

一种适用于粒子法的二维复杂几何形状建模方法

康江南, 孙一颢, 孙中国, 席光

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为提高无网格法数值计算中固体边界粒子离散的几何精度和均布质量,提出了一种复杂二维形状的边界粒子离散以及内部粒子填充技术。首先,使用整体微调法对单层边界粒子进行离散,再基于多边形偏移原理和圆角化处理实现多层边界粒子均匀布置;然后,使用扫描-等距微调法和粒子补偿法进行粒子初始填充,再通过粒子迁移算法,实现内部粒子均匀填充。通过对多种典型二维复杂形状进行粒子建模和浸没算例的模拟,结果表明:该方法对狭长夹角和任意复杂形状都能实现高精度均匀离散,内部粒子数密度平均值误差低于0.4%;与传统笛卡尔坐标系建模方式相比,使用该方法所建模型对边界的几何描述更加准确,边界周围流体的静压误差不超过6.51%。

关键词: 粒子法前处理;粒子均匀布置;移动粒子半隐式方法;粒子迁移

中图分类号: O351.2;TK730.2 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202307015 **文章编号:** 0253-987X(2023)07-0160-09

A Modeling Method of 2D Complex Geometry for Particle Method

KANG Jiangnan, SUN Yijie, SUN Zhongguo, XI Guang

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to improve the geometric accuracy and uniform distribution quality of solid boundary particle dispersion in meshless numerical calculation, boundary particle dispersion with complex two-dimensional geometries and corresponding internal particle filling technology are proposed. Firstly, single-layer boundary particles are discretized by the overall fine-tuning method, and then multi-layer boundary particles are uniformly arranged based on the polygon offset principle and the rounding process. After that, the initial filling of particles is carried out using the scan-equidistant fine tuning method and particle compensation method, followed by uniform filling of internal particles through particle migration algorithm. Through particle modeling and immersion simulation of a variety of typical two-dimensional complex geometries, the results show that the method achieves high accuracy uniform dispersion for long and narrow angles and all complex geometries, and the error of internal particle number density is less than 0.4%. Compared with the traditional Cartesian coordinate system modeling method, the model built by this method is more accurate in the geometric description of the boundary, and the static pressure error of the fluid around the boundary is not more than 6.51%.

Keywords: particle method pre-processing; uniform particle arrangement; moving particle semi-implicit method; particle shifting

无网格粒子法是通过使用一系列有限数量的离散点来描述系统的状态并记录系统的运动,于1977年最先提出,用于天体研究^[1]。无网格法的近似函数不依赖于网格并可直接基于相邻粒子形成近似,可以解决传统网格难于求解的问题,如大变形问题^[2]、动态冲击^[3]、材料多相渗透^[4]、扩散传质^[5]等。常见的无网格粒子法有移动粒子半隐式法(MPS)^[6]、光滑粒子动力学方法(SPH)^[7]等。在无网格粒子法的几何建模中,需要将计算的流体、固体区域离散成粒子。Basa等^[8]、刘谋斌等^[9]的研究表明,初始状态粒子分布的质量与计算的精度密切相关。粒子初始分布通常包含边界粒子排布和内部粒子填充两方面。

对于边界粒子布置,常采用的传统笛卡尔布置是通过识别几何形状的边界信息,在内部使用笛卡尔坐标系进行填充,在有倾斜、曲线的边界处会存在阶梯状,不仅无法准确表达边界信息,还会降低边界附近计算的精度。虽然通过变分辨率方法^[10]增加边界附近粒子分辨率可一定程度上减少误差,但却降低了计算效率。雷娟棉等^[11]提出了一种改进的粒子排布方法,但是在狭长夹角处的粒子的分布无法兼顾粒子均匀和边界准确。李帝辰等^[12]提出了一种新的均布离散的边界粒子布置方法,当夹角小于60°、粒子距离过近时可将两个粒子在中间位置合并为一个粒子。该方法虽然解决了边界粒子过近的问题,但当夹角更小时,需要合并更多的粒子,可能会导致形状边界失真。

目前内部粒子的均匀布置方法通常采用先填充后迁移的思想。Xu等^[13]、Lind等^[14]、Khayyer等^[15]、Jandaghian等^[16]提出并改进的粒子迁移PS方法已得到广泛认可和使用^[17]。Yu等^[18]借助Level-set方法^[19-20]来获得边界信息,内部使用笛卡尔坐标系填充粒子,最后在边界的约束下使用粒子迁移方式来使其分布均匀化;此外,倪国喜等^[21]使用Voronoi图布置粒子,李明飞等^[22]进行了改进,但该方法需要生成网格再转换成粒子,并且计算效率较低,不适用于大规模的几何建模;文献^[12]采用由边界上方向内部注入粒子的方式,通过重力作用下沉,以粒子的自适应性完成内部的粒子填充,但该方式的注入过程耗时太长,降低了建模效率。

