

散射体旋转诱导模态下拓扑声高性能波束成形机理

马承志^{1,2}, 吴九汇^{1,2}, 宋倩^{1,2}, 于罗钦^{1,2}

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安;

2. 西安交通大学复杂服役环境重大装备结构强度与寿命全国重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 实现具有特定形式的无旁瓣高指向性声波波束的发射以及发射器件抵抗错误因素的能力过低一直是波束成形领域的棘手问题,通过旋转散射体在声学拓扑绝缘体的体边对应关系下提出了散射体旋转诱导模态下拓扑声学高性能波束成形机理。受到旋转散射体对模态耦合的调控,能够实现无旁瓣宽频段下对波束波峰宽度以及波束能量衰减速率的近场和远场调控。通过在此结构内部引入错误因素,发现此拓扑声学高性能波束成形器具有高容错特性,多个错误因素对波束成形的近场远场结果基本不产生影响,这在很大程度上降低了加工制造的难度,同时极大地提高了器件的使用寿命。分别对拓扑声学波束成形以及错误因素介入下波束成形进行了实验验证,实验测试结果实现了4 100~4 630 Hz宽频带下无旁瓣的宽波峰波束,并且在器件中部分散射体缺失的情况下充分验证了波束成形器的高容错性。该研究提出的全新波束成形方法可为声学通信、微纳制造、生物医学和其他微形及多功能声学设备的工程应用提供参考。

关键词: 波束成形;拓扑声学;高容错;模态耦合;无旁瓣

中图分类号: TB532 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202409019 **文章编号:** 0253-987X(2024)09-0191-14

Topological Acoustic High Performance Beamforming Mechanism Under Scatterer Rotation-Induced Mode

MA Chengzhi^{1,2}, WU Jiuhui^{1,2}, SONG Qian^{1,2}, YU Luoqin^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. State Key

Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The emission of high directional acoustic beams without sidelobes, along with the low resistance of transmitting devices to error factors, has been a challenging issue in beamforming. In this paper, a mechanism of topological acoustic beamforming with high performance under rotation-induced mode of the scatterer is proposed under the bulk-boundary correspondence relationship of the acoustic topological insulator by rotating the scatterer. The modulation of the modal coupling by the rotating scatterer enables the beam to have varying width crest and beam energy attenuation rates across a wide band without sidelobes in both near field and far field. By introducing error factors into the structure, it is found that the topological acoustic high performance beamforming device has high fault tolerance, and multiple error factors do not affect the near and far field results of beamforming, which greatly reduces the difficulty of manufacturing and greatly improves the

service life of the device. The topological acoustic beamforming and the beamforming under the involvement of error factors are experimentally verified. The experimental results demonstrate the achievement of wide peak beams without sidelobes across a wide band of 4 100—4 360 Hz and confirm the high fault tolerance of the beamformers when some scatters are missing in the device. This study proposes a new beamforming method that has can provide a reference for the engineering applications of acoustic communication, micro and nano manufacturing, biomedicine, and other micro-shaped and multi-functional acoustic devices and inspires other classical wave fields such as light and electromagnetic waves.

Keywords: beamforming; topological acoustics; high fault tolerance; modal coupling; without sidelobe

波束成形(BF)最早源于天线技术与数字信号处理技术的结合,目的是用于定向信号传输或接收。它源于自适应天线的一个概念,即接收端的信号处理,可以通过对多天线阵元接收到的各路信号进行加权合成,形成所需的理想信号。从天线方向视角来看,这样做相当于形成了规定指向上的波束。例如,将原来全方位的接收方向图转换成了有零点、有最大指向的波瓣方向图。同样原理也适用于发射端,对天线阵元馈电进行幅值和相位调整,可形成所需形状的方向图。电磁波领域对波束调控的蓬勃发展^[1-4]也极大地促进了声波领域中对波束调控的发展^[5-15]。

上述传统的波束成形方法过于复杂,生成的波束存在不可避免的旁瓣干扰,且器件在加工制造过程中由加工制造误差所引起的缺陷,以及随着使用时间推移器件内部结构的破坏及缺失均会对生成的波束造成很大的影响,器件不具备便捷、高精度以及高容错性^[16-17]的特点,同时也限制了器件的小型化、微型化发展,对这些问题仍需进行研究。

随着凝聚态物理领域的快速发展^[18],其中的拓扑边界态,能够实现拓扑保护的稳定能量传输,同时拓扑序具有对抗局域扰动的稳定性^[19],部分缺陷对传输不产生影响,具有较强的容错性,显示出新颖的特性^[16,20-24],这无疑为设计具有高性能的器件打开了新的思路。有关电子系统方面的研究极大地促进了声学系统中拓扑绝缘体的研究^[25-35],由于人造晶体的对称性有助于灵活控制,声学量子谷霍尔效应^[36]受到越来越多的关注^[26,37-39],拓扑界面态可以存在于具有不同谷霍尔相的声子晶体交界面处,可以用来构建受拓扑序保护的高性能声传输。

同时,鉴于具有不同旋转角度的散射体所形成的声子晶体会诱导不同的特征模态^[26],基于此模态可以实现不同的传输特性。因此,进一步基于声子晶体空间点阵一致性下稳定的布拉格散射模态,详细分析其与散射体旋转诱导模态之间的耦合关系,

可以用来实现特定形式波束的诱发,在近场和远场获得所需形式的波束。

在这项工作中,本文首次提出了全新的拓扑声学高性能波束成形机理,通过对具有晶格点阵一致性的声子晶体内部的散射体进行旋转,在声学量子谷霍尔拓扑绝缘体的体边对应关系基础上,实现了宽频带下不存在旁瓣干扰且在近场和远场具有不同形式的波束。具体而言,通过在具有不同拓扑态构成的声传输通道两侧进一步反向旋转两侧不同层数下的散射体,根据不同旋转角下散射体诱导的模态变化,详细分析其与稳定的布拉格散射模态之间的耦合关系,探究它们之间的相互作用规律对频带的影响,使得整体呈现出能够用来诱发宽频段下特定形式波束的模态,通过构建的拓扑声学波束成形器实现了具有不同波峰宽度的近场波束以及远场发射精度的调控;在保证声子晶体所具有的拓扑态不变的前提下,将其进一步旋转可以发现,具有宽波峰形式的拓扑声学波束的频带宽度在布拉格散射界面态的主要作用下具有较强的稳定性,同时基于声子晶体的禁带特性,具有拓扑态的散射体通过进一步旋转改变了波束能量向传播方向两侧的衰减速率。通过在拓扑声学波束成形器的不同区域中随机引入缺陷(错误因素),发现其具有较强的容错性,错误因素对其几乎不产生影响,这极大地降低了加工制造的难度,提高了器件的使用寿命。最后,对上述研究结果进行了实验验证,验证了拓扑声学高性能波束成形及拓扑声学高性能波束成形器的高容错性。本文研究结果不仅将有助于声学微控制、声学通信、微纳制造、生物医学和其他微小型多功能声学设备的工程应用,而且可为光波、电磁波等其他经典波领域提供更多的参考。

1 三角晶格声子晶体的色散关系

三角晶格声子晶体及其色散关系如图1所示,

其中基本单元情况如图 1(a) 所示, 晶格常数 $a = 40\text{ mm}$, 单元中每个散射体类似于正三角形结构, 散射体中小圆半径 $r_1 = 7\text{ mm}$, 散射体中三角形顶角到中心的距离 $h = 16\text{ mm}$, o 为基本单元中心。背景介质为空气, 质量密度 $\rho_0 = 1.29\text{ kg/m}^3$, 声速 $c_0 = 343\text{ m/s}$; 通过 3D 打印技术加工制作了材料为光敏树脂的散射单元, 质量密度 $\rho_u = 1\,210\text{ kg/m}^3$, 声速 $c_u = 1\,570\text{ m/s}$ 。由于光敏树脂与空气之间的声阻抗差异很大, 两者之间的边界可视为硬声场边界条件, 满足

$$\boldsymbol{n} \cdot \nabla \boldsymbol{P} = 0 \tag{1}$$

式中: $\boldsymbol{n}$ 为边界的单位法向量; $\boldsymbol{P}$ 为声压。声波在声子晶体中的传播由以下方程控制

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{r})} \nabla \boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}, t) \right) = \frac{1}{\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})} \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial^2 t} \tag{2}$$

式中: $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{r})$ 是密度, $\boldsymbol{r}$ 是位置向量; $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{r})\boldsymbol{c}(\boldsymbol{r})^2$ 是体积模, $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{r})$ 是声速。考虑到声子晶体的周期性, $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{r})$ 和 $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{r})$ 受到以下条件的约束

$$\begin{cases} \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{R}_n) = \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{r}) \\ \boldsymbol{c}(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{R}_n) = \boldsymbol{c}(\boldsymbol{r}) \end{cases} \tag{3}$$

式中: $\boldsymbol{R}_n = n_1\boldsymbol{a}_1 + n_2\boldsymbol{a}_2$ 是方向晶格向量, $\boldsymbol{a}_1 = (a, 0)$, $\boldsymbol{a}_2 = (a/2, \sqrt{3}a/2)$, n_1, n_2 是任意整数。

根据 Bloch 定理, 周期声学系统的响应^[40] 可以表示为

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t} \tag{4}$$

式中: $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$ 为响应的振幅矢量; $\boldsymbol{k}$ 为波矢量; ω 为角频率。将式(4)代入式(2)可得

