

减小螺旋锥齿轮齿面加工误差的参数修正方法

宋碧芸, 唐进元, 容铠彬, 丁撼

(中南大学高性能复杂制造国家重点实验室, 410083, 长沙)

摘要: 针对螺旋锥齿轮加工过程中因无法避免误差而导致齿面加工精度难以保证的问题,提出螺旋锥齿轮加工误差控制模型及加工参数修正方法。首先,基于实际加工中的刀具与工件相对位置与相对运动关系,依据坐标齐次变换与啮合原理,确定加工参数与加工曲面之间的函数关系,建立螺旋锥齿轮精确齿面模型;然后,计算实际加工齿面与理论齿面的法向距离,从而建立由加工参数驱动的齿面几何误差控制模型;接着,对加工参数进行敏感性分析,选取敏感性较高的加工参数作为误差补偿模型优化变量,以提高优化效率;最后,将齿面误差最小化问题转化为最小二乘法问题,基于改进的 L-M 算法进行求解,得到加工参数补偿量,以此对加工参数进行修正达到减小齿面加工误差的目的。采用一对由双重螺旋法磨削加工得到的螺旋锥齿轮副作为应用实例,对该方法进行实际加工验证,结果表明:加工参数调整后,螺旋锥齿轮齿面加工误差降低了 65% 以上,实际测量的齿面绝对误差均不超过 0.005 mm,能够满足工程实际需求,证明该方法能够有效提升齿面加工精度。该方法可为螺旋锥齿轮乃至其他复杂曲面零件加工提供一种加工误差补偿思路。

关键词: 螺旋锥齿轮;误差补偿;双重螺旋法;加工精度;L-M 算法

中图分类号: TH132.416;TH161 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202202011 **文章编号:** 0253-987X(2022)02-0101-09



OSID 码

A Machine-Settings Compensation Method for Reducing Machining Error of Spiral Bevel Gear Tooth Flank

SONG Biyun, TANG Jinyuan, RONG Kaibin, DING Han

(Key State Lab of High Performance Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: A machining error control model and a machine-settings compensation method of spiral bevel gears are proposed to solve the problem that it is difficult to ensure the machining accuracy of tooth flank due to unavoidable errors in the process of spiral bevel gears. Firstly, based on the relative position and motion relationship between tool and workpiece in actual machining, the functional relationship between the machine-settings and tooth flank is determined according to the coordinate homogeneous transformation and meshing principle and an accurate tooth flank model of spiral bevel gear is established. Then, the normal distance between the actual tooth flank and theoretical tooth flank is calculated to establish a geometric error control model driven by the machine-settings. Next, the sensitivity of the machine-settings is analyzed, so that the machine-settings with high sensitivity are selected as optimization variables of the error compensation model to improve the optimization efficiency. Finally, the tooth flank error minimization problem is transformed into a least square problem, which is solved based on the

improved L-M algorithm to revise the machine-settings and to reduce the machining error of tooth flank. A pair of spiral bevel gears ground by duplex helical method is used as an example to verify this method. The results show that after the compensation of the machine-settings, the machining error of spiral bevel gear tooth flank is reduced by more than 65%. The measurement error of tooth flank is no more than 0.005 mm, which can meet the actual needs of engineering. It is proved that this method can effectively improve the machining accuracy of tooth flank. And it can provide an idea of machining error compensation for spiral bevel gears and other complex curved surface parts.

Keywords: spiral bevel gears; error compensation; duplex helical method; machining accuracy; Levenberg-Marquard algorithm

螺旋锥齿轮是广泛应用于航空动力传动及运载工具等高端装备中的核心基础零部件^[1],其高精制造、加工误差补偿一直以来都是热点难点问题。在实际加工中,机床的几何误差、跟随误差等因素导致螺旋锥齿轮加工误差产生^[2-3],对其接触性能、使用寿命、传动精度产生诸多不良影响。Litvin 等系统研究了加工参数变化对于螺旋锥齿轮啮合特性等性质的影响,提出了基于线性回归算法的齿面优化模型^[4],但其求解精度稳定性低、求解效率有待提高。为了增强求解稳定性,Shih 提出了序列二次归纳法,解决了雅克比矩阵的病态问题^[5],但加工参数耦合作用导致的数值求解不稳定问题仍被忽略。Gabicini 及蒋进科等基于齿面 ease-off 修正理论以准双曲面齿轮为研究对象,分别进行了传动误差变化规律的研究^[6]及多目标优化设计的研究^[7]。李丽霞等从数学角度研究了加工参数与大轮齿面形状的关系^[8],但实际加工中通常不修正大轮,这一研究成果具有局限性。精密测量仪器与技术的广泛应用,使螺旋锥齿轮加工误差补偿有了进一步发展。唐进元等基于三坐标测量仪,研究了铣削加工的螺旋锥齿轮齿面加工精度控制方法^[9-11]。丁撼等提出了考虑齿面微观形貌的拓扑优化方法,其提出了带 Dog-leg 步的置信域算法^[12-13]但其求解效率仍旧有待提高。彭山东等基于 6δ 原则探讨了螺旋锥齿轮形性协同参数反调问题^[14]。以上研究虽然取得了一定进展,但对螺旋锥齿轮双重螺旋法加工齿面的高精度反调修正方法研究文献较少、尚待深入研究。

本文通过建立螺旋锥齿轮双重螺旋法加工精确数学模型,提出一种参数驱动的双重螺旋加工参数修正方法,并通过一对工程齿轮实际加工试验,验证了这一方法的可行性。本文方法可为螺旋锥齿轮加工参数反调提供帮助。

