

正前角双圆弧谐波传动柔轮滚刀设计与齿形误差分析

王仕璞¹, 宋朝省¹, 朱才朝¹, 杨勇², 黎新子¹, 廖德林²

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室, 400044, 重庆;

2. 深圳市大族精密传动科技有限公司, 518057, 广东深圳)

摘要: 为解决正前角双圆弧谐波传动柔轮滚刀(DFHP)结构设计复杂与加工精度控制难度高的问题,从实际加工出发,建立了 DFHP 前刀面切削刃精确齿廓与滚削加工数值仿真模型。为探究 DFHP 前角与顶刃后角对 DFHP 加工误差的影响,进行了滚刀加工数值仿真;同时为降低 DFHP 的加工误差,将传统正前角滚刀的法向齿形作为无理论误差 DFHP 的等效齿形,重新设计了 DFHP 三维实体模型。结果表明:DFHP 等效齿形误差及其加工出柔轮的齿形误差均随滚刀正前角与顶刃后角增大而增大;采用无理论误差 DFHP 设计方法使得柔轮的齿形误差从 $6.2\ \mu\text{m}$ 降低至 $0.14\ \mu\text{m}$ 。因此,减小 DFHP 的前角与顶刃后角可以减小 DFHP 的加工误差,同时新的 DFHP 设计方法不但能构建出精确的 DFHP 三维实体模型,而且可以有效降低 DFHP 的加工误差,为提升 DFHP 加工精度研究提供了参考。

关键词: 双圆弧谐波传动;柔轮;正前角滚刀;齿形误差

中图分类号: TH132.43 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202101016 **文章编号:** 0253-987X(2021)01-0127-09



OSID 码

Design and Tooth Profile Error Analysis of Double-Circular-Arc Harmonic Flexspline Hob with Positive Rake Angle

WANG Shipu¹, SONG Chaosheng¹, ZHU Caichao¹, YANG Yong², LI Xinzi¹, LIAO Delin²

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. Dazhu Laser Technology Industry Group Co. Ltd., Shenzhen, Guangdong 518057, China)

Abstract: To solve the difficulties in the design of the double-circular-arc harmonic hob with positive rake angle (DFHP) and in the control of tooth profile error, considering actual machining, the precise conjugate tooth profile of the cutting edge on rake face and a mathematical simulation model for the hobbing of flexspline are established. For studying the influences of DFHP's rake angle and top edge clearance angle on the machining error of DFHP, a mathematical simulation of hob machining is carried out. In order to reduce the machining error of DFHP, the normal tooth profile of the traditional positive rake hob is regarded as the equivalent tooth profile of DFHP without theoretical error, and the DFHP three-dimensional solid model is redesigned. The results show that the tooth profile errors of the equivalent tooth profile of DFHP and the machined flexspline increase with the positive rake angle and the top edge clearance angle of the hob. The DFHP design method without theoretical error reduces the

收稿日期: 2020-06-12。 作者简介: 王仕璞(1994—),男,硕士生;宋朝省(通信作者),男,副教授。 基金项目: 广东省重点领域研发计划资助项目(2019B090917002);国家重点研发计划资助项目(2019YFB2004700)。

网络出版时间: 2020-10-28

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20201028.1038.002.html>

tooth profile error of the flexspline from 6.2 microns to 0.14 microns. So reducing the rake angle and top edge clearance angle of DFHP can reduce the machining error of DFHP, and the new DFHP design method can not only construct an accurate DFHP three-dimensional solid model, but also effectively reduce the machining error of DFHP.

Keywords: double-circular-arc harmonic drive; flexspline; flexspline hob; tooth profile error

与传统渐开线齿形谐波减速器相比,双圆弧齿形谐波减速器具有承载能力大、啮合齿数多、扭转刚度高、啮合侧隙小、传动精度高等优点^[1-3]。在工业机器人、医疗器械与航空航天等领域得到了广泛应用^[4-5]。柔轮齿廓的加工精度是影响谐波传动啮合性能的重要因素,但企业在保证柔轮精度的同时需要提升柔轮的生产效率,降低生产成本。同零前角滚刀相比,正前角滚刀切削齿轮时可以减小切屑的变形,进一步使得前刀面与切屑的摩擦减小,从而减少了切削力,降低了切削温度,提高了表面光洁度以及加工生产率,增加了刀具使用寿命,降低了生产成本。但由于正前角双圆弧谐波传动柔轮滚刀(DF-HP)与传统渐开线滚刀存在明显差异,两者啮合方式也不尽相同,因而有必要建立 DFHP 法向齿形与前刀面的数学模型,并深入研究 DFHP 的设计方法与齿形误差。由于传统正前角滚刀加工误差较大,因此提出了无理论误差的 DFHP 设计方法。

谐波减速器关键部件的结构参数对其啮合性能影响较大,Chen 等提出了一种双圆弧齿形设计方法并研究了其参数变化对谐波减速器啮合间隙的影响,另外为研究轮齿对柔轮齿圈装配应力的影响,建立了包含实际齿廓的实体单元柔轮齿圈有限元模型,根据有限元分析结果,分析最大周向应力随齿根倒圆半径的变化规律,获得了最佳齿根倒圆半径^[6-7];董慧敏等为提高谐波传动的啮合性能,提出一种基于轮齿瞬心线的成对双圆弧齿形设计方法,避免了谐波传动齿顶干涉,不再需要圆弧拟合与齿形优化^[8];Li 等建立了基于支撑函数的波发生器轮廓优化数学模型,并通过有限元方法分析了不同波发生器轮廓作用下,谐波减速器柔轮与波发生器的装配应力^[9];姜歌东等针对刚轮凸圆弧段共轭齿廓不确定问题,提出了一种基于柔轮和刚轮齿形联合共轭计算的双圆弧齿形双向共轭设计方法,能够实现多点啮合,有利于减小啮合力、降低齿面磨损,并提出了谐波减速器时变可靠度评估方法,能准确预估谐波减速器疲劳失效寿命^[10-11]。

