

平面接触运动干摩擦阻尼器的微滑移数值模型

蔺彦虎^{1,2,3}, 秋朋园², 汪久根¹, 张靖³

(1. 浙江大学机械工程学院, 310027, 杭州; 2. 台州学院航空工程学院, 318000, 浙江台州;

3. 浙江双环传动机械股份有限公司传动研究院, 318000, 浙江台州)

摘要: 为克服宏滑移模型无法计及阻尼器柔性及一维微滑移模型对运动维度和激励时变性限制, 考虑阻尼器自身柔性, 将阻尼器离散, 在其接触面节点安置滞后弹簧单元, 形成干摩擦阻尼器的平面微滑移数值模型。模型应用滞后弹簧元族模拟摩擦接触面局部黏-滑效应。求解模型时, 离散外部激励历程, 用状态向量标定阻尼器局部黏滞-滑移-分离特征; 运用数值累积方法对接触摩擦面局部状态持续跟踪, 跟踪过程依据接触面黏滞-滑移-分离转化判据持续修正位移、摩擦力及运动状态向量, 最终得到稳定的触点位移-干摩擦力滞回曲线。阻尼器法向载荷较大时, 共振频响结果显示, 应用平面运动微滑移模型的位移频响较宏滑移模型位移频响计算结果差异明显, 在共振频率点, 宏滑移模型频响结果为 0.049 m, 而微滑移模型结果为 0.038 m, 相差 22.4%, 微滑移模型求解结果更趋近于实验结果。

关键词: 干摩擦; 平面微滑移模型; 触点; 黏滞-滑移-分离; 频响

中图分类号: TH133 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202106003 **文章编号:** 0253-987X(2021)06-0018-10



OSID 码

Numerical Micro-Slip Model for Dry Friction Damper in 2D Kinematic Contact Motion

LIN Yanhu^{1,2,3}, QIU Pengyuan², WANG Jiugen¹, ZHANG Jing³

(1. School of Mechanical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. School of Aeronautical Engineering, Taizhou University, Taizhou, Zhejiang 318000, China;

3. Transmission Research Institute, Shuang-Huan Transmission Machinery Co. Ltd., Taizhou, Zhejiang 318000, China)

Abstract: A 2D numerical micro-slip model was developed in order to overcome the limitation on kinematic direction and time-invariant excitation of the one-dimensional micro-slip model, and the incapability of considering the flexibility of the damper when using a traditional macro-slip model. In this model, the dry friction damper was discretized and the lag spring family was used to indicate the local stick-slip effects of the frictional contact surface. The time-process of the external excitation was dispersed and the state vectors were applied to calibrate the local stick-slip-separation state of the contact surface in the beginning of the solution procedure, and then the local kinematic state of the contact friction surface was continuously tracked by the numerical accumulation method. The displacement, friction force and kinematic state vectors were corrected by time point during the solving process according to the stick-slip-separation transformation criterion. After several cycles of tracking, a stable hysteretic curve of contact displacement versus

收稿日期: 2020-10-28。 作者简介: 蔺彦虎(1983—),男,博士后;汪久根(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2015AA043002);浙江省自然科学基金资助项目(LQ20E050010)。

网络出版时间: 2021-03-02

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20210302.1316.002.html>

dry friction force was obtained. Resonance frequency response results show that the displacement frequency response calculated by the plane motion micro-slip model is 0.049 m versus 0.038 m calculated by the macro-slip model while greater normal force is applied to the damper, indicating a 22.4% difference between the two dry friction models, and the results obtained by the micro-slip model are closer to the experimental data.

Keywords: dry friction; 2D micro-slip model; contact points; stick-slip-separation; frequency response

由于结构简单、对复杂载荷的耐受性及高温环境中的稳定性能,干摩擦阻尼器被广泛引入薄壁旋转结构减振,起到明显效果。例如,航空篦齿封严结构、高速旋转薄壁齿轮以及航空发动机的叶-盘系统,均是干摩擦减振技术的应用^[1]。随着机加工技术的发展,叶-盘系统有被整体叶盘取代的趋势。从减振角度来看^[2],整体叶盘失去了榫槽、凸肩、楔块、拉筋等结构,无法提供干摩擦阻尼效应,叶片工作中的振动将加剧。通过对整体轮盘开凹槽安装阻尼环^[2]等方法,运用接触表面相对运动产生的干摩擦阻尼效应达到减振目的。

干摩擦阻尼器结构简单,但设计性能优异的干摩擦阻尼器却有较大难度。原因是,结构振动过程中,摩擦接触表面的黏滞-滑移-分离运动状态难以确定,以及干摩擦力对这些运动状态的非线性依赖。一旦干摩擦力无法准确求解,就无法评估其阻尼效应,从而对干摩擦阻尼器的结构和安装参数设计带来困难。因此,研究者们提出了不同的干摩擦阻尼器模型,以逼近阻尼器的真实运动-摩擦力关系,同时一些研究用数值方法确定阻尼器的运动状态^[2]。

干摩擦模型起始于符号库伦模型,Hartog 研究了含有该模型的单自由度振子,得出封闭解^[3]。Buyucataman 用库伦模型建模,以摩擦能耗最大化为优化目标,为薄壁齿轮阻尼环安装参数设计提供了理论依据^[4]。随着研究的深入,人们逐渐意识到,库伦符号模型不能描述触点滑动之前的弹性形变,因此不能准确预测结构振动结果。于是,研究者将一根弹簧串联于库伦模型,用弹簧的形变描述滑移之前的弹性形变,这样阻尼器模型就由库伦模型进化为滞后弹簧元模型。Griffin 用滞后弹簧元模型计算了凸肩叶片的振动,发现计算准确度得到了显著提高^[5]。串入弹簧使得触点的滑移、黏滞和分离不仅依赖于法向力,还依赖于触点和其牵引点的运动历程,文献[6-7]对滞后弹簧元模型空间运动的力-位移关系做了深入研究。

以上研究是以一个接触点对描述整个阻尼器的

接触运动,称为宏滑移模型。宏滑移模型适合描述法向力均布、幅值较小,且结构和阻尼器刚性均较好的情形。对于薄壁结构,存在较大法向力时,阻尼器有可能在整体滑移之前,在接触面局部发生滑移,这时若仍用宏滑移模型描述运动,将不符合运动接触的实际,给减振运算带来较大误差。针对这种情况,文献[8-9]采用一维运动微滑移解析模型为干摩擦阻尼器建模,计算了结构频响,并分析了与宏滑移模型相比计算结果异同的原因。