对于边界粒子布置,本文提出了一种新的边界粒子均布法,将曲线边界离散成点,再连接成多边形,

通过各边整体等距微调来分散误差,并通过偏移多边形和圆角化处理等操作来布置多层的边界粒子;对于内部粒子布置,本文提出了“边界粒子布置—内部粒子初始填充—粒子迁移”三步法来实现内部粒子的均匀布置。内部粒子初始填充部分,本文提出了扫描-等距微调的内部初始填充法和粒子补偿法。本文使用该粒子离散方法,对多种复杂二维图形进行粒子建模,并对比了不同分辨率,结果表明该方法对任意二维形状均适用,并且在狭长夹角处的粒子布置也具有很好的效果。

1 数值方法

1.1 控制方程

采用移动粒子半隐式法进行数值计算,对于不可压流体,质量守恒方程和动量守恒方程如下所示

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (2)$$

式中: ρ 为流体密度; $\mathbf{u}$ 为流体速度矢量; p 为压力; μ 为动力黏度; $\mathbf{f}$ 为体积力。

1.2 核函数

在粒子法中,参与计算的物体被离散成有限数目的粒子,每个粒子都带有各自的位置、密度、速度、压力等信息,并且通过核函数在一定范围(作用域)内相互影响,本文采用经典核函数

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_c}{r} - 1, & r < r_c \\ 0, & r \geq r_c \end{cases} \quad (3)$$

式中: r_c 为光滑半径; r 为两粒子之间的距离。

1.3 粒子数密度

粒子数密度反映了流场中粒子的分布状态,与流体密度成正比。 i 粒子的粒子数密度为

$$n_i = \sum_{j \neq i} w_{ij} \quad (4)$$

式中: w_{ij} 表示 i 粒子与其作用域范围内的 j 粒子的核函数值。

1.4 压力泊松方程

MPS方法压力求解的泊松方程可以用粒子数密度表示

$$\nabla^2 p_{k+1} = -\frac{\rho}{(\Delta t)^2} \frac{n^* - n_0}{n_0} \quad (5)$$

式中: ρ 为该点的密度; n^* 为引入的中间粒子数密度; n_0 为粒子数密度常数,指当粒子在笛卡尔坐标

系下正交排列的粒子数密度,如图1所示。

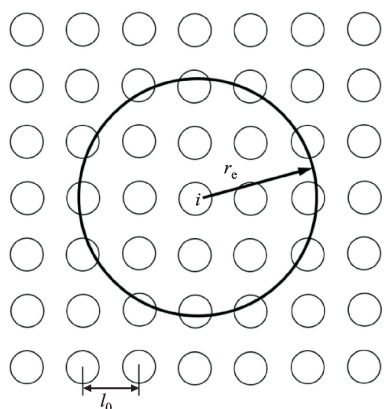


图1 粒子数密度常数计算示意图

Fig. 1 Schematic diagram of particle number density constant

二维情况下取光滑半径 $r_c = 2.1l_0$,由式(4)计算出的粒子数密度常数 $n_0 = 6.54$,若布置出的内部粒子的粒子数密度越靠近 n_0 ,则说明粒子布置的均匀性越好。

1.5 粒子迁移

粒子迁移基于菲克第一定律,可以将高浓度粒子向低浓度粒子区域进行微小移动,具体内容可参考文献[14]。菲克第一定律的表达式为

$$J = -D' \nabla C \quad (6)$$

其中

$$D' \leq 0.5 \frac{h^2}{\Delta t} \quad (7)$$

式中: J 为通量,即单位时间内通过单位表面的粒子数; D' 为扩散系数; ∇C 为浓度梯度; h 为光滑长度,本文取为粒子间距 l_0 。梯度采用式(8)计算

$$\nabla \varphi_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \frac{\varphi_j - \varphi_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) w_{ij} \quad (8)$$

通量 J 与粒子迁移的速度 v_i 成正比,而 i 粒子迁移的距离为 $\delta r_i = v_i \Delta t$,因此, δr_i 可表示为

$$\delta r_i = -C_{\text{shift}} l_0^2 \nabla C_i \quad (9)$$

式中: C_{shift} 为迁移系数,且 $C_{\text{shift}} \leq 0.5$ 。

当初始布置完成的局部粒子距离过近时,应当采用较小的迁移系数 D 。通过多个时间步的迁移,粒子将趋于均匀分布。

2 边界粒子排列

复杂二维边界一般由线段和曲线组成,本文提出了边界离散粒子均布法,将曲线部分依据粒子间

距按一定精度离散成有限数目的点,曲率大的部分离散点的精度高,对离散后的点无均匀性要求,从而将任意二维边界粒子排列问题统一转化为复杂多边形边界的粒子均匀排列问题。

2.1 单层边界粒子排列

要在一条线段上均匀地布置点,常用的是等距微调的方法,即先用线段长度 (L) ,除以预先给定的粒子间距 (l_0) ,取整后计算出线段上的粒子个数 n ,之后再计算微调后的粒子间距 l'_0 ,从而保证每个粒子间距相等,如图2所示。

