

中心部分分段 Halbach 永磁同步轮毂电机 解析计算与优化设计

高峰阳, 李明明, 齐晓东, 杨乔礼, 陶彩霞
(兰州交通大学自动化与电气工程学院, 730070, 兰州)

摘要: 针对永磁同步轮毂电机转矩脉动和涡流损耗大的问题,提出一种主磁极中心部分分段结构。采用 Halbach 充磁方式,永磁体主磁极中心部分分段,边界磁极与主磁极不等宽不等厚。首先,在二维极坐标系下构建解析模型,采用精确子域模型法,对解析模型在空载、电流源激励及负载下的气隙磁密和转矩进行计算。其次,建立 10 极 12 槽永磁同步电机模型并对其进行有限元仿真验证,提出一种分级优化方法,对电机结构参数进行优化,从而达到降低永磁同步电机气隙磁密谐波畸变率、转矩脉动及涡流损耗的目的。最后,与相关 8 种磁极结构永磁同步电机模型的各项电磁性能展开对比。结果表明:分级多变量多目标优化算法提高了优化效率与精度;十字型主磁极中心部分分段 Halbach 永磁同步电机可以显著减小涡流损耗,有利于牵引电机过载运行;H 型主磁极中心部分分段 Halbach 永磁同步电机可以显著降低转矩脉动,提高电磁转矩和机车稳定运行能力。

关键词: 永磁同步轮毂电机;转矩脉动;涡流损耗;中心部分分段结构;多目标优化

中图分类号: TM351 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202202018 **文章编号:** 0253-987X(2022)02-0171-13



OSID 码

Analytical Calculation and Optimization Design of Central Partially-Segmented Halbach Permanent Magnet Synchronous Hub Motor

GAO Fengyang, LI Mingming, QI Xiaodong, YANG Qiaoli, TAO Caixia
(School of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: A main magnetic pole central partially-segmented structure is proposed to solve the problem of large torque ripple and eddy current loss in permanent magnet synchronous hub motor. Halbach magnetizing method is adopted for permanent magnets, the central parts of the main magnetic poles are segmented, and the boundary magnetic poles are not equal in thickness and width to the main magnetic poles. Firstly, an analytical model is constructed in the two-dimensional polar coordinate system, and the air gap magnetic density and torque of the analytical model under no-load, current source excitation and load are calculated by using the accurate subdomain model method. Secondly, a 10-pole and 12-slot permanent magnet synchronous motor model is established and verified by finite element simulation, and a hierarchical optimization method is proposed to optimize the motor structure parameters, so as to reduce the air gap magnetic density total harmonic distortion rate, cogging torque and eddy current loss of the permanent magnet synchronous motor. Finally, the electromagnetic performance is compared with that of eight permanent magnet synchronous motor models. The results show that the

hierarchical multi-variable multi-objective optimization algorithm improves the optimization efficiency and accuracy. Cross-shaped central segmented Halbach PMSM significantly reduces eddy current loss, which is beneficial to overload operation of traction motor. H-type central segmented Halbach PMSM significantly reduces torque ripple, and improves electromagnetic torque and the stable operation ability of the locomotive.

Keywords: permanent magnet synchronous hub motor; torque ripple; eddy current loss; central partially-segmented structure; multi-objective optimization

永磁同步电机(PMSM)以其效率高、体积小、结构多样化、过载能力强等优点成为轮毂电机的首选^[1-4]。然而,由于转矩脉动过大会造成 PMSM 输出转矩平滑度过低,不仅会产生振动和噪声,而且影响机车系统的控制精度。可以从两个方面抑制转矩脉动:一方面,电机在反馈控制条件下,转速环和电流环通过抑制纹波转矩脉动来抑制电磁转矩脉动;另一方面,电机在输入电流为标准正弦波时,不存在由于时间谐波造成的纹波转矩脉动,而是以空间谐波产生的齿槽转矩脉动为主,可以通过优化电机本体结构参数降低齿槽转矩脉动,进而抑制电磁转矩脉动。

从 PMSM 齿槽转矩产生的机理出发,削弱齿槽转矩的方法主要可归纳为三大类,即改变永磁体磁极参数、改变电枢参数^[5]以及合理组合电枢槽数和极数^[6],其中改变永磁体磁极参数的方法效果最显著。文献[7]通过优化磁极结构,把减小气隙磁密谐波分量作为削弱齿槽转矩的依据,分析了不同转子磁极优化技术的优缺点。文献[8]提出了两种凸形不等厚磁极结构来降低气隙磁密谐波畸变率和齿槽转矩,结果表明采用不等厚磁极可以有效增大电磁转矩,但未分析对电机转矩脉动的影响。文献[9]采用偏心磁极结构来优化表贴式 PMSM 气隙磁密波形,并结合样机试验验证了计算方法的准确性,但制造工艺复杂。优化磁极结构虽可以削弱齿槽转矩,但会造成电机磁场畸变,增大电机气隙磁场分布计算和优化的难度。

气隙磁场的求解方法主要分为数值法、解析法^[10]以及数值解析结合法^[11]。其中,解析法因其参数间关系简洁明了,便于分析计算,所以应用最广。文献[12]采用保角变换法推导出复相对磁导函数,得到完整的气隙磁场分布,但求解过程复杂,无法考虑槽间相互影响,不利于反电势的精确计算。精确子域模型法能够考虑定子槽间相互影响,可以根据材料属性和电机结构将电机划分为不同的子域,在计算电磁性能方面具有较高的精度。文献[13]在导

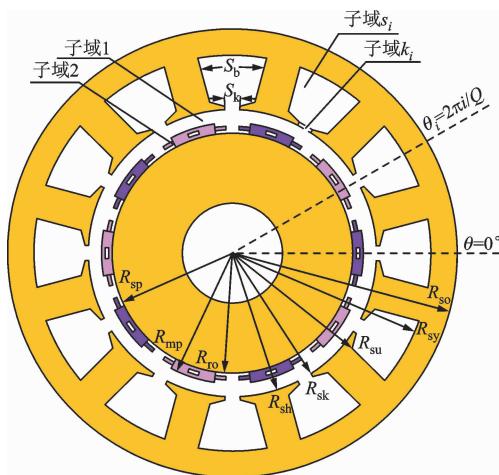
磁材料磁导率为给定值的情况下,采用精确子域模型法推导了电机气隙磁密、空载反电动势及输出转矩的表达式,研究了极弧系数和槽开口宽度对输出转矩的影响,但所建模型槽型尺寸仅由槽口宽度决定,实用性较差。文献[14]在精确子域模型法的基础上对永磁体做了等效分块处理,推导了偏心削极磁极平行充磁电机空载运行时的气隙磁密解析表达式,但利用微元思想简单将偏心磁极结构等效为瓦片式结构的叠加使计算结果受分块精度的影响。

此外,轮毂电机处于密闭空间,永磁体产生的涡流损耗(P_{ECL})会使其自身产生高温,面临不可逆退磁的风险。降低永磁体涡流损耗主要从永磁体的材料和结构出发。文献[15]设计了一种偏心磁极结构来降低永磁体涡流损耗,并通过温度场分析证明采用这种偏心磁极结构能够有效降低单位体积的涡流损耗和永磁体的稳态温度。文献[16]设计了一种 Halbach 充磁方式的部分分段永磁体结构,经仿真验证 Halbach 部分分段结构能够降低永磁体涡流损耗。文献[17]提出一种永磁体环形部分分段结构,与单侧部分分段结构和双侧部分分段结构相比,环形结构降低永磁体中涡流损耗的效果更好,且保证了永磁体的机械鲁棒性。

