为 0.03 时,根据统计学原理,失谐量最大将达到 6%,叶片间刚度的误差已达到极端值,实际工况下已很难发生,误差仍控制在 0.3% 左右,说明该算法在失谐强度为 0.03 以内时具有较好的精度稳定性。

失谐强度为 0.01 时分别统计了 3 种方法计算前 100 阶模态的耗时,如表 1 所示。当 Ψ^k 取为 100 时,完整法计算时间为 320 s;常规降阶法计算时间为 34.5 s,约为完整法计算时间的 9.4%;摄动降阶法计算时间为 11.2 s,约为完整法的 3.5%。常规降阶法采用完整矩阵特征值来求解,而摄动降阶法采用失谐矩阵与谐调矩阵乘积的形式计算特征值,其计算效率高于常规降阶法。

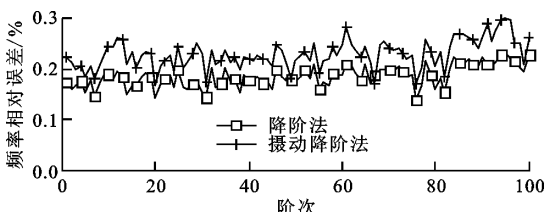
当 Ψ^k 数目由 100 增至 800 时,利用常规降阶方法计算时,特征值求解的时间复杂度为 $O(n^3)$ ^[15],降阶整体矩阵维度变为原来的 8 倍,计算时间将显著增加,总耗时由 34.5 s 增至 185.2 s。摄动降阶法仅计算振型向量与矩阵的乘积,计算复杂度为 $O(n^2)$,计算耗时相对于常规降阶法大大降低,总耗时仅由 11.2 s 增至 24.2 s。摄动降阶法在较高的主模态数目下,计算失谐叶盘固有频率仍具有较高的效率。



(a) $\sigma=0.01$



(b) $\sigma=0.02$



(c) $\sigma=0.03$

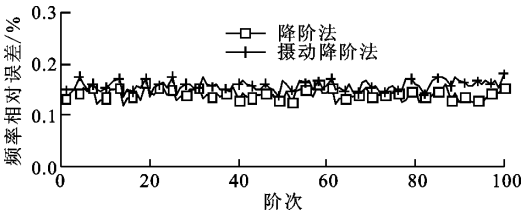
图 6 固有频率计算相对误差随失谐强度的变化

表 1 不同方法的固有频率计算时间

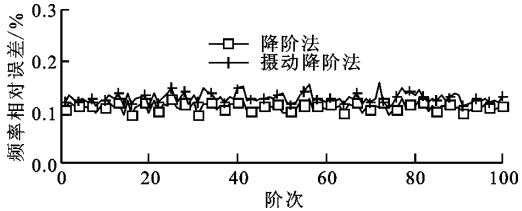
Ψ^k	计算时间/s		
	完整法	常规降阶法	摄动降阶法
100	320	34.5	11.2
200	320	52.3	13.0
400	320	99.9	17.9
800	320	185.2	24.2

进一步讨论保留主模态阶数对计算精度的影响,失谐强度为 0.01 时,将保留的主模态阶数分别增至 200、400 后,再次对比了摄动降阶法与常规降阶法的计算误差,如图 7 所示。当 $k=200$ 时,摄动降阶法的计算误差波动程度较图 6b 降低至 0.2% 以下。提高 Ψ^k 数至 400,摄动降阶方法计算误差进一步降至 0.15% 以下。较多主模态数可以保留更多的子结构振型信息,摄动降阶法利用该部分原始数据对失谐结构进行求解,故提高 Ψ^k 数可显著降低摄动降阶法的计算误差。考虑整体前 100 阶模态可满足分析需求,保留主模态 Ψ^k 数为整体模态数目的 4 倍时,即可保证较高的计算精度。