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{r})} \nabla (\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}}) \right) + \frac{\omega^2}{\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})} \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) = 0 \tag{5}$$

采用有限元方法(FEM), 式(5)可表示为如下矩阵形式

$$(\boldsymbol{K}(\boldsymbol{k}) - \omega(\boldsymbol{k})^2 \boldsymbol{M}) \boldsymbol{U} = 0 \tag{6}$$

式中: $\boldsymbol{U} = [U_1, U_2, \dots, U_n]^\mathrm{T}$ 是 $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$ 的离散形式; $\boldsymbol{K}$ 是刚度矩阵; $\boldsymbol{M}$ 是质量矩阵。此外, 在基本单元两侧应用 Floquet 周期边界条件^[41-42], 满足

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{R}_n, t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}_n} \boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}, t) \tag{7}$$

如图 1(a) 所示的第一布里渊区中, 沿着 $M-K-\Gamma-M$ 路径扫描 $\boldsymbol{k}$, 可以得到如图 1(b) 所示不同旋转角度下声子晶体的色散关系, 进一步给出了动量空间 K 附近的三维色散关系如图 1(c) 所示。当 $\theta = n\pi/3$, n 为整数时, $K(K')$ 处的点群具有 C_{3v} 对称性, 在 $K(K')$ 点形成狄拉克锥。例如, 当 $\theta = 0^\circ$ 时, 可以观察到狄拉克锥, 如图 1(b)、图 1(c) 中黑色实线以及黑色曲面所示。当 $\theta = 15^\circ$ 时, 整个系统的镜像对称性被打破, $K(K')$ 点的对称性降低到 C_3 ,

狄拉克锥处的简并态分裂为 K_1 和 K_2 并存在带隙, 如图 1(b)、图 1(c) 中红色虚线以及红色曲面所示。

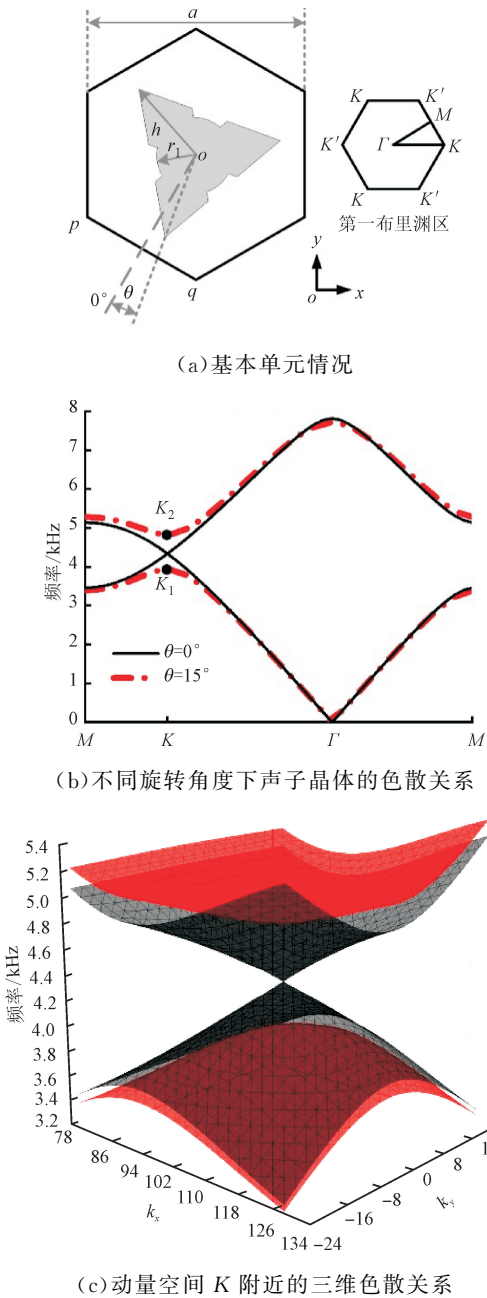


图 1 三角晶格声子晶体及其色散关系
Fig. 1 Sonic crystals of triangular lattice and its dispersion relationship

2 拓扑相位反转与超胞的色散关系

旋转散射体可以实现声学系统的拓扑相位反转如图 2 所示。 K_1 和 K_2 对应的频率随旋转角的变化情况如图 2(a) 所示, 图 2(b) 给出了 $\theta = \pm 15^\circ$ 时 K_1 和 K_2 处(图 2(a) 中黑色圆点处) 涡漩模态的分布情况, 位于蓝线上的圆点 1 和 4 均对应于 p^- 涡漩状态,

位于橙色线上的圆点 2 和 3 均对应于 q^+ 涡漩状态, 其中 p^- 和 q^+ 分别代表 p 和 q 周围不同涡漩状态, 如红色箭头所示在 p 和 q 周围分别具有顺时针和逆时针的能量流。当 θ 改变它的符号时, 带隙大小保持不变, 拓扑相位发生反转^[36], 由下面的拓扑不变量表示。

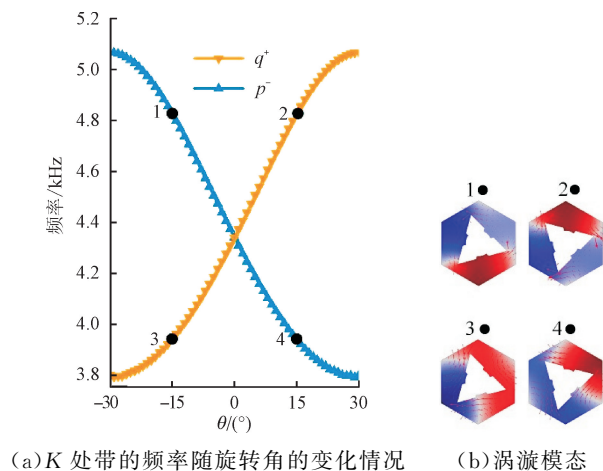


图 2 拓扑相位反转

Fig. 2 Topological phase inversion

评估了 $\theta = \pm 15^\circ$ 声子晶体的拓扑不变量, 不同旋转角的声子晶体的拓朴性质可以用带的谷 Chern 数 $C_{K/K'}$ 来表征。 $C_{K/K'}$ 是通过对 Berry 曲率 $\Omega(\mathbf{k}) = i \nabla_{\mathbf{k}} \times \langle \mathbf{n}(\mathbf{k}) | \nabla_{\mathbf{k}} | \mathbf{n}(\mathbf{k}) \rangle$ 进行积分计算的, 其中 $|\mathbf{n}(\mathbf{k})\rangle$ 是带的归一化 Bloch 波函数, 可以由式 (6) 和 $\nabla_{\mathbf{k}} = (\partial k_x, \partial k_y)$ 得到。因此, 可以通过对 K (K') 周围的 Berry 曲率^[43] 积分得到谷 Chern 数

$$C_{K/K'} = \frac{1}{2\pi} \int \Omega(\mathbf{k}) d\mathbf{k}^2 \quad (8)$$

当 $\theta = -15^\circ$ 时, 第一条带的谷 K (K') 对应的 $C_{K/K'}$ 为 $-1/2$ ($1/2$), $\theta = 15^\circ$ 时为 $1/2$ ($-1/2$)。选择 $\theta = 15^\circ$ 和 $\theta = -15^\circ$ 的声子晶体来构造拓扑界面态, 交界面两侧谷 Chern 数差的绝对值 $|\Delta C_{K/K'}| = 1$, 根据 bulk-boundary 对应关系^[36], 这表明在交界面处存在一个手性边缘模式。为了确认 bulk-boundary 对应关系, 进一步研究了由不同拓朴态的声子晶体组成的超胞如图 3 所示, 构造了具有 I-III 和 III-I 两种不同类型交界面的超胞结构, 将其命名为情况 1 超胞结构, 如图 3(a) 所示, 其中 I 区域是由旋转角 $\theta = 15^\circ$ 的散射体基本单元构成, III 区域是由旋转角 $\theta = -15^\circ$ 的散射体基本单元构成, 超胞沿 x 方向两侧设置为 Floquet 周期边界条件, y 两侧为连续型边界条件, 由于该超胞在动量空间具有周期性, 令波矢 $\mathbf{k}_x = m_x(\pi/a)$, m_x 为变量, 通过改变 m_x 探究不同波矢 $\mathbf{k}_x$ 下对应的特征频率, 进而得到其能

带结构如图 3(b) 所示。图 3(c) 展示了 K 谷附近 $m_x = 0.6$ 处 I-III 和 III-I 界面的拓扑界面态, 其压力场分布对称于交界面 (黑色虚线), 模态上方的颜色分别对应能带图 3(b) 中相应颜色的拓扑界面带。由于蓝线和红线对应的界面类型具有时间反演对称性, 故而从 K 谷和 K' 谷投影出的一对界面模态存在正向和反向传输, 更进一步通过图 3(c) 中红色声能流箭头及能带图 3(b) 中拓扑界面带的斜率可以看出, 两种界面态类型在整个禁带频段范围内均存在正向及反向传输模态, 因此在声源激发下能够支持受拓扑保护的双向声能流密度传输。