1 螺旋锥齿轮双重螺旋法加工齿面建模

螺旋锥齿轮齿面建模是建立加工参数与齿面映射关系的过程。双重螺旋法通过刀盘模拟“假想平顶齿轮”运动,由刀具切削刃在齿坯上形成齿形完成加工^[15],如图1所示。

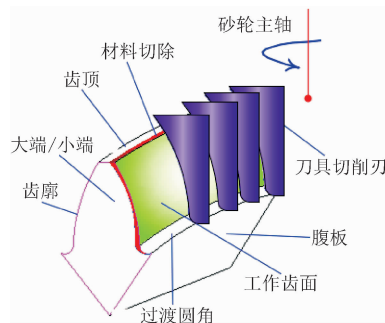


图1 螺旋锥齿轮双重螺旋法加工示意图

Fig. 1 Schematic diagram of duplex helical method of spiral bevel gear

基于坐标变换,建立刀具与工件的坐标转换关系 M_{bc} 。螺旋锥齿轮加工过程可以表示为^[16]

$$F(\xi) = M_{bc}(q, S_R, E_M, X_B, \gamma_m, R_{ai}, m_c, d_q, \chi_{HL}; \varphi) r(u, \theta) \quad (1)$$

式中: $F(\xi)$ 为刀具在加工过程中形成的一系列曲面; $r(u, \theta)$ 为刀具数字化表达, u 为高度方向变量, θ 为回转变量; φ 为机床运动基本参数,表示刀具旋转步长; ξ 为螺旋锥齿轮双重螺旋法的加工参数, $\xi = [q, S_R, E_M, X_D, X_B, \gamma_m, R_{ai}, m, j, \chi_{HL}]$; q 为角向刀位; S_R 为径向刀位; E_M 为垂直轮位; X_D 为水平轮位; X_B 为床位; γ_m 为安装角; R_{ai} 为刀转角; m_c 为滚比; d_q 为刀具倾角; χ_{HL} 为螺旋修正系数。根据啮合原理,联立方程组,螺旋锥齿轮双重螺旋齿面参数化模型可以表示为^[17]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}(\xi) &= \mathbf{M}_{bc}(\xi, \varphi) \mathbf{r}(u, \theta) \\ f(\xi) &= \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = \left(\frac{\partial \mathbf{F}(\xi)}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{F}(\xi)}{\partial \theta} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{F}(\xi)}{\partial \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{n}$ 为加工表面上任意一点的法矢; $\mathbf{v}$ 为刀具与工件的相对速度; $\cdot$ 为标量积符号; $\times$ 表示矢量积符号。式(2)为螺旋主齿轮齿面隐式表达。将齿面投影范围设置为边界条件,通过合理的齿面均匀化手段,进行齿面网格化处理,逐点求解^[18]。

2 参数反调修正优化算法

2.1 齿面误差控制模型

加工误差是指刀具实际形成的包络面与工件理论轮廓之间的偏差^[19],图2所示为曲面零件几何误差模型。基于精密测量技术对实际曲面进行离散网格测量,得到实际加工曲面采样点 P_{CMM} ,根据采样点精确拟合出实际加工曲面。基于齿面参数化模型,离散化求解得到理论齿面点 $r_1, r_2, \dots, r_m$,理论齿面点的拟合结果即为理论曲面,实际加工曲面与目标曲面的法向距离 h_m 即为加工误差。

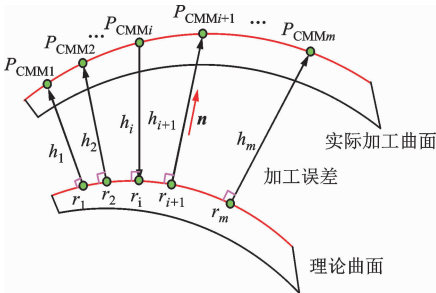


图2 曲面零件几何误差模型

Fig.2 Geometric error model of curved parts

建立以机床加工参数为设计变量的曲面加工误差模型^[20-21]

$$(\mathbf{P}_{CMMi} - \mathbf{r}((u, \theta, \varphi)_i, \xi)) \cdot \mathbf{n}((u, \theta, \varphi)_i, \xi) = h_i \quad (3)$$

实际生产中,通常约束式(3)中 $|h_i| \leq 0.005$ mm。式(3)中: i 表示第 i 个采样点; $\mathbf{r}((u, \theta, \varphi)_i, \xi)$ 、 $\mathbf{n}((u, \theta, \varphi)_i, \xi)$ 为采样点对应的理论曲面离散点径矢及法矢

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}((u, \theta, \varphi)_i, \xi) &= \mathbf{M}_{bc}(\varphi_i, \xi) \mathbf{r}(u, \theta)_i \\ \mathbf{n}((u, \theta, \varphi)_i, \xi) &= \mathbf{M}_{bc}(\varphi_i, \xi) \mathbf{n}(u, \theta)_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2.2 误差补偿策略