一维解析模型的缺点是对法向力分布形式和时变性的限制,阻碍了其运用推广。针对这一情况,文献[10-11]采用解析分析和数值离散相结合的方法,将一维微滑移模型发展为适用于法向载荷时变,并考虑阻尼器整体滑移的情况^[10]。文献[12]将干摩擦阻尼器模型发展至三维空间,但其运动状态的求解须同结构振动结合起来,求解中假设接触运动的谐波数量要求较少,否则容易出现收敛问题。李琳系统总结了干摩擦减振模型的发展历程,并提出结构减振计算应向高保真和新型干摩擦阻尼器模型设计方向发展^[2];文献[13-14]分别尝试涂层干摩擦阻尼器的切、法向刚度模拟和微滑移接触生热及磨损问题,对干摩擦接触特性进行了进一步拓展。

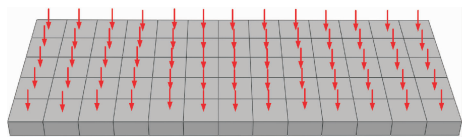
已有微滑移数值模型将阻尼器视为一维运动,这种近似忽略了2个因素:①阻尼器本体在正交方向上的弹性耦合;②激励点在阻尼器上的具体作用位置。如果两正交方向的激励处于同一位置,尚可简化近似:将激励合成在一个新的方向,并且不计耦合效应;若激励处于不同位置,则会产生较大误差。

本文针对一维数值模型的上述限制,将接触运动由一维扩展至平面运动,同时考虑阻尼器在正交方向的刚度耦合,提出了求解三维接触运动的微滑移数值模型,并用数值跟踪方法分析接触点的黏滞、滑移和分离等现象。

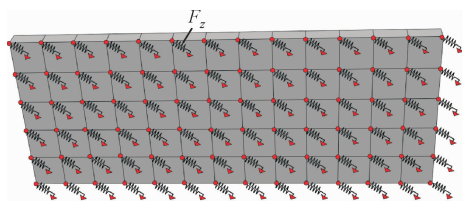
1 三维运动微滑移模型的建立

图1a所示为平板状干摩擦阻尼器。 F_z 为法向

载荷,可在阻尼器不同位置呈不同分布,可以是时变的,即 $F_z = F_z(\mathbf{D}, t)$, $\mathbf{D}$ 为位移向量, t 为时间。为计及阻尼器自身柔性,将阻尼器离散,使用有限元模型对其进行划分,并获取其刚度矩阵 $\mathbf{K}$ 。用 ABAQUS 建模,运用 Matrix Generate 和 Matrix Output 命令,导出阻尼器刚度矩阵 $\mathbf{K}^{[15]}$,也可自行编制有限元程序,积分获得其刚度矩阵。在接触运动面,将滞后弹簧单元布置在有限元网格节点,如图 1b 所示。单元一端的小箭头代表与配对接触面的接触点,称为触点;另一端点固连于节点,称为牵引点。在动力学计算中,使用这些触点表征面接触的力学行为。



(a) 法向力作用面



(b) 滞后弹簧单元族

图 1 三维接触运动微滑移数值模型

Fig. 1 3D Numerical micro-slip model

滞后弹簧元刚度 $\mathbf{K}_d$ 由 Hertz 接触理论结合有限元网格密度确定,表示触点沿正交两方向的无耦合刚度,因此 2×2 矩阵 $\mathbf{K}_d$ 仅在对角线上有非零值且两值相等。

滞后弹簧元具有如下式特点

$$\mathbf{F} = \begin{cases} \mu F_z * \frac{\mathbf{K}_d \mathbf{X}}{|\mathbf{K}_d \mathbf{X}|}, & |\mathbf{K}_d \mathbf{X}| - \mu F_z > 0 \\ \mathbf{K}_d \mathbf{X}, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{F}$ 表示触点干摩擦力向量; μ 为干摩擦系数; F_z 取值大于 0 具备实际意义; $\mathbf{X}$ 为牵引点的位移向量。由式(1)可知,在法向力作用下,牵引点位移量较小时,触点不滑移,干摩擦力随牵引点位移线性增长;当牵引点位移达到一定量时,弹簧元不再伸长,干摩擦力达到极值,触点开始出现滑动行为。

2 三维运动微滑移模型的求解方法

2.1 单触点运动的轨迹跟踪求解法

微滑移模型虽有大量滞后弹簧元,但各元的运动和摩擦行为都遵从式(1),因此求解微滑移模型的

接触运动-干摩擦力行为,需先掌握单个滞后弹簧元的位移历程和干摩擦力求解方法,即轨迹跟踪方法。单触点轨迹跟踪方法最早由 Sanliturk 提出,但未阐述其求解机理^[16]。单颖春应用类似方法,结合时-频算法,计算了航空发动机带凸肩叶片的频响,取得了很好的效果^[17]。

图 2 给出了轨迹跟踪求解可能发生的黏滞、分离及滑移 3 种可能状态,其中下标 $i, i+1, \dots, i+5$ 表示离散时间点,向量 $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ 分别为牵引点和摩擦触点的位移向量。如图 2 所示,假设在 t_i 时刻,牵引点位置在 $\mathbf{U}(t_i)$ 、触点位置在 $\mathbf{V}(t_i)$;在 t_{i+1} 时刻,牵引点运动至 $\mathbf{U}(t_{i+1})$ 位置,这时触点将停滞在以 $\mathbf{U}(t_{i+1})$ 为圆心、 $\mu F_z(t_{i+1})/|\mathbf{K}_d(t_{i+1})|$ 为半径的摩擦圆上,停滞于摩擦圆上的具体位置可通过最小能耗原理得知。触点从 $\mathbf{V}(t_i)$ 移动至 $\mathbf{V}(t_{i+1})$,最小能耗为

$$\min \left(\int_{t_i}^{t_{i+1}} \mu F_z(t) * \left(\mathbf{D}(t_i) - \frac{\mu F_z(t_{i+1})}{\mathbf{K}_d(t_{i+1})} \right) dt \right) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{D}(t_i) = \mathbf{U}(t_{i+1}) - \mathbf{V}(t_i)$,表示 t_{i+1} 时刻牵引点位置与 t_i 时刻触点的位置差(见图 2)。求解时间间隔取至足够小时,可认为法向力 F_z 在 t_i 至 t_{i+1} 时段内匀速变化或保持不变,这样式(2)可写为

$$\min \left(\mu F_z(t_{i+1}) * \left(\mathbf{D}(t_i) - \frac{\mu F_z(t_{i+1})}{\mathbf{K}_d(t_{i+1})} \right) \right) \quad (3)$$