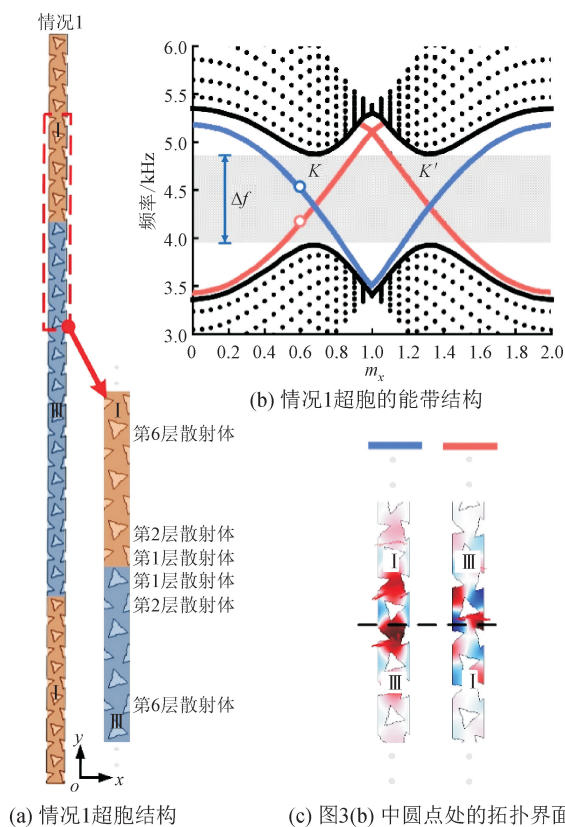


图 3 不同拓朴态的声子晶体组成的超胞

Fig. 3 The supercell composed of sonic crystals with different topological states

3 散射体旋转诱导模态下的拓扑声学波束成形

为了进一步研究散射体旋转诱导模态下旋转角对拓扑声学波束成形的影响, 鉴于该声子晶体基本单元中散射体的旋转角对于模态的影响具有 60° 的周期性, 以 $\theta = 0^\circ$ 为中心分为 $[-30^\circ, 0^\circ)$ 和 $(0^\circ, 30^\circ]$ 两部分, 对这两部分进行细分, 将 30° 进一步细分为 14 等份, 每一份间隔角 $A = 30^\circ/14$ 。通过上述谷 Chern 数 $C_{K/K'}$ 计算可得, 当 θ 为 $[-30^\circ, 0^\circ)$ 时, 第一

条带的谷 K (K') 对应的谷 Chern 数 $C_{K/K'}$ 均为 $-1/2(1/2)$, 当 θ 为 $(0^\circ, 30^\circ]$ 时均为 $1/2(-1/2)$ 。

3.1 宽频带下的拓朴声学波束波峰宽度调控

进一步为了实现宽波峰形式的波束, 在情况 1 超胞结构(I 区域对应散射体旋转角 $\theta = n\Delta$, III 区域对应散射体旋转角 $\theta = -n\Delta, n = 7$) 的基础上, 反向旋转具有不同拓朴态的声子晶体交界面两侧的散射体, 分别对不同层下的散射体进行旋转, 将其恢复到未旋转的情况, 声子晶体的层数分布情况如图 3(a) 中红色虚线框内所示。分别研究了 4 种情况下的超胞如图 4(a) 所示, 其中橙色部分 I 以及蓝色部分 III 分别代表旋转散射体角为 $\theta = n\Delta$ 具有拓朴态 $C_K = 1/2$, 以及旋转散射体角为 $\theta = -n\Delta$ 具有拓朴态 $C_K = -1/2$ 的声子晶体部分; 灰色部分为未旋转, 即 $\theta = 0^\circ$ 时的散射体区域 II; 情况 1 为最初研究的超胞结构, 情况 2 下的超胞结构在两种不同拓朴态的区域 I 和 III 之间共具有 4 层的区域 II, 情况 3 下共具有 8 层的区域 II, 情况 4 下共具有 12 层的区域 II。情况 3 超胞及其能带结构如图 4(d) 所示, 其中蓝色和红色实线对应稳定的拓朴界面带, 黑色实线对应体边界带, 绿色点划线对应两个重叠在一起的混合边界带, 这里主要是因为该超胞结构由 I-II-III 和 III-II-I 两种组合形式, 每种形式下均具有它们各自的模式分布, 如图 5(d) 中情况 3 的 I-II-III 结构下对应蓝虚线框+红虚线框+蓝虚线框内模式的组合, III-II-I 结构下对应红虚线框+蓝虚线框+红虚线框内模式的组合, 值得注意的是这里线框的颜色及其内部模式分别与拓朴界面带对应的颜色和模式一致, 可见混合边界带对应的模式均是由两种拓朴界面态组合而成。

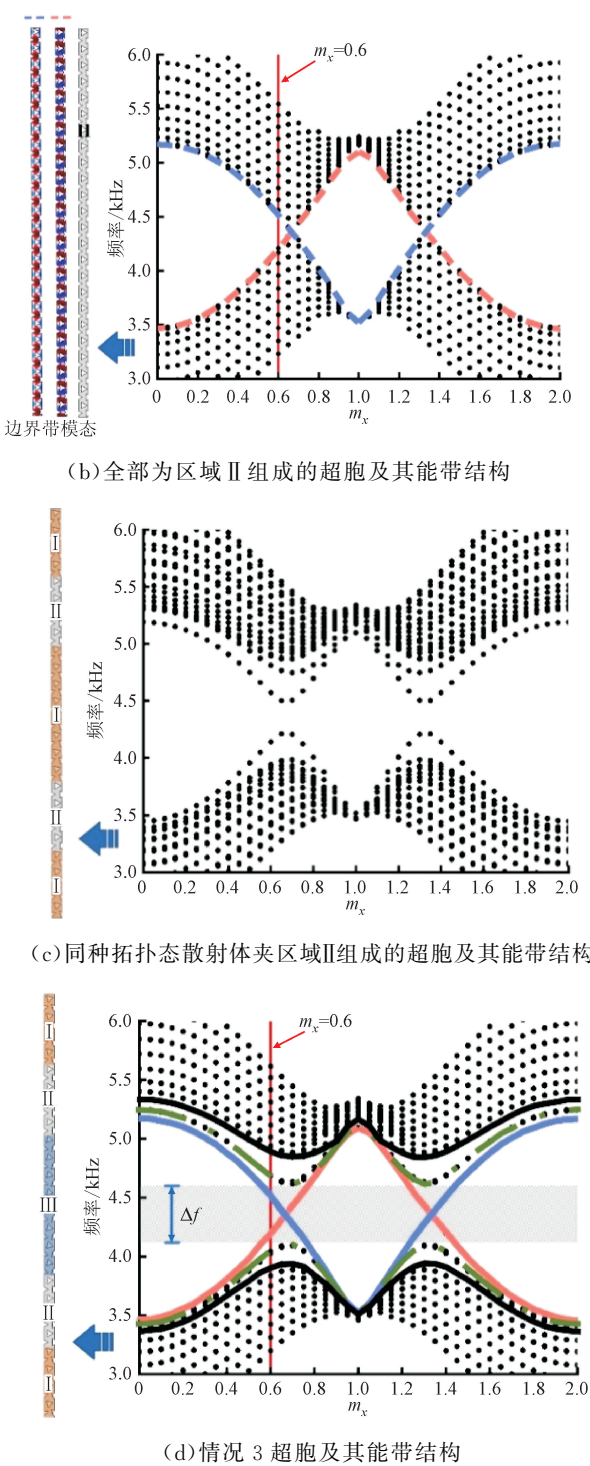
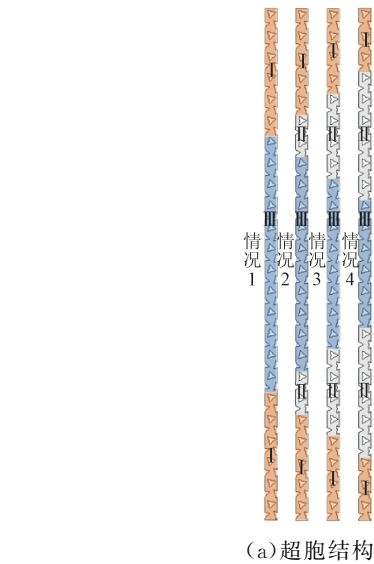
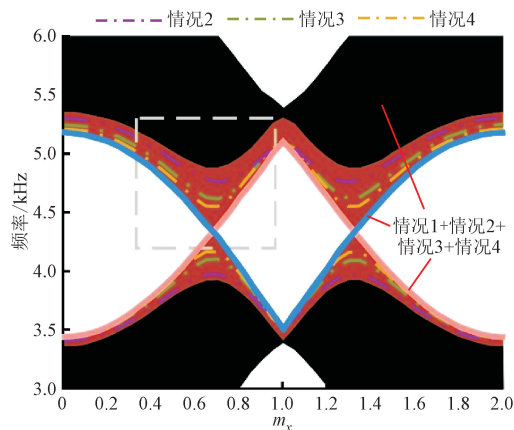


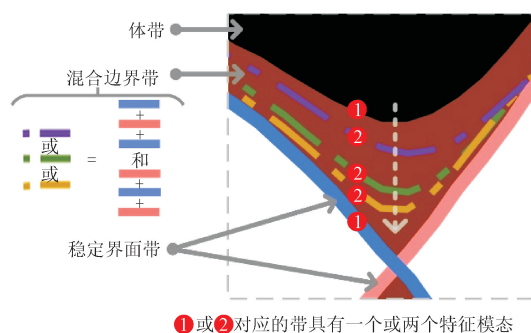
图 4 不同旋转角度散射体分布情况下的超胞情况
Fig. 4 Situation of the supercell with scatterer distribution at different rotation angles