理论上,加工误差是机床加工参数微小变化导致误差的叠加^[2],因此考虑加工误差的真实齿面可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_e(u, \theta, \varphi, \xi_e) &= \mathbf{M}(\xi_e; \varphi) \cdot \mathbf{r}(u, \theta) \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $\xi_e = \xi + \Delta\xi = [q_0 + \Delta q, S_{R0} + \Delta S_R, E_{M0} + \Delta E_{M0}, X_{D0} + \Delta X_D, X_{B0} + \Delta X_B, \gamma_{m0} + \Delta \gamma_m, R_{ai0} + \Delta R_{ai}, m_0 + \Delta m, j_0 + \Delta j, \chi_{HL0} + \Delta \chi_{HL}]$ 。通过调整加工参数可以实现齿面加工误差的补偿,然而优化变量过多会降低误差补偿效率。采用敏感性分析方法定量描述加工参数对加工误差的影响,制定合理的优化策略非常必要。这一定量描述通常被称为敏感性系数,参数敏感性系数越大,对模型输出影响越大。基于 Morris 法评估加工参数敏感性,通过对加工参数进行多次随机变化采样,计算并求其平均值,用来评估其敏感性。本文采用齿面误差控制模型输出对输入变量的一阶偏导数与对应法矢的点乘结果作为敏感系数^[22]

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh(\xi)}{d\xi} \Big|_{P_{CMMi}} &= \left[\frac{\mathbf{P}_{CMMi}}{\partial \xi} - \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \xi} \right] \mathbf{n}_i + \\ &[\mathbf{P}_{CMMi} - \mathbf{r}((u, \theta, \varphi)_i, \xi)] \frac{\partial \mathbf{n}_i}{\partial \xi} = - \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \xi} \mathbf{n}_i \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $i \in [1, n]$, n 为曲面离散点数量。对式(6)进行计算,得到全部曲面点关于各项机床参数的敏感系数组成的雅克比矩阵,称为曲面采样点随各项加工参数变化的敏感系数矩阵

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{J} &= \frac{\partial \mathbf{h}(\xi)}{\partial \xi} \\ J_{ij} &= - \frac{\partial \mathbf{r}_i((u, \theta, \varphi)_i, \xi)}{\partial \xi_j} \mathbf{n}_i \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $j \in [1, m]$, m 为机床设置参数数量。几何误差模型可改写为

$$\mathbf{h} = \mathbf{J} \cdot \Delta\xi \quad (8)$$

为便于排序,求每一个机床参数的综合敏感系数,可得

$$\epsilon_j = \sum_{i=1}^n J_{ij} / n \quad (9)$$

对综合敏感系数进行排序,选取敏感性最大的 3~5 个的加工参数作为优化变量。由于双重螺旋法加工过程中,凹凸面具有较强的耦合效应,在制定优化策略时优先考虑工作面(通常为小轮凹面与大轮凸面)的参数敏感性。

2.3 参数反调优化算法

式(3)具有强烈的非线性方程性与超越稳定性,为了克服求解 $\min(\mathbf{h})$ 时非线性特性导致雅克比矩阵病态或奇异引起的求解不稳定问题^[23],将式(3)表达成非线性最小二乘问题^[3]

$$\xi_c = \arg \min \frac{1}{2} \mathbf{h}^T(\xi_c) \mathbf{h}(\xi_c) \quad (10)$$

式中: ξ_c 表示满足误差控制范围时的精确加工参数, $\xi_c = \xi + \Delta\xi_c = [q_0 + \Delta q_c, S_{R0} + \Delta S_{Rc}, E_{M0} + \Delta E_{M0c}, X_{D0} + \Delta X_{Dc}, X_{B0} + \Delta X_{Bc}, \gamma_{m0} + \Delta\gamma_{mc}, R_{a0} + \Delta R_{aic}, m_0 + \Delta m_c, d_{q0} + \Delta d_{qc}, \chi_{HL0} + \Delta\chi_{HLc}]$, $\Delta\xi_c$ 为加工参数反调量。由式(8)可得

$$\left. \begin{aligned} J_{ij} \Delta\xi_{cj} = h_i \\ \begin{bmatrix} \frac{\Delta r_1}{\Delta\xi_1} n_1 & \frac{\Delta r_1}{\Delta\xi_2} n_1 & \cdots & \frac{\Delta r_1}{\Delta\xi_j} n_1 \\ \frac{\Delta r_2}{\Delta\xi_1} n_2 & \frac{\Delta r_2}{\Delta\xi_2} n_2 & \cdots & \frac{\Delta r_2}{\Delta\xi_j} n_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\Delta r_i}{\Delta\xi_1} n_i & \frac{\Delta r_i}{\Delta\xi_2} n_i & \cdots & \frac{\Delta r_i}{\Delta\xi_j} n_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\xi_{c1} \\ \Delta\xi_{c2} \\ \vdots \\ \Delta\xi_{cj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_i \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

考虑到螺旋锥齿轮误差补偿问题的强烈非线性特性,为了提高结果稳定性,以改进的 L-M 方法作为优化算法。基本思路是在每一次迭代时求解

$$\Delta\xi_{k+1} = \Delta\xi_k - (J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F_k, \quad \lambda_k \geq 0 \quad (12)$$

式中: $\Delta\xi_{k+1}$ 、 $\Delta\xi_k$ 分别为第 $k+1$ 次循环和第 k 次循环求得的反调量; F_k 为第 k 次循环的目标函数值(即预测误差); J_k 为第 k 次循环的敏感系数矩阵; λ_k 是为了克服 $J_k^T J_k$ 所带来不良矩阵的非负参数^[24]。