触点将滑动至 $\mathbf{V}(t_i)$ 与 $\mathbf{U}(t_{i+1})$ 的连线上,求解连线与该摩擦圆的交点,即可得到触点位移。

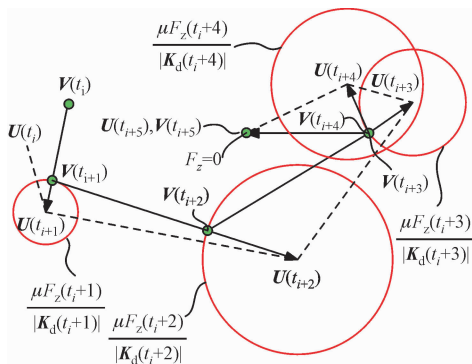


图 2 触点运动轨迹求解原理

Fig. 2 Principle of trajectory tracking method

依据上述原理,求解时只需知道摩擦圆半径、牵引点位置及触点上一时刻的位置,即可得出当前时刻触点位移和运动状态。如图 2 所示,假设 t_{i+2} 时刻,牵引点继续运动至 $\mathbf{U}(t_{i+2})$,同样依据最小能耗原理,触点将滑移至 $\mathbf{V}(t_{i+1})$ 与 $\mathbf{U}(t_{i+2})$ 的连线并停滞于以 $\mu F_z(t_{i+2})/|\mathbf{K}_d(t_{i+2})|$ 为半径的摩擦圆上;当牵引点由 $\mathbf{U}(t_{i+3})$ 运动至 $\mathbf{U}(t_{i+4})$ 时, t_{i+4} 时刻的摩擦

圆覆盖了触点在 t_{i+3} 时刻的位置 $\mathbf{V}(t_{i+3})$,这时触点将处于黏滞状态,从而 $\mathbf{V}(t_{i+3})$ 与 $\mathbf{V}(t_{i+4})$ 重合;当牵引点由 $\mathbf{U}(t_{i+4})$ 运动至 $\mathbf{U}(t_{i+5})$ 时,法向力为 0,所以摩擦圆覆盖面积为 0,这时触点将回弹至牵引点,与其重合。同理,逐步计算即可求得触点的整个位移历程。当牵引点运动和法向力呈周期特征时,将形成稳定的位移-干摩擦力滞回环。

2.2 三维接触运动-摩擦力求解流程

求解三维接触运动-摩擦力需得知阻尼器自身刚度矩阵 $\mathbf{K}$,并标定滞后弹簧元序号。设定接触运动坐标系 x,y 方向为接触运动方向, z 方向为法向力作用方向,求解时间离散,形成时间步。激励可分为位移激励和力激励,两种类型算法略有不同,但基本求解思想都是寻求不同接触运动状态下的平衡解。本文算法以位移激励类型为例。

触点黏滞-滑移和分离的判定是阻尼器的位移-摩擦力求解的依据,因此对触点运动状态及转化条件进行梳理,如表 1 所示。

表 1 触点运动状态及转化条件

Table 1 Transforming conditions of the kinematic state			
当前状态	后续状态	转换条件	
E	S	$\mathbf{F}=\mu\mathbf{F}_z*\mathbf{K}_d\mathbf{U}/ \mathbf{K}_d\mathbf{U} ,\ \mathbf{K}_d\dot{\mathbf{U}}\ _z>\dot{F}_z$	
	I	$F_z=0,\dot{F}_z<0$	
S	E	$\mathbf{F}^T\mathbf{K}_d\dot{\mathbf{U}}-\mu^2F_z\dot{F}_z=0,\ \mathbf{K}_d\dot{\mathbf{U}}\ _z<\dot{F}_z$	
	I	$F_z=0,\dot{F}_z<0$	
I	E	$F_z=0,\dot{F}_z\geq 0,\dot{\mathbf{U}}^T\mathbf{K}_d^T\mathbf{K}_d\mathbf{U}\leq\mu^2\dot{F}_z^2$	
	S	$F_z=0,\dot{F}_z\geq 0,\dot{\mathbf{U}}^T\mathbf{K}_d^T\mathbf{K}_d\mathbf{U}\geq\mu^2\dot{F}_z^2$	

表中第 1 列 E、S、I 分别表示黏滞、滑移和分离状态,法向力 F_z 代表法向力大小,方向由其符号决定,可写为标量格式。

求解流程如下。

(1)将 2×2 对角矩阵 $\mathbf{K}_d$ 组装于摩擦面相应节点对应自由度上,形成总刚矩阵 $\mathbf{K}_{\text{sum}}$ 。即将 $\mathbf{K}_d$ 的 x 和 y 两分量加至 $\mathbf{K}$ 相应节点自由度上(相应节点自由度由接触面节点序号确定,两分量将添加至 $\mathbf{K}$ 的对角线上)。

(2)假设 $\mathbf{U}_1=0,\mathbf{V}_1=0,\mathbf{F}_1=0$,下标“1”代表求解时间步 $i=1$,还假设触点处于全黏滞状态。

(3)应用矩阵右除法,在给定位移激励增量下,求解平衡方程 $\mathbf{K}_{\text{sum}}\Delta\mathbf{U}=0$,得到各状态向量增量 $\Delta\mathbf{U}、\Delta\mathbf{F}、\Delta\mathbf{V}$ 。

(4) $\mathbf{U}_{i+1}=\mathbf{U}_i+\Delta\mathbf{U}_i,\mathbf{V}_{i+1}=\mathbf{V}_i+\Delta\mathbf{V}_i,\mathbf{F}_{i+1}=\mathbf{F}_i+\Delta\mathbf{F}_i$ 。

(5)依据表 1 所列判定条件,检查各触点运行状态是否满足黏滞-滑移和分离状态转换条件,如满足,则根据式(1)修正对应状态向量 $\mathbf{U}_{i+1}、\mathbf{V}_{i+1}、\mathbf{F}_{i+1}$,标记对应触点黏滞-滑移和分离状态,转至步骤(6);如触点运动状态未发生转化,则返回步骤(3)继续下一时间步的求解。

(6)对总刚矩阵 $\mathbf{K}_{\text{sum}}$ 做如下调整:若 t_{i+1} 时刻,某触点由分离或滑移转向黏滞,则 $\mathbf{K}_{\text{sum}}$ 应在对应节点自由度的主方向(对角线)加上滞后弹簧元的刚阵 $\mathbf{K}_d$;若 t_{i+1} 时刻某触点由黏滞转为滑移或者分离状态,此时滞后弹簧元刚度失效,应将 $\mathbf{K}_{\text{sum}}$ 对应节点自由度主方向减去 $\mathbf{K}_d$;若 t_{i+1} 时刻触点运动状态与 i 时刻相同,则对 $\mathbf{K}_{\text{sum}}$ 不做调整。