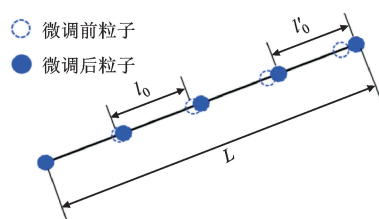


图2 等距微调法

Fig. 2 Equidistant fine adjustment method

对于一条线段,微调后的误差随着线段总长度 L 的增加而减小;对于由多条线段组成的多边形,每条线段都进行独立的微调,则会出现很大的误差。如图3所示,由于多边形各边长短不同而导致等距微调后粒子稀疏不一,整体上粒子分布是不均匀的。

本文提出了多边形各边整体微调的方法,即先累加各边长度得到多边形周长 S ,再计算总的粒子数 n ,之后总的长度除以粒子个数得到微调后的粒子间距 l'_0 。按 l'_0 等距离排布粒子,从而得到均匀的粒子分布,如图3所示。

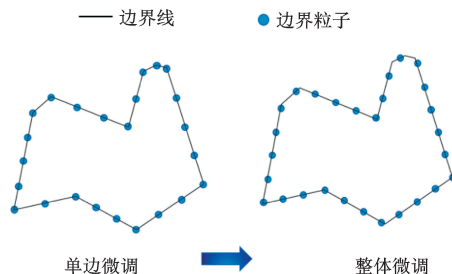


图3 边界粒子等距微调

Fig. 3 Equal distance fine-tuning of boundary particles

2.2 多层边界粒子排列

当需要布置多层边界时,需要对给定的二维单层边界(多边形)进行偏移,多边形等距偏移的具体

方法参考文献[23]。外凸角向外偏移后采用圆角过渡(圆角半径为偏移量,即粒子间距 l_0)来减小误差。该偏移算法对于复杂多边形均适用,以五角星为例,偏移后的边界及粒子分布如图 4 所示。

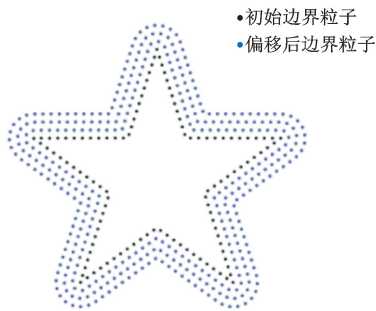


图 4 五角星边界偏移及粒子布置

Fig. 4 Boundary offset and particle arrangement of pentagram

3 内部粒子填充

内部粒子的布置分为 3 个步骤:三层边界粒子布置、内部粒子初始填充和粒子迁移。

值得注意的是,三层边界粒子的布置并不包括初始边界。对于内部粒子初始填充,传统的笛卡尔坐标系下虽然粒子内部很均匀,但在倾斜等复杂边界处会出现粒子缺失的情况,在狭长夹角处尤为明显,从而使得粒子迁移效果不佳。本文采用了平行扫描法^[24]和等距微调结合的方法实现较为均匀的粒子初始填充,同时使用粒子补偿法保证粒子数密度接近期望值。

扫描法的原理如图 5 所示,从填充区域的左下角开始,每间隔 l_0 找出沿 y 方向相交的线段并计算出交点,之后将交点按顺序排列,每个奇数点与之后的一个偶数点之间(图中 1、2 间的黄色线段)使用等距微调的方法填充粒子,当两点距离不足一个粒子间距时,在中间位置布置一个粒子。当采用等距微调时,计算的粒子个数需要取整(本文向下取整),这会造成误差尤其在狭长夹角处时,会导致局部粒子数偏大或偏小,影响粒子迁移的效果,因此本文提出了粒子补偿法,将当前线段长度再加上前一段取整后的误差值 δ 得到总长度 l' ,通过 l' 来计算当前线段的粒子个数,之后再等距微调布置粒子,从而保证局部的粒子个数满足期望值。

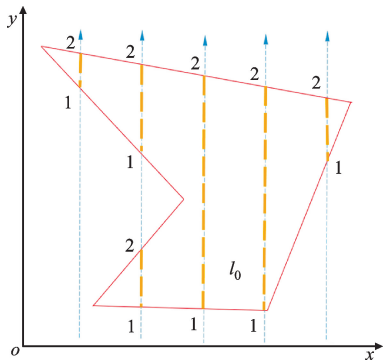


图 5 扫描法原理图

Fig. 5 Schematic diagram of scanning method

经过扫描-等距微调填充法得到的粒子分布在边界处无法保证完全均匀,需采用粒子迁移进一步均匀化。粒子迁移结束后统计粒子数密度,若平均粒子数密度的值与理论值误差大于 0.5%,重新调整填充粒子的间距进行计算,一般迭代 2~3 次即可得到预期结果。