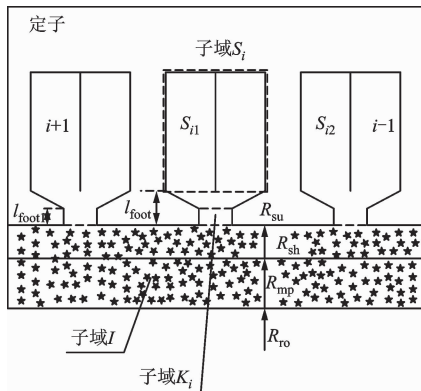
本文从电机本体出发,提出一种主磁极中心部分分段结构,推导出主磁极中心部分分段永磁同步电机计及定子开槽效应下的气隙磁密解析表达式,计算出电机的齿槽转矩和电磁转矩,并通过有限元仿真验证解析结果的准确性;提出分级优化思想,通过对不同等级下电磁性能仿真结果的分析,确定相应的优化目标;系统分析定子槽开口宽度、极弧系数、主磁极宽度和厚度、边界磁极厚度、割去部分的宽度和深度对气隙磁密基波幅值和谐波畸变率、转矩脉动(T_r)、单位体积永磁体产生的电磁转矩(T_{avg})、单位体积永磁体产生的涡流损耗($P_{ECL,uv}$)的影响,确定其最优结构参数,并与相关 8 种电机结构的电磁性能进行对比。

1 模型解析

在二维极坐标系下,建立如图1所示电机解析模型。采用精确子域模型法分析定子开槽下的气隙磁场分布。为便于分析计算,做出如下假设:①永磁体材料具有线性退磁特性;②忽略端部影响;③铁磁材料磁导率无穷大。



(a) 空载解析模型



(b) 电枢反应磁场解析模型

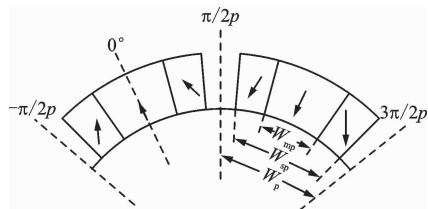
图1 主磁极中心部分分段 Halbach PMSM 解析模型

Fig.1 Analytical model of Halbach PMSM with main magnetic pole central partially-segmented

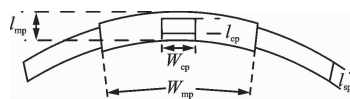
图1中, $\theta_i = 2\pi i/Q$, 为第 i 槽初始角度, Q 为定子槽数, R_{so} 为定子外半径, R_{sy} 为定子槽底半径, R_{su} 为定子槽顶半径, R_{sk} 为定子槽口外半径, R_{sh} 为定子内半径, R_{mp} 为主磁极外半径, R_{sp} 为边界磁极外半径, R_{ro} 为转子轭外半径, S_b 为槽身角度, S_k 为槽口角度, $R_{sk} = R_{su} - l_{foot} + l_{foot1}$ (l_{foot} 为定子齿足高度, l_{foot1} 为定子槽口高度)。图1a所示空载气隙磁场解析模型在二维极坐标系下划分为4个子域:气隙、永磁体、第 i 个槽口、第 i 个槽身,即分别为子域1、2、

k_i 、 s_i 。图1b所示电枢反应磁场解析模型在二维极坐标系下划分为3个区域:等效气隙、第 i 个槽口、第 i 个槽身分别为子域 I 、 K_i 、 S_i 。

图2a所示为三块式 Halbach 型磁钢在一对极下的充磁表示, W_{mp} 为主磁极极弧长度, W_{sp} 为磁极总极弧长度, W_p 为极距, p 为极对数。定义主磁极极弧系数为 $\alpha_{mp} = W_{mp}/W_p$, 边界磁极极弧系数为 $\alpha_{sp} = W_{sp}/W_p$ 。图2b所示为待优化十字型主磁极中心部分分段磁极结构, l_{mp} 为主磁极厚度, l_{sp} 为边界磁极厚度, l_{cp} 为中心剖去部分厚度, W_{cp} 为中心剖去部分极弧长度。



(a) 三块式 Halbach 型磁钢



(b) 十字型主磁极中心部分分段 Halbach(S9) 结构

图2 永磁体结构参数

Fig.2 Structure parameters of rotor magnet permanent

2 磁场分析

2.1 空载磁场分析

空载气隙磁场计算的一般方程为

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{A}_1 &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{A}_2 &= \frac{\mu_0}{r} \left(\frac{\partial \mathbf{M}_r}{\partial \theta} - \mathbf{M}_\theta \right) \\ \nabla^2 \mathbf{A}_s^i &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{A}_k^i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}_1$ 、 $\mathbf{A}_2$ 、 $\mathbf{A}_s^i$ 、 $\mathbf{A}_k^i$ 分别为气隙子域、永磁体子域、第 i 槽身子域 s_i 以及第 i 槽口子域 k_i 内的矢量磁位; $\mathbf{M}_r$ 、 $\mathbf{M}_\theta$ 分别为永磁体径向、切向的磁化强度。

各子域气隙磁密和磁场强度关系为

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \mu_0 H_1 \\ B_2 &= \mu_0 (\mu_r H_2 + M) \\ B_s^i &= \mu_0 H_s^i \\ B_k^i &= \mu_0 H_k^i \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: B_1 、 B_2 、 B_s^i 、 B_k^i 为子域1、2、 k_i 、 s_i 的磁通密度; H_1 、 H_2 、 H_s^i 、 H_k^i 为子域1、2、 k_i 、 s_i 的磁场强度。

各子域边界面上满足如下边界条件

$$\left. \begin{aligned} H_{\theta 2} \Big|_{r=R_{ro}} &= 0 \\ B_{r2} \Big|_{r=R_m} &= B_{r1} \Big|_{r=R_m} \\ H_{\theta 2} \Big|_{r=R_m} &= H_{\theta 1} \Big|_{r=R_m} \\ H_{\theta k}^i \Big|_{r=R_{sh}} &= \begin{cases} H_{\theta 1} \Big|_{r=R_{sh}}, & \theta_i - S_k/2 \leq \theta \leq \theta_i + S_k/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ B_{rs}^i \Big|_{\theta=\theta_i-S_b/2 \leq \theta \leq \theta_i+S_b/2} &= 0, \quad R_{su} \leq r \leq R_{sy} \\ H_{\theta s}^i \Big|_{r=R_{sy}} &= 0, \quad \theta_i - S_b/2 \leq \theta \leq \theta_i + S_b/2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

定义如式(4)所示函数关系式,用来简化各子域矢量磁位通解、待定系数及谐波系数的表达式。

$$\left. \begin{aligned} P_w(u, v) &= \left(\frac{u}{v}\right)^w + \left(\frac{u}{v}\right)^{-w} \\ E_w(u, v) &= \left(\frac{u}{v}\right)^w - \left(\frac{u}{v}\right)^{-w} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由分离变量法得各区域矢量磁位通解表达式如式(5)~式(8)所示。

$$A_1 = \sum_{n=1}^{\infty} [(A_{1n} r^{ng} + B_{1n} r^{-ng}) \cos(ng\theta) + (C_{1n} r^{ng} + D_{1n} r^{-ng}) \sin(ng\theta)] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} [(A_{2n} r^{ng} + B_{2n} r^{-ng}) \cos(ng\theta) + (C_{2n} r^{ng} + D_{2n} r^{-ng}) \sin(ng\theta)] + \\ &\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \mu_0 r \frac{ng M_m(n) + M_{\theta n}(n)}{(ng)^2 - 1} \sin[ng(\theta - \theta_0)] \end{aligned} \quad (6)$$

$$A_k^i = A_{k0}^i + \sum_{j=1}^{\infty} \left[A_{kj}^i \frac{E_{j\pi/S_k}(r, R_{sk})}{E_{j\pi/S_k}(R_{sh}, R_{sk})} - B_{kj}^i \frac{E_{j\pi/S_k}(r, R_{sh})}{E_{j\pi/S_k}(R_{sh}, R_{sk})} \right] \cos \left[\frac{j\pi}{S_k} \left(\theta - \theta_i + \frac{S_k}{2} \right) \right] \quad (7)$$

$$A_s^i = A_{s0}^i + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ A_{sm}^i \frac{S_b R_{su}}{m\pi} \frac{P_{m\pi/S_b}(r, R_{sy})}{E_{m\pi/S_b}(R_{su}, R_{sy})} \cdot \cos \left[\frac{m\pi}{S_b} \left(\theta - \theta_i + \frac{S_b}{2} \right) \right] \right\} \quad (8)$$

