

六轴机械臂神经网络自适应终端滑模控制

贾华^{1,2,3}, 刘延俊^{1,2,3,4}, 王雨^{1,2,3}, 薛钢^{2,3,4}

(1. 山东大学机械工程学院, 250061, 济南; 2. 山东大学高效洁净机械制造教育部重点实验室, 250061, 济南;
3. 山东大学机械工程国家级实验教学示范中心, 250061, 济南; 4. 山东大学海洋研究院, 266237, 山东青岛)

摘要: 考虑模型不确定且存在外界干扰时六轴机械臂的轨迹跟踪控制问题, 以快速、稳定地跟踪轨迹规划生成的各关节期望轨迹为控制目标, 提出了一种基于机械臂动力学模型分块逼近的神经网络自适应终端滑模控制方法。为加快跟踪误差的收敛速度, 避免传统终端滑模中存在的奇异值问题, 采用了一种非奇异终端滑模面。针对系统模型不确定的情况, 利用多组 RBF 神经网络分块逼近动力学模型参数, 通过自适应律在线调整权值, 实现模型的重构, 并设计鲁棒项消除模型重构误差。在 Simulink 中开展仿真分析, 结果表明: 与 RBF 神经网络整体逼近算法相比, 本文提出的控制策略可以使六轴机械臂的关节最大稳态误差减少 83.7%; 当末端加入时变的负载后, 关节最大稳态误差减少了 85.6%, 具有抵抗末端负载变化的能力。本文为六轴机械臂提供了一种有效、可行的轨迹跟踪控制方法。

关键词: 六轴机械臂; 非奇异终端滑模; 动力学模型; RBF 神经网络; 轨迹跟踪

中图分类号: TP241 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202211003 **文章编号:** 0253-987X(2022)11-0021-10

Adaptive-Neural-Network-Based Terminal Sliding Mode Control for Six-Axis Robotic Manipulators

JIA Hua^{1,2,3}, LIU Yanjun^{1,2,3,4}, WANG Yu^{1,2,3}, XUE Gang^{2,3,4}

(1. School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China; 2. Key Laboratory of High-Efficiency and Clean Mechanical Manufacture of Ministry of Education, Shandong University, Jinan 250061, China;
3. National Demonstration Center for Experimental Mechanical Engineering Education, Shandong University, Jinan 250061, China; 4. Institute of Marine Science and Technology, Shandong University, Qingdao, Shandong 266237, China)

Abstract: This paper proposes an adaptive-neural-network-based terminal sliding mode control algorithm based on partitional approximation of dynamic models of robot manipulators to realize tracking of the desired trajectory of each joint generated by trajectory planning of six-axis robot manipulators when models are unknown and there is external disturbance. In addition, a non-singular terminal sliding mode manifold is proposed to accelerate the convergence of the tracking error and avoid the singular problem in the control with the conventional terminal sliding mode. Since the system model is unknown, multi-group RBF neural networks are utilized to approximate the dynamic model parameters, and the model is reconstructed by an adaptive weight update law. The model reconstruction errors are compensated by the designed robust terms. Simulation analysis is carried out in Simulink. According to the analysis results, compared with the RBF neural network global approximation algorithm, the proposed control method can reduce

the maximum steady-state error of the manipulator joints by 83.7%. When the time-varying load is added to the end effector, the maximum steady-state error of the joints is reduced by 85.6%. Therefore, the proposed control is an effective and feasible trajectory tracking method for the six-axis robot manipulator under the condition of load variation.

Keywords: six-axis manipulator; non-singular terminal sliding mode; dynamic model; RBF neural network; trajectory tracking

作为一种高性能自动化设备,机械臂能够提高生产效率和质量,得到了越来越广泛的应用。机械臂是一个高度非线性、强耦合、多变量的时变系统,因此需要高性能的控制器对其进行可靠控制。

机械臂在执行任务时,通常需要跟踪特定的轨迹,并保证一定的精度。常见的传统 PID 控制器在受到外部干扰影响时,其动态特性和鲁棒性并不理想。为解决这一问题,国内外学者提出了多种类型的机械臂控制算法,例如神经网络控制^[1-2]、模糊控制^[3]、滑模控制^[4-5]、鲁棒控制^[6]、迭代学习控制^[7]、反步控制^[8-9]等。其中滑模控制物理实现较为简单,且对扰动不灵敏,在机器人领域得到了广泛应用。敖天翔等^[10]将滑模控制器应用于双臂机器人,得到了较好的定点控制和轨迹跟踪控制效果,但是忽略了实际机械臂中存在的摩擦力。Baek 等^[11]结合极点配置和时延估计方法设计了一种自适应滑模控制器,通过反馈补偿能够获得理想的闭环极点,但是没有考虑外界干扰的影响。

随着变结构控制理论的发展,出现了性能更好的终端滑模控制。与传统滑模相比,终端滑模控制能够保证系统在有限时间收敛^[12]。吴爱国等^[13]提出了一种非奇异快速终端滑模控制(NFTSMC)方法,在切换控制中引入连续终端吸引子,保证了系统在有限时间内稳定,并利用 Lyapunov 方法进行了证明。Yang 等^[14]研究了非线性系统的终端滑模控制,将非奇异快速终端滑模控制应用在了二关节机械臂控制上,具有比传统滑模更好的控制性能。Zhang 等^[15]针对动力学参数部分不确定的机械臂系统,提出了一种全局近似终端滑模控制方法,避免了奇异问题,保证了系统在有限时间收敛。

在实际环境下,由于存在着摩擦、外界干扰、模型误差等不确定性因素,采用滑模控制时需要对这些变量进行保守估计,切换增益会随之增大,容易引起较大的抖振,影响控制效果。针对这一问题,董君等^[16]在非线性积分滑模的基础上,引入 RBF 神经网络(RBFNN)来估计动力学参数,减小了抖振。Guo 等^[17]将滑模和增量 PID 结合起来,提出一种

RDRBF 控制算法,利用神经网络补偿模型不确定项,保证控制力矩平滑,在串联机械臂上得到了较好的控制效果。

目前,多数文献提出的控制算法只在平面二连杆机械臂上进行了验证。本文在上述研究的基础上,针对模型不确定且存在外界干扰时的六轴机械臂系统,提出了一种基于动力学模型分块逼近的神经网络自适应终端滑模控制算法(RBFTSM)。首先,利用多个 RBF 神经网络分别逼近动力学模型中的系数矩阵,并结合非奇异终端滑模超曲面设计控制律,依靠自适应律对权值的在线调整,实现对机械臂动力学模型的重构,整个过程无需复杂的动力学建模计算;然后,设计了一种积分滑模控制鲁棒项,对模型重构误差和外界干扰进行消除,采用 Lyapunov 稳定性定理证明了系统能够在有限时间到达稳定;最后,在 Simulink 环境下对六轴机械臂进行仿真分析,与 PID 算法和文献[18]中提到的 RBF 神经网络整体逼近滑模控制算法相比较,验证该控制方法的有效性,为六轴机械臂的轨迹跟踪提供一种可行的控制方案。

1 模型描述

本文以 UR 机械臂为研究模型,其坐标系的建立采用改进 Denavit Hartenberg(MDH)法,如图 1 所示。

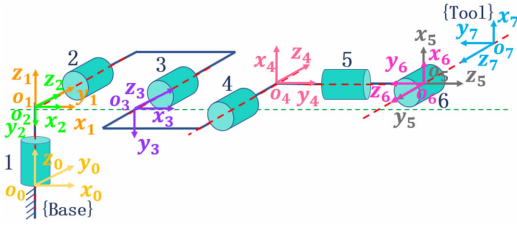
根据拉格朗日法^[19],机械臂的动力学模型最终可写成

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \boldsymbol{\tau}_d = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