L-M 方法有线搜索及信赖域搜索两种搜索思想。本文基于信赖域搜索思想,在每次迭代时,在当前迭代点的信赖域内找到一个试探解,这一解将用于反馈调节信赖域。值得注意的是, L-M 方法通过调节迭代参数 λ_k 间接调节信赖域半径,选取合理的迭代参数 λ_k 有利于其发挥作用。Yamashita 和 Fukushima 提及过可以选取 $\lambda_k = \|F_k\|^2$ 的方式^[24], 而 Fan 和 Yuan 则选取 $\lambda_k = \|F_k\|$ ^[3]。固定的信赖域调节系数会给求解带来问题,当加工精度调整到接近最优解集时, λ_k 容易因为过小而失去作用。引入阻尼系数 μ , 增强 λ_k 的调节作用。当加工精度接近目标值,借助阻尼系数放大迭代参数,使求解更稳定。从实际下降量与模型下降量的匹配程度及当前精度与目标值的距离两方面来更新阻尼系数,以完成迭代参数 λ_k 的评价和控制,定义如下

$$\left. \begin{aligned} \lambda_k &= \mu \lambda_k \\ \mu &= \begin{cases} \mu, & r_m > p_1 \\ 1.5\mu, & r_m < p_1, \text{ 或 } h_{\max} < 2h_{\text{goal}} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: r_m 为实际下降量与模型下降量之比; $h_{\max} = \max(h_i)$, 表示曲面残余误差最大值; h_{goal} 为优化目

标,即预设曲面最大误差。在进行优化参数计算时还考虑以下 3 个问题:一是确保修正后的加工参数可用于实际加工,需要在避免传统 L-M 方法导致的过度调整,采取 2 个举措(①识别越界参数,将其赋值为上一次迭代结果;②在优化策略中去除该参数);二是在计算过程中,倾向于选择误差最大值减小的结果,所以对于信赖域半径的调节要进行综合考虑;三是为了平衡控制精度、效率与稳定性,需要根据初始误差设置优化精度。

2.4 加工参数修正误差补偿流程

加工参数修正基本流程如图 3 所示。第一步,输入原始加工参数。第二步,进行算法初始化,根据误差模型进行加工参数敏感性分析,得到每一个加工参数的综合敏感性系数 ϵ_j , 进行排序;接着将敏感性强的 s (通常取 3~5)个参数以变量形式计入优化方案,保留敏感性较弱的参数;制定出优化策略。第三步,利用参数反调算法进行精确求解,求解完成后需要对当前优化结果进行验证,需要检查当前加工参数是否溢出边界,能否满足加工要求;在此基础上,还需要检查是否存在局部误差补偿能力不足的情况,若存在,则需进行局部敏感性分析,调整优化策略;最后将优化后的参数与保留参数以矩阵形式统一输出,称为补偿后的加工参数。在反复调整加工参数以达到补偿加工误差的过程中,可以选择更多的加工参数参与误差补偿提高算法的误差补偿能力。

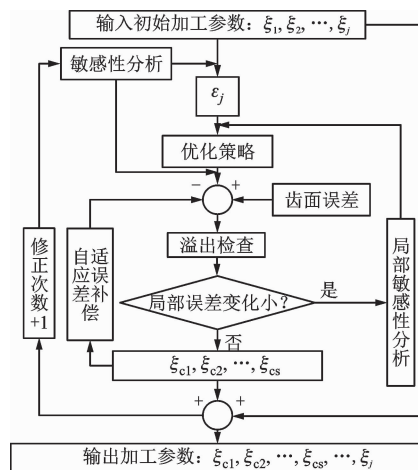


图3 加工参数修正误差补偿流程图

Fig. 3 Optimization flow chart of machine-settings

3 结果与讨论

3.1 算例

以工程实际中一对高精度螺旋锥齿轮副作为应

用实例,表 1 为该对齿轮的初始加工参数,包含刀盘参数和机床加工参数。通过修正机床加工参数完成补偿加工误差。

表 1 初始加工参数
Table 1 Initial machining-settings

初始加工参数	数值	
	小轮	大轮
径向刀位 S_R/mm	163.309 8	163.526 1
角向刀位 q/rad	0.881 3	0.869 4
刀倾角 d_q/rad	0.060 3	0.598 5
刀转角 R_{ai}/rad	0.045 3	0.259 7
垂直轮位 E_M/mm	0.125 58	0
安装角 γ_m/rad	0.351 3	0.403 7
水平轮位 X_D/mm	0.438 73	0
床位 X_B/mm	-3.126 4	-3.869 14
滚比 m_c	2.525 9	2.075 4
螺旋修正系数 χ_{HL}	6.684 8	0

图 4 为小轮齿面离散点,包含工作面和根尖圆角两部分,蓝色部分为工作齿面区域,红色部分为齿根圆角区域。图中显示双重螺旋法加工一次加工形成的完整齿槽的凹凸两面。图 5 为齿轮副三维模型;图 5a、图 5b 分别为小轮、大轮三维模型;图 5c 为齿轮副装配模型图。

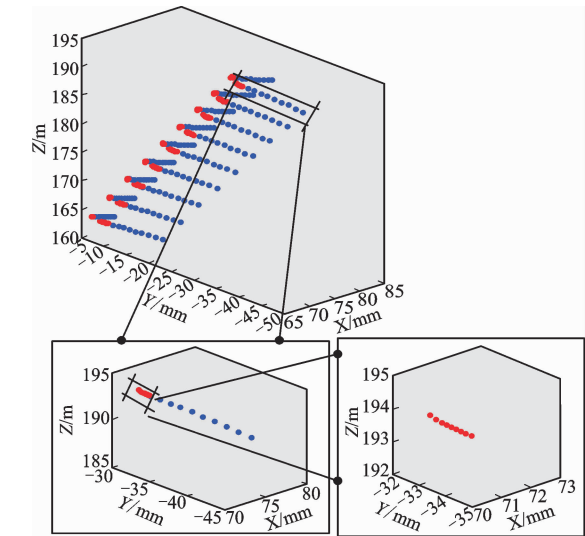


图 4 小轮齿面离散点(含工作齿面和齿根圆角)
Fig. 4 The tooth flank model of spiral bevel gear (includeing working surface and root fillet)