式中: n, j, m 分别为子域 1 和 2、子域 k_i 、子域 s_i 内矢量磁位的谐波次数; g 为 p 和 Q 的最大公约数。

2.1.1 空载气隙磁密 由矢量磁位与磁通密度满足的关系,可得空载气隙磁密的径向和切向表达式

$$B_{r1} = \sum_{n=1}^{\infty} [-(A_{1n} r^{ng-1} + B_{1n} r^{-ng-1}) ng \sin(ng\theta) + (C_{1n} r^{ng-1} + D_{1n} r^{-ng-1}) ng \cos(ng\theta)] \quad (9)$$

$$B_{\theta 1} = - \sum_{n=1}^{\infty} [(A_{1n} r^{ng-1} - B_{1n} r^{-ng-1}) ng \cos(ng\theta) + (C_{1n} r^{ng-1} - D_{1n} r^{-ng-1}) ng \sin(ng\theta)] \quad (10)$$

表 1 所示为十字型主磁极中心部分分段 Hal-

bach PMSM 结构空载气隙磁密分布。

表 1 十字型主磁极中心部分分段 Halbach 结构空载气隙磁密分布

Table 1 Air gap magnetic density of cross-shaped central partially-segmented Halbach structure

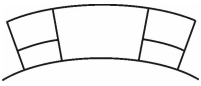
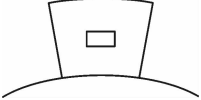
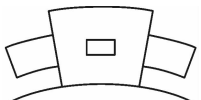
永磁体结构	气隙磁密分布	
	$B_{rp1} \Big _{\substack{R=R_{sp} \\ a_p=W_{sp}/W_p}} \quad B_{\theta p1} \Big _{\substack{R=R_{sp} \\ a_p=W_{sp}/W_p}}$	$B_{\theta p2} \Big _{\substack{R=R_{sp} \\ a_p=W_{mp}/W_p}}$
	$B_{rp3} \Big _{\substack{R=R_{sp}-l_{sp} \\ a_p=W_{sp}/W_p}} \quad B_{\theta p3} \Big _{\substack{R=R_{sp}-l_{sp} \\ a_p=W_{sp}/W_p}}$	$B_{\theta p4} \Big _{\substack{R=R_{sp}-l_{sp} \\ a_p=W_{mp}/W_p}}$
	$B_{rp5} \Big _{\substack{R=R_{mp} \\ a_p=W_{mp}/W_p}} \quad B_{\theta p5} \Big _{\substack{R=R_{mp} \\ a_p=W_{mp}/W_p}}$	$B_{rp6} \Big _{\substack{R=R_{mp}-l_{mp}/2+l_{cp}/2 \\ a_p=W_{cp}/W_p}} \quad B_{\theta p6} \Big _{\substack{R=R_{mp}-l_{mp}/2+l_{cp}/2 \\ a_p=W_{cp}/W_p}}$
	$B_{rp7} \Big _{\substack{R=R_{mp}-l_{mp}/2-l_{cp}/2 \\ a_p=W_{cp}/W_p}} \quad B_{\theta p7} \Big _{\substack{R=R_{mp}-l_{mp}/2-l_{cp}/2 \\ a_p=W_{cp}/W_p}}$	$B_{rp8} \Big _{\substack{R=R_{mp}-l_{mp}/2-l_{cp}/2 \\ a_p=W_{cp}/W_p}} \quad B_{\theta p8} \Big _{\substack{R=R_{mp}-l_{mp}/2-l_{cp}/2 \\ a_p=W_{cp}/W_p}}$

表 1 中, B_{rp1} 是极弧系数为 W_{sp}/W_p 、内外径分别为 R_{ro} 和 R_{sp} 的永磁体单独作用时产生的气隙磁场; B_{rp2} 是极弧系数为 W_{mp}/W_p 、内外径分别为 R_{ro} 和 R_{sp} 的永磁体单独作用时产生的气隙磁场; B_{rp3} 是极弧系数为 W_{sp}/W_p 、内外径分别为 R_{ro} 和 $R_{sp}-l_{sp}$ 的永磁体单独作用时产生的气隙磁场; B_{rp4} 是极弧系数为 W_{mp}/W_p 、内外径分别为 R_{ro} 和 $R_{sp}-l_{sp}$ 的永磁体单独作用时产生的气隙磁场; B_{rp5} 是极弧系数为 W_{mp}/W_p 、内外径分别为 R_{ro} 和 R_{mp} 的永磁体单独作用时产生的气隙磁场; B_{rp6} 是极弧系数为 W_{cp}/W_p 、内外径分别为 R_{ro} 和 $R_{mp}-l_{mp}/2+l_{cp}/2$ 的永磁体单独作用时产生的气隙磁场; B_{rp7} 是极弧系数为 W_{cp}/W_p 、内外径分别为 R_{ro} 和 $R_{mp}-l_{mp}/2-l_{cp}/2$ 的永磁体单独作用时产生的气隙磁场; B_{rp8} 是极弧系数为 W_{cp}/W_p 、内外径分别为 R_{ro} 和 $R_{mp}-l_{mp}/2-l_{cp}/2$ 的永磁体单独作用时产生的气隙磁场。

W_p 、内外径分别为 R_{ro} 和 $R_{mp} - l_{mp}/2 - l_{cp}/2$ 的永磁体单独作用时产生的气隙磁场。

2.1.2 齿槽转矩 根据空载气隙磁密分布计算结果,利用麦克斯韦应力张量法,齿槽转矩 T_{cog} 为

$$T_{\text{cog}} = \frac{L_z}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2 B_{r1} B_{\theta1} d\theta \quad (11)$$

式中: L_z 为电机轴向长度; r 为位于气隙中运动边界内的任意圆周半径。

2.2 电枢反应磁场分析

采用如式(12)所示正弦交流电作为激励源,根据电机模型中 A 相轴线与 d 轴的初始夹角 θ_{cs} 确定所加电流源激励的初始相位 $\varphi = \theta_{\text{cs}} p\pi/180$ 。

$$\left. \begin{aligned} i_A &= \sqrt{2} I_m \sin(\omega t + \varphi) \\ i_B &= \sqrt{2} I_m \sin(\omega t + \varphi - 2\pi/3) \\ i_C &= \sqrt{2} I_m \sin(\omega t + \varphi + 2\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: i_A 、 i_B 、 i_C 分别为 A、B、C 三相瞬时电流值; I_m 为相电流有效值。

电枢反应磁场计算时,永磁体不充磁,加电流源激励后磁场计算的一般方程为

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{A}_I &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{A}_{K_i} &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{A}_{S_i} &= -\mu_0 \mathbf{J}_i \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{A}_I$ 、 $\mathbf{A}_{K_i}$ 、 $\mathbf{A}_{S_i}$ 分别为子域 I 、 K_i 、 S_i 内矢量磁位; $\mathbf{J}_i$ 为第 i 槽内绕组的电流密度。

各子域边界条件为

$$\left. \begin{aligned} H_{\theta} \big|_{r=R_{ro}} &= 0 \\ H_{\theta} \big|_{r=R_{sh}} &= \begin{cases} H_{\theta K_i} \big|_{r=R_{sh}}, & \theta_i - S_k/2 \leq \theta \leq \theta_i + S_k/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ A_I \big|_{r=R_{sh}} &= A_{K_i} \big|_{r=R_{sh}}, & \theta_i - S_k/2 \leq \theta \leq \theta_i + S_k/2 \\ A_{K_i} \big|_{r=R_{su}} &= A_{S_i}^1 \big|_{r=R_{su}}, & \theta_i - S_k/2 \leq \theta \leq \theta_i \\ A_{K_i} \big|_{r=R_{su}} &= A_{S_i}^2 \big|_{r=R_{su}}, & \theta \leq \theta \leq \theta_i + S_k/2 \\ A_{S_i}^1 \big|_{\theta=\theta_i} &= A_{S_i}^2 \big|_{\theta=\theta_i}, & R_{su} \leq r \leq R_{sy} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由分离变量法得各子域矢量磁位通解表达式

$$\begin{aligned} A_I &= \sum_{n=1}^{\infty} [(A_{In} r^{ng} + B_{In} r^{-ng}) \cos(ng\theta) + (C_{In} r^{ng} + D_{In} r^{-ng}) \sin(ng\theta)] \\ A_{K_i} &= A_{K_{i0}} + B_{K_{i0}} \ln r + \sum_{j=1}^{\infty} \left[A_{K_{ij}} \frac{E_{j\pi/S_k}(r, R_{sk})}{E_{j\pi/S_k}(R_{sh}, R_{sk})} - B_{K_{ij}} \frac{E_{j\pi/S_k}(r, R_{sh})}{E_{j\pi/S_k}(R_{sh}, R_{sk})} \right] \cos \frac{j\pi}{S_k} \left(\theta - \theta_i + \frac{S_k}{2} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$A_{S_i} = A_{S_{i0}} + A_{C_i}(r) +$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left\{ A_{S_{im}} \frac{S_b R_{su}}{m\pi} \frac{P_{m\pi/S_b}(r, R_{sy})}{E_{m\pi/S_b}(R_{su}, R_{sy})} \cdot \cos \left[\frac{m\pi}{S_b} \left(\theta - \theta_i + \frac{S_b}{2} \right) \right] \right\} \quad (17)$$