为突出失谐特征对振型的影响,取各叶片叶尖处节点位移进行讨论,节点位置如图 8 所示。将 22



(a) $\Psi^k=200$



(b) $\Psi^k=400$

图 7 各阶模态频率计算相对误差随 Ψ^k 数的变化

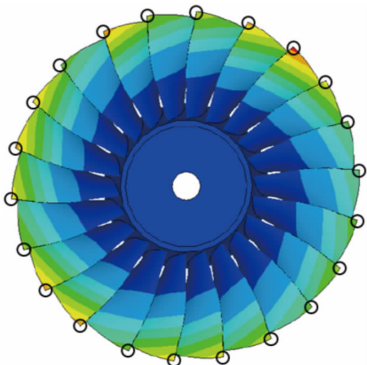
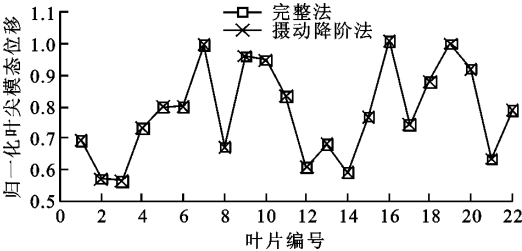


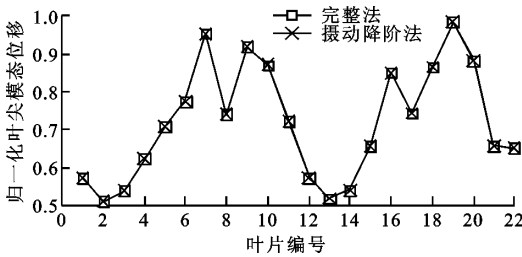
图 8 完整法第 2 阶模态位移云图与叶尖节点位置示意

只叶片按照顺时针顺序依次编号为 1~22,分别提取完整法与摄动降阶法计算得到的叶盘第 2 阶与第 3 阶模态中叶尖相同位置的模态位移,不同阶次下摄动降阶方法模态位移计算结果图 9 所示,可知摄动降阶方法计算结果与完整法的结果吻合,叶盘发生失谐后,相邻叶尖模态位移出现突变,发生了模态局部化现象。

保持失谐强度为 0.03,统计了第 7、14、21 只叶片叶尖前 100 阶归一化模态位移的计算误差,叶尖节点归一化模态位移计算误差如图 10 所示,可知计算误差基本小于 0.25%,其中第 20、40、70 阶左右计算误差波动较为明显。对比图 5 可知,该模态阶



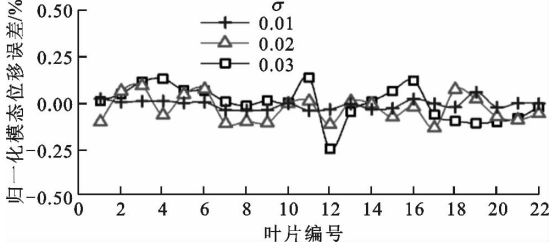
(a) 阶次为 2



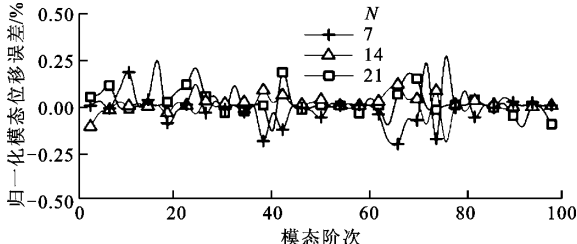
(b) 阶次为 3

图 9 不同阶次下摄动降阶方法模态位移计算结果

次属于叶片轮盘耦合过渡模态,此时耦合作用使振动的非线性性质显著,而摄动方法以线性展开逼近精确解,此区域的计算误差有所波动,但总体依然保持在 0.25% 以下,满足工程计算精度要求。