对 4 种情况下超胞的能带结构总体情况进行了归纳总结, 如图 5(a) 所示。进一步详细描述了图 5(a) 中灰色虚线框内的部分, 如图 5(b) 所示, 可以看出, 4 种情况下的拓朴界面带几乎完全重合保持不变, 其与完全由未旋转散射体区域 II 组成的超胞所对应

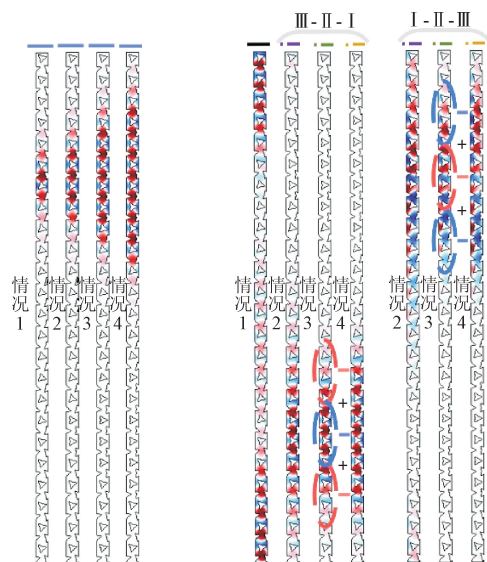
的由布拉格散射诱导下稳定的边界带(能带图 4(b) 中红色和蓝色虚线)完全重合,同时图 5(b)中能带结构 $m_x = 0.6$ 处蓝色实线对应的拓扑界面态如图 5(c)所示,也与图 4(b)中左半部分由布拉格散射诱导下稳定的边界模态一致。故而,在保证晶格点阵一致性不变的前提下,稳定的拓扑界面带基本不会受到内部散射体旋转的影响,具有极强的稳定性。情况 2、3 和 4 下对应的混合边界带(紫色、绿色以及土黄色点划线)随着区域 I 和 III 之间区域 II 散射体层数的增加逐渐向拓扑界面带逼近,如图 5(b) 中灰色虚线箭头所示,主要是因为随着层数的增加,两种模态组合中中间虚线框所对应的和拓扑界面态一致的模态区域相较整个超胞来说,占比逐渐增加,如图 5(d)所示,这就使得其对应的混合边界带逐渐趋向于布拉格散射诱导下稳定的拓扑界面带。图 5(b)中对应的黑色部分为体带部分,由于其模态主要作用于具有同种拓扑态的散射体区域内部如图 5(d)中黑色实线对应的模态所示,故其具有相对较强的稳定性,不易受到区域 II 散射体层数的影响,不同情况下的体带部分基本完全重合。



(a) 图 4(a) 中 4 种超胞情况下能带分布



(b) 图 5(a) 中灰色虚线方框中被放大的部分



(c) 稳定界面态

(d) 混合边界带模态

图 5 4 种超胞情况下的能带分布及其特征模态

Fig. 5 Band distribution and its characteristic modes in the case of four kinds of supercells

为了充分说明具有不同拓扑态的声子晶体在引入区域 II 后仍然是产生拓扑界面带的充分条件,额外设置了一组超胞如图 4(c)所示,该结构除了中间部分为区域 I 散射体外,其他情况与情况 3 超胞一致。此时区域 II 两侧均为同一种拓扑态,该超胞的能带结构中不存在遍及整个禁带区域的拓扑界面带,不存在稳定的拓扑界面态。故而,在不同拓扑态的保护下,可以得到稳定的拓扑界面态,用以构建宽频带下宽波峰形式的拓扑声学波束。

不同层数区域 II 下拓扑声学波束成形器的近场波束成形如图 6 所示。进一步针对上述研究的 4 种情况,分别构建了拓扑声学波束成形器如图 6(a)~图 6(d)结构示意图所示,图 6 中的橙色区域和蓝色区域分别代表具有不同拓扑态的声子晶体区域 I 和 III,中间的灰色区域代表未旋转散射体的区域 II,图 6(a)~图 6(d)中的红色圆点和蓝色圆点分别为内部测量点和近场外部测量点的位置分布情况,红色五角星为声源的位置。在 4 种情况下声源分别发射位于拓扑界面带内 4 450 Hz 的声波,声压的分布情况如图 6(e)~图 6(h)所示,拓扑声学波束成形器的右端面(出射面)在情况 1 下呈现出点声源的发射形式,在情况 2、3 和 4 下呈现出类似于平面波,具有一定宽度的宽波峰形式的拓扑声学波束,且具有极强的稳定性。同样,在 4 450 Hz 声波的激励下,对 4 种不同情况下波束成形器的声能流密度分布情况进

行了仿真模拟,如图 6(e)~6(h)中的小图所示,可见声能流密度的分布主要集中于未旋转的散射体区域 II 部分,在不同层数区域 II 下具有不同的波峰宽度。通过内部测量点以及外部测量点分别以各自测量点测得的最大声能流密度为基准得到了不同情况下的归一化声能流密度,如图 6(i)、图 6(j)所示。可以看出:4 种情况下的内部和近场外部测量点测得的波峰宽度和未旋转散射体区域 II 的层数相关,拓扑声学波束的波峰宽度可以通过改变区域 II 的层数进行调控;4 种情况下拓扑声学波束的衰减速率均保持一致,这主要是因为具有拓扑态的部分均具有

一致的旋转角,散射体之间的距离在 x 方向上保持一致,在声子晶体禁带特性的作用下声压在 y 方向上的扩散效果基本保持不变。最后,对比了情况 3 下内部测量点测得的归一化声能流密度情况与近场外部测量点测得的归一化声能流密度情况,如图 6(k)所示。通过对比发现,两种情况下的归一化声能流密度结果虽然存在微小的偏差,但是在整体上基本重合,由此可见由内部拓扑保护下稳定声能流密度分布形式诱发的外部近场拓扑声学波束具有很好的稳定性,这为拓扑声学波束成形奠定了良好的基础。

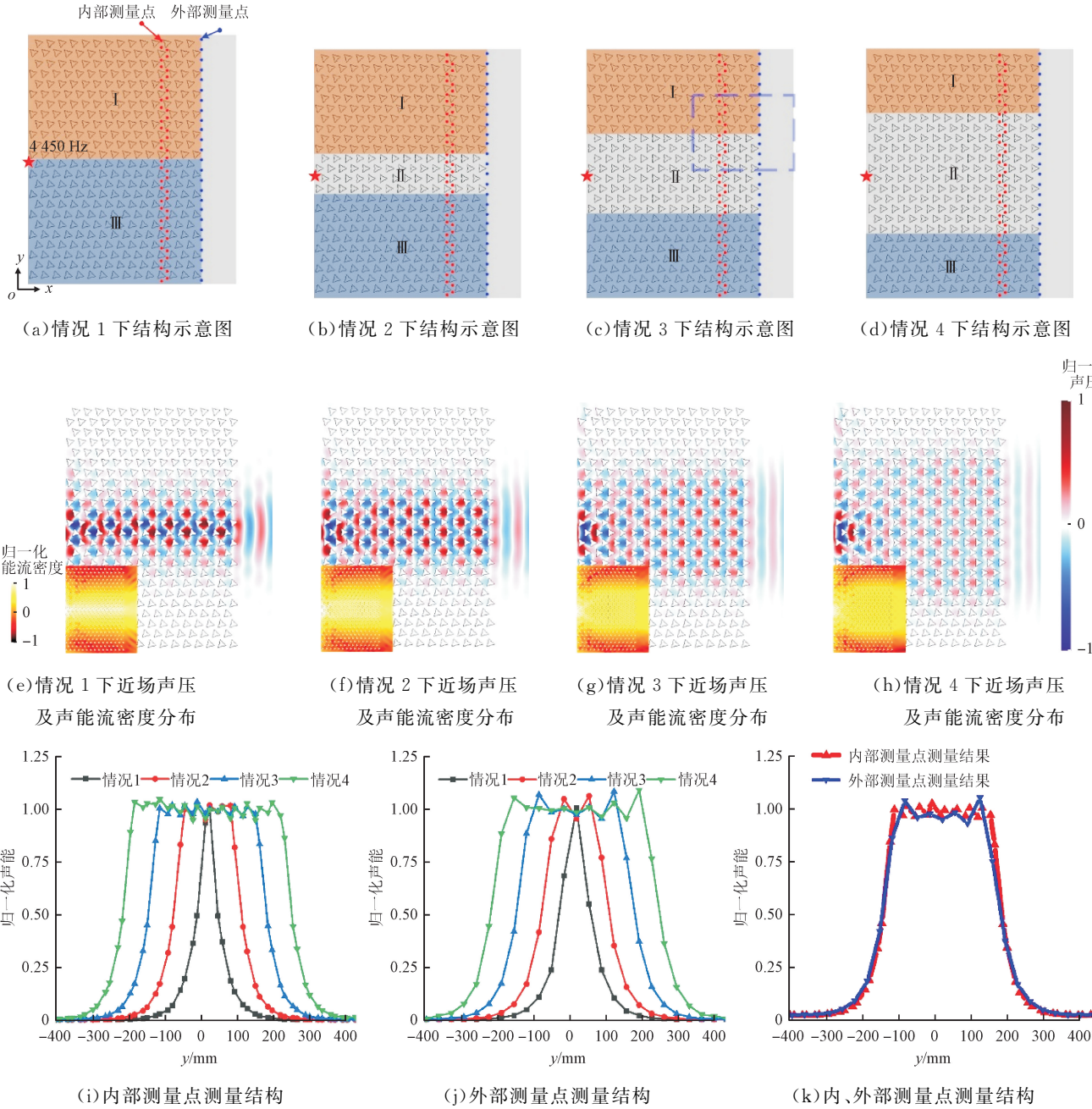


图 6 不同层数区域 II 下拓扑声学波束成形器的近场波束成形

Fig. 6 Near-field beamforming of topological acoustic beamformers under different number of layers in area II