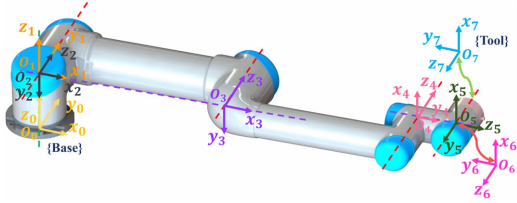
式中: $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 为 $n \times n$ 的质量矩阵; $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 为 $n \times n$ 的科氏力和离心力矩阵; $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 为 $n \times 1$ 的重力矩阵; $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})$ 为 $n \times 1$ 的摩擦力矩阵; $\boldsymbol{\tau}_d$ 为干扰力矩; $\boldsymbol{\tau}$ 为机械臂驱动力矩; $\mathbf{q}$ 为 $n \times 1$ 的机械臂关节角向量; $\dot{\mathbf{q}}$ 为 $n \times 1$ 的机械臂关节角速度向量; $\ddot{\mathbf{q}}$ 为 $n \times 1$ 的机械臂关节角加速度向量。

性质 1^[20] 惯性矩阵 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 是对称正定矩阵,存在正数 m_1 、 m_2 ,满足如下不等式

$$m_1 \|\mathbf{x}\|^2 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{x} \leq m_2 \|\mathbf{x}\|^2 \quad (2)$$



(a) 机械臂 MDH 坐标系



(b) 机械臂三维模型

图 1 六轴机械臂结构图

Fig. 1 Structure diagram of six axis manipulator

性质 2^[20] $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 是一个斜对称矩阵, 即 $x^T [\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})] x = 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$ (3)

引理 1^[21] 全局有限时间稳定的 Lyapunov 函数定理。

考虑一个非线性系统 $\dot{x} = f(x)$, $f(0) = 0$, $x \in \mathbb{R}^n$, $x(0) = x_0$, 稳定点 $x = 0$ 。假设存在一个连续的函数 $V(x)$; $D \rightarrow \mathbb{R}$ 定义在原点的邻域上 $U \subseteq D$, 并满足下列条件: $V(x)$ 是正定的; 有两个实数 $c > 0$ 和 $\alpha \in (0, 1)$, 且

$$\dot{V}(x) + cV^\alpha(x) \leq 0, x \in U \quad (4)$$

那么系统为有限时间稳定, 而且系统的收敛时间 $T(x)$ 满足

$$T(x) \leq \frac{1}{c(1-\alpha)} V^{1-\alpha}(x_0) \quad (5)$$

引理 2^[22] 范数不等式 $\|x\|_2 \leq \|x\|_1$, 对于一个向量 $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$, 总是满足

$$\|x\| \leq \sum_{i=1}^n |x_i| \quad (6)$$

没有特别说明的情况下, 本文的 $\|\cdot\|$ 表示 2 范数。

引理 3^[22] Cauchy-Schwarz 不等式, 对于向量空间 V 中的任意向量 u 和 v , 有

$$|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\| \quad (7)$$

2 控制器设计

2.1 终端滑模面(TSM)设计

设机械臂关节目标角度为 $q_d(t)$, 实际角度为 $q(t)$, 定义跟踪误差为

$$e(t) = q_d(t) - q(t) \quad (8)$$

取误差状态变量 $\varepsilon_1 = e, \varepsilon_2 = \dot{e}$, 机械臂的误差动力学方程可以写为

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 = -M^{-1}(q)(\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q) - F(\dot{q}) - \tau_d) + \ddot{q}_d(t) \end{cases} \quad (9)$$

在传统滑模控制中, 滑模面的选取一般为线性滑模面, 即

$$r = \dot{e} + \alpha e, \alpha > 0 \quad (10)$$

当系统状态到达滑模面时, 线性滑模面能使误差渐近收敛到 0, 但是不能保证在有限时间内收敛。终端滑模面则能够确保误差变量在有限时间内收敛到 0^[23]。

本文取非奇异终端滑模面^[24]

$$r = \dot{e} + \alpha e + \beta |e|^{p/q} \text{sgn}(e) \quad (11)$$

式中: $\alpha, \beta > 0$, p, q 均为正奇数, 且 $p > q$ 。

对式(11)进行求导可得

$$\dot{r} = \ddot{e} + \alpha \dot{e} + \beta \frac{p}{q} |e|^{p/q-1} \dot{e} \quad (12)$$

将式(12)中的 $\ddot{e}$ 用式(9)中的 $\dot{\varepsilon}_2$ 代替, 得到

$$\begin{aligned} \dot{r} = & -M^{-1}(q)(\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q) - F(\dot{q}) - \tau_d) + \\ & \ddot{q}_d(t) + \alpha \dot{e} + \beta \frac{p}{q} |e|^{p/q-1} \dot{e} \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)两边同时乘以 $M(q)$, 可以得到

$$\begin{aligned} M(q)\dot{r} = & -(\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q) - F(\dot{q}) - \tau_d) + \\ & M(q)(\ddot{q}_d(t) + \alpha \dot{e} + \beta \frac{p}{q} |e|^{p/q-1} \dot{e}) \end{aligned} \quad (14)$$

由于在实际中角加速度 $\ddot{q}$ 很难获得, 为了避免控制律中出现角加速度 $\ddot{q}$ 信号, 取变量

$$\ddot{q}_r = \dot{r} + \ddot{q} = \ddot{q}_d + \alpha \dot{e} + \beta \frac{p}{q} |e|^{p/q-1} \dot{e} \quad (15)$$

$$\dot{q}_r = r + \dot{q} = \dot{q}_d + \alpha e + \beta |e|^{p/q} \text{sgn}(e) \quad (16)$$

根据式(15)、(16)可以将式(13)重新修改为

$$\begin{aligned} M(q)\dot{r} = & -\tau + M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) + \\ & F(\dot{q}) + \tau_d - C(q, \dot{q})r \end{aligned} \quad (17)$$

理想状态下, 机械臂模型参数均精确已知, 此时可以取控制律为

$$\tau = \tau_m + \tau_u \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \tau_m = & M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) + F(\dot{q}) \\ \tau_u = & K_1 \text{sgn}(r) \end{aligned}$$

取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} r^T M r \quad (19)$$

对其求时间的导数

$$\dot{V} = r^T M \dot{r} + \frac{1}{2} r^T \dot{M} r \quad (20)$$

根据式(17)、(18)可以将式(20)进一步写成

$$\dot{V} = -\mathbf{r}^T \mathbf{K}_1 \operatorname{sgn}(\mathbf{r}) + \mathbf{r}^T \boldsymbol{\tau}_d + \frac{1}{2} \mathbf{r}^T (\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C}) \mathbf{r} \leq -(\lambda_{\min}(\mathbf{K}_1) - \|\boldsymbol{\tau}_d\|) \|\mathbf{r}\| \quad (21)$$

其中 $\mathbf{K}_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为正定对角矩阵, $\lambda_{\min}(\mathbf{K}_1)$ 是矩阵 $\mathbf{K}_1$ 的最小特征值, 只要选择合适的 $\mathbf{K}_1$ 使其大于外界干扰 $\boldsymbol{\tau}_d$ 的上界, 就可以保证 $\dot{V} \leq 0$, 根据 Lyapunov 稳定性判定, 系统是稳定的。在实际情况下, 机械臂的模型参数不可能是精确已知的, 因此需要对控制律式(18)做进一步修改。