(7)判断求解时间节点是否完成,完成则求解完毕,未完成则返回步骤(3)。

需要注意,总刚矩阵 $\mathbf{K}_{\text{sum}}$ 是一个变量矩阵,其值随触点的运动状态转化而发生相应变化。当所有触点处于滑移、分离或滑移-分离混合状态而无黏滞触点时,滞后弹簧元将全部失效,这时 $\mathbf{K}_{\text{sum}}$ 将退化为奇异矩阵,条件数 $\text{Cond}(\mathbf{K}_{\text{sum}})$ 过大,导致矩阵的右除计算无法进行;这时不再进行矩阵右除运算,而用滞后弹簧单元的性质和单触点跟踪原理确定各状态向量的值:如 $\Delta\mathbf{U}$ 和 $\Delta\mathbf{V}$ 与激励点位移增量相等, $\Delta\mathbf{F}$ 则由上一时刻的 $\mathbf{F}$ 结合 $\Delta\mathbf{U}、\Delta\mathbf{V}$ 共同确定。另外,为了保证求解中矩阵右除计算的数值稳定性,算法规定当某一时刻处于黏滞状态的触点数量小于等于 2 时,可认为所有触点处于全滑移或滑移-分离混合状态,从而不再进行右除运算,而是按照上述修正方法确定各状态向量。这样就解决了大条件数矩阵除法运算的数值稳定性问题。经验证,求解结果与不进行这样处理计算得出的求解结果相差不大。

3 算 例

3.1 算例 1

平板干摩擦阻尼器材料为 65Mn,表面经淬火处理,弹性模量 $E=20\ 700\ \text{MPa}$,泊松比 $\lambda=0.27$ 。阻尼器为规则长方体,长、宽、高分别为 50、30、1.2 mm。在模型长、宽、高方向分别布置 11、7、2 个节点,划分单元,其刚度矩阵整理为 462×462 。

模型法向载荷及激励点位置如图 3 所示。载荷分布为 $F_z=9+0.15(x-25)^2\ \text{N}$, $L_y=0.13\sin(t+\pi/4)\ \text{mm}$, $L_x=0.11\sin(t)\ \text{mm}$,分别为平面内 y 和 x 方向的位移激励。

模型接触面含 77 个节点,在每一节点布置滞后

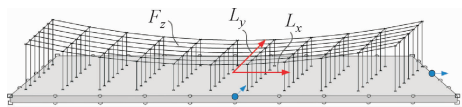


图3 法向载荷形式与激励位置

Fig. 3 Normal load type and location of excitation

弹簧单元,见图1b,弹簧元刚度为500 N/mm。图4小红点①~⑫表示后续接触运动图及运动-干摩擦力图绘制时(图5、图6、图8和图9)所选择的触点。

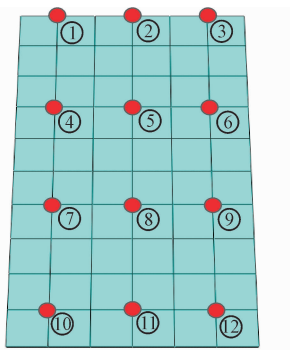


图4 运动历程及摩擦力触点

Fig. 4 Contact nodes for demonstration

图5为图4所示位置①~⑫对应的牵引点和触点的平面运动历程。椭圆粗实线表示牵引点轨迹,环内红色线条代表触点运动轨迹,用灰色线段连接触点与牵引点,表示求解时间历程中触点和牵引点位置关系。求解初始假设牵引点与触点重合,当时间步推进,触点位置不变,牵引点离开初始位置;随着牵引点与触点相对位移增加到一定幅度,满足滑移条件时,触点开始滑动;处于阻尼器两端的触点始终未滑移,触点轨迹始终停滞于初始点。图5所示

阻尼器处于局部滑移状态,求解历程设置了4个运动周期,实际上运动到第2个周期已经形成稳定轨迹,第3、4个周期的轨迹与第2周期重合。

如图3和图4所示:\$x\$、\$y\$两方向激励位于阻尼器正中心位置,法向载荷也关于\$x\$、\$y\$轴对称,因此位于阻尼器中间位置的节点更趋向滑动,且关于阻尼器中心呈对称特点;两端法向力大且远离激励点,因此更趋向黏滞;与阻尼器本身刚度相比,触点刚度较小,且阻尼器中参与滑移的节点数量较多(滑移时触点刚度失效),与各触点对应的牵引点位移轨迹主要由激励位置和阻尼器本身刚性决定,仅有微小差异,图中不易看出。

在稳定状态下,图4所示各触点\$x\$、\$y\$方向的位移-干摩擦力滞回曲线见图6。未滑移的触点干摩擦力呈线性特点;而参与滑移的触点,依滑移程度呈现出环状滞回曲线。该曲线由阻尼器柔性,接触面切、法向刚度,法向力及激励大小、位置共同决定,其围成的面积代表触点运动周期的干摩擦能耗。在结构附加干摩擦减振过程中,阻尼器的滑移部分可提供阻尼效应,而黏滞部分增加了结构刚度,起到一定的调频作用。

第\$t_i\$时刻的总摩擦力\$F_i^{\text{sum}}\$为所求各触点的干摩擦力之和,即

$$F_i^{\text{sum}} = \sum_{d=1}^n F_{d,i} \quad (4)$$

式中:\$d\$为干摩擦触点号;\$n\$为触点总数。将\$F_i^{\text{sum}}\$与牵引激励历程绘制,即可得到干摩擦阻尼器的总位移-干摩擦力曲线,该曲线为干摩擦阻尼器位移-干