不同层数区域Ⅱ下的远场波束成形如图7所示。在拓扑声学波束成形器周围应用外场计算,通过 $r \rightarrow \infty$ 远场积分近似计算了4种不同情况下远场声能流密度辐射情况,如图7(a)所示,在每种情况下单独进行归一化处理,可以看到辐射方向均为 0° 且均无旁瓣的干扰,进一步放大主瓣,可以看到随着区域Ⅱ中层数的增加,主瓣逐渐变薄,波束宽度 α 逐渐下降,如图7(b)所示,所发射的声束在远场的精确程度越来越高。此外,对应波束宽度 α 通常分布在一条直线 L_0 上,通过数值拟合得到 L_0 的表达式 $\alpha = -0.375N + 10.567$,其中 N 代表了区域Ⅱ部分的层数。 $N = 8$ 时红点对应的波束宽度 $\alpha = 7.512$,与 L_0 上对应的波束宽度 $\alpha = 7.567$ 非常接近,可以通过 L_0 对不同区域Ⅱ层数下的远场波束成形的波束宽度进行估计。图7(c)为情况3结构在4450 Hz声源下声压以及声能流密度的分布情况,可以看出随着传播距离的增加,声束逐渐向两边扩散,但是仍然具有极高的发射精度。

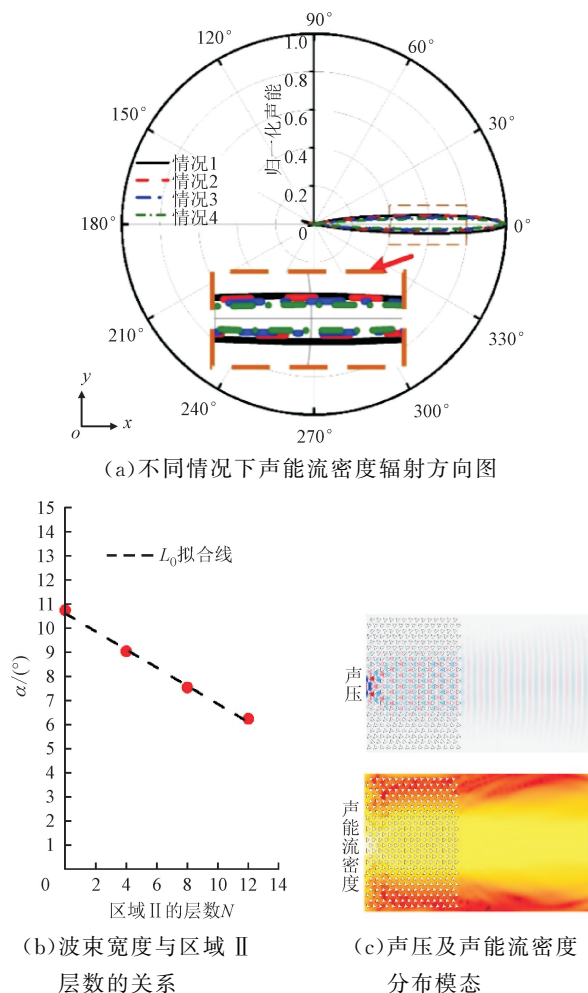


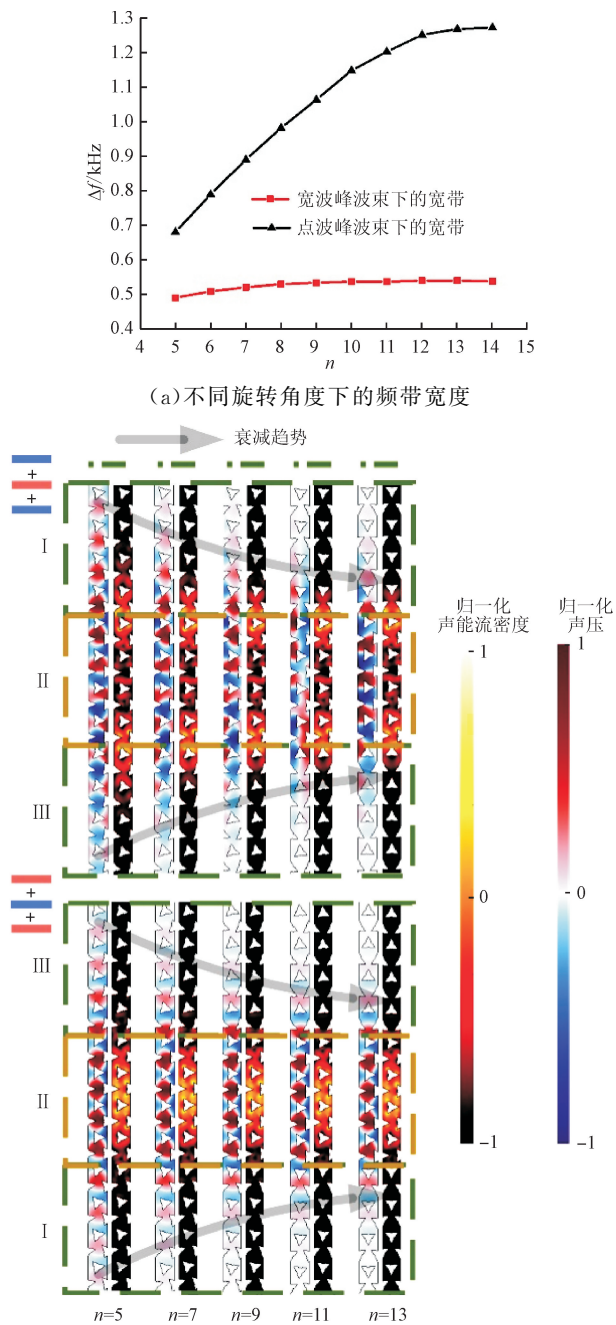
图7 不同层数区域Ⅱ下的远场波束成形

Fig. 7 Far-field beamforming under different number of layers in area II

3.2 拓扑声学波束能量衰减速率调控

在前面研究的基础上进一步对拓扑声学波束向传播方向两侧衰减的速率进行研究,实现对波束的精细调控。前文获得了能够用来构建宽频带下具有宽波峰形式的拓扑声学波束的超胞,首先探究具有拓扑态的散射体的进一步旋转对宽波峰形式波束频带宽度的影响,如图8所示。在保证各自拓扑态不变的前提下,在情况3超胞的基础上进一步旋转区域Ⅰ和区域Ⅲ部分的散射体,区域Ⅰ中的散射体旋转角在 $(0^\circ, 30^\circ]$ 之间变换,区域Ⅲ中的散射体旋转角在 $[-30^\circ, 0^\circ]$ 内变换,这里分别连续取 $n = 5 \sim 14$,对如图4(c)能带图中的灰色方格子区域所示获得的宽波峰波束频带宽度 Δf 进行了总结,结果如图8(a)中带有正方形的红色实线所示,同时也对图3(a)情况1下不具有区域Ⅱ的超胞中区域Ⅰ和Ⅲ的散射体进一步旋转,频带宽度 Δf 结果如图8(a)中带有三角形的黑色实线所示,可以见得Ⅰ和Ⅲ之间具有区域Ⅱ的超胞,其频带宽度在受到更多布拉格散射模式分布的影响时,相较情况1下的频带宽度随着旋转角的进一步增加具有较好的稳定性,带宽 Δf 增加的速率远小于情况1下的,但仍然呈现略微上升的趋势,情况3下的带宽随着 n 的增加先逐渐增加,当 n 增大到一定程度后,带宽逐渐趋于稳定,不再随着散射体旋转角的增加而增大,最终稳定在538 Hz。选取具有代表性的旋转角,进一步详细分析了 n 为5、7、9、11、13情况下图4(c)中能带结构于 $m_x = 0.6$ 红色垂直实线处混合边界带(绿色点划线)对应的两个特征模态的声能流密度和声压分布情况,如图8(b)所示。两个特征模态分别呈现出蓝线+红线+蓝线和红线+蓝线+红线对应模态的组合,如图8(b)中特征模态图左上角所示,图8(b)中的绿色和土黄色虚线框中的部分分别为旋转过具有拓扑态的散射体区域Ⅰ或Ⅲ以及散射体区域Ⅱ,对应特征频率的蓝色和红色分别代表特征模态作用于Ⅰ-Ⅱ-Ⅲ以及Ⅲ-Ⅱ-Ⅰ的散射体组合,灰色箭头代表随着旋转角的增大,声能流密度在对应部分的衰减趋势。通过观察不同旋转角下的特征模态可以看出,随着 n 的增加绿色虚线框中的散射体与散射体之间沿着 x 方向的间隙越来越小,在声子晶体禁带特性的作用下,使得拓扑界面态对应的声压模态在绿色虚线框和土黄色虚线框的交界处沿着 y 方向的扩散越来越弱,例如图8(b)中 $n=5$ 情况下绿色虚线框中仍然具有覆盖面很大的拓扑界面态声压模态分布,随着 n 的增大对应绿色虚线框内的模态逐渐衰减,拓扑界面态(布拉格散射诱导的稳定模态)