式中:

$$B_{K_{i0}} = \frac{\mu_0 S_b}{2 S_k} [J_i (R_{sy}^2 - R_{su}^2)] \quad (18)$$

$$A_{C_i}(r) = \mu_0 \left[J_i \left(R_{sy}^2 \ln r - \frac{r^2}{2} \right) \right] \quad (19)$$

由矢量磁位与磁通密度满足的关系,可得等效气隙磁密表达式

$$B_{r1} = \sum_{n=1}^{\infty} [-(A_{In} r^{ng-1} + B_{In} r^{-ng-1}) ng \sin(ng\theta) + (C_{In} r^{ng-1} + D_{In} r^{-ng-1}) ng \cos(ng\theta)] \quad (20)$$

$$B_{\theta1} = -\sum_{n=1}^{\infty} [(A_{In} r^{ng-1} - B_{In} r^{-ng-1}) ng \cos(ng\theta) + (C_{In} r^{ng-1} - D_{In} r^{-ng-1}) ng \sin(ng\theta)] \quad (21)$$

式中: $A_{In} \sim D_{In}$ 、 $A_{K_{i0}}$ 、 $B_{K_{i0}}$ 、 $A_{K_{ij}}$ 、 $B_{K_{ij}}$ 为电枢反应气隙磁场待定系数。

2.3 负载磁场分析

2.3.1 负载气隙磁密 由叠加定理可得

$$\left. \begin{aligned} B_r &= B_{r1} + B_{r1} \\ B_{\theta} &= B_{\theta1} + B_{\theta1} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

2.3.2 电磁转矩 根据负载气隙磁密分布计算结果,利用麦克斯韦应力张量法,电磁转矩 T_{em} 的表达式为

$$T_{\text{em}} = \frac{L_z}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r_e^2 B_r B_{\theta} d\theta \quad (23)$$

式中: r_e 为计算电磁转矩积分半径。

3 十字型中心部分分段结构有限元仿真验证与分级优化

对十字型主磁极中心部分分段 Halbach PMSM 模型进行有限元仿真分析。图 3 所示为 1/2 PMSM 模型图。永磁体采用 Halbach 充磁方式,每极分为 3 块,边界磁极与主磁极不等厚不等宽。为降低转矩脉动和涡流损耗,得到更加正弦的气隙磁密波形,对主磁极中心部分分段,电机模型的主要参数如表 2 所示。当非永磁体参数固定时,分析气隙磁密解析表达式可知,主磁极中心部分分段 Halbach PMSM 的负载气隙磁密只与 α_{sp} 、 R_{mp} 、 R_{sp} 、 α_{mp} 、 W_{cp} 和 l_{cp} 有关。当 α_{sp} 、 R_{mp} 、 R_{sp} 以及 α_{mp} 固定时,负载气隙磁密与 l_{mp} 、 l_{sp} 、 W_{cp} 和 l_{cp} 有关。因此,对负载气隙磁密的优化主要是对 l_{mp} 、 l_{sp} 以及 θ_{cp} 和 l_{cp} 的

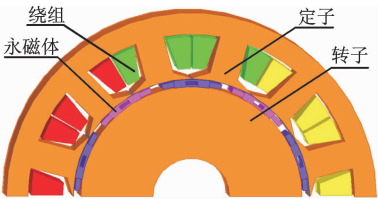


图 3 十字型主磁极部分分段 Halbach PMSM 模型图
Fig. 3 Schematic diagram of cross-shaped Halbach PMSM with main magnetic pole central partially-segmented

优化。

表 2 十字型主磁极中心部分分段 Halbach PMSM 主要结构参数

Table 2 Main structural parameters of cross-shaped Halbach PMSM with main magnetic pole central partially-segmented

参数	数值
定子外半径 R_{so}/mm	128
槽底半径 $R_{\text{slot}}/\text{mm}$	113
定子内半径 R_{sh}/mm	82
气隙长度 l_{air}/mm	0.5
主磁极外半径 R_{mp}/mm	81.5
主磁极厚度 l_{mp}/mm	7.5
边界磁极厚度 l_{sp}/mm	5
极对数 p	5
定子槽数 Q	12
槽身角度 $\theta_b/(\text{^\circ})$	20
定子槽口角度 $\theta_k/(\text{^\circ})$	1
永磁体剩磁 B_r/T	1.12
永磁电导率/ $(10^3 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1})$	625
槽电流密度 $J_s/(\text{A} \cdot \text{mm}^{-2})$	4.5
轴向长度 L_s/mm	120
电机转速 $n_s/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	1 500

3.1 解析模型有限元仿真实验

对十字型主磁极中心部分分段 Halbach PMSM 的解析模型进行有限元仿真,得到图 4 所示空载齿槽转矩对比图和图 5 所示负载径向气隙磁密对比图。对于 10 极 12 槽 PMSM,一个齿距内齿槽转矩的周期数为 5^[18]。因此,有限元仿真时将模型运动速度设置为 1(°)/s,得到图 4 所示结果。

如图 4、图 5 所示,解析解和有限元分析结果基本吻合,即有限元仿真分析验证了解析方法的正确性。这为十字型主磁极中心部分分段 Halbach PMSM 的优化奠定了基础。

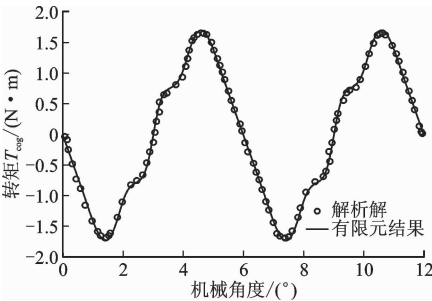


图 4 齿槽转矩解析解与有限元结果对比
Fig. 4 A comparison of cogging torque between analytical solution and FEA

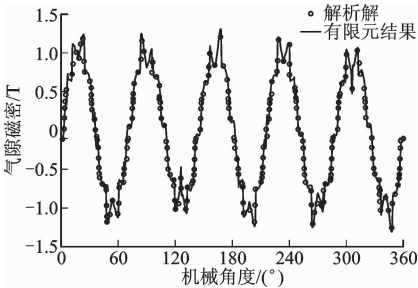


图 5 负载气隙磁密解析解与有限元结果对比
Fig. 5 A comparison of magnetic flux density between analytical solution and FEA

3.2 分级优化过程

有限元软件进行仿真分析时,仿真时间步长和参数取值步长直接影响仿真结果的准确性和有效性。对此,提出一种新的分级优化思想:首先,对要优化的结构参数进行分级组合;其次,在每一级的优化中,先对相关参数进行大范围大间隔的仿真分析,通过分析负载气隙磁密谐波畸变率、转矩脉动、电磁转矩以及涡流损耗的变化曲线,选择受参数变化影响较大的电磁性能作为本级优化目标,并根据优化目标缩小参数范围;最后,对相关参数进行小范围小间隔的仿真分析,依优化目标确定本级相关参数的最优组合,应用到电机结构中,为下一级优化做准备。

在负载工况下,按表 3 所示流程对定子槽口角度 θ_k 和永磁体极弧系数 α_{sp} 进行一级优化。 θ_k 和 α_{sp} 按表 3 组合 1 所示进行联合仿真,以负载气隙磁密谐波畸变率最小为优化目标,进一步对表 3 组合 2 进行优化得到如图 6 所示负载气隙磁密谐波畸变率