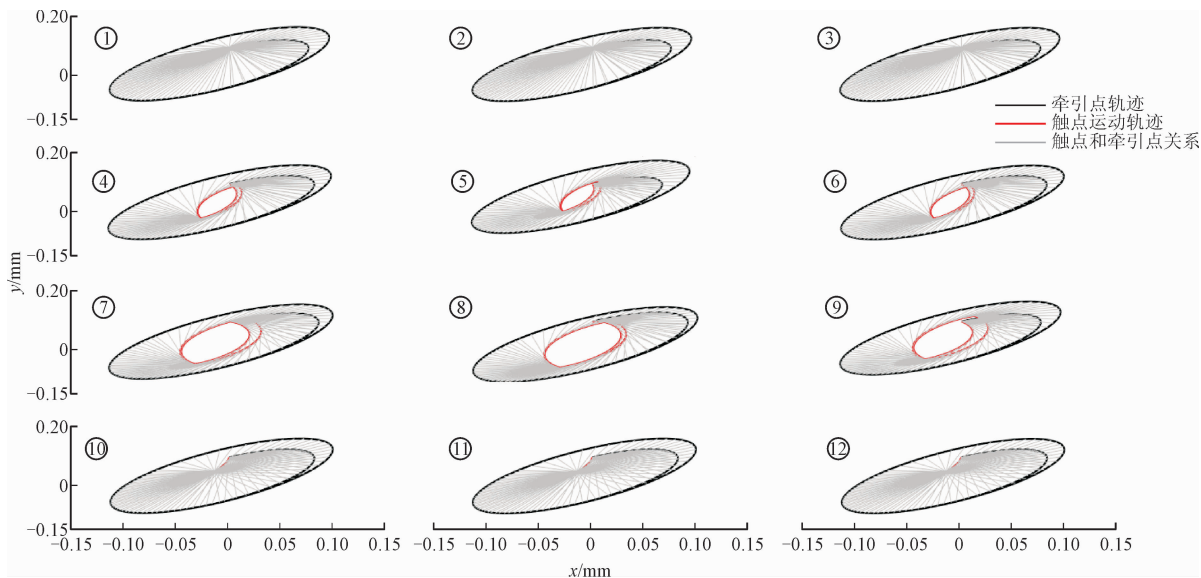


图5 触点平面运动历程

Fig. 5 Trajectories of the contact points with planar motion

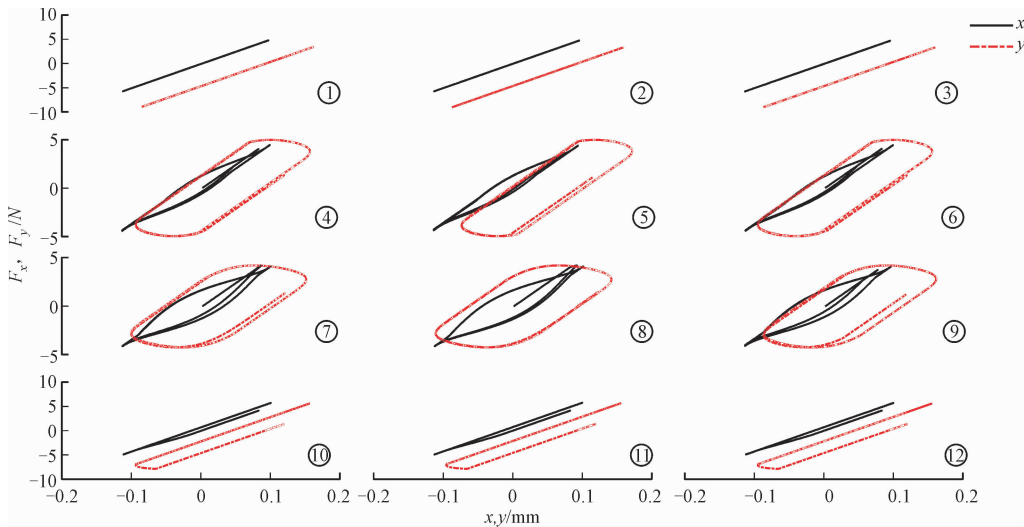


图 6 部分触点位移-干摩擦力滞回曲线

Fig. 6 Hysteresis loops of dry friction force versus displacement

摩擦力的对外表现形式。图 7a 中 1、2、3、4、5、6 表示从初始状态到稳定滞回环形成过程中的位移-干

摩擦力历程。从该图也可看出,求解两个周期后,位移历程-干摩擦力已经趋于稳定。图 7b 绘制了 x 、 y 两个方向上干摩擦力的时间历程。

3.2 算例 2

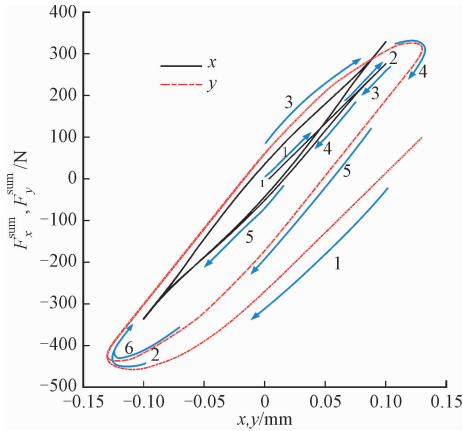
算例 1 两方向激励位于同一节点,在阻尼器中心位置。算例 2 将 x 、 y 两方向激励施加于图 3 蓝色箭头, $L_x=0.2\sin(t)$ mm, $L_y=0.14\cos(t)$ mm,其他参数同算例 1,得到图 8 所示的触点位移历程曲线和图 9 所示的位移-干摩擦力滞回曲线。图中显示了触点跟踪历程,可以看出,达到稳定滞回所需跟踪周期较算例 1 多了 1 个。算例 2 的 x 方向激励位于阻尼器右端(如图 3 所示),且激励幅值较大,由于阻尼器两端法向力较大,导致两端接触位置更趋向黏滞状态;靠近激励点位置的滞回环更加饱满,阻尼器呈部分滑移状态。从图 8 还可看出,阻尼器自身柔性和干摩擦位移历程相关性共同促成触点和跟踪点的位移协调,最终形成稳定运动轨迹。该稳定轨迹不依赖于求解初始位置,这和单触点模型的滞回特性是一致的^[17]。

求解过程是在时间历程上逐点求解,然后对触点运动状态逐个判定,因此该求解流程还可计算法向力时变情况、多点激励状态以及阻尼器分离状态。当法向力时变时,牵引接触运动状态变化较多,轨迹较难稳定,一般需要 3 至 5 个周期。