图 6 为初始加工误差测量结果,其中 N_H 为沿齿高方向齿面点编号, N_w 为沿齿宽方向齿面点编号。图 6a、6b 分别为小轮凸面、凹面误差测量结果;图 6c、6d 分别为大轮凸面、大轮凹面误差测量结果。

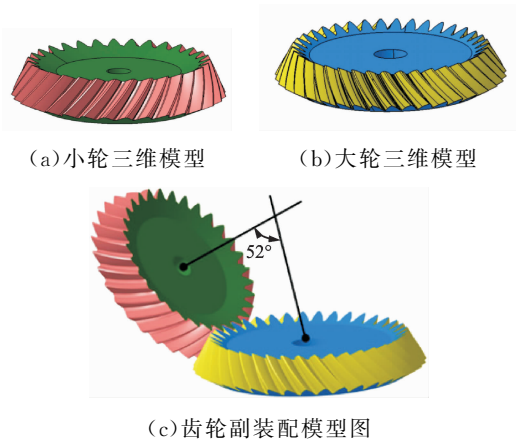
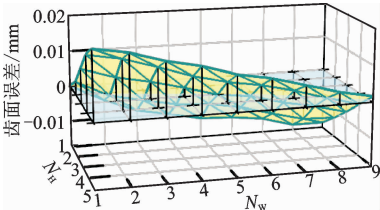
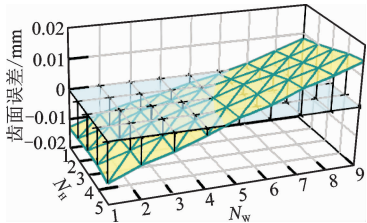


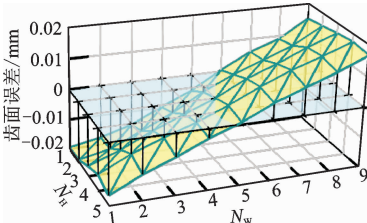
图 5 齿轮副三维模型
Fig. 5 3D model of gear pair



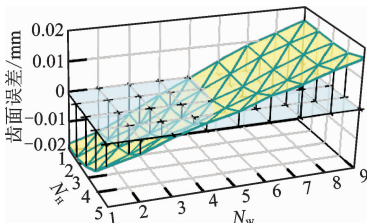
(a)小轮凸面初始加工误差



(b)小轮凹面初始加工误差



(c)大轮凸面初始加工误差



(d)大轮凹面初始加工误差

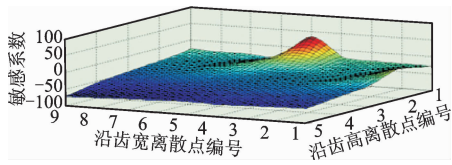
图 6 初始加工误差测量结果

Fig. 6 Measurement results of initial machining error

3.2 优化结果及讨论

对初始加工参数进行敏感性分析,选择优化变量。由于螺旋锥齿轮齿面形状较为复杂,为了让最终的敏感性分析结果充分体现该参数对全齿面的影响力,选择齿面上 5×9 个齿面点求敏感系数,构成敏感系数矩阵。

图 7 为部分加工参数的敏感性分析结果,双重螺旋法同时加工两侧齿面,需要考虑两侧齿面对于



(h)小轮凸面滚比敏感性分析结果

图 7 小轮部分参数敏感性分析结果

Fig. 7 Sensitivity analysis of some machinesettings of pinion

加工参数的敏感性。由图 5 可知,对于小轮,加工参数对齿面不同点的影响能力有所区别,凹凸面两侧的敏感性也不同。径向刀位增大会导致凹面全齿面误差增大,凸面误差减小,按照优先修正凹面加工误差的原则,在修正时选择径向刀位增大的方向;角向刀位增大,凹面加工误差均增大,凸面加工误差趋势相反;安装角增大,凹凸面加工误差均增大,且其影响能力对凹面加工误差更强;滚比对齿顶与齿根两个方向的齿面点齿面误差敏感性更强。

按照式(8)计算综合敏感性系数 ϵ_j ,绘制散点图如图 8 所示,可以观察到径向刀位(S_R)、角向刀位(q)、安装角(γ_m)、滚比(m)对应的敏感系数偏离零点更远,具有更大的敏感性,故作为本次优化过程中的优化变量。经过调整优化后的加工参数如表 2 所示。

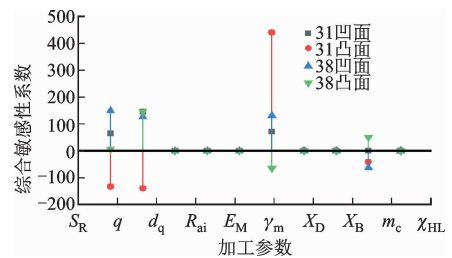
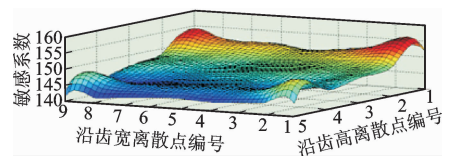