在超胞结构中模态的占比越来越少,因此其特征频率逐渐远离拓扑界面带频率,带宽逐渐增大。进一步,当 n 为 11、13 时可以看出,绿色虚线框中基本上不存在拓扑界面态声压模态的分布,当进一步旋转具有拓扑态的散射体时也正是旋转的该部分散射体,由于该部分受到声子晶体阻碍的影响声压模态



(a)不同旋转角度下的频带宽度

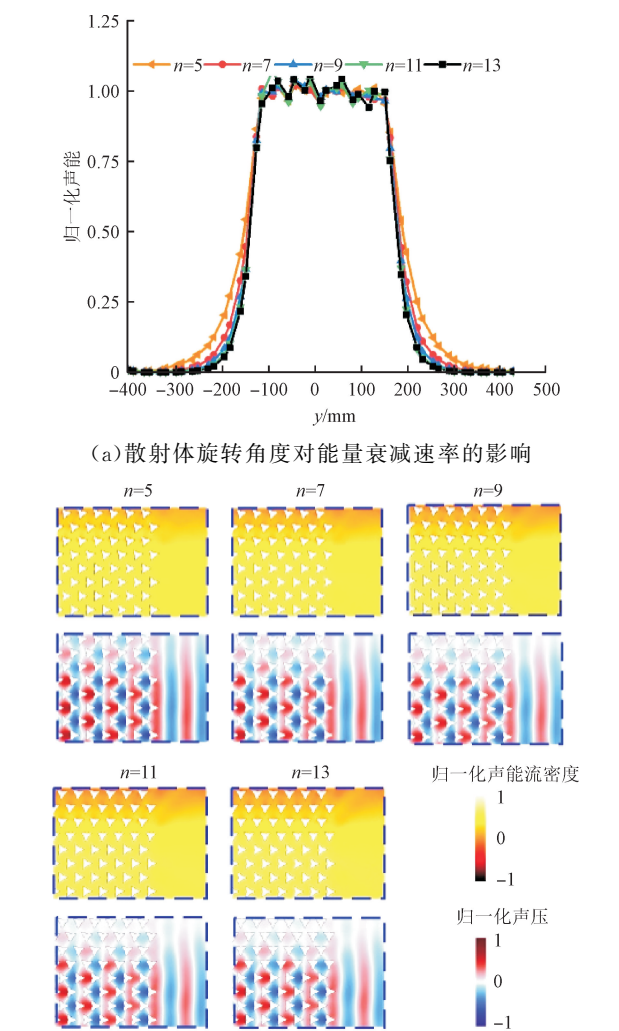
(b)不同 n 情况下图 4(b)中红色垂直实线处混合边界带(绿色点划线)对应的两个特征模态的声能和声压情况

图 8 不同拓扑态区域 I 和 III 的散射体旋转角对宽波峰波束频带宽度的影响

Fig. 8 Effect of scatterer rotation angle in different topological state region I and III on the frequency band width of wide peak beam

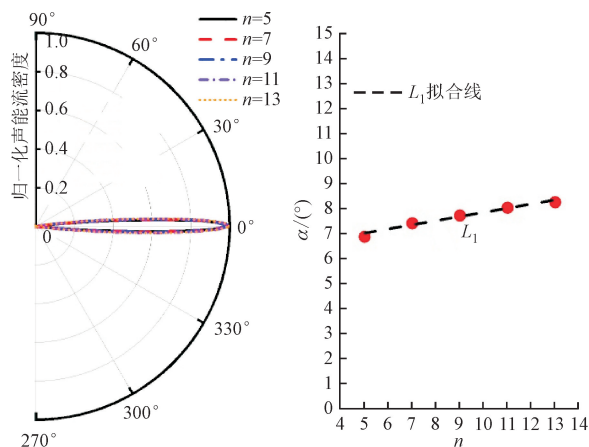
分布已经很少了,进一步的旋转不会对模态分布在声子晶体区域 II 的部分带来影响,这也解释了为什么频带宽度 Δf 随着 n 的增大逐渐趋于稳定。

在情况 3 下拓扑声学波束成形器的基础上, n 分别取 5、7、9、11、13,其他条件保持不变,对不同旋转角下近场、远场拓扑声学波束成形进行研究,如图 9 所示。通过内部测量点对其归一化声能流密度进行测量可以看到,声能流密度均具有良好的稳定性,不同旋转角下波峰的宽度均保持不变,并且随着旋转角的进一步增大声能流密度的衰减速率越来越快。通过对不同情况下图 6(c)淡蓝色虚线框所示区域的声能流密度的分布情况进行提取,如图 9(b)所示,随着旋转角的增大,声能流密度相对强的部分(亮黄色)逐渐减少,声能流密度相对弱的部分(橘黄色)逐渐增多;更进一步分析了该区域的声压分布情况,随着旋转角的增大,由于散射体在 x 方向之间的距离越来越小,声波在 y 方向的扩散越来越弱,蓝色和红色部



(a)散射体旋转角度对能量衰减速率的影响

(b)图 5(c)中淡蓝色虚线框中不同旋转情况下声压及声能流密度分布



(c) 远场辐射情况 (d) 波束宽度随 n 的变化情况

图9 不同旋转角下的近场、远场拓扑声学波束成形

Fig. 9 Topological acoustic beamforming of near field and far field under different rotation angles

分颜色逐渐变淡,内部声场和近场外部声场之间的衰减趋势具有很好的一致性。这充分说明了通过进一步旋转具有不同拓扑态区域Ⅰ和Ⅲ的散射体,可以调节声波在声子晶体中的扩散强度,从而进一步对近场拓扑声学波束向传播方向两侧衰减的速率进行调控。

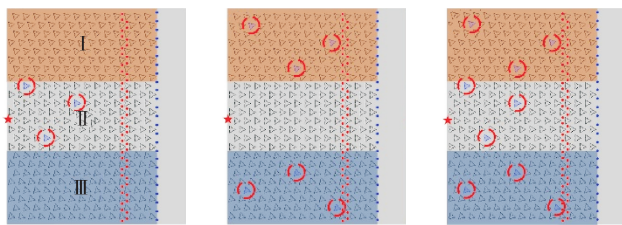
研究了不同能量衰减速率下远场声能流密度辐射情况如图9(c)所示,可以看到辐射方向同样均为0°且均无旁瓣的干扰,随着 n 增大,波束宽度 α 逐渐增大,所发射的声束在远场的精确程度略微降低,但仍然具有极高的发射精度。此外,对应波束宽度 α 通常分布在一条直线 L_1 上(如图9(d)所示),通过数值拟合得到 L_1 的表达式 $\alpha = 0.16594n + 6.166$ 。 $n=7$ 时红点对应的波束宽度 $\alpha = 7.39638$,与 L_1 上对应的波束宽度 $\alpha = 7.32818$ 非常接近,可以通过 L_1 对不同能量衰减速率下的远场波束成形的波束宽度进行估计。

4 高性能拓扑声学波束成形器的高容错性测试

鉴于拓扑序具有对抗局域扰动的稳定性^[19],通过在拓扑声学波束成形器中进一步引入缺陷,探究错误因素介入下高性能拓扑声学波束成形器的近场及远场特性,如图10所示。在情况3下波束成形器在图6(c)的基础上,首先在区域Ⅱ部分随机去掉3个散射体,其他条件保持不变,如图10(a)情况3.1所示。声源于红色五角星处发射4450 Hz的声波,近场声压以及声能流密度分布情况如图10(d)所

示;在情况3的基础上在具有拓扑态的散射体区域Ⅰ和Ⅲ部分随机去掉6个散射体,其他条件保持不变,如图10(b)情况3.2所示;声压以及声能流密度分布情况如图10(e)所示;最后综合情况3.1和情况3.2在区域Ⅱ部分以及区域Ⅰ和Ⅲ部分随即去掉3个和6个散射体,其他条件保持不变,如图10(c)情况3.3所示;声压以及声能流密度分布情况如图10(f)所示,可以看出,波束成形在这几种情况下均不受影响,具有极强的稳定性。通过测量点对其进行测量,错误因素对其近场波束成形的效果不产生影响,测量结果均与情况3下不具有错误因素的波束成形结果保持一致,如图10(g)、图10(h)所示,值得注意的是,通过内部测量点测得的波峰部分出现了微小的波动,这主要是缺陷的存在,略微对其周围的声波产生了微小的影响,但是测试结果的整体趋势完全吻合,通过外部测量点测得的结果基本上完全一致,这充分体现了高性能拓扑声学波束成形器的高容错性。

对错误因素介入下的远场声能流密度辐射情况进行了研究,如图10(i)所示,可以看到辐射方向在区域Ⅱ部分均具有任意3个散射体缺失的情况3.1和情况3.3中发生了微小的偏移,分别处于358.9985°和358.9852°,这主要是由于散射体的缺失对内部声压分布形式造成了微小的干扰,当声波出射时,由内部微小干扰造成的影响随着传输距离的增加逐渐被放大,从而形成了上述的波束形式。区域Ⅰ和Ⅲ部分具有任意6个散射体缺失的情况3.2的辐射方向没有受到干扰,仍然保持在0°,这主要是受到拓扑序具有抵抗局域扰动的稳定性,同时声波在传播过程中声压分布的形式不位于该区域,不会受到该部分的影响。由如图10(i)可以看到,情况3和情况3.2的波束宽度 α 基本一致,情况3.1和情况3.3的波束宽度 α 基本一致,但是区域Ⅱ中散射体的缺失会对波束宽度造成略微的影响,会使得远场波束宽度略微增加,所发射的声束在远场的精确程度略微降低,但是仍然具有极高的发射精度。