图 6 以三角形为例,展示了三步法实现内部粒子布置的过程,即“边界粒子布置—内部粒子初始填充—粒子迁移”。三角形三个顶点坐标为 $(-0.4\text{ m}, 0.2\text{ m})$ 、 $(0.4\text{ m}, 0.2\text{ m})$ 、 $(0.21\text{ m}, 0.44\text{ m})$,粒子间距为 0.012 m ,可以看到该方法处理狭长夹角具有较好效果。

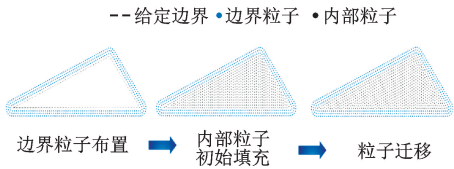


图 6 三步法实现内部粒子均匀布置

Fig. 6 Three step method for uniform arrangement of internal particles

图 7 展示了三角形在不同粒子间距下使用三步法布置粒子的粒子数密度云图以及内部粒子的粒子数密度散点图。高分辨率的粒子间距为 0.012 m ,中分辨率为 0.018 m ,低分辨率为 0.024 m 。由图 7 的粒子数密度云图可以看出,在 3 种分辨率下粒子的分布都很均匀,三角形最小夹角为 21.5° ,在狭长夹角处的粒子也能够保持均匀分布,未出现明显的空缺。由图 7 中内部粒子的粒子数密度分布散点可知,内部粒子数密度集中在 $n_0(6.54)$ 附近。

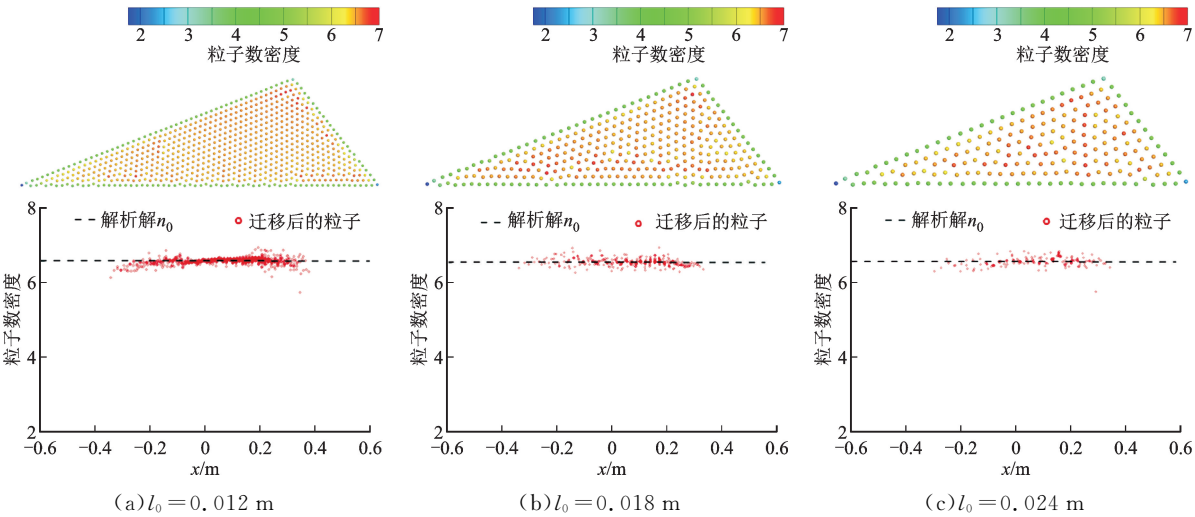


图 7 不同分辨率时三角形内部粒子填充及粒子数密度散点图

Fig. 7 Internal particle filling and particle number density scatter diagram of triangle at different resolutions

表 1 为 3 种分辨率下内部粒子的粒子个数、粒子数密度平均值和方差。可以看出,方差随着粒子间距的增加而略有增大,但均不超过 0.02,粒子数密度误差不超过 0.4%。

表 1 不同分辨率时三角形内部粒子分布
Table 1 Particle distribution inside the triangle at different resolutions

分辨率/m	内部 粒子数	粒子数密 度平均值	粒子数密 度方差
0.012	600	6.519 4	0.009 46
0.018	254	6.534 6	0.012 04
0.024	135	6.532 0	0.019 02