表 3 一级优化流程

Table 3 Primary optimization process

参数	组合 1	组合 2
$\theta_k/(\text{^\circ})$	0~15	0~3
α_{sp}	0.5~1	0.75~0.916 7

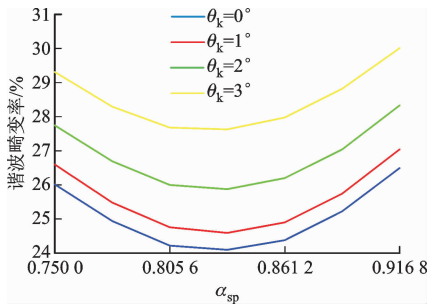


图 6 负载气隙磁密谐波畸变率变化曲线

Fig. 6 THD variation curve of load air gap magnetic density

变化曲线。

考虑到定子模型为开槽结构,选取 θ_k 为 1° , α_{sp} 为 0.833 4(即永磁体总角度为 30°)进行二级优化。考虑到边界磁极充磁角度 θ_{mag} 对气隙磁密的影响最大,所以在二级优化中只分析负载气隙磁密。首先,令边界磁极的充磁角度 θ_{mag} 在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 内,每隔 10° 取一个值,得到图 7a 所示负载气隙磁密基波幅值和谐波畸变率随 θ_{mag} 的变化曲线。然后,为了更清楚地观察气隙磁密谐波畸变率波形拐点,令边界磁极的充磁角度 θ_{mag} 在 $0^\circ \sim 20^\circ$ 内,每隔 5° 取一个值,得到图 7b 所示气隙磁密谐波畸变率随 θ_{mag} 变化曲线。从图中可以看出,随 θ_{mag} 的增大,气隙磁密谐波畸变率先减小再增大,而气隙磁密基波幅值一直减小。当 $\theta_{mag} = 0^\circ$ 时,气隙磁密基波幅值有最大值 1.019 T;当 $\theta_{mag} = 10^\circ$ 时,气隙磁密谐波畸变率有最小值

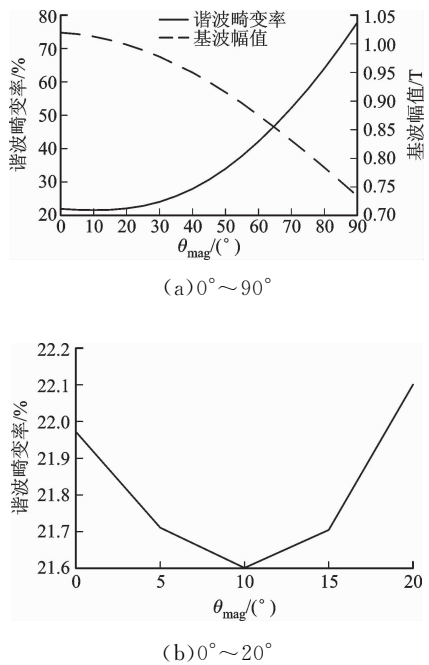


图 7 负载气隙磁密谐波畸变率和基波幅值随 θ_{mag} 的变化
Fig. 7 Curve of THD and fundamental wave amplitude with θ_{mag}

21.6%,气隙磁密基波幅值为 1.013 T。以气隙磁密谐波畸变率最小为目标,选取 10° 作为边界磁极的充磁角度,进行表 4 所示三级优化流程。

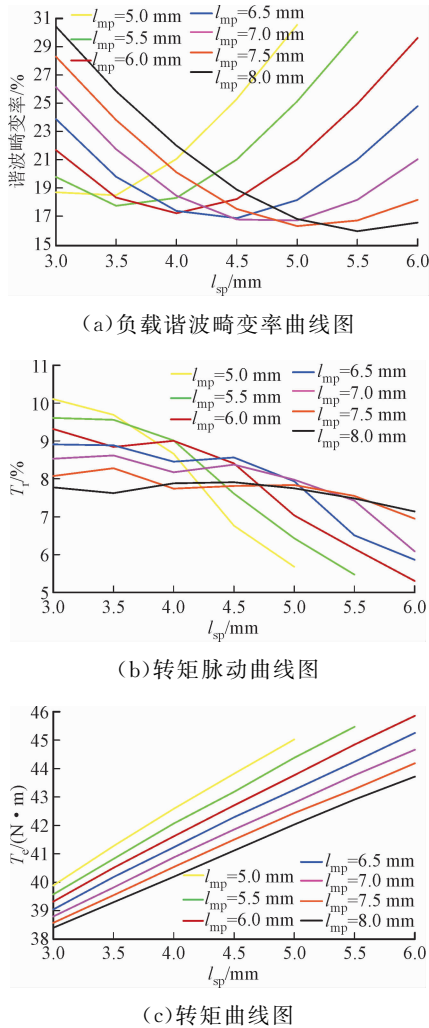
表 4 三级优化流程

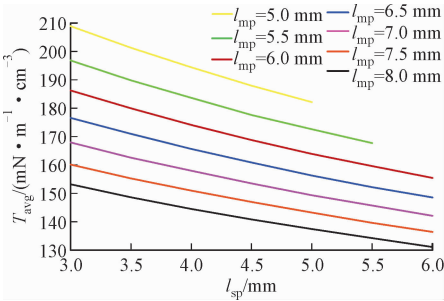
Table 4 Three-level optimization process

参数	组合 1	组合 2	组合 3	组合 4
$\theta_{mp}/(^{\circ})$	0~30	0~30	10~20	13
l_{mp}/mm	2~5	3	4~5.5	5~8
l_{sp}/mm	1.9	1~3	3~3.5	3~6

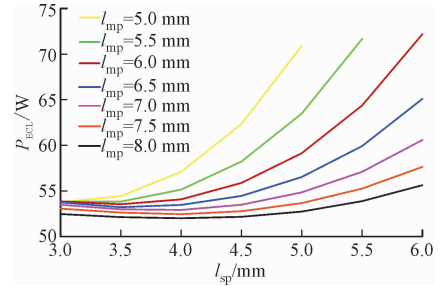
以谐波畸变率最小原则,对组合 1、2、3 进行优化。首先确定 θ_{mp} 的最优参数,进而对组合 4 中 l_{mp} 和 l_{sp} 展开联合优化,此时综合考虑对气隙磁密谐波畸变率、转矩脉动 T_r 、单位体积永磁体产生的电磁转矩、单位体积永磁体产生的涡流损耗这 4 个目标的影响,得到如图 8 所示曲线图。

由图 8a 可知,当 l_{mp} 固定时,随 l_{sp} 增大,谐波畸变率先减小后增大;由图 8b 可知,随 l_{mp} 的增大, T_r 受 l_{sp} 的影响越来越小。综合图 8c 和图 8d 可知,单

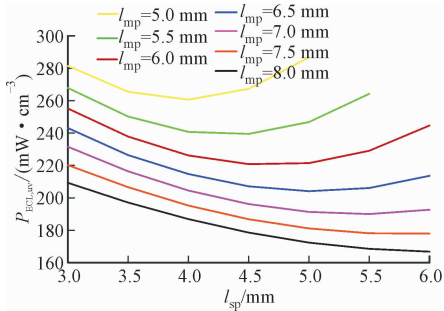




(d)单位永磁体体积转矩曲线图



(e)涡流损耗曲线图



(f)单位永磁体体积涡流损耗曲线图

图 8 主磁极厚度和边界磁极厚度联合优化结果

Fig. 8 Joint optimization results of the thickness of main magnetic pole and boundary magnetic pole

位永磁体体积转矩呈整体下降趋势,表明增多的永磁体体积所占原有体积的比例比增大的转矩占原有转矩的比例高, l_{mp} 与 T_e 呈反比, l_s 与 T_e 呈正比。综合图 8e 和图 8f 可知,单位永磁体体积涡流损耗先减小后增大,表明增大边界磁极的厚度对涡流损耗影响较大。 l_{mp} 与涡流损耗呈反比, l_{sp} 与涡流损耗呈正比。综合图 8 得出, l_{sp} 对电机电磁性能影响较 l_{mp} 大,且气隙磁密谐波畸变率和 T_r 是影响电机整体性能的两个主要指标,这与实际应用中的结论一致。