(a) 情况3.1结构

(b) 情况3.2结构

(c) 情况3.3结构

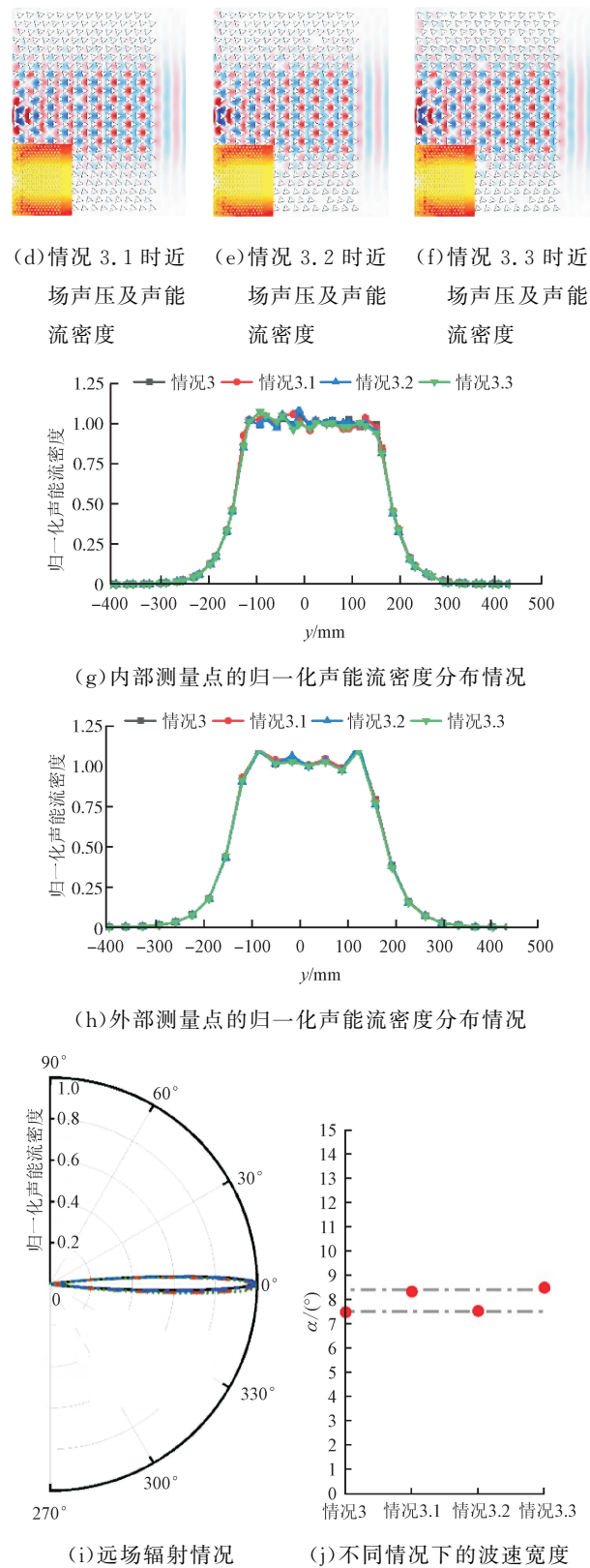


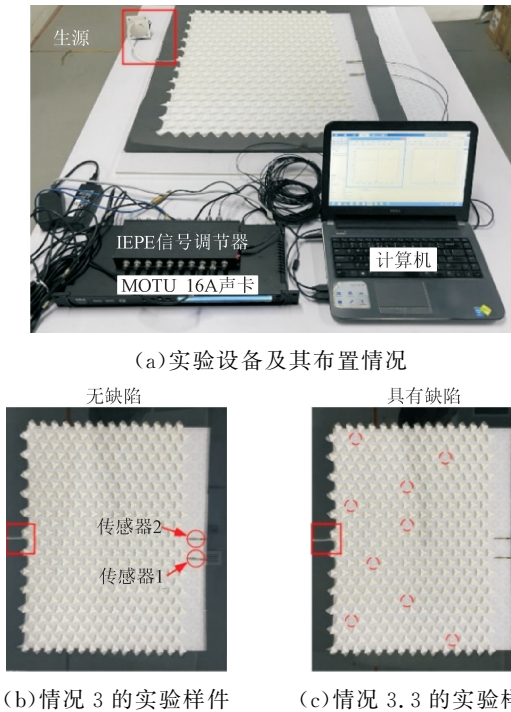
图 10 错误因素介入下高性能拓扑声学波束成形器的近场及远场特性

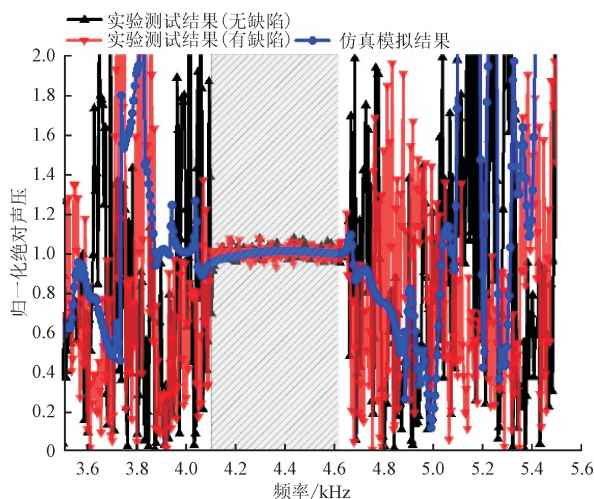
Fig. 10 Near-field and far-field characteristics of high-performance topological acoustic beamformers with error factors involved

5 实验验证

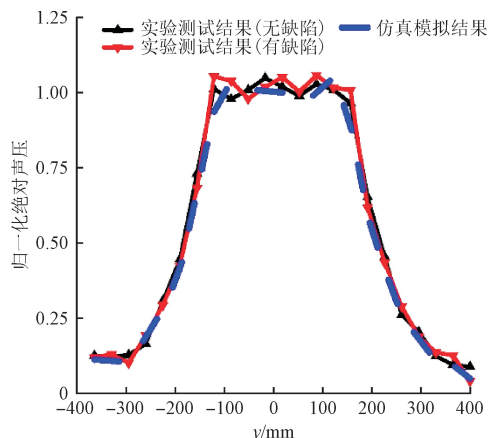
对拓扑声学高性能波束成形进行了实验验证,如图 11 所示。按照情况 3 下的高性能拓扑声学波束成形器进行了加工制作,如图 11(b)所示,包含 348 个散射体。散射体采用光敏树脂通过 3D 打印制造,并在平台上以周期性三角形晶格阵列排布,散射体的旋转分布情况按照 I-II-III 所示的分布模式放置在两个平行亚克力板之间,散射体的高度为 8 mm,在这种情况下,二维近似是合理的,因为对于所考虑的波长均大于散射体的高度,声波能够均匀地在二维平面内传播。整体结构的四周布置了黑色吸音海绵,以减少外界噪声以及声音泄漏对实验测试造成的不利影响。将器件放置于图 11(a)所示的测试环境下,声源通过扬声器发射,经过波束成形器后通过声传感器 B&K Type 4958A 将获得的信号经过 IEPE 信号调理器和 MOTU 16A 声卡处理后输入计算机进行测量。在波束成形器的出射方向于外部测量点如图 6(c)中蓝点对应位置,通过两个声传感器测量其归一化绝对声压。

首先验证拓扑声学波束成形的宽频带特性,声源发射 3 500~5 500 Hz 的声波,两传感器于图 11(b)中所示位置处以传感器 2 测得的值为基准进行归一化,得到传感器 1 的归一化绝对声压,测试结果如图 11(d)中带有正三角形的黑色实线所示,与带有圆的蓝色实线在公共禁带区域(灰色斜线区域)的仿真模拟结果较为一致,基本上分布在归一化绝对声





(d) 波束成形器的宽频段特性的实验及仿真验证结果



(e) 波束形状特性的实验及仿真验证结果

图 11 拓扑声学高性能波束成形实验验证

Fig. 11 Experimental verification of topological acoustics high performance beamforming

压 1.0 附近。这里对公共禁带区域中的仿真模拟结果归一化声压进行详细说明,由于在情况 3 下,该波束成形器能够在近场宽频带范围内形成宽波峰波束,这就使得图 11(b)中位于宽波峰作用范围内的两个传感器所测得的绝对声压情况基本一致,因此在公共禁带区域内其归一化绝对声压为 1。

验证拓扑声学波束成形,声源发射宽频带内 4 450 Hz 的声波,固定传感器 2 位于中心位置,沿着外部测量点逐一移动传感器 1 测量其沿着 y 方向以传感器 2 测量值为基准的归一化绝对声压,结果如图 11(e)带有正三角的黑色实线所示,在不可避免的加工制造误差、安装误差和测量误差的影响下,蓝色虚线所示的实验结果与仿真模拟结果虽然不能够实现高度重合,但是其整体趋势基本上一致,一方面能够实现具有宽波峰的波束,另一方面其能量衰减速率的趋势也与仿真模拟结果的趋势基

本一致。

下面对高性能拓扑声学波束成形器较强抵抗错误因素的能力进行验证,在上述情况 3 对应加工样件的基础上去掉红色虚线圈对应的散射体,其他条件不变,形成情况 3.3 下对应的样件;同样通过上述实验方法验证拓扑声学波束成形的宽频带特性及其拓扑声学波束成形,实验测量结果如图 11(d)、图 11(e)中带有倒三角的红色实线所示。可以看出,实验测试结果相较无缺陷情况下虽然不是完全重合,但整体趋势基本上完全一致,这充分验证了高性能拓扑声学波束成形器的高容错性。