文献[12]的方法分为顶部注入填充粒子、粒子稳定和无重力粒子自适应三部分,当粒子数越多时,规模越大,这三部分所需的时间都会大幅增加,而且当注入位置距离落点过大时,需要减小时间步长来避免发生粒子穿透。本文使用先初始填充,后进行粒子迁移的方法,相对于顶部注入填充法省去了顶部注入填充粒子、粒子稳定的过程,在适用范围和计算效率上都更具有优势。本文对文献[12]中的椭圆形状进行了同尺寸的粒子建模对比。

表 2 两种方法下椭圆的内部粒子数据
Table 2 Internal particle data of ellipse in two methods

离散方法	粒子数	粒子数密度 平均值 n	n 与 n_0 的误差/%
文献[12]	1 154	6.517	-0.352
三步法	1 161	6.543	0.046

表 2 统计了本文的三步法所离散出椭圆形状的粒子与文献[12]中离散结果的对比,可以看出两种

方法离散出的粒子数量相近,但本文方法粒子数密度平均值更接近理论值 n_0 (6.54)。图 8 展示了两种方法离散出的粒子数密度分布图,结合表 2 的数据可以看出,本文方法所离散出的粒子均匀性更好。

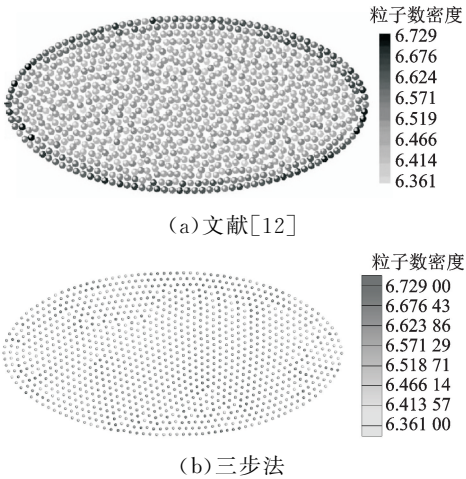


图 8 椭圆的内部粒子分布

Fig. 8 Internal particle distribution of ellipse

4 数值模拟

为验证本文粒子布置方法能有效提升计算精度与稳定性,设置二维物体浸没于液体中,求解物体表面附近静压,并将结果与传统的阶梯布置法进行对比。本文采用的数值计算方法为移动粒子半隐式法 (MPS),使用光照法表面粒子判定模型^[25]。

4.1 三角形浸没模拟

流体粒子初始时刻在物体上方,在重力的作用下向下运动,计算时间为 5 s,时间步长为 10^{-3} s,达到稳定状态后的几何数据如图 9 所示。

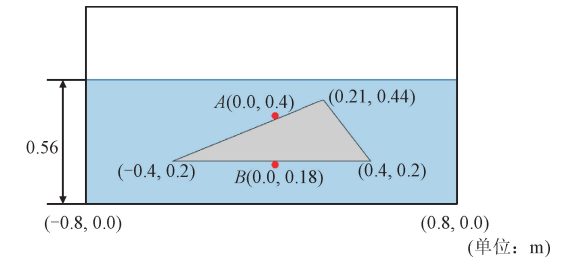


图 9 三角形浸没稳定后的几何模型

Fig. 9 Geometric model of triangle after immersion and stabilization

本文进行了 3 种粒子间距的数值模拟,高分辨率的粒子间距为 0.012 m,中分辨率的粒子间距为 0.018 m,低分辨率为 0.024 m。在流体稳定后三角形周边的静水压力分布,如图 10 所示,测点 A 和 B 的坐标分别为(0.2 m,0.46 m)、(0.2 m,0.18 m),通过液面高度和测点位置差 Δh 计算出该检测点的理论压强值(解析解) $p = \rho g \Delta h$,测点处的压强和理论压强的误差如表 3 所示,其中重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$,流体密度 $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。