2.2 RBF 神经网络分块逼近

在实际应用时, 机械臂的动力学模型很难精确获得, 存在较大的建模误差, 影响控制器的性能。为了解决这一问题, 本文采用 RBF 神经网络来实现对机械臂模型参数的估计。

RBF 神经网络由输入层、隐含层、输出层组成。其结构如图 2 所示^[16]。

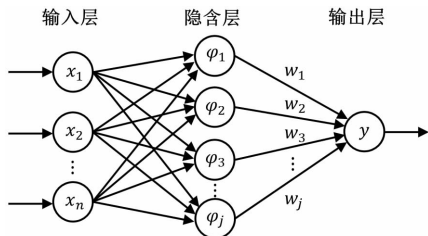


图 2 RBF 神经网络结构

Fig. 2 RBF neural network structure

RBF 神经网络中的径向基函数采用高斯基函数, 表达式如下

$$\varphi_j = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{X} - \mathbf{c}_j\|^2}{2b_j^2}\right), j=1, 2, \dots, m \quad (22)$$

式中: $\mathbf{c}_j$ 为该节点高斯基函数的中心矢量; b_j 为该节点高斯基函数的宽度。利用 RBF 神经网络分别对 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{F}$ 进行逼近, 设神经网络的理想输出分别为 $\mathbf{M}_N$ 、 $\mathbf{C}_N$ 、 $\mathbf{G}_N$ 、 $\mathbf{F}_N$ 。从动力学参数特点可以得知, 神经网络 $\mathbf{M}_N$ 、 $\mathbf{G}_N$ 、 $\mathbf{F}_N$ 的输入均为 $\mathbf{q}$, $\mathbf{C}_N$ 的输入为 $\mathbf{q}$ 、 $\dot{\mathbf{q}}$, 则

$$\begin{cases} \mathbf{M} = \mathbf{M}_N(\mathbf{q}) + \mathbf{E}_M = [\{\mathbf{W}_M\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_M(\mathbf{q})\}] + \mathbf{E}_M \\ \mathbf{C} = \mathbf{C}_N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{E}_C = [\{\mathbf{W}_C\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_C(\mathbf{z})\}] + \mathbf{E}_C \\ \mathbf{G} = \mathbf{G}_N(\mathbf{q}) + \mathbf{E}_G = [\{\mathbf{W}_G\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_G(\mathbf{q})\}] + \mathbf{E}_G \\ \mathbf{F} = \mathbf{F}_N(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{E}_F = [\{\mathbf{W}_F\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_F(\dot{\mathbf{q}})\}] + \mathbf{E}_F \end{cases} \quad (23)$$

其中 $\mathbf{W}_M$ 、 $\mathbf{W}_C$ 、 $\mathbf{W}_G$ 、 $\mathbf{W}_F$ 表示神经网络的理想权值, $\mathbf{z} = [\mathbf{q}^T \dot{\mathbf{q}}^T]^T$, $\{\cdot\}$ 和 $\cdot$ 分别为 GL 矩阵和 GL 算子^[25]。对于 $\mathbf{M}_N$ 、 $\mathbf{C}_N$ 、 $\mathbf{G}_N$ 、 $\mathbf{F}_N$ 的估计用 $\hat{\mathbf{M}}_N$ 、 $\hat{\mathbf{C}}_N$ 、 $\hat{\mathbf{G}}_N$ 、

$\hat{\mathbf{F}}_N$ 来表示。 $\hat{\mathbf{W}}_M$ 、 $\hat{\mathbf{W}}_C$ 、 $\hat{\mathbf{W}}_G$ 、 $\hat{\mathbf{W}}_F$ 分别为 $\mathbf{W}_M$ 、 $\mathbf{W}_C$ 、 $\mathbf{W}_G$ 、 $\mathbf{W}_F$ 的估计值。

神经网络逼近结果可以表示为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{M}}_N(\mathbf{q}) = [\{\hat{\mathbf{W}}_M\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_M(\mathbf{q})\}] \\ \hat{\mathbf{C}}_N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [\{\hat{\mathbf{W}}_C\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_C(\mathbf{z})\}] \\ \hat{\mathbf{G}}_N(\mathbf{q}) = [\{\hat{\mathbf{W}}_G\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_G(\mathbf{q})\}] \\ \hat{\mathbf{F}}_N(\dot{\mathbf{q}}) = [\{\hat{\mathbf{W}}_F\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_F(\dot{\mathbf{q}})\}] \end{cases} \quad (24)$$

可以将式(17)表示为

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{r}} = -\boldsymbol{\tau} + \mathbf{f} + \boldsymbol{\tau}_d - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{r} \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = & [\{\mathbf{W}_M\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_M(\mathbf{q})\}]\ddot{\mathbf{q}}_r + [\{\mathbf{W}_C\}^T \cdot \\ & \{\boldsymbol{\Phi}_C(\mathbf{z})\}]\dot{\mathbf{q}}_r + [\{\mathbf{W}_G\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_G(\mathbf{q})\}] + \\ & [\{\mathbf{W}_F\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_F(\dot{\mathbf{q}})\}] + \mathbf{E} \end{aligned} \quad (26)$$

式中: $\mathbf{E}$ 表示神经网络逼近误差, 表达式为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_M\ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{E}_C\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{E}_G + \mathbf{E}_F \quad (27)$$

假设 1 不确定项 $\mathbf{E} + \boldsymbol{\tau}_d$ 有一个上界, 表示为

$$\|\mathbf{E} + \boldsymbol{\tau}_d\| \leq \rho \quad (28)$$

其中 ρ 是一个已知的正数。

令 $\hat{\mathbf{f}}$ 为神经网络实际逼近结果

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{f}} = & [\{\hat{\mathbf{W}}_M\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_M(\mathbf{q})\}]\ddot{\mathbf{q}}_r + [\{\hat{\mathbf{W}}_C\}^T \cdot \\ & \{\boldsymbol{\Phi}_C(\mathbf{z})\}]\dot{\mathbf{q}}_r + [\{\hat{\mathbf{W}}_G\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_G(\mathbf{q})\}] + \\ & [\{\hat{\mathbf{W}}_F\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_F(\dot{\mathbf{q}})\}] \end{aligned} \quad (29)$$

则总的逼近误差可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}} = & [\{\tilde{\mathbf{W}}_M\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_M(\mathbf{q})\}]\ddot{\mathbf{q}}_r + \\ & [\{\tilde{\mathbf{W}}_C\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_C(\mathbf{z})\}]\dot{\mathbf{q}}_r + [\{\tilde{\mathbf{W}}_G\}^T \cdot \\ & \{\boldsymbol{\Phi}_G(\mathbf{q})\}] + [\{\tilde{\mathbf{W}}_F\}^T \cdot \{\boldsymbol{\Phi}_F(\dot{\mathbf{q}})\}] + \mathbf{E} \end{aligned} \quad (30)$$

式中: $\tilde{\mathbf{W}}_M$ 、 $\tilde{\mathbf{W}}_C$ 、 $\tilde{\mathbf{W}}_G$ 、 $\tilde{\mathbf{W}}_F$ 表示权值误差, 即

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{W}}_M = \mathbf{W}_M - \hat{\mathbf{W}}_M \\ \tilde{\mathbf{W}}_C = \mathbf{W}_C - \hat{\mathbf{W}}_C \\ \tilde{\mathbf{W}}_G = \mathbf{W}_G - \hat{\mathbf{W}}_G \\ \tilde{\mathbf{W}}_F = \mathbf{W}_F - \hat{\mathbf{W}}_F \end{cases} \quad (31)$$