6 结 论

本文提出了拓扑声学高性能波束成形机理,实现了受拓扑保护的无旁瓣宽频带波束成形,详细研究了此拓扑声学波束成形器对波束波峰宽度以及波束能量衰减速率的调控,分析了其在近场远场的波束特性。通过在拓扑声学波束成形器中引入错误因素,发现其基本不受影响,器件具有高容错性。最后进行了实验验证。该研究提出的全新波束成形方法,将为声学通信、生物医学、微纳制造、和其他微形及多功能声学设备的工程应用打下良好的基础,而且将为光波、电磁波等其他经典波领域提供更多的参考。

参考文献:

- [1] XU Qinyi, JIANG Chunxiao, HAN Yi, et al. Waveforming: an overview with beamforming [J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2018, 20(1): 132-149.
- [2] LIU Ximei, QIAO Deli. Space-time block coding-based beamforming for beam squint compensation [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 8(1): 241-244.
- [3] MA Shuai, ZHANG Yunqi, LI Hang, et al. Robust beamforming design for covert communications [J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2021, 16: 3026-3038.
- [4] PAYAMI S, NIKITPOULOS K, KHALILY M, et al. A signal processing framework for agile RF beamforming: from RF-chain-free to hybrid beamformers [J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(6): 4038-4053.
- [5] ZELHOFFER A J, KOCHMANN D M. On acoustic wave beaming in two-dimensional structural lattices [J]. International Journal of Solids and Structures, 2017,

- 115/116: 248-269.
- [6] FENG Zhiguo, YIU K F C. The design of multi-dimensional acoustic beamformers via window functions [J]. *Digital Signal Processing*, 2014, 29: 107-116.
 - [7] LIN S C S, TITTMANN B R, HUANG T J. Design of acoustic beam aperture modifier using gradient-index phononic crystals [J]. *Journal of Applied Physics*, 2012, 111(12): 123510.
 - [8] LIN S C S, TITTMANN B R, SUN Jiahong, et al. Acoustic beamwidth compressor using gradient-index phononic crystals [J]. *Journal of Physics: D Applied Physics*, 2009, 42(18): 185502.
 - [9] WEN Jihong, YU Dianlong, CAI Li, et al. Acoustic directional radiation operating at the pass band frequency in two-dimensional phononic crystals [J]. *Journal of Physics: D Applied Physics*, 2009, 42(11): 115417.
 - [10] NAKAD Z, JONES M, MARTIN T, et al. Using electronic textiles to implement an acoustic beamforming array: a case study [J]. *Pervasive and Mobile Computing*, 2007, 3(5): 581-606.
 - [11] KE Manzhu, LIU Zhengyou, PANG Pei, et al. Experimental demonstration of directional acoustic radiation based on two-dimensional phononic crystal band edge states [J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 90(8): 083509.
 - [12] QIU Chunyin, LIU Zhengyou. Acoustic directional radiation and enhancement caused by band-edge states of two-dimensional phononic crystals [J]. *Applied Physics Letters*, 2006, 89(6): 063106.
 - [13] RODRIGUEZ-MOLARES A, FATEMI A, LØVST-AKKEN L, et al. Specular beamforming [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2017, 64(9): 1285-1297.
 - [14] ZHANG Xiaolei. Deep ad-hoc beamforming [J]. *Computer Speech & Language*, 2021, 68: 101201.
 - [15] LEI Xiangyu, WIRDELIUS H, ROSELL A. Experimental validation of a phased array probe model in ultrasonic inspection [J]. *Ultrasonics*, 2020, 108: 106217.
 - [16] MA Chengzhi, WU Jiuhui, LIU Xiaoli, et al. Stepless space-regulation of topological acoustic controller with high fault tolerance [J]. *Journal of Physics: D Applied Physics*, 2024, 57(14): 145303.
 - [17] 陆阳, 王强, 张本宏, 等. 计算机系统容错技术研究 [J]. *计算机工程*, 2010, 36(13): 230-235.
 - LU Yang, WANG Qiang, ZHANG Benhong, et al. Research on fault-tolerant technology for computer system [J]. *Computer Engineering*, 2010, 36(13): 230-235.
 - [18] 刘畅, 王亚愚. 磁性拓扑绝缘体中的量子输运现象 [J]. *物理学报*, 2023, 72(17): 219-236.
 - LIU Chang, WANG Yayu. Quantum transport phenomena in magnetic topological insulators [J]. *Acta Physica Sinica*, 2023, 72(17): 219-236.
 - [19] WEN Xiaogang. Colloquium: zoo of quantum-topological phases of matter [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2017, 89(4): 041004.
 - [20] HASAN M Z, KANE C L. Colloquium: topological insulators [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2010, 82(4): 3045-3067.
 - [21] THOULESS D J, KOHMOTO M, NIGHTINGALE M P, et al. Quantized hall conductance in a two-dimensional periodic potential [J]. *Physical Review Letters*, 1982, 49(6): 405-408.
 - [22] QI Xiaoliang, ZHANG Shoucheng. Topological insulators and superconductors [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2011, 83(4): 1057-1110.
 - [23] YAO Wang, XIAO Di, NIU Qian. Valley-dependent optoelectronics from inversion symmetry breaking [J]. *Physical Review: B*, 2008, 77(23): 235406.
 - [24] XIAO Di, YAO Wang, NIU Qian. Valley-contrasting physics in graphene: magnetic moment and topological transport [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(23): 236809.
 - [25] MA Chengzhi, NIU Jiamin, WU Jiuhui, et al. Topological interface states by energy hopping within power-law variable section waveguides [J]. *Journal of Physics: D Applied Physics*, 2023, 56(34): 345303.
 - [26] CHEN Chen, CHEN Tianning, DING Wei, et al. Impurity-induced multi-bit acoustic topological system [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 247: 108183.
 - [27] LEE T, IIZUKA H. Bragg scattering based acoustic topological transition controlled by local resonance [J]. *Physical Review B*, 2019, 99(6): 064305.
 - [28] YU Ziqi, REN Zongqing, LEE J. Phononic topological insulators based on six-petal holey silicon structures [J]. *Scientific Reports*, 2019, 9(1): 1805.
 - [29] JIA Ding, SUN Hongxiang, XIA Jianping, et al. Acoustic topological insulator by honeycomb sonic crystals with direct and indirect band gaps [J]. *New Journal of Physics*, 2018, 20(9): 093027.
 - [30] NI Xu, HE Cheng, SUN Xiaochen, et al. Topologically protected one-way edge mode in networks of acoustic resonators with circulating air flow [J]. *New Journal*

- of Physics, 2015, 17(5): 053016.
- [31] ZHANG Zhiwang, WEI Qi, CHENG Ying, et al. Topological creation of acoustic pseudospin multipoles in a flow-free symmetry-broken metamaterial lattice [J]. Physical Review Letters, 2017, 118(8): 084303.
- [32] ZHU Weiwei, FANG Xinsheng, LI Dongting, et al. Simultaneous observation of a topological edge state and exceptional point in an open and non-hermitian acoustic system [J]. Physical Review Letters, 2018, 121(12): 124501.
- [33] WANG Guifeng, WEI Yuanting, CHEN Zhenyu, et al. Controllable subwavelength topological rainbow trapping in water-filling acoustic metamaterials [J]. Applied Acoustics, 2023, 207: 109366.
- [34] HE Cheng, NI Xu, GE Hao, et al. Acoustic topological insulator and robust one-way sound transport [J]. Nature Physics, 2016, 12(12): 1124-1129.
- [35] PENG Yugui, QIN Chengzhi, ZHAO Degang, et al. Experimental demonstration of anomalous Floquet topological insulator for sound [J]. Nature Communications, 2016, 7(1): 13368.
- [36] LU Jiuyang, QIU Chunyin, YE Liping, et al. Observation of topological valley transport of sound in sonic crystals [J]. Nature Physics, 2017, 13(4): 369-374.
- [37] CHEN Meng, XU Wenshuai, LIU Yu, et al. Tunable Dirac cones in two-dimensional acoustic metamaterials with matryoshka structure [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2019, 146(1): 767-772.
- [38] MA Chengzhi, WU Jiuhui, CUI Zhanyou, et al. Topological acoustic waveguide with high-precision internal-mode-induced multiband [J]. Composite Structures, 2024, 327: 117681.
- [39] LU Jiuyang, QIU Chunyin, KE Manzhu, et al. Valley vortex states in sonic crystals [J]. Physical Review Letters, 2016, 116(9): 093901.
- [40] KITTEL C. Introduction to solid state physics [J]. American Journal of Physics, 2011, 61: 59.
- [41] ZHENG H, YANG Z, ZHANG C, et al. A local radial basis function collocation method for band structure computation of phononic crystals with scatterers of arbitrary geometry [J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 60: 447-459.
- [42] MA Chengzhi, WU Jiuhui, CUI Zhanyou, et al. Barrier-free subwavelength multi-channel topological acoustic interlayer under direct resonance induction [J]. Composite Structures, 2024, 341: 118236.
- [43] JIANG Heng, CHEN Meng, LIU Yu, et al. Acoustic valley edge states in a graphene-like system with subwavelength resonator [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2019, 146(1): 736-741.

(编辑 武红江)