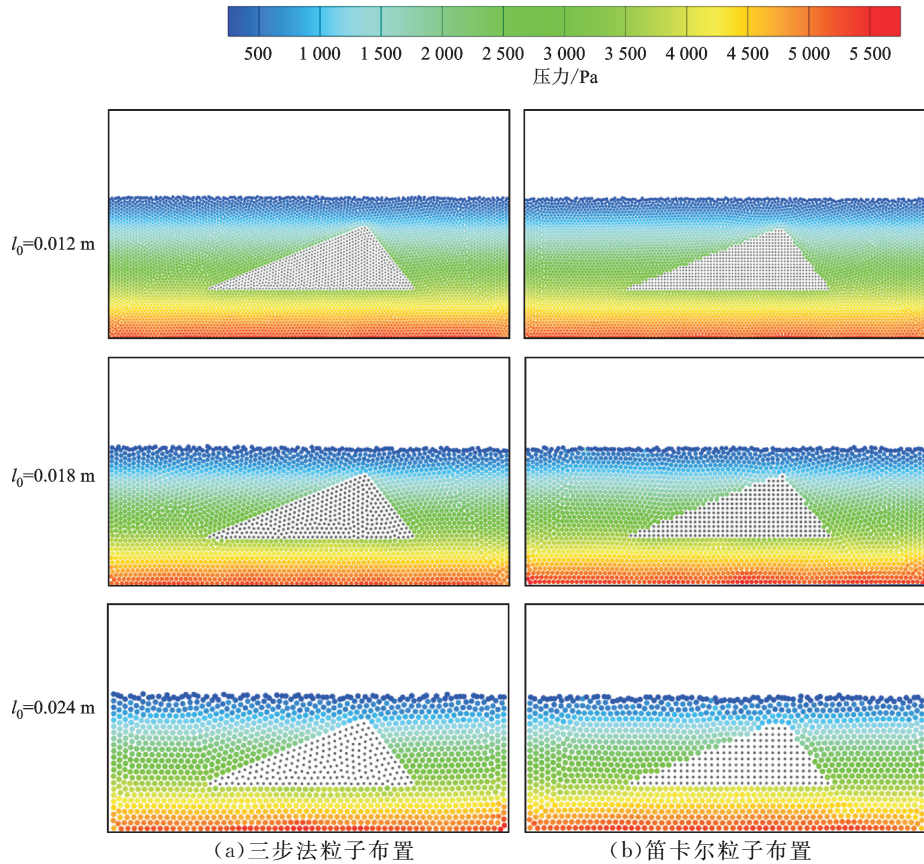


图 10 不同分辨率时三角形在静水中的压力分布

Fig. 10 Pressure distribution of triangle in still water at different resolutions

表 3 测点 A、B 处压强误差

Table 3 Pressure error at measuring point A and point B

测点	粒子均布方法	误差/%		
		0.012 m	0.018 m	0.024 m
A	三步法	2.97	1.59	-1.19
	笛卡尔	3.95	1.85	5.77
B	三步法	-3.49	-1.99	-2.17
	笛卡尔	-3.92	-2.82	6.62

从图 10 可以看出,使用三步法布置的三角形边界轮廓准确、清晰,在 3 种分辨率下都能正常计算;而传统笛卡尔布置的三角形在斜边和三角形角点位

置会出现较大误差,无法准确表达边界形态细节和物体体积。由表 3 可以看出,通过三步法布置的粒子,边界附近的压力值误差均低于 4%,相比于传统笛卡尔布置具有更高的准确性,也说明了三角形边界和内部粒子分布的均匀性。

4.2 复杂二维图形流体浸没模拟

翼型长度为 0.96 m,高为 0.15 m;圆形的半径为 0.3 m;风扇半径为 0.425 m,粒子间距均为 0.012 m。计算时间为 5 s,时间步长为 10^{-3} s ,重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$,流体密度 $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。流体稳定后的几何模型参数及计算结束后的压力如图 11 所示。