国内外学者针对谐波减速器柔轮加工制造进行了相关研究。Iulian 等提出了齿轮滚刀的参数化设

计方法,将计算程序与构建三维模型的 CAD 软件集成,减少设计周期,提升了加工精度^[12];Hu 等采用渐开线镶齿精切滚刀解决阿基米德齿形滚刀的加工误差问题,提出了一种便于镶齿精切滚刀的设计方法,降低了生产成本^[13];Ray 等通过优化滚刀几何结构,减小了加工出齿轮的齿根应力^[14];Yang 等建立磨前滚刀刀齿齿廓理论方程,优化工业滚刀相关参数,建立滚刀三维模型,提高了齿轮加工的效率^[15];Wu 等推导了双圆弧齿轮滚刀的参数方程,得到了无理论误差滚刀法向齿形^[16];张海龙等建立了 DFHP 齿面数学模型,采用包络法求出加工出齿轮的齿形方程后与实际齿形进行比较,验证结果的正确性^[17];刘熙刚等建立了通过齿廓法线法求解刚、柔轮的共轭齿廓数学模型,通过 Matlab 软件验证了所设计齿形的可行性^[18];陈鹏等根据滚刀齿形利用齿廓法线法和包络法求解柔轮齿形并将所得结果进行了数值比较^[19]。

综上所述,针对渐开线滚刀、阿基米德滚刀的模式设计,滚齿加工的相关研究已较为成熟,但是对于 DFHP 的研究多停留在滚刀理论齿形的推导计算上,而对 DFHP 等效齿形的齿形误差和加工出柔轮的齿形误差的变化规律研究较少;文献[16]中 Wu 等虽然推导了无理论误差滚刀法向齿形,但是对于 DFHP 来说仍不能用于实际加工,需要进一步深入研究。

本文根据双圆弧柔轮齿形,采用齿廓法线法推导出了 DFHP 法向齿廓,并通过坐标转换求出了 DFHP 前刀面切削刃齿形,建立了 DFHP 加工仿真数学模型。分析了 DFHP 各个结构参数之间的数量关系,通过 CERO 建立了 DFHP 刀齿三维实体模型。分析了滚刀前角和顶刃后角对 DFHP 等效齿形的齿形误差及其加工出柔轮的齿形误差的影响。为减小 DFHP 加工误差,提出了无理论误差的 DF-HP 设计方法。

1 正前角双圆弧柔轮滚刀齿面建模

1.1 正前角双圆弧柔轮滚刀法向齿廓

滚刀加工柔轮的过程可视为齿条与齿轮啮

合^[19],因此采用齿廓法线法求解正前角滚刀法向齿廓。在加工过程中,柔轮转角为 φ_2 、柔轮分度圆半径为 r_2 时,滚刀齿条移动的距离为 $r_2\varphi_2$ 。根据啮合原理柔轮与滚刀的啮合方程为

$$\mathbf{n}_r \cdot \mathbf{V}_r^{\text{gr}} = 0 \quad (1)$$

式中: $\mathbf{n}_r$ 为柔轮上啮合点的齿廓法向量; $\mathbf{V}_r^{\text{gr}}$ 为在柔轮坐标系中,滚刀与柔轮啮合点的相对速度。如图1所示,分别建立与滚刀、柔轮和机床固定的笛卡尔坐标系 $S_1(x_1o_1y_1)$ 、 $S_2(x_2o_2y_2)$ 、 $S(xoy)$ 。

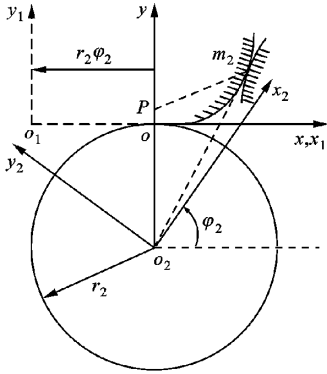


图1 柔轮加工坐标系

双圆弧柔轮各段齿廓如图2所示。 x_{cd} 、 y_{cd} 分别为齿顶圆圆心横、纵坐标; r_{cd} 为齿顶圆半径; x_{tc} 、 y_{tc} 分别为凸齿廓段圆心横、纵坐标; r_{tc} 为凸齿廓段圆半径; x_{gq} 、 y_{gq} 分别为公切段圆心横、纵坐标; r_{gq} 为公切段圆半径; x_{ac} 、 y_{ac} 分别为凹齿廓段圆心横、纵坐标; r_{ac} 为凹齿廓段圆半径; x_{cg} 、 y_{cg} 分别为齿根过渡段圆心横、纵坐标; r_{cg} 为齿根过渡段半径。

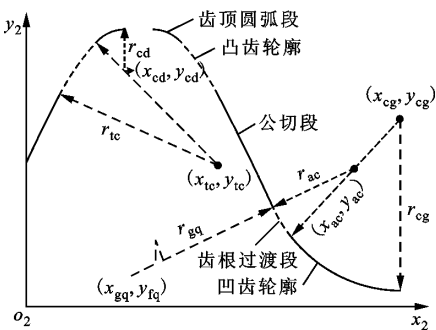


图2 双圆弧柔轮齿廓及局部坐标系

齿顶圆弧段表达式为

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= r_{cd} \left(\frac{\pi}{2} - \beta_1 \right) \\ \beta_1 &= \arctan \left(\frac{y_{cd} - y_{tc}}{x_{cd} - x_{tc}} \right) \\ x &= x_{cd} - r_{cd} \sin \frac{u}{r_{cd}} \\ y &= y_{cd} + r_{cd} \cos \frac{u}{r_{cd}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: u 为滚刀上任一点对应的滚刀弧长; β_1 为齿顶圆段圆心角; l_1 为齿顶圆总弧长。