对控制律式(18)进行进一步修改, 引入 RBF 神经网络模型补偿项

$$\boldsymbol{\tau}_m = \hat{\mathbf{f}} \quad (32)$$

$$\boldsymbol{\tau}_u = \mathbf{K}_p \mathbf{r} + \mathbf{K}_i \int \mathbf{r} dt + \mathbf{K}_r \operatorname{sgn}(\mathbf{r}) \quad (33)$$

总的控制律可以表示为

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_u = \hat{\mathbf{f}} + \mathbf{K}_p \mathbf{r} + \mathbf{K}_i \int \mathbf{r} dt + \mathbf{K}_r \operatorname{sgn}(\mathbf{r}) \quad (34)$$

式中: $\mathbf{K}_p$ 、 $\mathbf{K}_i$ 、 $\mathbf{K}_r \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 均为正定对角矩阵; $\boldsymbol{\tau}_m$ 代表了 RBF 神经网络逼近的模型补偿项; $\boldsymbol{\tau}_u$ 中的 $\mathbf{K}_p \mathbf{r}$ 为滑模控制项, 保证系统到达稳定; $\mathbf{K}_r \operatorname{sgn}(\mathbf{r})$ 用于抑制外部干扰和模型重构误差, 提高抗干扰能力; $\mathbf{K}_i \int \mathbf{r} dt$

项是用于进一步消除神经网络的逼近误差和外界干扰的影响。

设计神经网络权值自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{W}}_{Mk}} = \mathbf{\Gamma}_{Mk} \cdot \{\Phi_{Mk}(\mathbf{q})\} \ddot{\mathbf{q}}_r \mathbf{r}_k \\ \dot{\tilde{\mathbf{W}}_{Ck}} = \mathbf{\Gamma}_{Ck} \cdot \{\Phi_{Ck}(\mathbf{z})\} \dot{\mathbf{q}}_r \mathbf{r}_k \\ \dot{\tilde{\mathbf{W}}_{Gk}} = \mathbf{\Gamma}_{Gk} \cdot \{\Phi_{Gk}(\mathbf{q})\} \mathbf{r}_k \\ \dot{\tilde{\mathbf{W}}_{Fk}} = \mathbf{\Gamma}_{Fk} \cdot \{\Phi_{Fk}(\dot{\mathbf{q}})\} \mathbf{r}_k \end{cases} \quad (35)$$

式中: $\mathbf{\Gamma}_{Mk} > 0; \mathbf{\Gamma}_{Ck} > 0; \mathbf{\Gamma}_{Gk} > 0; \mathbf{\Gamma}_{Fk} > 0$; 参数 k 的取值为 $k=1, 2, \dots, n$ 。

2.3 控制系统稳定性分析

定义 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} \mathbf{r}^T \mathbf{M} \mathbf{r} + \frac{1}{2} \left(\int_0^t \mathbf{r} d\tau \right)^T \mathbf{K}_i \left(\int_0^t \mathbf{r} d\tau \right) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \tilde{\mathbf{W}}_{Mk}^T \mathbf{\Gamma}_{Mk}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{Mk} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \tilde{\mathbf{W}}_{Ck}^T \mathbf{\Gamma}_{Ck}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{Ck} + \\ & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \tilde{\mathbf{W}}_{Gk}^T \mathbf{\Gamma}_{Gk}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{Gk} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \tilde{\mathbf{W}}_{Fk}^T \mathbf{\Gamma}_{Fk}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{Fk} \end{aligned} \quad (36)$$

对 Lyapunov 函数求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \mathbf{r}^T (\tau_d - \mathbf{K}_r \text{sgn}(\mathbf{r})) - \mathbf{r}^T \mathbf{K}_p \mathbf{r} + \mathbf{r}^T \mathbf{E} + \\ & \mathbf{r}^T [\{\tilde{\mathbf{W}}_M\}^T \cdot \{\Phi_M\}] \ddot{\mathbf{q}}_r + \\ & \mathbf{r}^T [\{\tilde{\mathbf{W}}_C\}^T \cdot \{\Phi_C\}] \dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{r}^T [\{\tilde{\mathbf{W}}_G\}^T \cdot \{\Phi_G\}] + \\ & \mathbf{r}^T [\{\tilde{\mathbf{W}}_F\}^T \cdot \{\Phi_F\}] + \sum_{k=1}^n \tilde{\mathbf{W}}_{Mk}^T \mathbf{\Gamma}_{Mk}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{Mk} + \\ & \sum_{k=1}^n \tilde{\mathbf{W}}_{Ck}^T \mathbf{\Gamma}_{Ck}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{Ck} + \sum_{k=1}^n \tilde{\mathbf{W}}_{Gk}^T \mathbf{\Gamma}_{Gk}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{Gk} + \sum_{k=1}^n \tilde{\mathbf{W}}_{Fk}^T \mathbf{\Gamma}_{Fk}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{Fk} \end{aligned} \quad (37)$$

最终可将 $\dot{V}$ 化简为

$$\dot{V} = -\mathbf{r}^T \mathbf{K}_r \text{sgn}(\mathbf{r}) - \mathbf{r}^T \mathbf{K}_p \mathbf{r} + \mathbf{r}^T (\mathbf{E} + \tau_d) \quad (38)$$

根据引理 2、3 以及假设 1, 有

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{K}_r) \|\mathbf{r}\| - \mathbf{r}^T \mathbf{K}_p \mathbf{r} + \|\mathbf{E} + \tau_d\| \|\mathbf{r}\| \quad (39)$$

式中: $\lambda_{\min}(\mathbf{K}_r)$ 表示 $\mathbf{K}_r$ 矩阵的最小特征值, 可以通过选取较大的 $\mathbf{K}_r$ 使得 $\lambda_{\min}(\mathbf{K}_r)$ 大于不确定上界 ρ , 则

$$\dot{V} \leq -\mathbf{r}^T \mathbf{K}_p \mathbf{r} \leq 0 \quad (40)$$

由于当且仅当 $\mathbf{r} = 0$ 时, $\dot{V} = 0$, 因此根据 Lyapunov 稳定性判定, 系统是渐近稳定的, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{r} \rightarrow 0$ 。由于 $V \geq 0, \dot{V} \leq 0$, 即 V 有界, 进而可以证明 $\tilde{\mathbf{W}}_M, \tilde{\mathbf{W}}_C, \tilde{\mathbf{W}}_G, \tilde{\mathbf{W}}_F, \mathbf{r}$ 都是有界的, 考虑到 $\mathbf{r}$ 是由误差量 $\mathbf{e}$ 和 $\dot{\mathbf{e}}$ 定义的, 因此 $\mathbf{e}$ 和 $\dot{\mathbf{e}}$ 也是有界的, 此外输入 $\mathbf{q}(t)$ 都是有界函数, 因此 $\mathbf{q}$ 是有界的。

有限时间稳定证明如下: 取 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{r}^T \mathbf{M} \mathbf{r} \quad (41)$$