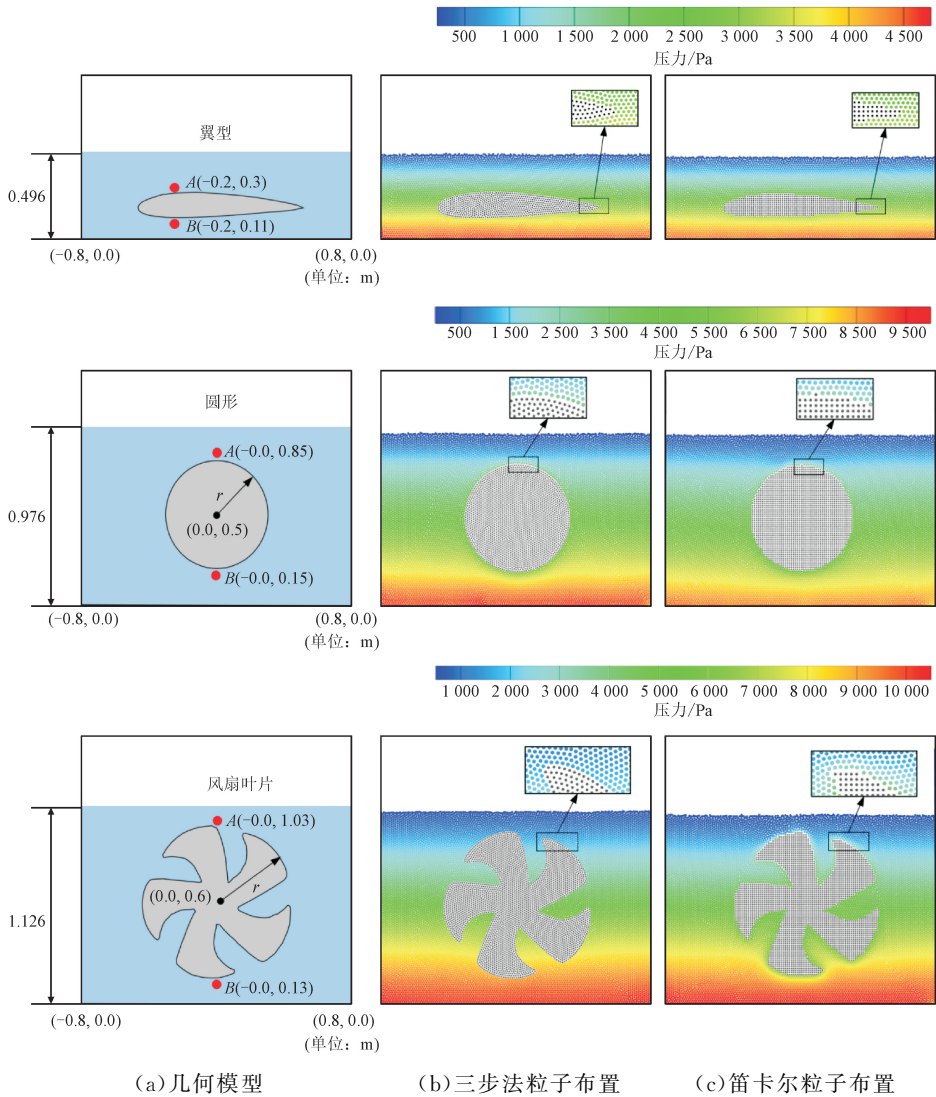


图 11 复杂二维图形在静水中的压力分布

Fig. 11 Pressure distribution of complex 2D graph in still water

从图 11 可知,面对复杂形状,传统笛卡尔布置法离散出的阶梯状边界将改变关键点位置(如翼型尾缘)、壁面光滑形态(如圆形弧线)和叶片安装角(如转子尾缘)等,将直接影响计算准确性;从表 4 两个监测点处压强的误差也可以看出,传统笛卡尔布置的物体由于体积和边界表达不准确,当边界越

表 4 测点 A、B 处压强误差

Table 4 Pressure error at measuring point A and point B				
测点	粒子均布方法	误差/%		
		翼型	圆形	风扇叶片
A	三步法	2.12	3.02	4.29
	笛卡尔	-2.57	-16.87	47.78
B	三步法	-3.59	-6.51	-1.85
	笛卡尔	-5.17	-12.14	-10.44

复杂,则误差越大,而本文三步法静压误差不超过 6.51%。对比可知本文提出的三步法可明显提升粒子布置的准确性和分布均匀性,从而有助于提升计算的准确性。

5 结 论

本文提出了一种工程适用的边界粒子布置及内部粒子填充的方法,该方法对狭长夹角和任意二维复杂形状都能实现高精度均匀离散,几何描述和对外力学表达较笛卡尔坐标系建模方式更加精确。具体结论如下:

(1)提出了“边界粒子布置—内部粒子初始填充—粒子迁移”三步法来实现对狭长夹角、曲线等复杂形状边界的准确建模和内部粒子的均匀离散;

(2)将曲线离散成点转化为多边形问题,在多边形偏移时对角点进行圆角处理,边界粒子布置采用整体微调法;

(3)内部粒子初始填充时,提出了扫描-等距微调粒子填充,使得扫描线上的粒子均匀排列,提高了粒子迁移的效率;同时提出了粒子补偿法,避免了粒子个数的取整而导致的局部粒子缺失,粒子数密度平均值误差低于0.4%。

该方法也可以向三维扩展,具体为:首先对三维模型使用切片算法切割为若干层,再使用本文方法对每一层都进行初始填充和三层虚拟边界粒子布置,最后进行粒子迁移,从而实现三维模型的粒子离散。

参考文献:

- [1] LUCY L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. The Astronomical Journal, 1997, 82(12): 1013-1024.
- [2] CHEN J S, PAN C, WU C T. Large deformation analysis of rubber based on a reproducing kernel particle method [J]. Computational Mechanics, 1997, 19 (3): 211-227.
- [3] KRYSL P, BELYTSCHKO T. The element free Galerkin method for dynamic propagation of arbitrary 3-D cracks [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 44(6): 767-800.
- [4] MODARESSI H, AUBERT P. Element-free Galerkin method for deforming multiphase porous media [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1998, 42(2): 313-340.
- [5] 张凯, 周子棋, 孙中国, 等. 污染物在水中扩散的 MPS 数值模拟 [J]. 工程热物理学报, 2022, 43(12): 3277-3284.
ZHANG Kai, ZHOU Ziqi, SUN Zhongguo, et al. Numerical simulations of pollutant diffusion in water using MPS method [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2022, 43(12): 3277-3284.
- [6] KOSHIZUKA S, OKA Y. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid [J]. Nuclear Science and Engineering, 1996, 123 (3): 421-434.
- [7] GINGOLD R A, MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1997, 181(3): 375-389.
- [8] BASA M, QUINLAN N J, LASTIWKA M. Robustness and accuracy of SPH formulations for viscous flow [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2009, 60(10): 1127-1148.
- [9] 刘谋斌, 常建忠. 光滑粒子动力学方法中粒子分布与数值稳定性分析 [J]. 物理学报, 2010, 59 (6): 3654-3662.
LIU Moubin, CHANG Jianzhong. Particle distribution and numerical stability in smoothed particle hydrodynamics method [J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59 (6): 3654-3662.
- [10] ZHANG Kai, SUN Yijie, SUN Zhongguo, et al. An efficient MPS refined technique with adaptive variable-size particles [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2022, 143: 663-676.
- [11] 雷娟棉, 黄灿. 一种改进的光滑粒子流体动力学前处理方法 [J]. 物理学报, 2014, 63 (14): 144702-1-144702-10.
LEI Juanmian, HUANG Can. An improved pre-processing method for smooth particle hydrodynamics [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63 (14): 144702-1-144702-10.
- [12] 李帝辰, 席光, 孙中国. 无网格粒子法中复杂二维形状的均布离散方法 [J]. 西安交通大学学报, 2013, 47 (11): 120-126.
LI Dichen, XI Guang, SUN Zhongguo. Uniform discretization of 2-dimensional complex geometrical area for meshless particle method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2013, 47(11): 120-126.
- [13] XU Rui, STANSBY P, LAURENCE D. Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach [J]. Journal of Computational Physics, 2009, 228 (18): 6703-6725.
- [14] LIND S J, XU R, STANSBY P K, et al. Incompressible smoothed particle hydrodynamics for free-surface flows: a generalised diffusion-based algorithm for stability and validations for impulsive flows and propagating waves [J]. Journal of Computational Physics, 2012, 231(4): 1499-1523.
- [15] KHAYYER A, GOTOH H, SHIMIZU Y. Comparative study on accuracy and conservation properties of two particle regularization schemes and proposal of an optimized particle shifting scheme in ISPH context [J]. Journal of Computational Physics, 2017, 332: 236-256.
- [16] JANDAGHIAN M, SHAKIBAEINIA A. An enhanced weakly-compressible MPS method for free-surface flows [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, 360: 112771.
- [17] 韩沛东, 刘启新, 周子棋, 等. 负压梯度下自由面流动模拟的无网格粒子法 Dirichlet 边界条件 [J]. 西安

- 交通大学学报, 2022, 56(8): 141-148.
- HAN Peidong, LIU Qixin, ZHOU Ziqi, et al. Dirichlet boundary conditions in meshless particle methods for free-surface flow simulation under negative pressure gradient [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56(8): 141-148.
- [18] YU Yongchuan, ZHU Yujie, ZHANG Chi, et al. Level-set based pre-processing algorithm for particle-based methods [EB/OL]. (2022-07-12)[2023-01-01]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2209.04424>.
- [19] ADALSTEINSSON D, SETHIAN J A. A fast level set method for propagating interfaces [J]. Journal of Computational Physics, 1995, 118(2): 269-277.
- [20] GÓMEZ P, HERNÁNDEZ J, LÓPEZ J. On the reinitialization procedure in a narrow-band locally refined level set method for interfacial flows [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2005, 63(10): 1478-1512.
- [21] 倪国喜, 王瑞利, 林忠, 等. 任意区域上的粒子均匀分布方法 [J]. 计算力学学报, 2007, 24(4): 408-413. NI Guoxi, WANG Ruili, LIN Zhong, et al. Equi-distribution of particles in arbitrary domain [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2007, 24(4): 408-413.
- [22] 李明飞, 孙伟, 王博, 等. SPH 粒子初始化均布方法及其均布质量评价 [J]. 力学季刊, 2021, 42(4): 789-799. LI Mingfei, SUN Wei, WANG Bo, et al. Equi-distribution of SPH particle initialization and its quality evaluation [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2021, 42(4): 789-799.
- [23] 陈正鸣, 徐镇全. 一个多边形快速等距偏移方法 [J]. 现代制造工程, 2004(12): 7-10. CHEN Zhengming, XU Zhenquan. A fast offset method for polygon [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2004(12): 7-10.
- [24] AIYITI W, XIANG J, ZHANG Lianzhong, et al. Study on the veritable parameters filling method of plasma arc welding based rapid prototyping [J]. Key Engineering Materials, 2012, 522: 110-116.
- [25] SHIBATA K, MASAIE I, KONDO M, et al. Improved pressure calculation for the moving particle semi-implicit method [J]. Computational Particle Mechanics, 2015, 2(1): 91-108.

(编辑 亢列梅)