凸齿廓段表达式为

$$\left. \begin{aligned} l_2 &= l_1 + r_{tc} (\beta_1 - \beta_2) \\ \beta_2 &= \arctan \left(\frac{y_{gq} - y_{tc}}{x_{gq} - x_{tc}} \right) \\ x &= x_{tc} - r_{tc} \cos \left(\frac{u - l_1}{r_{tc}} + \beta_2 \right) \\ y &= y_{tc} + r_{tc} \sin \left(\frac{u - l_1}{r_{tc}} + \beta_2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: l_2 为齿顶圆与凸齿廓段总弧长; β_2 为凸齿廓段圆心角。

公切段表达式为

$$\left. \begin{aligned} l_3 &= l_2 + r_{gq} (\beta_2 - \beta_3) \\ \beta_3 &= \arctan \left(\frac{y_{ac} - y_{gq}}{x_{ac} - x_{gq}} \right) \\ x &= x_{gq} - r_{gq} \cos \left(\frac{u - l_2}{r_{gq}} + \beta_3 \right) \\ y &= y_{gq} + r_{gq} \sin \left(\frac{u - l_2}{r_{gq}} + \beta_3 \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: l_3 为齿顶圆弧段、凸齿廓段与公切段总弧长; β_3 为公切段圆心角。

凹齿廓段表达式为

$$\left. \begin{aligned} l_4 &= l_3 + r_{ac} (\beta_3 - \beta_4) \\ \beta_4 &= \arctan \left(\frac{y_{cg} - y_{ac}}{x_{cg} - x_{ac}} \right) \\ x &= x_{ac} + r_{ac} \sin \left(-\frac{u - l_3}{r_{ac}} + \frac{\pi}{2} - \beta_4 \right) \\ y &= y_{ac} - r_{ac} \cos \left(-\frac{u - l_3}{r_{ac}} + \frac{\pi}{2} - \beta_4 \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: l_4 为齿顶圆弧段、凸齿廓段、公切段与凹齿廓段总弧长; β_4 为凹齿廓段圆心角。

齿根过渡段表达式为

$$\left. \begin{aligned} l_5 &= l_4 + r_{cg} \left(\frac{\pi}{2} - \beta_5 \right) \\ x &= x_{cg} + r_{cg} \cos \left(\frac{u - l_4}{r_{cg}} + \beta_5 \right) \\ y &= y_{cg} - r_{cg} \sin \left(\frac{u - l_4}{r_{cg}} + \beta_5 \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: l_5 为齿顶圆弧段、凸齿廓段、公切段、凹齿廓段弧长和齿根过渡段总弧长。

设柔轮齿廓上任一点 $m_2(x_2, y_2)$ 处的切线与 x_2 轴的夹角为

$$\gamma = \arctan \left(\frac{dy_2}{dx_2} \right) \quad (7)$$

柔轮转角为

$$\left. \begin{aligned} \cos\phi &= \frac{x_2 \cos\gamma + y_2 \sin\gamma}{r_2} \\ \varphi_2 &= \frac{\pi}{2} - (\gamma + \phi) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

坐标系 $S_2(x_2 o_2 y_2)$ 中柔轮齿面接触点的位矢为

$$\mathbf{r}_{r1} = x_2 \mathbf{i}_2 + y_2 \mathbf{j}_2 \quad (9)$$

根据式(1)(9)可以求得柔轮在转动过程中的一系列接触点,接触点在坐标系 $S_1(x_1 o_1 y_1)$ 中即为滚刀齿廓数值解

$$\mathbf{r}_g = \mathbf{m}_{12} \cdot \mathbf{r}_{r1} \quad (10)$$

从柔轮坐标系转到滚刀坐标系的变换矩阵为

$$\mathbf{m}_{12} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_2 & -\sin\varphi_2 & r_2\varphi_2 \\ \sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & -r_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

DFHP 法向齿廓方程为

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_2 \cos\varphi_2 - y_2 \sin\varphi_2 - r_2\varphi_2 \\ y_1 &= x_2 \sin\varphi_2 + y_2 \cos\varphi_2 - r_2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

以某型号谐波柔轮为例,基本设计参数见表 1。

表 1 柔轮基本设计参数

参数	数值
柔轮齿形模数 m_n/mm	0.625
柔轮齿数 Z	80
分度圆压力角 $\alpha/(\circ)$	28.7

采用 Matlab 编写程序,柔轮理论齿廓如图 3 所示,生成 DFHP 法向齿廓如图 4 所示。

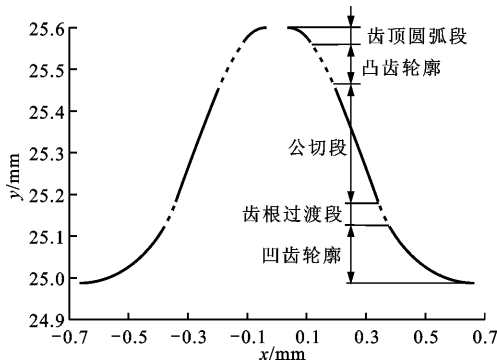


图 3 柔轮理论齿廓

1.2 正前角双圆弧柔轮滚刀前刀面齿形

将平面坐标系 $S_1(x_1 o_1 y_1)$ 扩展为空间坐标系 $S_1(x_1 y_1 z_1)$,DFHP 轴向投影如图 5 所示,在 $o_1 y_1 z_1$ 平面内已知点坐标 (x_{a1}, y_{a1}, z_{a1}) 和正前角大小 γ_q ,则直线 AA_1 的方程为

$$\left. \begin{aligned} k_a &= \tan\left(\gamma_q + \frac{\pi}{2}\right) \\ y &= k_a(z - z_{a1}) + y_{a1} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