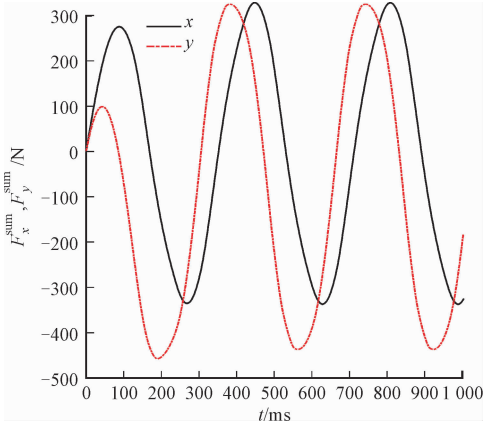
4 模型在结构频响分析中的应用

4.1 带凸肩叶片振动模型与求解方法

可将图 10 所示叶片与凸肩减振结构简化为如



(a) 总滞回曲线



(b) 时间-干摩擦力曲线

图 7 总位移-干摩擦力滞回曲线

Fig. 7 Total hysteresis loops and dry friction force versus time curves

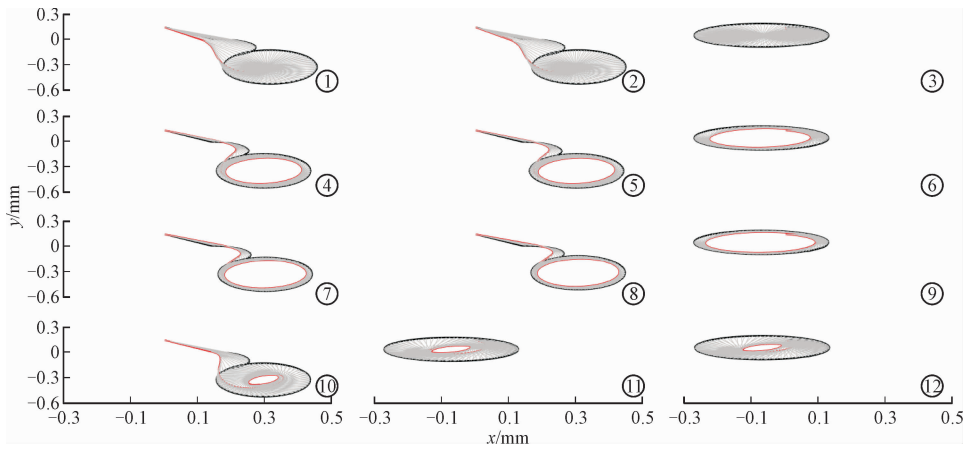


图 8 触点平面运动历程

Fig. 8 Trajectories of the contact points with planar motion; exm. 1

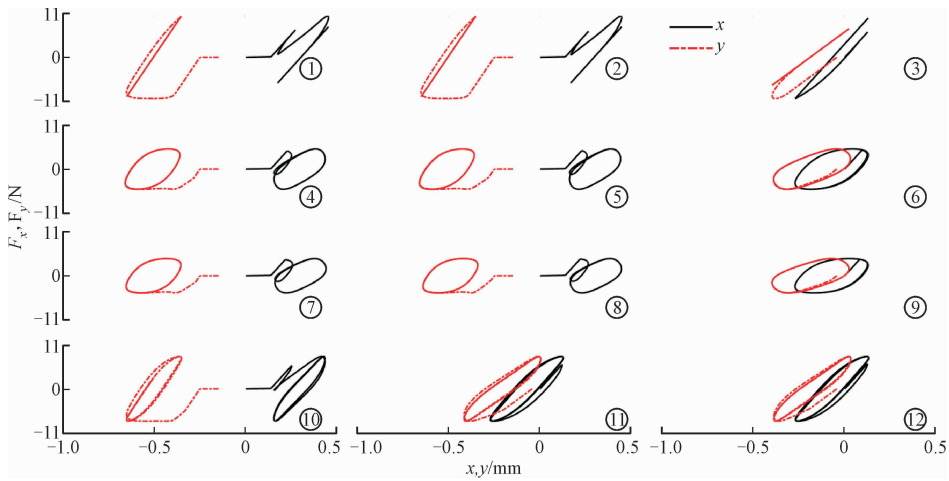


图 9 位移-干摩擦力滞回曲线 2

Fig. 9 Hysteresis loops of versus dry friction force displacement; exm. 2

图 11 所示的正交二自由度结构,质量为 M , x 、 y 方向的刚度和阻尼分别为 K_x 、 K_y 、 C_x 及 C_y 。该正交 2 自由度系统控制方程为

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_x & 0 \\ 0 & C_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_x(x, y) \\ F_y(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \cos(\omega t) \\ P_2 \sin(\omega t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $F_x(x, y)$ 、 $F_y(x, y)$ 为干摩擦力,是 x 、 y 的函数, x 、 y 方向的运动通过阻尼器产生相互影响; P_1 和 P_2 表示两方向激励力幅值。

如图 10 所示,干摩擦阻尼器固连于 M 质量块,法向力 F_z 与叶片 y 向相对位移关系为

$$F_z = F_{z0} + K_z y \sin(\beta) \quad (6)$$

式中: F_{z0} 为初始法向力大小; K_z 为阻尼器法向接触刚度; β 角为凸肩接触角。

计算所需结构参数和阻尼器参数见表 2。阻尼

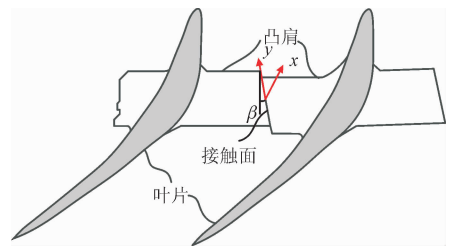


图 10 凸肩接触示意图

Fig. 10 Contact configuration of blades

器结构和材料参数同前。

式(5)含有强边界非线性因素,采用混合时频法 (HTF)^[18]求解该问题。其求解思路是,先将激励、位移、干摩擦力进行傅里叶变换表示在频域中

$$s(t) = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=0}^h S_k e^{jk\omega t} + \sum_{k=0}^h S_k e^{-jk\omega t} \right] \quad (7)$$

式中: $s(t)$ 表示 $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $F_x(t)$ 、 $F_y(t)$ 、 $P_1(t)$ 、 $P_2(t)$; S_k 表示 $X(k)$ 、 $Y(k)$ 、 $F_x(k)$ 、 $F_y(k)$ 、 $P_1(k)$ 、

表 2 计算所需阻尼器参数和模型参数

Table 2 Model parameters and damper parameters for calculation

参数	数值
μ	0.5
$K_d/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	500
$K_n/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	670
N_0/N	750
$\beta/(\circ)$	14
M/kg	1.07
$C_x, C_y/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	0.796
$K_x, K_y/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	5×10^6
P_1/N	100
P_2/N	100