对式(41)进行求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \mathbf{r}^T (\tau_d + [\{\tilde{\mathbf{W}}_M\}^T \cdot \{\Phi_M(\mathbf{q})\}] \ddot{\mathbf{q}}_r + \\ & [\{\tilde{\mathbf{W}}_C\}^T \cdot \{\Phi_C(\mathbf{z})\}] \dot{\mathbf{q}}_r + [\{\tilde{\mathbf{W}}_G\}^T \cdot \{\Phi_G(\mathbf{q})\}] + \\ & [\{\tilde{\mathbf{W}}_F\}^T \cdot \{\Phi_F(\dot{\mathbf{q}})\}] + \mathbf{E} - \mathbf{K}_p \mathbf{r} - \\ & \mathbf{K}_i \left(\int_0^t \mathbf{r} d\tau \right) - \mathbf{K}_r \text{sgn}(\mathbf{r})) \end{aligned} \quad (42)$$

因为高斯基函数值域为区间 $[0, 1]$, 也就表明激活函数都是有界的, 根据前面的有界分析结论, 可以得到

$$[\{\tilde{\mathbf{W}}_M\}^T \cdot \{\Phi_M(\mathbf{q})\}] \ddot{\mathbf{q}}_r + [\{\tilde{\mathbf{W}}_C\}^T \cdot \{\Phi_C(\mathbf{z})\}] \dot{\mathbf{q}}_r + [\{\tilde{\mathbf{W}}_G\}^T \cdot \{\Phi_G(\mathbf{q})\}] \leq \boldsymbol{\eta} \quad (43)$$

其中 $\boldsymbol{\eta}$ 是一个正定对角矩阵, $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 代入式(42)中得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \mathbf{r}^T \boldsymbol{\eta} \mathbf{r} + \mathbf{r}^T (\tau_d + \mathbf{E}) - \mathbf{r}^T \mathbf{K}_p \mathbf{r} - \\ & \mathbf{r}^T \mathbf{K}_i \left(\int_0^t \mathbf{r} d\tau \right) - \mathbf{r}^T \mathbf{K}_r \text{sgn}(\mathbf{r}) \leq \mathbf{r}^T \boldsymbol{\eta} \mathbf{r} + \\ & \mathbf{r}^T (\tau_d + \mathbf{E}) - \mathbf{r}^T \mathbf{K}_p \mathbf{r} - \mathbf{r}^T \mathbf{K}_r \text{sgn}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (44)$$

选择 $\mathbf{K}_p \geq \boldsymbol{\eta}$, 并根据引理 2、3 可推得

$$\dot{V}_1 \leq -[\lambda_{\min}(\mathbf{K}_r) - \rho] \sqrt{\frac{2}{m_2}} V_1^{1/2} \quad (45)$$

设 $c = [\lambda_{\min}(\mathbf{K}_r) - \rho] \sqrt{\frac{2}{m_2}}, \alpha = \frac{1}{2}$, 根据引理 1 可以得知系统能够在有限时间内到达稳定。

由于控制律 τ 中引入了符号函数 sgn , 因此可能会导致系统发生抖振, 影响控制效果。传统滑模控制中消除抖振的方法主要是边界层法, 但是不能保证系统是有限时间收敛的, 为避免该问题, 本文取如下函数^[26]

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \text{sgn}(\mathbf{r}), & \frac{|\mathbf{r}|}{|\Delta|} \geq 1 \\ \frac{|\mathbf{r}|}{|\mathbf{r}| + \Delta} \text{sgn}(\mathbf{r}), & \frac{|\mathbf{r}|}{|\Delta|} < 1 \end{cases} \quad (46)$$

式中 Δ 是一个正数, 表示边界层的厚度。

此时控制律转换为

$$\boldsymbol{\tau} = \hat{\mathbf{f}} + \mathbf{K}_p \mathbf{r} + \mathbf{K}_i \int \mathbf{r} dt + \mathbf{K}_r \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \quad (47)$$

当 $|\mathbf{r}| \geq |\Delta|$ 时, 有限时间稳定证明同前, 当 $|\mathbf{r}| < |\Delta|$ 时, 取 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{r}^T \mathbf{M} \mathbf{r} \quad (48)$$

$$\dot{V}_2 \leq \mathbf{r}^T (\tau_d + \mathbf{E}) - \mathbf{r}^T \mathbf{K}_r \frac{|\mathbf{r}|}{|\mathbf{r}| + \Delta} \text{sgn}(\mathbf{r}) \quad (49)$$

事实上, 总会存在一个很小的数满足 $\mu \leq (|\mathbf{r}| / (|\mathbf{r}| + \Delta))$, 有

$$\dot{V}_2 \leq -[\lambda_{\min}(\mathbf{K}_r) \mu - \rho] \left(\frac{2V_2}{m_2} \right)^{1/2} \quad (50)$$

根据引理 1,有限时间收敛得证。

本文提出的控制系统的原理如图 3 所示。其中分项逼近的 M 、 C 、 G 、 F 中的每一个元素都是一组神经网络,因此该控制器易于实现并行处理,适合实时实现。

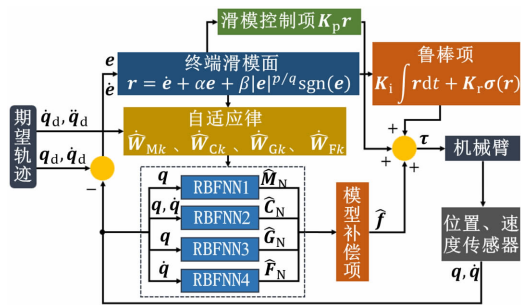


图 3 控制系统原理图

Fig. 3 Control system schematic

3 仿真分析

为验证本文提出的机械臂控制算法的有效性和可靠性,利用 Simulink 中的 Simscape 工具箱搭建六轴机械臂的物理模型,进行仿真实验,仿真模型如图 4 所示。

目标轨迹设置为 $q_{d1} = q_{d2} = q_{d3} = q_{d4} = q_{d5} = q_{d6} = \sin(t)$;考虑每个关节的黏性摩擦力为 $F(\dot{q}_i) = 5\text{sgn}(\dot{q}_i)$;机械臂在工作时会存在未知干扰,为不失一般性,引入高频和低频扰动,取 $\tau_{di} = 2\sin(t) + 0.5\sin(20\pi t)$ 。滑模面参数为: $\alpha = 8$; $\beta = 2$; $p = 5$;

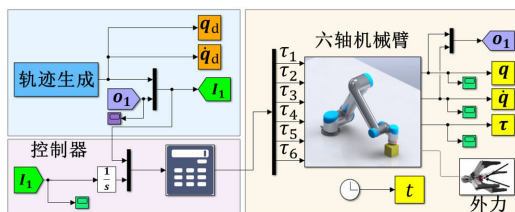


图 4 机械臂 Simulink 仿真模型

Fig. 4 Simulink simulation model for robot manipulator

$q = 1$ 。其他参数: $K_r = 5$; $K_p = 200$; $K_i = 1\ 000$; $\Delta = 1$ 。RBF 神经网络参数为:隐含层节点 11 个;基函数中心 $c = [-1.0\ -0.8\ -0.6\ -0.4\ -0.2\ 0\ 0.2\ 0.4\ 0.6\ 0.8\ 1.0]$;基函数宽度 $b = 1$ 。权值自适应律系数为: $\Gamma_{Mkj} = \text{diag}\{10, 10, \dots, 10\}$; $\Gamma_{Ckj} = \text{diag}\{10, 10, \dots, 10\}$; $\Gamma_{Gkj} = \text{diag}\{10, 10, \dots, 10\}$; $\Gamma_{Fkj} = \text{diag}\{10, 10, \dots, 10\}$,均为 11×11 的对角矩阵。每个关节的初始角度设置为 $q_1(0) = q_2(0) = q_3(0) = q_4(0) = q_5(0) = q_6(0) = 10^\circ$ 。