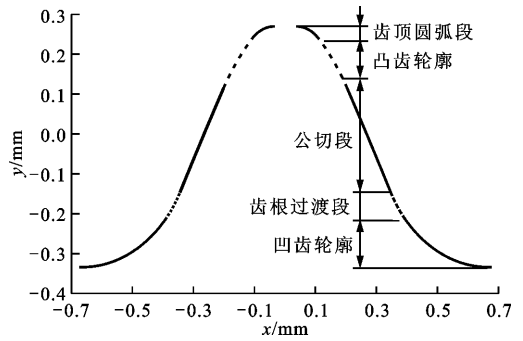


图 4 DFHP 法向齿廓

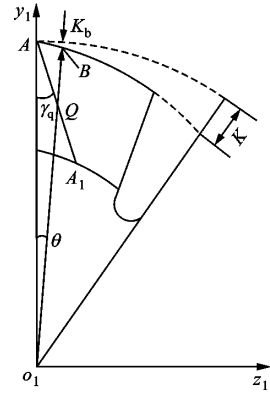


图 5 DFHP 轴向投影

已知 $\angle A o_1 B$ 的角度 θ ,则直线 $o_1 B$ 的方程为

$$\left. \begin{aligned} k_{ob} &= \cot\theta \\ y &= k_{ob} z \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

设前刀面 $A-A_1$ 与任一轴截面 o_1-B 相交于点 Q_1 ,则联立式(13)(14)求解 Q 点,坐标 (y_Q, z_Q) 为

$$\left. \begin{aligned} y_Q &= k_a(z_Q - z_{a1}) + y_{a1} \\ y_Q &= k_{ob} z_Q \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

根据 Q_1 点纵坐标与任一截面 $o_1 B$ 内滚刀齿形方程,即可求得 Q_1 点坐标为

$$\left. \begin{aligned} x_Q &= x_1 \\ y_Q &= y_1 \cos\theta + z_1 \sin\theta \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

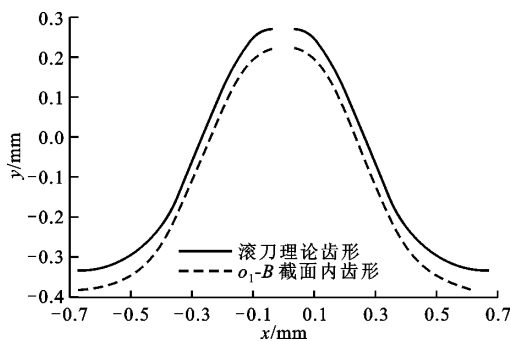
$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_2 \cos\varphi_2 - y_2 \sin\varphi_2 + r_2\varphi_2 \\ y_1 &= x_2 \sin\varphi_2 + y_2 \cos\varphi_2 - r_2 - K_b \\ z_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: K_b 为滚刀任一截面 o_1-B 内滚刀的齿顶铲背量。任一截面 o_1-B 内滚刀齿形如图 6 所示。

2 正前角双圆弧柔轮滚刀几何参数设计

2.1 正前角双圆弧柔轮滚刀前角

正前角滚刀切削齿轮时可以减少切屑变形及其流经前刀面上的摩擦,从而减少切削力,降低切削温度,提高表面光洁度和加工生产率以及改善刀具耐

图6 截面 o_1-B 内滚刀齿形

用度。对于正前角螺旋槽滚刀前刀面偏位值为 e 时,滚刀齿顶处正前角 $\gamma_q^{[20]}$ 为

$$\sin \gamma_q = \frac{2e}{d_{a0}} \quad (18)$$

式中 d_{a0} 为滚刀外圆直径。

则分度圆上滚刀前角^[20]为

$$\tan \gamma_0 = e(r_0^2 - e^2)^{-1/2} \quad (19)$$

式中 r_0 为滚刀分圆半径。

2.2 正前角双圆弧柔轮滚刀顶刃后角

滚刀经齿顶铲背形成顶刃后角。顶刃后角大小直接影响加工表面的质量、刀具耐用度和生产率。当滚刀齿顶铲背量为 K ,滚刀顶刃后角 α_e 求解公式^[20]为

$$\cot \alpha_e = \frac{\pi d_{a0}}{K z_g} \quad (20)$$

式中 z_g 为滚刀齿数。

顶刃后角使刃磨后滚刀外径随螺旋线逐渐减小。如图5所示,DFHP前刀面切削刃顶点 A 处外径为 d_{a0} ,则刃磨后 DFHP 前刀面切削刃顶点处,外径 d_{aq} 求解公式为

$$\left. \begin{aligned} K_b &= \frac{z_g K}{2\pi} \theta \\ d_{aq} &= d_{a0} - 2K_b \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

2.3 正前角双圆弧柔轮滚刀侧刃后角

阿基米德螺旋线滚刀压力角恒定,通常阿基米德螺旋线滚刀侧刃后角求解公式^[20]为

$$\tan \alpha_{ch} = \tan \alpha_e \sin \alpha_n \quad (22)$$

式中: α_{ch} 为侧刃后角; α_n 为压力角。

DFHP 法向齿形的压力角变化较大,不能将其视为定值,因此将 DFHP 刀齿齿形分解为微元切削刃,每一个微元刃等效为压力角恒定的阿基米德齿形滚刀。随着微元刃齿形位置变化,等效滚刀的外圆直径 d_{e1} 随之变化,则等效滚刀所对应的顶刃后角 α_{e1} 为

$$\cot \alpha_{e1} = \frac{\pi d_{e1}}{K z_g} \quad (23)$$

等效滚刀侧刃后角 α_{ch1} 为

$$\tan \alpha_{ch1} = \tan \alpha_{e1} \sin \alpha_n \quad (24)$$

DFHP 压力角与侧刃后角随滚刀弧长的变化如图7所示,压力角 α_n 最大值在齿顶过渡段与齿根过渡段,侧刃后角 α_{ch1} 最大值出现在齿根过渡段。压力角与侧刃后角最小值在公切段与凹齿廓段的临界交点处;压力角与侧刃后角在齿根过渡段增加得最快,在齿顶过渡段减小得最快,在公切段减小得最慢;压力角与侧刃后角在凹齿廓段的变化规律与在齿根过渡段内的变化趋势基本相同。