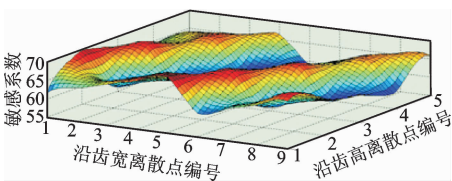
图 8 综合敏感性系数 ϵ_j 散点图

Fig. 8 Scatter diagram of comprehensive sensitivity coefficient ϵ_j

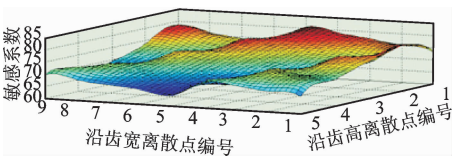
本文分别从累计误差的下降量及最大误差下降量来评估误差补偿效果,预测残余误差的统计结果如表 3 所示。由表 3 可见:第一次反调后,累计误差与最大误差均减小,但最大误差大于 0.005 mm 不符合实际需求;两次反调后小轮凹、凸面累计误差分别减少了 85.29%和 60.59%,最大误差分别减少了 83.7%和 68.75%;大轮凹、凸面累计误差分别减少了 82.66%和 88.02%,最大误差分别减小了 78.79%和 75%,说明该方法有效。图 9 为螺旋锥齿轮齿面理论加工误差拟合图,可以看到拟合后的残差曲面均匀连续,齿面残余误差均能控制在 0.005 mm 内。



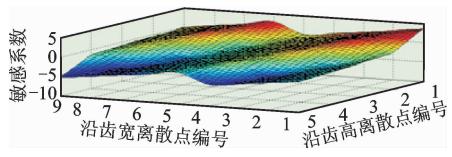
(a)小轮凹面径向刀位敏感性分析结果



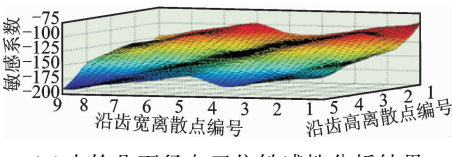
(b)小轮凹面角向刀位敏感性分析结果



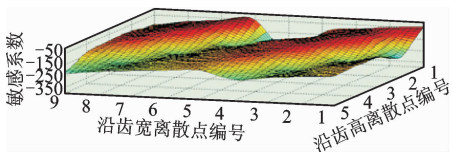
(c)小轮凹面安装角敏感性分析结果



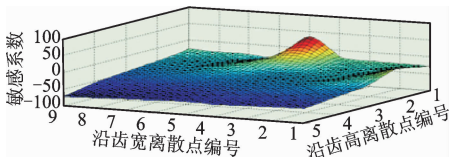
(d)小轮凹面滚比敏感性分析结果



(e)小轮凸面径向刀位敏感性分析结果



(f)小轮凸面角向刀位敏感性分析结果



(g)小轮凸面安装角敏感性分析结果

表 2 修正后的加工参数

Table 2 Machine-settings after adjustment

修正后加工参数	数值	
	小轮	大轮
径向刀位 S_R/mm	161.322 2	161.653
角向刀位 q/rad	0.881 4	0.869 2
刀倾角 d_q/rad	0.060 3	0.598 5
刀转角 R_{ai}/rad	0.045 3	0.259 7
垂直轮位 E_M/mm	0.125 58	0
安装角 γ_m/rad	0.350 8	0.414 6
水平轮位 X_D/mm	0.438 73	0
床位 X_B/mm	-3.126 4	-3.869 14
滚比 m_c	2.512 6	2.080 3
螺旋修正系数 χ_{HL}	6.684 8	0

表 3 不同反调次数时加工误差预测结果

Table 3 Prediction results of machining errors

误差类别	预测对象	初始测量	反调次数	
			1	2
累计误差 /mm	小轮凹面	0.347 3	0.170 5	0.051 1
	小轮凸面	0.299 8	0.170 5	0.118 1
	大轮凹面	0.440 2	0.176 1	0.076 3
	大轮凸面	0.412 2	0.210 7	0.048 5
最大误差 /mm	小轮凹面	0.018 9	0.010 5	0.003 1
	小轮凸面	0.014 9	0.008 3	0.004 7
	大轮凹面	0.019 6	0.013 0	0.004 1
	大轮凸面	0.017 8	0.011 2	0.004 5

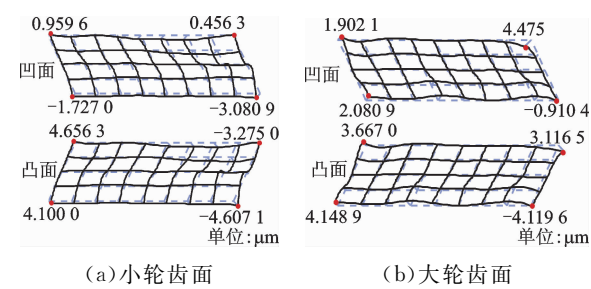


图 9 螺旋锥齿面理论加工误差

Fig. 9 Theoretical error of tooth surface

用补偿后的加工参数进行加工验证,如图 10 所示。基于格里森测量机对加工误差进行测量,实际齿面误差测量结果如图 11 所示。图 11 为网格划分示意图,表 4 为加工参数修正后小轮、大轮的实际误差测量结果。与优化前测量结果对比,可知小轮凹面、凸面加工误差最大值分别为 3.5 μm 、4.8 μm ,降