将本文算法的仿真结果与传统 PID 控制和文献[18]中提到的 RBF 神经网络整体逼近滑模控制算法进行对比分析。以关节 1、2、3 为例,得到的仿真结果如图 5~10 所示。

分析图 5~图 9 可得,3 种算法均能在一定误差范围内跟踪特定轨迹,而且由于关节 2 和关节 3 靠近底座部分,关节负载变化比较大,轨迹跟踪的效果对比就比较明显。通过对比其误差曲线图 6 可知,本文提出的算法具有更好的稳态特性,更小的误差

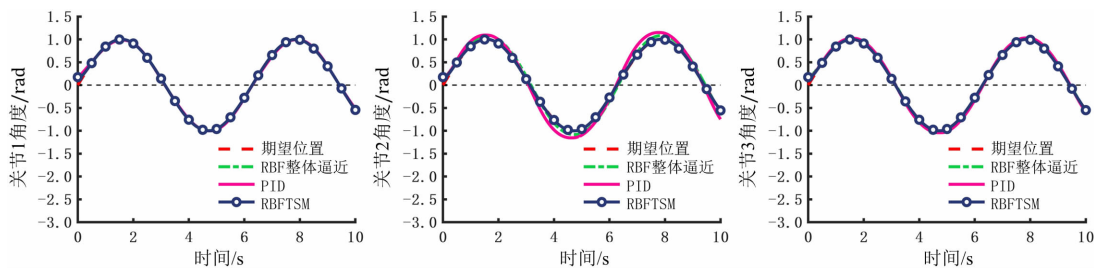


图 5 关节角跟踪曲线

Fig. 5 Joint angle tracking curve

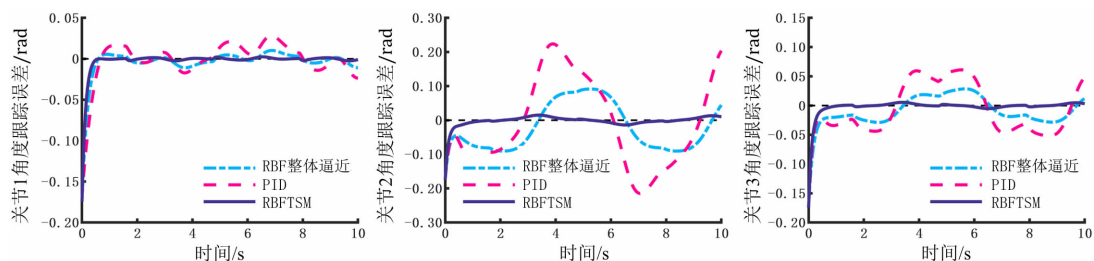


图 6 关节角跟踪误差曲线

Fig. 6 Joint angle tracking error curve

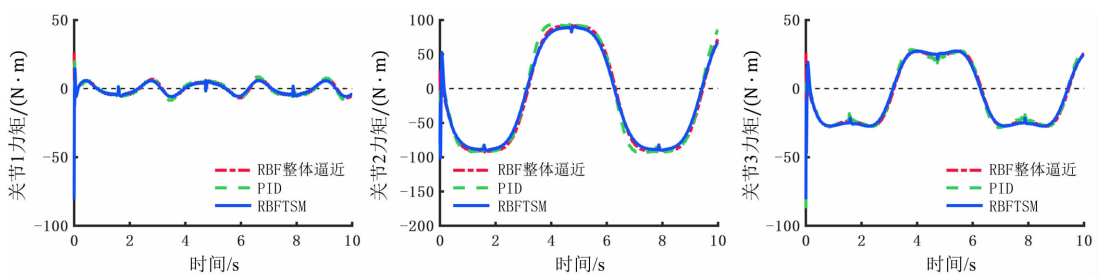


图 7 关节力矩曲线
Fig. 7 Joint torque curve

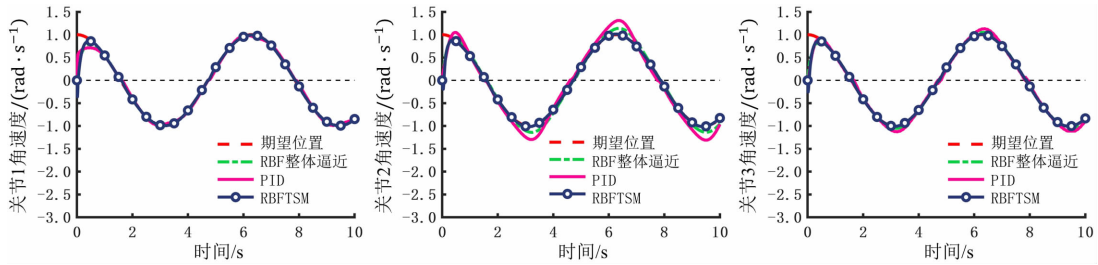


图 8 关节角速度跟踪曲线
Fig. 8 Joint angle velocity tracking curve

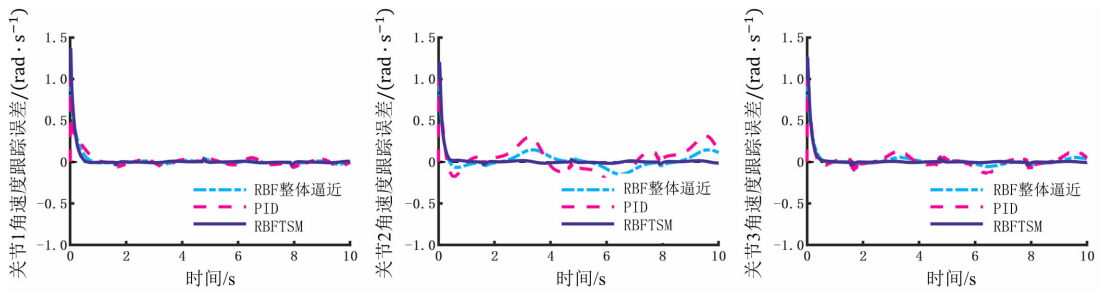


图 9 关节角速度跟踪误差曲线
Fig. 9 Joint angle velocity tracking error curve

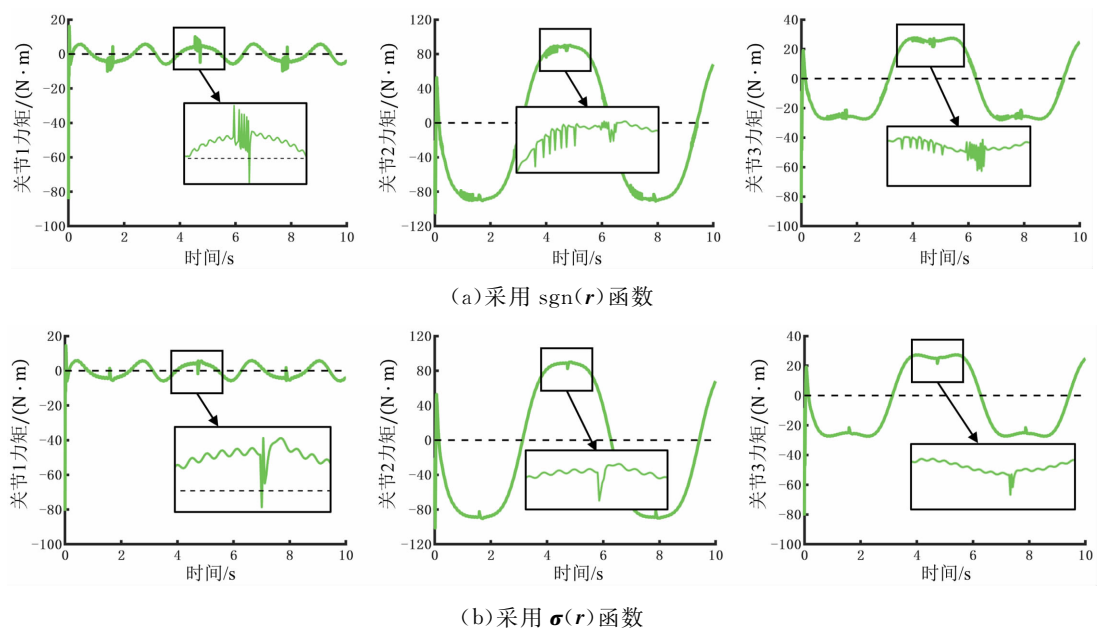


图 10 采用不同切换函数的力矩曲线对比
Fig. 10 Comparison of torque curves using different switching functions