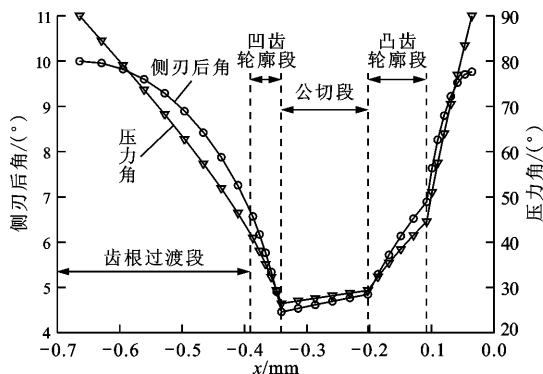


图7 DFHP 压力角与侧刃后角随滚刀弧长的变化

2.4 正前角双圆弧柔轮滚刀齿形角

正前角滚刀齿形角为滚刀侧铲面的轴向齿形角。通常轴向齿形角反应该处切线的斜率。轴向齿形角与滚刀压力角、分度圆螺旋升角、铲背量、前角等滚刀参数相关。工程上直槽滚刀运用较为普遍,则根据螺旋槽滚刀算法,将螺旋槽滚刀的螺旋槽导程设为无穷大,可得滚刀齿形角求解方程^[20]为

$$\operatorname{ctg} \alpha_{cx} = \operatorname{ctg} \alpha_n \cos \sigma \left(1 - \frac{2K z_g \tan \gamma_0}{\pi r_0} \right) \quad (25)$$

式中 σ 为滚刀分圆螺旋升角。

2.5 基于刃磨的正前角双圆弧柔轮滚刀刀齿实体建模

齿轮滚刀相当于蜗杆,只是在蜗杆上切出了容屑槽以形成切削刃,刀齿经过铲背形成了后角以及各个刀面,同时滚刀磨损后需要刃磨以提高滚刀使用寿命。滚刀刃磨后,新的前刀面移至任一刃磨后位置 P ,切削刃沿滚刀轴向移动距离 Δ ,且滚刀外圆半径减小,滚刀各个刀面的位置及刃磨后前刀面位置如图8所示。当滚刀刃磨量极小时可将滚刀刀齿离散为一系列微元前刀面,不同微元前刀面切削刃齿形相当于变位系数逐渐减小的齿轮齿形。将微元

前刀面按滚刀螺旋线排列合并可得到 DFHP 刀齿。

DFHP 刀齿模型如图 9 所示。

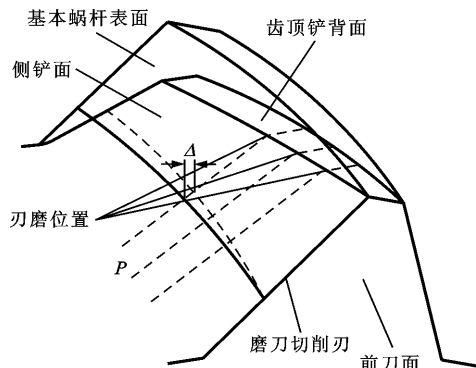


图 8 DFHP 各刀面及刃磨后前刀面位置分布

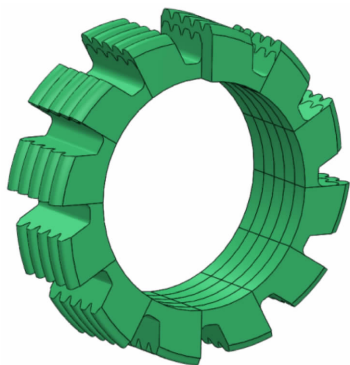


图 9 DFHP 刀齿模型

3 正前角双圆弧滚刀齿形误差分析

DFHP 绕自身轴线旋转与柔轮不断啮合。分析 DFHP 齿形误差,需将 DFHP 切削齿形旋转投影至滚刀法截面内作为等效齿形。首先将滚刀前刀面齿形投影至滚刀轴截面后,通过坐标转换投影至滚刀法截面内。为求出滚刀轴截面与法截面内前刀面齿形转换方程,建立滚刀基准轴截面坐标系 S_z (x_z, y_z, z_z),基准法截面坐标系 S_f (x_f, y_f, z_f),两者纵坐标轴均按照右手定则确定,如图 10 所示。将 DFHP 切削刃上各点绕滚刀轴线旋转投影至基准轴截面,滚刀切削刃法截面投影坐标方程为

$$\left. \begin{aligned} x_f &= x_z \cos \alpha_z + z_z \sin \alpha_z \\ y_f &= y_z \\ z_f &= -x_z \sin \alpha_z + z_z \cos \alpha_z \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中: α_z 为轴截面与法截面夹角; (x_f, y_f, z_f) 为 DFHP 法截面投影坐标; (x_z, y_z, z_z) 为 DFHP 轴截面投影坐标。

为研究正前角对 DFHP 齿形误差的影响规律,取滚刀后角为 10° ,滚刀前角为 $3^\circ, 4^\circ, 5^\circ, 6^\circ, 7^\circ$,将