结合三级优化结果和实际加工成本确定主磁极厚度 l_{mp} 为 7.5 mm,边界磁极厚度 l_{sp} 为 5 mm,并应用于电机模型。按照表 5 所示流程对主磁极中心剖去部分进行优化,考虑到永磁体主磁极的完整性及

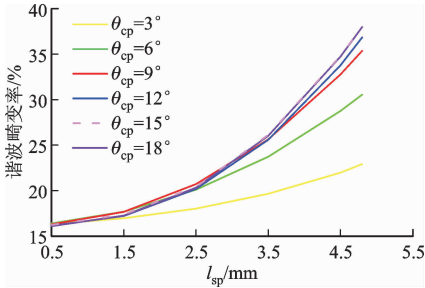
其机械强度, l_{cp} 不能超过主磁极厚度的 65%,在表 5 组合 1 的参数组合中主磁极中心剖去部分深度 l_{cp} 最大取 4.8 mm。

表 5 四级优化流程

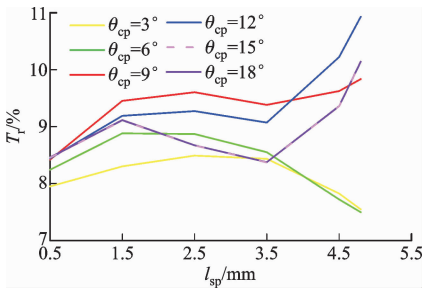
Table 5 Four-level optimization process

参数	组合 1	组合 2
$\theta_{cp}/(^{\circ})$	3~13	3~6
l_{cp}/mm	0.5~4.8	1.5~2.5

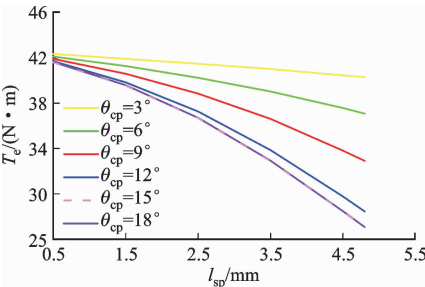
对表 5 中的组合 1 进行优化,得到如图 9 所示仿真结果。永磁体的体积随 l_{cp} 和 θ_{cp} 的增大而减少,对应图 9c 和图 9e 中的转矩和涡流损耗呈下降趋势。但图 9d 所示单位体积转矩随 l_{cp} 和 θ_{cp} 的增大呈上升趋势。当 θ_{cp} 在 $9^{\circ}\sim 18^{\circ}$ 之间时,各项电磁性能受 l_{cp} 的影响较 θ_{cp} 大。当 θ_{cm} 在 $3^{\circ}\sim 9^{\circ}$ 之间时,各项电磁性能受 θ_{cp} 的影响较 l_{cp} 大。综合考虑负载气隙磁密谐波畸变率、转矩脉动及涡流损耗这 3 个目标,最终确定表 5 组合 2 的参数组合。



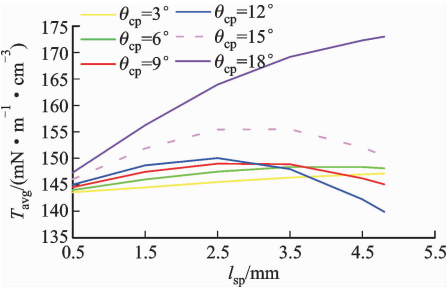
(a)负载谐波畸变率曲线图



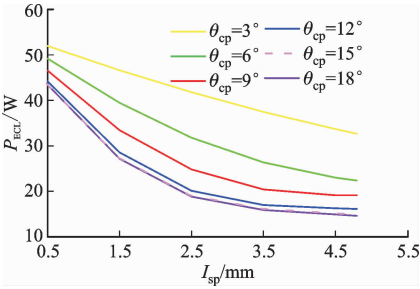
(b)转矩脉动曲线图



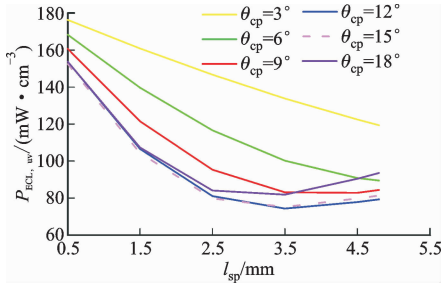
(c)转矩曲线图



(d)单位体积转矩曲线图



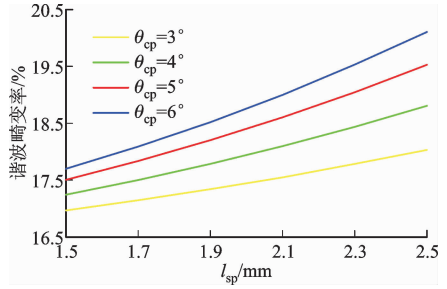
(e)涡流损耗曲线图



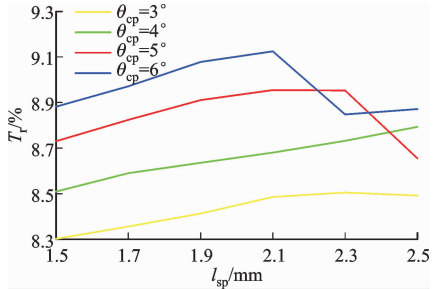
(f)单位体积涡流损耗曲线图

图 9 主磁极中心剖去部分角度和厚度初步联合优化结果
Fig. 9 Initial joint optimization results of the angel and thickness of the central section of the magnetic pole

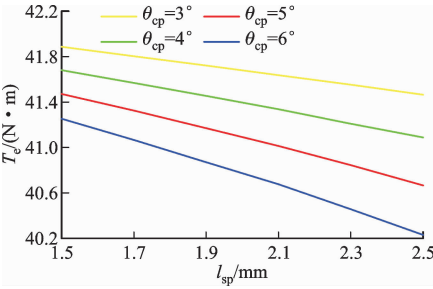
对表 5 中组合 2 进行优化得到图 10 所示仿真结果。可以看出,气隙磁密谐波畸变率、涡流损耗及转矩脉动变化较明显。中心部分分段的主要目的是降低涡流损耗,将涡流损耗作为第一优化目标,并保证气隙磁密谐波畸变率和转矩脉动变化不大。最终确定主磁极中心剖去部分角度 θ_{cp} 为 4° ,剖去深度 l_{cp} 为 2.3 mm。



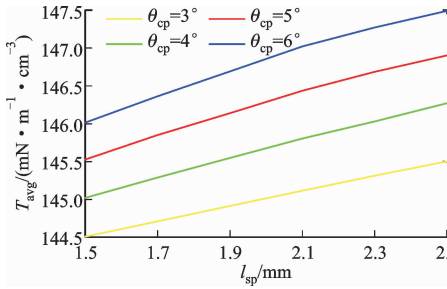
(a)负载谐波畸变率曲线图



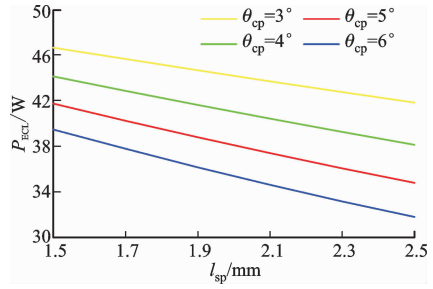
(b)转矩脉动曲线图



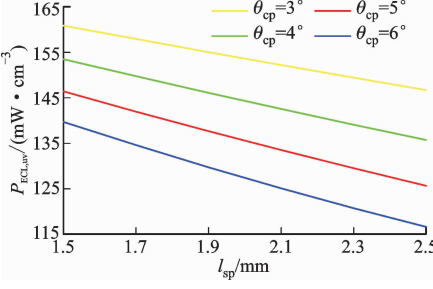
(c)转矩曲线图



(d)单位体积转矩曲线图



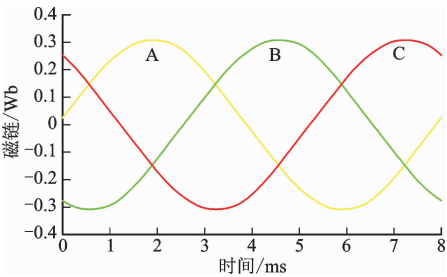
(e)涡流损耗曲线图



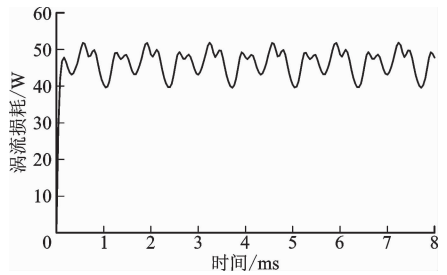
(f)单位体积涡流损耗曲线图

图 10 主磁极中心剖去部分角度和厚度最终联合优化结果
Fig. 10 Final joint optimization results of the angel and thickness of the central section of main magnetic pole