表 4 误差补偿后实际误差测量结果

Table 4 Measurement results of actual errors after error compensation

节点编号	实际加工误差/ μm			
	小轮凹面	小轮凸面	大轮凹面	大轮凸面
(A,1)	3.5	3.4	4.7	3.4
(A,2)	2.1	1.2	4.1	2.9
(A,3)	0.7	0.9	4.0	2.4
(A,4)	0.5	0.1	3.3	1.8
(A,5)	0.9	1.8	4.3	3.1
(B,1)	2.7	2.2	4.2	2.8
(B,2)	1.9	0.9	3.8	2.0
(B,3)	0.9	0.7	2.2	1.6
(B,4)	0.4	0.2	2.6	1.1
(B,5)	1.5	0.9	3.2	1.6
(C,1)	2.9	1.7	4.0	2.1
(C,2)	2.1	0.5	2.9	1.7
(C,3)	0.3	1.0	1.9	1.1
(C,4)	2.1	0.3	1.9	0.7
(C,5)	3.0	1.5	2.0	1.5
(D,1)	3.4	2.7	3.6	1.7
(D,2)	1.6	0.5	2.3	0.5
(D,3)	0.4	0.4	1.9	0.4
(D,4)	0.1	0.3	1.0	0.3
(D,5)	0.9	1.8	1.6	1.2
(E,1)	2.6	1.8	3.5	1.7
(E,2)	1.9	2.7	0.8	0.5
(E,3)	0.0	0.0	0.0	0.0
(E,4)	3.7	1.2	0.1	0.7
(E,5)	4.1	2.1	0.2	-0.9
(F,1)	3.1	2.2	3.1	0.9
(F,2)	1.5	0.7	0.8	1.7
(F,3)	1.1	0.2	0.8	0.5
(F,4)	2.5	1.7	0.4	0.9
(F,5)	3.0	2.8	1.7	2.1
(G,1)	3.4	2.8	3.0	2.1
(G,2)	1.0	0.6	0.8	2.2
(G,3)	1.6	0.3	1.4	1.2
(G,4)	3.2	0.8	2.5	0.1
(G,5)	3.5	2.9	3.5	1.7
(H,1)	3.2	3.3	2.5	2.2
(H,2)	1.2	1.8	0.4	2.7
(H,3)	1.9	0.8	2.8	1.2
(H,4)	4.0	0.3	3.5	0.8
(H,5)	4.8	2.1	3.6	1.1
(I,1)	3.7	3.5	3.7	4.3
(I,2)	1.1	2.5	1.1	3.9
(I,3)	1.9	1.4	1.9	3.4
(I,4)	3.0	0.8	3.9	2.8
(I,5)	3.9	2.4	3.0	2.4

低了81.5%、67.8%;大轮凹面、凸面加工误差最大值分别为 $4.3\text{ }\mu\text{m}$ 、 $4.7\text{ }\mu\text{m}$,降低了78.1%、73.6%。齿面误差得到了有效减小,满足实际工程需求。

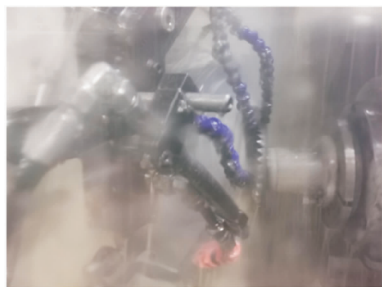


图10 螺旋锥齿轮加工图

Fig. 10 Machining diagram of spiral bevel gear

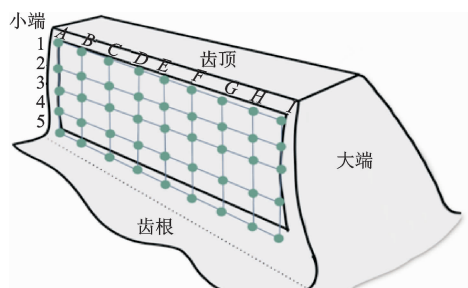


图11 误差补偿后实际误差测量网格划分

Fig. 11 Mesh generation of actual error measurement after error compensation

4 结 论

本文提出了针对螺旋锥齿轮双重螺旋加工的一种加工误差控制方法,通过加工参数反调来补偿加工误差;基于改进的L-M算法建立加工参数优化算法,克服了传统方法中雅可比矩阵病态或奇异的问题;根据加工误差对不同加工参数的灵敏度,选择合适的加工参数进行优化,有效提高了优化效率。从优化结果分析可以看出:本文方法能够高效地实现螺旋锥齿轮磨削加工精度的控制与优化,能在较少的反调次数内,有效提高实际加工齿面与理论设计齿面的贴合程度;通过调整加工参数对加工误差进行补偿后,最大残余误差不超过 $5\text{ }\mu\text{m}$,得到满足实际磨齿加工需求的加工参数。本文工作为双重螺旋法螺旋锥齿轮齿面高精度加工提供了一种误差补偿新思路,在理论方法与工程应用上均有一定参考价值。

参考文献:

[1] 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨

工业大学出版社, 1989: 47-52.

[2] 栗世豪, 张俊, 唐宇阳, 等. 零件加工误差与机床几何误差映射关系建模 [J]. 西安交通大学学报, 2021, 55(10): 50-59.

LI Shihao, ZHANG Jun, TANG Yuyang, et al. Modeling of mapping relationship between machining error and geometric error of machine tool [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(10): 50-59.