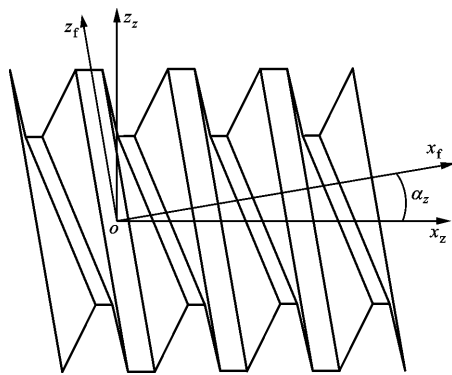
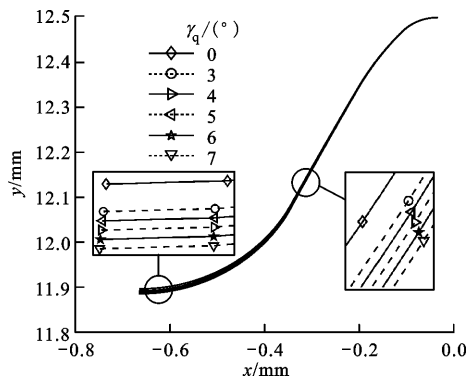
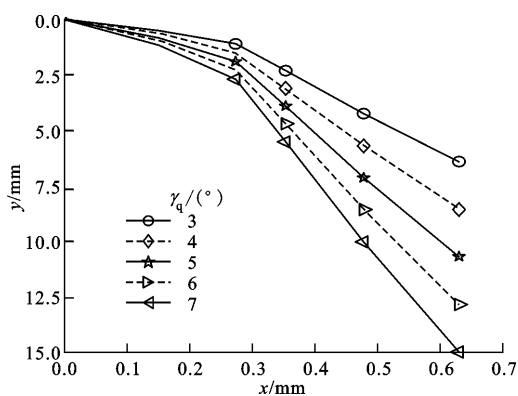


图 10 滚刀法截面与轴截面坐标系

DFHP 等效齿形与理论齿形 ($\gamma_q = 0^\circ$) 进行比较。不同前角的 DFHP 等效齿形如图 11a 所示,DFHP 等效齿形相对于理论齿形齿厚减小,齿高增加;不同正前角滚刀等效齿形顶点与滚刀理论齿形顶点重合;随着滚刀弧长增加,滚刀等效齿形与理论齿形差别增大。



(a) 不同前角滚刀等效齿形



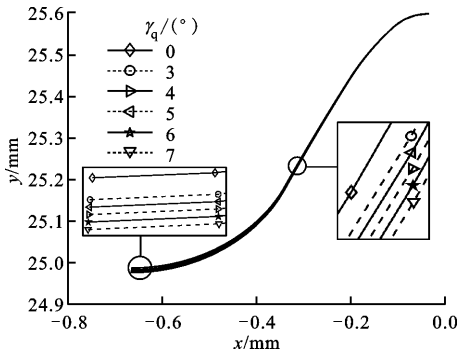
(b) 不同前角滚刀齿形误差

图 11 正前角对 DFHP 齿形与齿形误差的影响

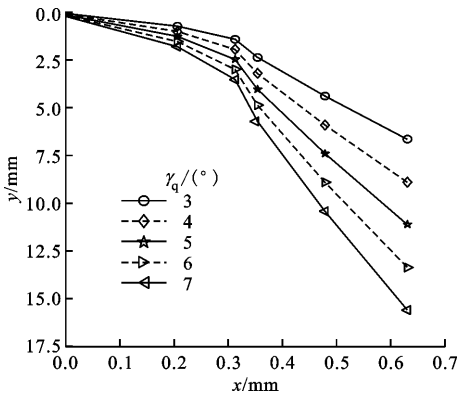
DFHP 等效齿形与理论滚刀齿形之间齿形的误差称为滚刀齿形误差。不同正前角滚刀等效齿形的齿形误差如图 11b 所示,随着弧长增加,等效齿形的齿形误差从 0 逐渐增加到最大值;随正前角增大,滚刀前刀面齿形误差逐渐增大;DFHP 不同齿段齿

形误差对正前角大小变化敏感性不同,齿顶过渡段最小,齿根过渡段最大。

为研究滚刀正前角对柔轮齿形误差的影响,根据啮合方程,推导出不同前角滚刀加工出的柔轮齿形,并将柔轮齿形与理论柔轮齿形($\gamma_q=0^\circ$)之间的齿形误差称为柔轮齿形误差,图 12 给出了正前角对柔轮齿形与齿形误差的影响。不同前角 DFHP 加工出的柔轮齿形相对于理论齿形齿厚窄、齿高大、节圆半径小;随着正前角增大,柔轮齿形误差随之逐渐增大;滚刀前角变化对柔轮不同齿段齿形误差的影响不同:对柔轮齿顶圆弧影响较小,而对柔轮齿根圆弧影响最大。



(a)不同前角下柔轮齿形

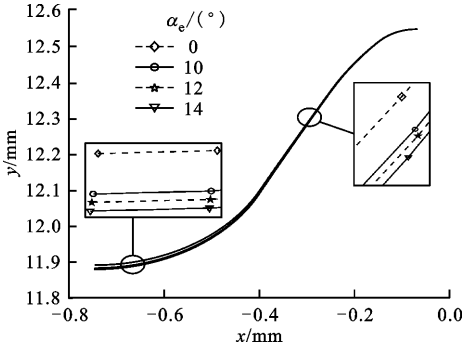


(b)不同前角下柔轮齿形误差

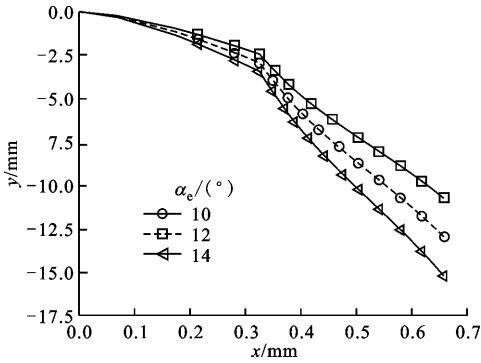
图 12 正前角对柔轮齿形与齿形误差的影响

图 13 给出了顶刃后角对 DFHP 齿形与齿形误差的影响,取滚刀前角为 5° ,滚刀后角为 10° 、 12° 和 14° 。不同后角 DFHP 等效齿形相对于理论齿形齿厚、节圆半径减小,齿高大;随着顶刃后角增大,滚刀齿形误差增大;顶刃后角仅改变 DFHP 齿形误差的大小,不影响 DFHP 齿形误差的变化规律。

如图 14 所示,不同后角 DFHP 加工出的柔轮齿形相对于理论齿形齿厚、节圆半径小,齿高大;顶刃后角增大,柔轮齿形误差随之增大;不同后角的 DFHP 加工出的柔轮齿形误差趋势相同,皆是齿顶