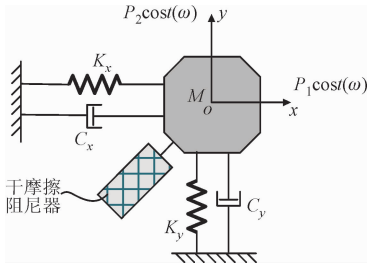


图 11 凸肩叶片 2 自由度模型

Fig. 11 2-degree of freedom model of a shrouded blade

$P_2(k)$ 是 $s(t)$ 为变量对应的第 k 阶傅里叶系数; ω 和 t 分别为激励频率与时间; h 为计算所取傅里叶级数的最高阶数。这样,可将式(4)写为

$$\mathbf{A}_k \mathbf{X}_k - \mathbf{P}_k + \mathbf{F}_k(x_0, y_0, \cdots, x_h, y_h) = \mathbf{0} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{A}_k = -(k\omega)^2 \mathbf{M} + jk\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}$, $\mathbf{A}_k$ 为动刚度矩阵。进一步将式(7)写为如下格式

$$\mathbf{\Gamma}(\mathbf{X}) = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{P} + \mathbf{F}(\mathbf{X}) \quad (9)$$

HFT 方法的求解流程如下:

- (1)对式(8)的谐波系数 $\mathbf{X}$ 进行快速傅里叶逆变换(IFFT),得到 x, y 方向的位移历程;
- (2)依据步骤(1)得到的位移序列计算干摩擦力;
- (3)对干摩擦力序列进行快速傅里叶变换(FFT),得到表示干摩擦力的傅里叶谐波系数 $\mathbf{F}_k$;
- (4)依据上步得到的 $\mathbf{F}_k$ 计算式(8),如果未收敛(足够接近 0),则用 Broyden 方法迭代生成新的 $\mathbf{X}$,返回步骤 1 继续计算,若收敛,则计算下一频率点。

4.2 求解结果及对比

为考察阻尼器本身柔性对减振效果影响,提出等效模型。等效模型用单触点代替接触面,刚度 K_x

$=K_y=38\,500\text{ N/m}$,这时阻尼器退化为宏滑移模型。干摩擦阻尼器带来附加刚度,对结构起到调频作用,使两方向固有频率上升至2 710 Hz。围绕其固有频率进行 3 种法向力下的微、宏滑移模型的频响分析, x 方向结果如图 12 所示, y 方向的计算结果与 x 方向相仿。

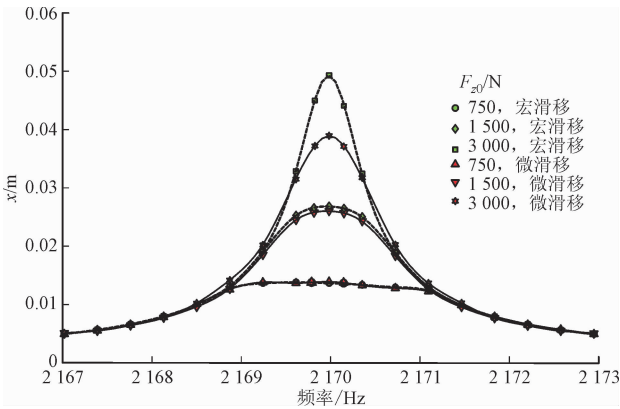


图 12 宏、微滑移模型振动频响结果

Fig. 12 FRF results of macro- and micro-slip model

如图 12 所示,距离固有频率较远的频率点,振动幅值小,阻尼器不易滑动,阻尼器提供了附加刚度,有利于抑制振动。当法向力较小时,随着计算频率向固有频率靠近,结构振动幅值的增加使阻尼器出现滑移现象。滑移一方面使滞后弹簧失效,为系统一定程度上起到调频作用,另一方面为系统提供干摩擦阻尼,起到减振效果。当法向力较大时,对于宏滑移模型,大的法向力使触点无法滑动,因此无法起到阻尼效应和调频作用,振动峰值计算结果偏大;对于微滑移模型,虽然法向力较大,但阻尼器自身的弹性协调变形使得其局部位置(触点)发生了滑移,起到了阻尼效应,同时起到较小的调频作用,使得频响计算结果较小。在共振频率点,宏滑移模型频响结果为 0.049 m,而微滑移模型结果为 0.038 m,相差 22.4%,由此可见,计算中计入微滑移效应的区别。另外,由图 12 还可以看出,对于确定幅值的外力激励,存在一个最优法向力,在该法向力下干摩擦阻尼器可达到好的振动抑制效果。

Griffin 用宏滑移模型计算凸肩叶片频响,发现接触刚度小、法向力较大时,实验结果小于计算结果,如图 13 所示^[5]。由于不知悉 Griffin 计算模型参数,无法应用本文改进的阻尼器模型做计算,但可用本文计算结果对计算和实验偏差给出解释:当法向力较小、阻尼器刚度较大时,阻尼器更像是一个刚体,可以用宏滑移模型描述,因此法向力较小时计算

与实验结果差异不大;当法向力增大时,阻尼器在整体滑动之前,产生了局部滑移和阻尼效应,抑制了振动;但该计算中使用了宏滑移模型,无法体现局部滑移效应,致使计算值较实验值偏大。

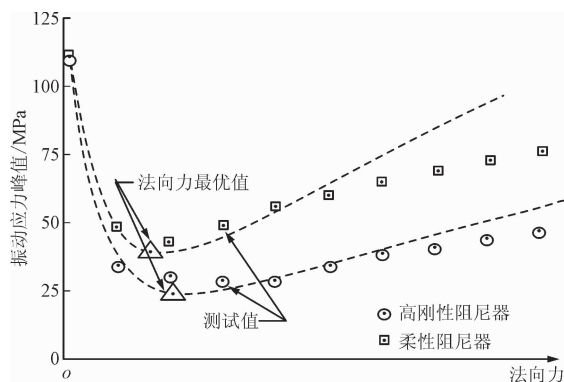


图 13 Griffin 计算与实验应力结果对比^[5]

Fig. 13 Stress comparison between Griffin's calculation and test

5 结 论

建立了二维接触运动干摩擦阻尼的数值模型,分别用宏滑移模型和本文改进的模型为带凸肩叶片建模,并分析了两种模型振幅频响异同的原因。

(1)考虑阻尼器自身柔性,将阻尼器离散,在其接触面节点安置滞后弹簧单元,形成干摩擦阻尼器的平面微滑移数值模型。

(2)考虑触点的黏滞、滑移、分离状态和相互转换条件,构建微滑移阻尼器的运动平衡方程,在时间序列上求解该方程,可得到各触点的位移-干摩擦力滞回关系及运动-干摩擦力时间历程。对各触点求和,得到干摩擦阻尼器对外的摩擦约束边界条件。

(3)运用该摩擦模型对含凸肩叶片建模,求解叶片正交方向频响。计算结果表明,微滑移模型的局部滑移可带来阻尼效应,这种效应是宏滑移模型无法预计的。

参考文献:

- [1] 晏砺堂,朱梓根,李其汉,等. 高速旋转机械振动[M]. 北京:国防工业出版社,1994:124-171.
- [2] 李琳,刘久周,李超. 航空发动机中的干摩擦阻尼器及其设计技术研究进展[J]. 航空动力学报,2016,31(10):2305-2317.
- LI Lin, LIU Jiuzhou, LI Chao. Review of the dry friction dampers in aero-engine and their design technologies[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(10): 2305-2317.