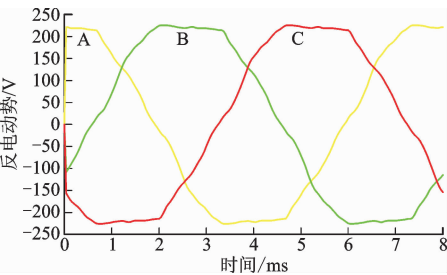
图 11 为最优十字型主磁极中心部分分段 Halbach 结构的负载磁链、涡流损耗、反电势波形图以及 A 相反电势频谱图。



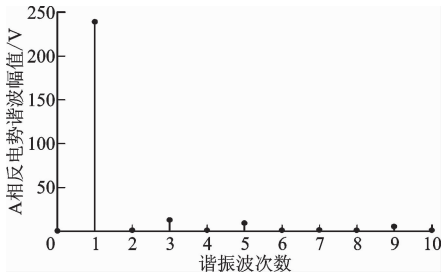
(a)磁链波形图



(b)涡流损耗波形图



(c)反电势波形图



(d)A 相反电势频谱图

图 11 十字型主磁极中心部分分段 Halbach 结构最优电磁性能波形

Fig. 11 Optimal electromagnetic performance wave of cross-shaped central partially-segmented Halbach structure

4 电磁仿真分析与比较

在十字型主磁极中心部分分段结构(S9)分级

优化的基础上,采用同样的优化方法对表 6 所示 8 种结构分别进行优化,并对各项电磁性能进行对比分析。

表 6 8 种永磁体结构

Table 6 Eight permanent magnet structures

结构名	结构图
普通表贴 (S1)	
等宽等厚 Halbach (S2)	
普通表贴中心部分分段 (S3)	
T 型 Halbach (S4)	
H 型 Halbach (S5)	
十字型 Halbach (S6)	
T 型中心部分分段 Halbach (S7)	
H 型中心部分分段 Halbach (S8)	

4.1 空载磁场分析

空载条件下,齿槽转矩是判断电机特性的一个重要依据。将各电机模型运动速度设置为 $2(^{\circ})/\text{s}$ 得图 12 所示 4 种磁极结构 PMSM 的齿槽转矩对比图。

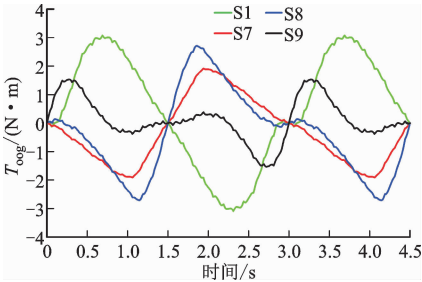


图 12 齿槽转矩对比图

Fig. 12 Comparison diagram of cogging torque

观察图 12 波形可知,十字型主磁极中心部分分段 Halbach 磁极结构(S9)齿槽转矩峰值最小,为 $3.06 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。主磁极采取中心部分分段结构的齿槽转矩要比未分段磁极结构小,且十字型主磁极中心

部分分段结构(S9)PMSM 的齿槽转矩峰峰值最小。

4.2 负载磁场分析

图 13 和图 14 所示分别为最优 T 型主磁极中心部分分段、H 型主磁极中心部分分段及十字型主磁极中心部分分段 PMSM 和普通表贴式 PMSM 的电磁转矩和涡流损耗的对比图。

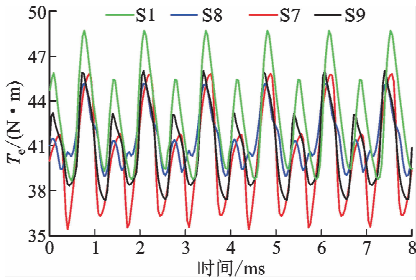


图 13 电磁转矩对比图

Fig. 13 A comparison diagram of electromagnetic torques

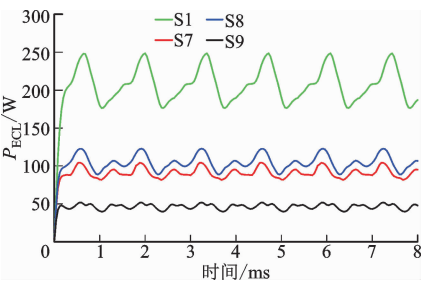


图 14 负载涡流损耗对比图

Fig. 14 A comparison diagram of load eddy current losses

分析图 13 所示波形数据,经计算得到普通表贴式结构的电磁转矩为 43.43 N·m,转矩脉动为 11.09%;T 型主磁极中心部分分段 PMSM 的电磁转矩为 40.28 N·m,转矩脉动为 12.85%;H 型中

心部分分段结构的电磁转矩为 41.43 N·m,转矩脉动为 7.35%;十字型主磁极中心部分分段结构的电磁转矩为 40.96 N·m,转矩脉动为 10.36%。与普通表贴式结构相比,T 型主磁极中心部分分段、H 型主磁极中心部分分段以及十字型主磁极中心部分分段结构使电磁转矩降低了 7.25%、4.61% 和 5.69%,转矩脉动降低了 15.87%、33.72% 和 6.58%。综合考察得出,H 型主磁极中心部分分段结构对转矩脉动的抑制效果最好,T 型主磁极中心部分分段结构最差。观察图 14 所示波形可以看出,十字型主磁极中心部分分段结构(S9)对涡流损耗的抑制效果最明显。

将 9 种磁极结构 PMSM 经分级多变量多目标优化算法优化至最优,综合考察表 7 所示 9 种结构的各项指标。相比于平行充磁方式下的普通表贴式结构,采用 Halbach 充磁方式的其他 8 种磁极结构 PMSM 均能不同程度降低气隙磁密谐波畸变率,说明永磁体采用 Halbach 充磁方式能有效降低电机气隙磁场谐波含量,提高机电能量转换效率。相比于普通表贴式结构,T 型主磁极中心部分分段(S7)、H 型主磁极中心部分分段(S8)以及十字型主磁极中心部分分段(S9)磁极结构使单位永磁体体积产生涡流损耗分别降低了 44.44%、44.2% 和 81.45%,说明主磁极部分分段可以大幅度降低涡流损耗。对 T 型(S4)、H 型(S5)以及十字型(S6)磁极结构进行主磁极中心部分分段后,涡流损耗大幅度降低,转矩脉动小幅度增大,但降低了齿槽转矩峰峰值且单位永磁体体积产生电磁转矩有小幅度提升,说明主磁极中心部分分段结构能在保证电机输出特

表 7 优化后 9 种电机磁极结构指标对比

Table 7 A comparison of nine motor structures after optimization

对比指标	磁极结构类型								
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
负载径向气隙磁密基波幅值/T	1.160	1.198	1.133	1.075	1.116	1.092	1.058	1.096	1.044
负载径向气隙磁密谐波畸变率/%	27.15	25.76	28.75	21.13	18.47	16.24	21.95	19.86	18.56
齿槽转矩峰峰值 $T_{\text{cog,pp}}/(\text{N} \cdot \text{m})$	6.50	5.56	6.16	4.26	5.80	3.26	3.82	5.42	3.06
涡流损耗 P_{ECL}/W	244.50	69.50	207.99	104.65	121.28	64.73	91.11	104.63	46.43
单位永磁体体积涡流损耗 $P_{\text{ECL,uv}}/(\text{mW} \cdot \text{cm}^{-3})$	886.90	223.36	774.31	553.39	560.28	217.71	492.79	494.85	164.53
电磁转矩 $T_e/(\text{N} \cdot \text{m})$	43.43	45.39	42.93	40.70	41.88	42.20	40.28	41.43	40.96
单位体积电磁转矩 $T_{\text{avg}}/(\text{mN} \cdot \text{m} \cdot \text{cm}^{-3})$	157.41	145.74	159.64	215.34	193.54	141.99	217.85	195.92	145.15
转矩脉动 $T_r/\%$	11.09	10.10	11.47	11.87	7.56	10.06	12.85	7.35	10.36
永磁体总体积 V/cm^3	276.97	311.44	269.10	189.02	216.42	297.18	184.88	211.45	282.20