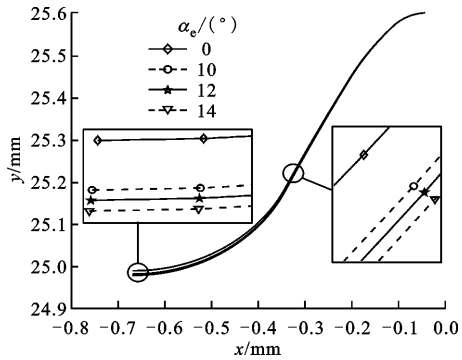


(a)不同后角下滚刀等效齿形

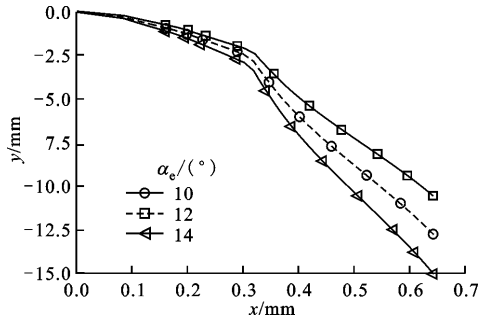


(b)不同后角下滚刀齿形误差

图 13 顶刃后角对 DFHP 齿形与齿形误差的影响



(a)不同后角下柔轮齿形



(b)不同后角下柔轮齿形误差

图 14 顶刃后角对柔轮齿形与齿形误差的影响

圆弧处最小,随弧长增加,凸齿廓段、公切线段、凹齿廓段和齿根过渡段的齿形误差逐渐增大且变化速率

逐渐增大;随顶刃后角增大,柔轮齿形误差越来越大;顶刃后角变化不改变柔轮齿形误差的变化趋势。

综上,传统正前角滚刀加工出柔轮实际齿形与理论齿形相比,在齿顶处没有误差,但随着柔轮弧长增加,柔轮齿形误差逐渐增加至最大值。滚刀正前角和顶刃后角对 DFHP 等效齿形和柔轮的齿形误差影响规律相似;滚刀正前角、顶刃后角越大,正前角滚刀齿形误差越大,加工出柔轮齿形误差越大。根据柔轮齿形推出滚刀理论齿形后,将滚刀理论齿形作为 DFHP 法向齿廓的滚刀设计方法所设计出的滚刀存在齿形误差,滚刀加工出的柔轮同样存在齿形误差。因此为减小正前角滚刀导致的齿形误差,本文提出新的 DFHP 齿形设计方法。

4 无理论误差正前角双圆弧柔轮滚刀前刀面齿形设计

为改进以柔轮齿形推导出滚刀法向齿形的传统 DFHP 设计方法,将由柔轮齿形推出的滚刀法向齿形作为 DFHP 的等效齿形,在滚刀空间坐标系 $S_1(x_1 y_1 z_1)$ 中,可推导出轴截面 o_1-A 内滚刀轴向理论齿形。轴向理论齿形在 $o_1 y_1 z_1$ 平面内绕 o_1 旋转,其与正前角前刀面 AA_1 的交点 $Q(y_Q, z_Q)$ 的表达式为

$$\left. \begin{aligned} k_a &= \tan\left(\frac{\pi}{2} + \gamma_q\right) \\ y_Q &= k_a z_Q + y_{a1} \\ y_Q^2 + z_Q^2 &= y_{gz}^2 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式中 y_{gz} 为理论齿形上任一点纵坐标。

由于整个理论齿形在平面 $o_1 y_1 z_1$ 内旋转,不改变其齿形的横坐标,因此将 y_{gz} 代入理论齿形 G_z 的方程中可求得 x_Q ,得到无误差 DFHP 前刀面切削齿形。 3° 前角无理论误差 DFHP 加工出柔轮实际齿形如图 15 所示,加工出柔轮的齿形误差如图 16 所示,最大值为 $0.14 \mu\text{m}$,远小于传统 3° 正前角滚刀加工出的柔轮齿形误差,因此新的 DFHP 设计

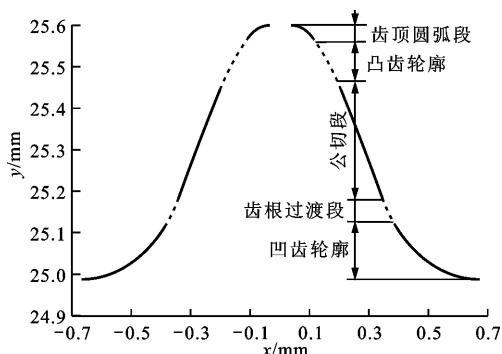


图 15 无理论误差 DFHP 加工出柔轮的实际齿形

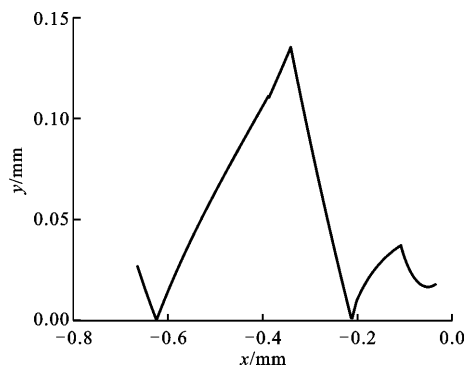


图 16 无理论误差 DFHP 加工出柔轮的齿形误差分布

方法可以明显改善滚刀加工时由正前角引起的柔轮齿形误差。

正前角滚刀切削齿轮时可以减小切屑的变形,从而减少了切削力,降低切削温度,提高表面光洁度以及加工生产率,增加了刀具使用寿命,但传统正前角滚刀加工误差较大,不适用于精密加工。新的滚刀设计方法有效降低了正前角滚刀的加工误差,这对于正前角滚刀应用于精密加工具有重要意义。