- [3] HARTOG J P D. Forced vibrations with combined coulomb and viscous friction [J]. Transactions of the ASME, 1931, 53(9): 107-115.
- [4] BYYUCATAMAN K. A theoretical study on the vibration damping of aircraft gearbox gears [C] // 27th Joint Propulsion Conference. New York: ASME, 1991: 1-6.
- [5] GRIFFIN J H. Friction damping of resonant stresses in gas turbine engine airfoils [J]. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers: Journal of Engineering for Power, 1980, 102(2): 329-333.
- [6] YANG B D, CHU M L, MENQ C H. Stick-slip-separation analysis and non-linear stiffness and damping characterization of friction contacts having variable normal load [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 210(4): 461-481.
- [7] YANG B D, MENQ C H. Characterization of 3d contact kinematics and prediction of resonant response of structures having 3d frictional constraint [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 217(5): 909-925.
- [8] 漆文凯,高德平. 摩擦阻尼减振设计中的局部滑动问题[J]. 航空学报,2006,27(5):805-809.
- QI Wenkai, GAO Deping. Microslip study on friction damping and its application in design of vibration reduction [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(5): 805-809.
- [9] 徐自力,常东锋,刘雅琳. 基于微滑移解析模型的干摩擦阻尼叶片稳态响应分析[J]. 振动工程学报,2008,21(5):505-510.
- XU Zili, CHANG Dongfeng, LIU Yalin. Forced response analysis of blade system with dry friction damper using one-bar microslip analytic model [J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 21(5): 505-510.
- [10] 上官博,徐自力,肖俊峰,等. 一种正压力随时间变化的微滑移干摩擦模型[J]. 振动工程学报,2016,29(3):444-451.
- SHANGGUAN Bo, XU Zili, XIAO Junfeng, et al. A microslip dry friction model with variable normal load [J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(3): 444-451.
- [11] CIGEROGLU E, AN Ning, MENQ C H. A microslip friction model with normal load variation induced by normal motion [J]. Nonlinear Dynamics, 2007, 50(3): 609-626.
- [12] FIRRONE C M, ZUCCA S. Passive control of vibration of thin-walled gears: advanced modelling of ring dampers [J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 76(1): 263-280.

- [13] 樊江,戴琦晖,王晋斌,等.带涂层干摩擦阻尼器的分子动力学仿真[J].航空动力学报,2018,33(10):2333-2342.
FAN Jiang, DAI Qihui, WANG Jinbin, et al. Molecular dynamics simulations of dry friction dampers with coating [J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(10): 2333-2342.
- [14] 王计辉,陈志,顾灿鸿,等.机械密封在干摩擦状态下的摩擦界面热力耦合分析[J].摩擦学学报,2019,39(6):737-745.
WANG Jihui, CHEN Zhi, GU Canhong, et al. Thermo-mechanical coupling analysis of friction interface of mechanical seals under dry friction [J]. Tribology, 2019, 39(6): 737-745.
- [15] HIBBITT H, KARLSSON B, SORESENSEN P. Abaqus 6.12 analysis user's manual [EB/OL]. [2020-10-02]. <http://ivt-abaqusdoc.ivt.ntnu.no.2080/v6.14/index.html>.
- [16] SANLITURK K Y, EWINS D J. Modelling two-dimensional friction contact and its application using harmonic balance method [J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 193(2): 511-523.
- [17] 单颖春,朱梓根,刘献栋.凸肩结构对叶片的干摩擦减振研究-规律分析[J].航空动力学报,2006,21(1):174-180.
SHAN Yingchun, ZHU Zigen, LIU Xiandong. Investigation of the vibration control by frictional constraints between blade shrouds rule analysis [J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(1): 174-180.
- [18] POUDOU O J. Modeling and analysis of the dynamics of dry-friction-damped structural systems [D]. Ann Arbor, USA: University of Michigan, 2007: 88-124.

[本刊相关文献链接]

- 蒲晓晖,徐俊,李士盈,梅雪松.电磁阻尼器惯性质量对汽车馈能悬架减振性能的影响[J].2019,53(6):62-68,84. [doi:10.7652/xjtuxb201906009]
- 夏凯,孙岩桦,卓明,赵世全.带传扭销的环形平面接触轴段扭转特性研究[J].2018,52(9):82-88. [doi:10.7652/xjtuxb201809013]
- 刘雅琳,上官博,徐自力.干摩擦阻尼对失谐叶盘系统受迫振动的影响[J].2016,50(2):111-117. [doi:10.7652/xjtuxb201602019]
- 张凯,陈天宁,王小鹏.非阻塞性颗粒阻尼器内部的颗粒莱顿弗罗斯特现象[J].2016,50(8):15-19,44. [doi:10.7652/xjtuxb201608003]
- 张俊红,马梁,鲁鑫,王俊,林杰威.机动飞行下挤压油膜阻尼器对碰摩故障转子系统的影响[J].2015,49(11):62-70,141. [doi:10.7652/xjtuxb201511011]
- 陈艳华,江俊.转子/定子碰摩系统的非线性模态及其在干摩擦反向涡动响应预测中的应用[J].2014,48(5):82-88. [doi:10.7652/xjtuxb201405015]
- 薛晓敏,孙清,伍晓红,张陵.磁流变阻尼器滞回模型参数的敏感性分析及其简化模型[J].2013,47(7):102-107. [doi:10.7652/xjtuxb201307019]
- 刘石,仲继泽,冯永新,徐自力.使用磁流变阻尼器的大型汽轮发电机定子端部绕组振动控制[J].2013,47(4):39-43. [doi:10.7652/xjtuxb201304008]
- 薛晓敏,孙清,张陵,伍晓红.利用遗传算法的磁流变阻尼器结构含时滞半主动控制[J].2010,44(9):122-127.
- 刘雅琳,徐自力,上官博,王尚锦.时频域交互法在微滑移干摩擦阻尼叶片振动分析中的应用[J].2009,43(11):22-26.
- 谷伟伟,徐自力,胡哺松,王尚锦.微滑移阻尼叶片最优正压力的影响因素分析[J].2008,42(7):828-832.

(编辑 杜秀杰 武红江)