波动范围。根据图 10(a)和图 10(b)对比可以看出,当控制律中使用 $\text{sgn}(r)$ 函数时会存在抖振现象,而采用修改后的 $\sigma(r)$ 函数,可以削弱抖振现象,使关节控制力矩更加平滑。为进一步对比 3 种控制算法的

动态特性,本文采用关节角跟踪的响应时间(取误差首次为 0 的时间)、关节角跟踪的最大稳态误差、关节角跟踪的平均稳态误差来评估控制器的性能,6 个关节的对比结果如图 11 所示,具体的仿真数据见表 1。

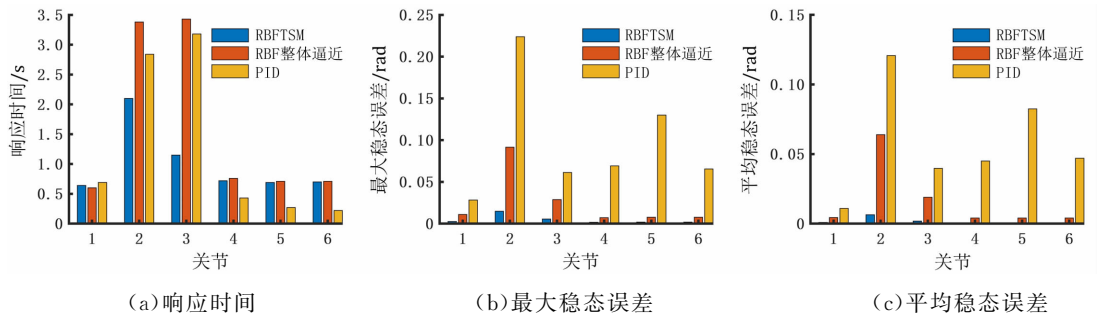


图 11 不同控制器关节角跟踪的动态性能对比

Fig. 11 Dynamic performance comparison of joint angle tracking with different controllers

表 1 不同控制器关节角跟踪的动态性能仿真数据

Table 1 Dynamic performance simulation data of joint angle tracking with different controllers

关节	响应时间/s			最大稳态误差/rad			平均稳态误差/rad		
	PID	RBF 整体逼近	RBFTSM	PID	RBF 整体逼近	RBFTSM	PID	RBF 整体逼近	RBFTSM
1	0.69	0.60	0.64	0.028	0.011	0.002	0.010 9	0.004 3	0.001 0
2	2.84	3.38	2.10	0.224	0.092	0.015	0.120 7	0.064 0	0.006 4
3	3.18	3.43	1.15	0.061	0.029	0.006	0.039 7	0.019 0	0.001 9
4	0.43	0.76	0.72	0.069	0.007	0.002	0.045 0	0.004 1	0.000 4
5	0.27	0.71	0.69	0.130	0.008	0.002	0.082 4	0.004 1	0.000 5
6	0.22	0.71	0.70	0.066	0.008	0.002	0.047 0	0.004 1	0.000 5

分析图 11 和表 1 中的数据可知, RBFTSM 的性能与传统的 PID 和 RBF 整体逼近算法相比有较大提升, 控制精度要高于后两种算法。以关节 1、2、3 为例, RBFTSM 与 RBF 整体逼近算法相比, 最大稳态误差分别减小了 81.8%、83.7%、79.3%; 平均稳态误差分别减小了 76.7%、90%、90%。RBFTSM 与 PID 算法相比, 响应时间分别缩短了 7.3%、26.1%、63.8%; 最大稳态误差分别减小了 92.9%、93.3%、90.2%; 平均稳态误差分别减小了 90.8%、94.7%、95.2%。

为测试控制算法的鲁棒性和抗干扰能力, 第 4s 时在末端执行器处添加一个质量时变的负载, 其质量呈余弦变化: $m=2.5\cos(2(t-4))+2.5, t\geq 4$, 单位为 kg。以关节 1、2、3 为例, 加入负载后关节位置跟踪和误差曲线如图 12、图 13 所示。

由图 12、13 中可以看到, 当加入变化的负载后, PID 和 RBF 整体逼近算法的稳态特性变得较差, 误差波动范围增加, 鲁棒性不强。与之相比, RBFTSM 算法则体现出了较好的鲁棒性。此外, 相较于 RBF 整体逼近算法, RBFTSM 算法有更快的响应速度,

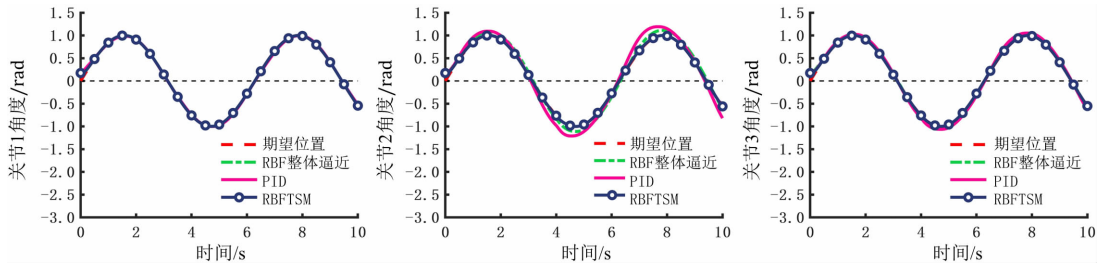


图 12 加入负载后关节角跟踪曲线

Fig. 12 Joint angle tracking curve after adding load

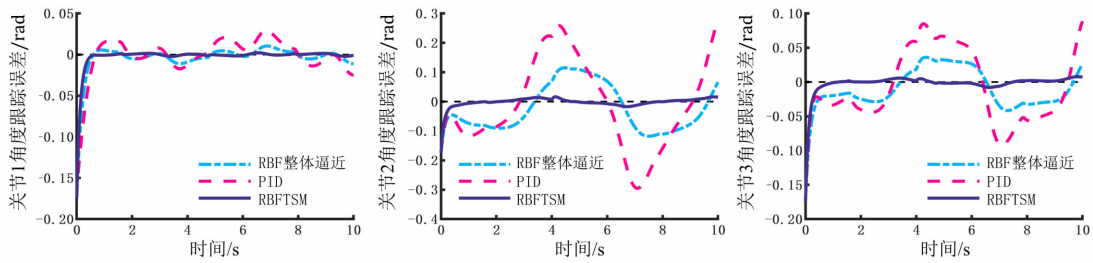


图 13 加入负载后关节角跟踪误差曲线

Fig. 13 Joint angle tracking error curve after adding load

各关节误差的波动范围更小。对加入干扰后的控制器性能进行评估分析,从结果中可以看出,采用 RBFTSM 控制算法的机械臂在受到外界干扰后依旧能够保证较好的轨迹跟踪效果。其中关节 2 最大稳态误差为 0.017 rad,关节 3 最大稳态误差为 0.008 rad,其余 4 个关节的最大稳态误差均在 0.002 rad 以内;关节 2 平均稳态误差为 0.007 3 rad,关节 3 平均稳态误差为 0.002 8 rad,其余关节的平均稳态误差均在 0.000 9 rad 以内。与 RBF 整体逼近算法相比,关节 2 最大稳态误差减少了 85.6%,平均稳态误差减少了 90.3%;关节 3 最大稳态误差减少了 81%,平均稳态误差减少了 88.6%;其余关节的最大稳态误差减少了 81.8%,平均稳态误差减少了 79.1%。由上述仿真结果可以看出,该算法具有优异的控制性能。