5 结 论

为解决 DFHP 的结构参数设计复杂与加工误差较大的问题,建立了 DFHP 刀齿三维模型,分析了滚刀前角与顶刃后角对 DFHP 等效齿形齿形误差与柔轮齿形误差的影响,提出了无理论误差 DFHP 设计方法,得出以下结论。

(1)DFHP 前角越大,偏位值越大;齿顶铲背量越大,顶刃后角越大,刃磨后滚刀外径减小地越快;DFHP 侧刃后角随压力角、侧后角增大而增大,随弧长增加而变化;滚刀齿形角随滚刀压力角、滚刀分圆螺旋升角增大而增大。基于刃磨的 DFHP 刀齿几何设计方法可准确地建立 DFHP 刀齿三维模型。

(2)DFHP 等效齿形与其对应的柔轮齿形相对于各自的理论齿形均齿宽减小、齿高增大;DFHP 等效齿形的齿形误差、柔轮齿形误差随正前角、顶刃后角增加而增加;滚刀、柔轮不同齿段的齿形误差对正前角、顶刃后角变化敏感性不同;采用无理论误差的 DFHP 前刀面齿形设计方法可明显降低正前角滚刀导致的柔轮齿形误差。

参考文献:

- [1] POPOV P K. Preparation for manufacturing of new generation harmonic drive in Russia [J]. Gearing and Transmissions, 1996(1): 33-40.
- [2] 辛洪兵. 双圆弧谐波齿轮传动基本齿廓设计[J]. 中国

- 机械工程, 2011, 22(6): 656-662.
- XIN Hongbing. Design for basic rack of harmonic derive with double-circular-arc tooth profile [J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(6): 656-662.
- [3] 黄维. 谐波减速器的有限元分析与啮合特性分析 [D]. 重庆: 重庆大学, 2018: 24-48.
- [4] 朱飞鸿, 杜雪松, 宋朝省, 等. 考虑柔轮杯体变形的谐波传动空间共轭齿廓设计与分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, 51(9): 2471-2479.
- ZHU Feihong, DU Xuesong, SONG Chaosheng, et al. Design and analysis of space conjugate tooth profile of harmonic drive considering deformation of flexspline cup [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2020, 51(9): 2471-2479.
- [5] 景艳, 杜雪松, 宋朝省, 等. 双圆弧谐波传动刚轮插齿刀设计与齿形误差分析 [J/OL]. 重庆大学学报. [2020-05-11]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1044.N.20200318.1545.006.html>.
- JING Yan, DU Xuesong, SONG Chaosheng, et al. Design and tooth profile error analysis of rigid gear shaper cutter with double-circular-arc harmonic drive [J/OL]. Journal of Chongqing University. [2020-05-11]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1044.N.20200318.1545.006.html>.
- [6] CHEN Xiaoxia, LIU Yusheng, XING Jingzhong, et al. The parametric design of double-circular-arc tooth profile and its influence on the functional backlash of harmonic drive [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 73: 1-24.
- [7] 陈晓霞, 牛洪波, 姚云鹏, 等. 渐开线谐波齿轮柔轮最高装配应力分析研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2020, 48(5): 73-79.
- CHEN Xiaoxia, NIU Hongbo, YAO Yunpeng, et al. Study on analysis of maximum assembly stress of flexspline in involute harmonic drive [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(5): 73-79.
- [8] 董惠敏, 董博, 王德伦, 等. 基于瞬心线的谐波传动双圆弧齿形设计方法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2020, 48(4): 55-60.
- DONG Huimin, DONG Bo, WANG Delun, et al. Double circular arc tooth profile design method of harmonic drives [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(4): 55-60.
- [9] LI Xinzi, SONG Chaosheng, YANG Yong, et al. Optimal design of wave generator profile for harmonic gear drive using support function, mechanism and machine theory [EB/OL]. [2020-05-11]. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2020.103941>.
- [10] 姜歌东, 王爽, 梅雪松, 等. 谐波齿轮传动双圆弧齿形双向共轭设计方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(8): 8-14.
- JIANG Gedong, WANG Shuang, MEI Xuesong, et al. Bidirectional conjugate design method for double-circular-arc tooth profile of harmonic derives [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(8): 8-14.
- [11] 张弦, 姜歌东, 梅雪松, 等. 采用瞬态有限元及加速寿命试验的谐波减速器时变可靠度评估方法[J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(4): 1-9.
- ZHANG Xian, JIANG Gedong, MEI Xuesong, et al. Time-dependent reliability evaluation method of harmonic drive with transient finite element and accelerated life test [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(4): 1-9.
- [12] STĂNĂŞEL I, BLAGA F. Parametric design of gear hob cutter [J]. Applied Mechanics and Materials, 2015, 809/810(4239): 736-741.
- [13] HU Yong, XIANG Mingjun. An improved design of inserted tooth finishing hob for involute gears [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2014, 28(8): 3203-3208.
- [14] UELPENICH R, TENBERGE P. Fast tooth root load capacity optimization based on improved design of hob geometry [C]// Proceedings of the MATEC Web of Conferences. Les Ulis Cedex A, France: EDP Sciences, 2019, 287: 01011.
- [15] YANG Kaiming, LIU Zhaozhao, Wei Fangwang, et al. Accurate mathematical model of profile curve generated by pre-grinding hob and three-dimensional simulation of the gear generation [J]. Advanced Material Research, 2014, 2864: 612-619.
- [16] WU Jie, WANG Jiaquan. Study on design method of the double arc gear hobs [J]. Advanced Materials Research, 2013, 823(2731): 257-260.
- [17] 张海龙. DFHP 的计算机辅助设计研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2010: 7-11.
- [18] 刘熙刚. CTC 齿形谐波传动啮合参数的优化研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2013: 19-68.
- [19] 陈鹏. 双圆弧齿形谐波齿轮传动的参数设计与性能分析 [D]. 南京: 南京理工大学, 2016: 23-57.
- [20] 袁哲俊, 刘华明. 齿轮刀具设计 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 234-338.

(编辑 武红江)