(a) 阶次为 22



(b) $\sigma=0.03$

图 10 叶尖节点归一化模态位移计算误差

3 结 论

本文提出了一种用于计算失谐叶盘模态的摄动降阶方法,以 Rotor # 67 叶盘作为算例进行验证。在随机失谐强度为 0.01 时,摄动降阶方法对前 100 阶频率计算误差在 0.15% 以下,失谐强度增加至 0.03 后,固有频率的计算误差低于 0.3%,叶尖模态位移的计算误差低于 0.25%,具有较高的精度稳定性。保留的主模态阶数为整体模态数目的 4 倍时,可保证较高的计算精度。在计算效率方面,主模态数为 100 时,摄动降阶方法计算时间仅为常规降阶法计算时间的 30%。分析复杂结构叶盘在多种不同失谐分布形式下的振动特征时,摄动降阶法可加快叶盘固有频率与振型的计算速度。

本文方法主要针对单级叶盘进行分析,后续可

在本方法基础上针对多级叶盘轴耦合结构开发出面向多部件系统的摄动降阶方法,考虑各部件之间的相互影响,从而更加精确地分析失谐叶盘转子系统的动力学特性。

参考文献:

- [1] CAPIEZ-LERNOUT E, SOIZE C, MBAYE M. Mistuning analysis and uncertainty quantification of an industrial bladed disk with geometrical nonlinearity [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 356: 124-143.
- [2] ANDRIANOV I V, DANISHEVS'KYY V V, KALAMKAROV A L. Vibration localization in one-dimensional linear and nonlinear lattices: discrete and continuum models [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 72 (1/2): 37-48.
- [3] YU C B, WANG J J, LI Q H. Investigation of the combined effects of intentional mistuning, damping and coupling on the forced response of bladed disks [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2011, 17(8): 1149-1157.
- [4] LIM H S, CHUNG J, YOO H H. Modal analysis of a rotating multi-packet blade system [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 325(3): 513-531.
- [5] BESEM F M, KIELB R E, KEY N L. Forced response sensitivity of a mistuned rotor from an embedded compressor stage [J]. *ASME Journal of Turbomachinery*, 2016, 138(3): 031002.
- [6] KAN X, XU Z L, ZHAO B, et al. Effect of Coriolis force on forced response magnification of intentionally mistuned bladed disk [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 399: 124-136.
- [7] TAN Y Q, ZANG C P, ZHOU B, et al. Sensitivity analysis of high-frequency forced response for mistuned bladed discs based on high-fidelity models [C] // *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. New York, USA: ASME, 2016: V07AT32A025.
- [8] GUTIERREZ M, PETRIE-REPAR P, KIELB R E, et al. A mistuned forced response analysis of an embedded compressor blisk using a reduced order model [C] // *ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. New York, USA: ASME, 2018: V07CT35A026.
- [9] SALAS M G, BLADH R, MÅRTENSSON H, et al. Forced response analysis of a mistuned, compressor blisk comparing three different reduced order model approaches [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2017, 139(6): 062501.
- [10] BHARTIYA Y, SINHA A. Reduced order model of a multistage bladed rotor with geometric mistuning via modal analyses of finite element sectors [J]. *ASME Journal of Turbomachinery*, 2012, 134(4): 041001.
- [11] MADDEN A C, CASTANIER M P, EPUREANU B I. Reduced-order model construction procedure for robust mistuning identification of blisks [J]. *AIAA Journal*, 2008, 46(11): 2890-2898.
- [12] 徐自力, 窦柏通, 范小平, 等. 基于分层模态综合法的大型汽轮发电机组转子-末级叶片耦合系统扭转振动分析 [J]. *动力工程学报*, 2014, 34(12): 938-944.
XU Zili, DOU Baitong, FAN Xiaoping, et al. Coupled torsional vibration analysis of shaft-last stage blade system in large turbo-generator units using CMS method with nested substructures [J]. *Journal of Chinese Society of Power Engineering*, 2014, 34(12): 938-944.
- [13] 王文亮, 杜作润. 结构振动与动态子结构方法 [M]. 上海: 复旦大学出版社, 1985: 400-423.
- [14] SANGER N L. Design of a low aspect ratio transonic compressor stage using CFD techniques [C] // *ASME 1994 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*. New York, USA: ASME, 1994: V001T01A085.
- [15] STORER J A. An introduction to data structures and algorithms [M]. Boston, MA, USA: Birkhäuser Boston, 2002: 15-19.

(编辑 赵炜)