4 结 论

本文对六轴机械臂的轨迹跟踪控制算法进行了深入研究。主要创新性工作如下:

- (1) 在 Simulink 中搭建了六轴机械臂的物理仿真模型,控制律中引入了非奇异终端滑模超曲面;
- (2) 采用 RBF 神经网络进行逼近,通过权值自适应律的在线调整,实现动力学模型重构;
- (3) 与已有研究对比,提高了轨迹跟踪的精度、响应速度和稳定性,在受到外界干扰的情况下,控制器体现出了较强的鲁棒性。

本文研究工作为模型不确定和存在外界干扰与摩擦的六轴机械臂轨迹跟踪控制提供了基础。在未来工作中,考虑引入优化算法,使控制器的参数能够自适应调节,并在真实的机械臂上进行实验验证。

参考文献:

[1] ELSISI M, MAHMOUD K, LEHTONEN M, et al. An improved neural network algorithm to efficiently track various trajectories of robot manipulator arms

[J]. IEEE Access, 2021, 9: 11911-11920.
 [2] TRAN D T, TRUONG H V A, AHN K K. Adaptive nonsingular fast terminal sliding mode control of robotic manipulator based neural network approach [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2021, 22(3): 417-429.
 [3] YANG Shichun, XIE Hehui, CHEN Fei, et al. Research on manipulator trajectory tracking based on adaptive fuzzy sliding mode control [C]// 2020 Chinese Automation Congress (CAC). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2020: 3086-3091.
 [4] AHMED S, WANG Haoping, TIAN Yang. Adaptive high-order terminal sliding mode control based on time delay estimation for the robotic manipulators with backlash hysteresis [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(2): 1128-1137.
 [5] ZHAI Junyong, XU Gui. A novel non-singular terminal sliding mode trajectory tracking control for robotic manipulators [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems: II Express Briefs, 2021, 68(1): 391-395.
 [6] MA Yajun, ZHAO Hui, LI Tao. Robust adaptive dual layer sliding mode controller: Methodology and application of uncertain robot manipulator [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2022, 44(4): 848-860.
 [7] XU Hupeng, LI Meiqin, LU Chenglang, et al. Non-linear sliding mode control of manipulator based on iterative learning algorithm [J]. Journal of Electrical Systems, 2021, 17(4): 421-437.
 [8] 张蕾, 刘宇航, 王晓华, 等. 融合速度信息的机械臂自适应轨迹跟踪控制方法 [J]. 西安交通大学学报, 2022, 56(7): 47-55.
 ZHANG Lei, LIU Yuhang, WANG Xiaohua, et al. Adaptive trajectory tracking control method of manipulator under fusion velocity information [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56(7): 47-55.
 [9] 林孟豪, 张蕾, 李鹏飞, 等. 考虑输出约束的机械臂

- 命令滤波反步控制 [J]. 西安交通大学学报, 2021, 55(12): 70-78.
- LIN Menghao, ZHANG Lei, LI Pengfei, et al. A backstepping control strategy of command filtering for two-link flexible joint manipulator [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(12): 70-78.
- [10] 敖天翔, 李铭浩, 刘满禄, 等. 基于滑模控制器的双臂机器人控制仿真 [J]. 自动化仪表, 2019, 40(2): 34-38.
- AO Tianxiang, LI Minghao, LIU Manlu, et al. Control simulation of dual-arm robot based on sliding mode controller [J]. Process Automation Instrumentation, 2019, 40(2): 34-38.
- [11] BAEK J, JIN Maolin, HAN S. A new adaptive sliding-mode control scheme for application to robot manipulators [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(6): 3628-3637.
- [12] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真 [M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2012: 4-16.
- [13] 吴爱国, 刘海亭, 董娜. 机械臂神经网络非奇异快速终端滑模控制 [J]. 农业机械学报, 2018, 49(2): 395-404, 240.
- WU Aiguo, LIU Haiting, DONG Na. Nonsingular fast terminal sliding mode control of robotic manipulators based on neural networks [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(2): 395-404, 240.
- [14] YANG Liang, YANG Jianying. Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(16): 1865-1879.
- [15] ZHANG Liyin, SU Yuxin, WANG Zeng. A simple non-singular terminal sliding mode control for uncertain robot manipulators [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part I Journal of Systems and Control Engineering, 2019, 233(6): 666-676.
- [16] 董君, 陈立. RBF 神经网络算法的非线性积分滑模控制机械臂运动轨迹误差研究 [J]. 中国工程机械学报, 2018, 16(2): 106-110.
- DONG Jun, CHEN Li. The nonlinear integral sliding mode of RBF neural network algorithm is used to control the motion trajectory error of the manipulator [J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2018, 16(2): 106-110.
- [17] GUO Xiqing, LI Zongfeng, SUN Guangbin. The robot arm control based on RBF with incremental PID and sliding mode robustness [C]//2019 WRC Symposium on Advanced Robotics and Automation (WRC SARA). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2019: 97-102.
- [18] 刘金琨. 机器人控制系统的设计与 MATLAB 仿真: 基本设计方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2016: 27-41.
- [19] MURRAY R M, LI Zexiang, SASTRY S S. A mathematical introduction to robotic manipulation [M]. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 1994: 168-175.
- [20] 霍伟. 机器人动力学与控制 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 58-60.
- [21] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Lyapunov analysis of finite-time differential equations [C]//Proceedings of the 1995 American Control Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1995: 1831-1832.
- [22] LAY D C, LAY S R, MCDONALD J J. 线性代数及其应用 [M]. 5 版. 刘深泉, 张万芹, 陈玉珍, 等译. 北京: 机械工业出版社, 2018: 377-378.
- [23] LIU Youyu, LI Yi, ZHANG Xuyou, et al. Trajectory-tracking control for manipulators based on fuzzy equivalence and a terminal sliding mode [J]. Strojniški vestnik: Journal of Mechanical Engineering, 2021, 67(9): 433-444.
- [24] 徐宝珍, 宋公飞, 王超, 等. 机械臂自适应非奇异快速终端滑模控制 [J]. 电光与控制, 2021, 28(5): 46-50.
- XU Baozhen, SONG Gongfei, WANG Chao, et al. Adaptive non-singular fast terminal sliding mode control of manipulator [J]. Electronics Optics & Control, 2021, 28(5): 46-50.
- [25] GE S S, LEE T H, HARRIS C J. Adaptive neural network control of robotic manipulators [M]. Singapore: World Scientific, 1998: 75-77.
- [26] LIU Haitao, ZHANG Tie. Neural network-based robust finite-time control for robotic manipulators considering actuator dynamics [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(2): 301-308.

(编辑 武红江 亢列梅)