性稳定的情况下有效降低涡流损耗和齿槽转矩幅值。在轮毂电机的背景下,综合考虑各项指标,H型主磁极中心部分分段 Halbach 结构(S8)PMSM 性能最优,相比于普通表贴式 PMSM, Halbach 结构单位永磁体体积产生电磁转矩提高了 24.46%,转矩脉动降低了 33.72%,且边界磁极附着在转子表面,制作工艺简单,永磁体用量较小节省成本,具有实际应用价值。

5 结 论

(1)本文提出的分级多变量多目标优化思想,与传统单参优化相比,能根据不同等级的优化结果选择不同的优化目标,确定该等级下的最优参数组合,提高了优化效率与精度。

(2)十字型主磁极中心部分分段 Halbach PMSM 的涡流损耗最小,与普通表贴式 PMSM 相比降低了 81.45%,能有效抑制转子温升,有利于电机过载运行。

(3)H型主磁极中心部分分段 Halbach PMSM 的转矩脉动最小,较普通表贴式 PMSM 降低了 33.72%,单位永磁体体积产生电磁转矩比普通表贴式结构高了 24.46%,能有效降低轮毂电机的振动和噪声,提高机车稳定运行能力。

本文所优化的永磁体结构均为径向瓦片式结构的延伸,对降低涡流损耗效果显著,但对转矩脉动的抑制有一定局限性。在接下来的研究中考考虑将永磁体两侧边线参数建模为倾斜角度可变结构,来进一步抑制转矩脉动。

参考文献:

- [1] 褚文强,辜承林. 电动车用轮毂电机研究现状与发展趋势 [J]. 电机与控制应用, 2007, 34(4): 1-5.
CHU Wenqiang, GU Chenglin. Application status and developing tend of in-wheel motors used for electric automobile [J]. Electric Machines & Control Application, 2007, 34(4): 1-5.
- [2] 褚文强,辜承林. 国内外轮毂电机应用概况和发展趋势 [J]. 微电机, 2007, 40(9): 77-81.
CHU Wenqiang, GU Chenglin. Applications and developing trend of in-wheel motors home and abroad [J]. Micromotors, 2007, 40(9): 77-81.
- [3] 李勇,徐兴,孙晓东,等. 轮毂电机驱动技术研究概况及发展综述 [J]. 电机与控制应用, 2017, 44(6): 1-7, 18.
LI Yong, XU Xing, SUN Xiaodong, et al. Review and future development of in-wheel motor drive technology [J]. Electric Machines & Control Application, 2017, 44(6): 1-7, 18.
- [4] 孔垂毅,代颖,罗建. 电动汽车轮毂电机技术的发展现状与发展趋势 [J]. 电机与控制应用, 2019, 46(2): 101-108, 113.
KONG Chuiyi, DAI Ying, LUO Jian. Development status and trend of in-wheel motor technology for electric vehicles [J]. Electric Machines & Control Application, 2019, 46(2): 101-108, 113.
- [5] 吴梦华,李强. 基于 Ansoft 的永磁同步电机齿槽转矩优化 [J]. 机电技术, 2014(5): 95-96, 103.
WU Menghua, LI Qiang. Cogging torque optimization of permanent magnet synchronous motor based on Ansoft [J]. Mechanical & Electrical Technology, 2014(5): 95-96, 103.
- [6] 刘家琦,白金刚,郑萍,等. 基于磁场调制原理的齿槽转矩研究 [J]. 电工技术学报, 2020, 35(5): 931-941.
LIU Jiaqi, BAI Jingang, ZHENG Ping, et al. Investigation of cogging torque based on magnetic field modulation principle [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(5): 931-941.
- [7] 王凯,孙海阳,张露锋,等. 永磁同步电机转子磁极优化技术综述 [J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(24): 7304-7317.
WANG Kai, SUN Haiyang, ZHANG Loufeng, et al. An overview of rotor pole optimization techniques for permanent magnet synchronous machines [J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(24): 7304-7317.
- [8] 倪有源,王磊,王群京. 凸形不等厚磁极永磁电机建模与分析 [J]. 电工技术学报, 2020, 35(11): 2406-2414.
NI Youyuan, WANG Lei, WANG Qunjing. Modeling and analysis of permanent magnet machines with salient shape unequal thickness magnets [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(11): 2406-2414.
- [9] 赵国新,张宇,葛红岩,等. 偏心磁极永磁电机气隙磁密解析计算方法研究 [J]. 电机与控制学报, 2020, 24(6): 24-32.
ZHAO Guoxin, ZHANG Yu, GE Hongyan, et al. Prediction of flux density distribution in permanent magnet motor with eccentric magnetic pole [J]. Electric Machines and Control, 2020, 24(6): 24-32.
- [10] 章跃进,李春江,屠关镇,等. 面贴式永磁力矩电机气隙主磁场解析数值分析法 [J]. 电工技术学报, 2011, 26(9): 13-17.

- ZHANG Yuejin, LI Chunjiang, TU Guanzhen, et al. Analytical method for air-gap main magnetic field computation of surface mounted permanent magnet torque motors [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(9): 13-17.
- [11] ZARKO D, BAN D, LIPO T A. Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(7): 1828-1837.
- [12] 李节宝, 井立兵, 周晓燕, 等. 表贴式永磁无刷电机直接解析计算方法 [J]. 电工技术学报, 2012, 27(11): 83-88.
- LI Jiebao, JING Libing, ZHOU Xiaoyan, et al. Exact analytical method for surface-mounted permanent-magnet brushless motors [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(11): 83-88.
- [13] 杨定伟, 邓兆祥, 张河山, 等. 永磁轮毂电机磁场解析建模 [J]. 电工技术学报, 2019, 34(7): 1423-1433.
- YANG Dingwei, DENG Zhaoxiang, ZHANG Heshan, et al. Exact analytical solution of magnetic field in permanent magnet in-wheel motor [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(7): 1423-1433.
- [14] 李京泽, 吴新振, 陈春涛. 基于磁极分块的永磁电机气隙磁场解析计算 [J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(18): 6390-6399.
- LI Jingze, WU Xinzen, CHEN Chuntao. Analytical calculation of air gap magnetic field for permanent magnet machines based on pole partition processing [J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(18): 6390-6399.
- [15] 齐晓东, 高峰阳, 李晓峰, 等. 表贴式永磁同步电机新型偏心磁极优化设计 [J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(8): 93-100.
- QI Xiaodong, GAO Fengyang, LI Xiaofeng, et al. Optimal design of new eccentric magnet pole for surface mounted permanent magnet synchronous motors [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2020, 34(8): 93-100.
- [16] 高峰阳, 齐晓东, 李晓峰, 等. 不等宽不等厚 Halbach 部分分段永磁同步电机电磁性能解析计算与优化分析 [J/OL]. 电工技术学报, [2021-04-14]. <https://doi.org/10.19595/j.cnki.1000-6753.tces.200972>.
- GAO Fengyang, QI Xiaodong, LI Xiaofeng, et al. Analytical calculation and optimization analysis of electromagnetic performance of Halbach partially segmented permanent magnet synchronous motor with unequal width and thickness [J/OL]. Transactions of China Electrotechnical Society, [2021-04-14]. <https://doi.org/10.19595/j.cnki.1000-6753.tces.200972>.
- [17] WANG Youhua, MA J, LIU Chengcheng, et al. Reduction of magnet eddy current loss in PMSM by using partial magnet segment method [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2019, 55(7): 1-5.
- [18] 杨玉波, 王秀和, 张鑫, 等. 磁极偏移削弱永磁电机齿槽转矩方法 [J]. 电工技术学报, 2006, 21(10): 22-25, 61.
- YANG Yubo, WANG Xiuhe, ZHANG Xin, et al. Cogging torque reduction method of magnet shifting in permanent magnet motors [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2006, 21(10): 22-25, 61.

(编辑 亢列梅)