[3] 余文利, 邓小雷, 王胜, 等. 基于指数积螺旋理论和雅可比矩阵的五轴机床几何误差补偿 [J/OL]. (2021-08-09) [2021-08-10]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5946.TP.20210809.1134.006.html>.

[4] LITVIN F L, FUENTES A. Gear geometry and applied theory [M]. 2nd ed. New York, USA: Cambridge University Press, 2004: 627-699.

[5] SHIH Y P, FONG Z H, LIN G C Y. Mathematical model for a universal face hobbing hypoid gear generator [J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129(1): 38-47.

[6] GABICINI M, BRACCI A, GUIGGIANI M. Robust optimization of the loaded contact pattern in hypoid gears with uncertain misalignments [J]. Journal of Mechanical Design, 2010, 132(4): 041010.

[7] 蒋进科, 方宗德, 刘钊. Ease-off 拓扑修形准双曲面齿轮齿面多目标优化设计方法 [J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(6): 44-53.

JIANG Jinke, FANG Zongde, LIU Zhao. Design of multi-objective tooth optimization for hypoid gear with ease-off topological modification [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(6): 44-53.

[8] 李丽霞, 李培军, 刘新状. 机床调整误差对弧齿锥齿轮大轮齿面形状影响规律的研究 [J]. 机械传动, 2006, 30(4): 13-15.

LI Lixia, LI Peijun, LIU Xinzhuang. Research on the influence of the gear tooth surface shape of spiral bevel gear by adjustment error of machine tool [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2006, 30(4): 13-15.

[9] 王小椿, 王军, 姜虹, 等. 螺旋锥齿轮的齿面测量及机床加工参数修正 [J]. 机械工程学报, 2003, 39(8): 125-128.

WANG Xiaochun, WANG Jun, JIANG Hong, et al. Tooth surface measurement and machine-settings correction of spiral bevel gear [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(8): 125-128.

[10] 唐进元, 邢彬. 基于三坐标测量机的螺旋锥齿轮加工参数反调修正 [J]. 北京工业大学学报, 2010, 36(11): 1451-1456.

TANG Jinyuan, XING Bin. Machine-settings correc-

- tion of spiral bevel gear based on coordinate measuring machine [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2010, 36(11): 1451-1456.
- [11] 唐进元, 李友元, 周超, 等. 螺旋锥齿轮数控磨齿机机床空间误差与机床调整参数的关系 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(4): 148-154.
- TANG Jinyuan, LI Youyuan, ZHOU Chao, et al. Relation between CNC bevel gear generator spatial errors and machine setting errors [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(4): 148-154.
- [12] DING Han, TANG Jinyuan, ZHONG Jue, et al. A hybrid modification approach of machine-tool setting considering high tooth contact performance in spiral bevel and hypoid gears [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2016, 41: 228-238.
- [13] ARTONI A, GABICINI M, GUIGGIANI M. Non-linear identification of machine settings for flank form modifications in hypoid gears [J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(11): 112602.
- [14] 彭山东, 丁撼, 唐进元. 改进的 6σ 设计的螺旋锥齿轮加工参数反调修正方法 [J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(6): 35-43.
- PENG Shandong, DING Han, TANG Jinyuan. Corrected calculation of machine settings for spiral bevel and gears using an improved 6σ method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(6): 35-43.
- [15] DING Han, TANG Jinyuan, ZHONG Jue. Accurate nonlinear modeling and computing of grinding machine settings modification considering spatial geometric errors for hypoid gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 99: 155-175.
- [16] DING Han, WAN Guoxin, ZHOU Yuansheng, et al. Nonlinearity analysis based algorithm for indentifying machine settings in the tooth flank topography correction for hypoid gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 113: 1-21.
- [17] DING Han, TANG Jinyuan, SHAO Wen, et al. Optimal modification of tooth flank form error considering measurement and compensation of cutter geometric errors for spiral bevel and hypoid gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 118: 14-31.
- [18] SHAO Wen, DING Han, TANG Jinyuan. Data-driven operation and compensation approaches to tooth flank form error measurement for spiral bevel and hypoid gears [J]. Measurement, 2018, 122: 347-357.
- [19] 李杰, 谢福贵, 刘辛军, 等. 五轴数控机床空间定位精度改善方法研究现状 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(7): 113-128.
- LI Jie, XIE Fugui, LIU Xinjun, et al. Analysis on the research status of volumetric positioning accuracy improvement methods for five-axis NC machine tools [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(7): 113-128.
- [20] WU Shunxing, YAN Hongzhi, WANG Zhiyong, et al. Tooth surface error correction of hypoid gears machined by duplex helical method [J]. Journal of Central South University, 2021, 28(5): 1402-1411.
- [21] 唐进元, 聂金安, 王智泉. 螺旋锥齿轮 HFT 法加工的反调修正方法 [J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(6): 2142-2149.
- TANG Jinyuan, NIE Jinan, WANG Zhiquan. Reverse correction of spiral bevel gear HFT method [J]. Journal of Central South University(Science and Technology), 2012, 43(6): 2142-2149.
- [22] RONG Kaibin, DING Han, KONG Xiannian, et al. Digital twin modeling for loaded contact pattern-based grinding of spiral bevel gears [J]. Advanced Engineering Informatics, 2021, 49: 101305.
- [23] 范金燕, 袁亚湘. 非线性方程组数值方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2018: 21-51, 81-96.
- [24] YAMASHITA N, FUKUSHIMA M. On the rate of convergence of the levenberg-marquardt method [J]. Computing Supplementum, 2001, 15: 239-249.

(编辑 刘杨)