

一种考虑微凸体接触角分布的结合面侧接触分形模型

王世军, 刘鑫, 范凌松, 崔圣奇, 李鹏阳

(西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 710048, 西安)

摘要: 针对以往分形模型中忽略微凸体侧向接触和接触角度分布来源的问题,提出了一种考虑微凸体之间接触角分布的结合面接触刚度的侧接触分形模型。通过轮廓显微镜采集了接触表面的轮廓,采用三点峰方法将表面轮廓模型化,获得了相邻微凸体之间的水平距离及高度差的数据。利用功率谱密度法进行分析,发现相邻微凸体之间的水平距离和高度差均具有分形规律。根据所发现的分形规律,推导出两个微凸体相互接触时接触角的分布函数规律,然后采用分形理论建立了结合面的侧接触模型。基于这个模型,通过数值仿真,研究了分形参数、塑性指数、法向载荷系数及接触方式对结合面法向、切向接触刚度的影响。结果表明:无量纲切向接触刚度随着分形维数、塑性指数及法向载荷系数的增大而增大,随着无量纲分形尺度参数的增大而减小。对比有限元分析及模态试验的结果,发现二者最大相对误差为4.32%,相较LZT模型精度提高了46.8%,说明所提模型能够比较准确地预测结合面的接触刚度。

关键词: 侧接触;接触角分布;分形模型;接触刚度

中图分类号: TH113.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtub202312019 **文章编号:** 0253-987X(2023)12-0190-11

A Fractal Model for Lateral Contact of Joint Considering Contact Angle Distribution Between Asperities

WANG Shijun, LIU Xin, FAN Lingsong, CUI Shengqi, LI Pengyang

(School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: Aiming at the problem that the lateral contact and the source of contact angle distribution between asperities are ignored in the existing fractal models, a lateral fractal model of contact stiffness of joint considering the contact angle distribution between asperities was proposed. The profile of the contact surfaces was obtained by the profile microscope, and the surface profiles were modeled by the three-point peak method to obtain the data of the horizontal distance and height difference between adjacent asperities. The analysis results based on power spectral density method show that the horizontal distances and height differences between adjacent asperities have fractal laws. According to the discovered fractal law, the distribution function law of contact angle is derived when two asperities contact with each other, then the contact stiffness model of joint is established by the fractal theory. Based on this model, the effects of fractal parameters, plastic index, normal load coefficient, and contact mode on the normal and tangential contact

收稿日期: 2023-04-20。 作者简介: 王世军(1967—),男,副教授,硕士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52075439);陕西省区域创新能力引导计划资助项目(2022QFY01-01);西安市科技计划资助项目(2020KJRC0072)。

网络出版时间: 2023-07-25

网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms2/detail/61.1069.T.20230724.1808.006.html>

stiffness were studied through the numerical simulation. The results indicate that the dimensionless tangential contact stiffness increases with the fractal dimension, plastic index, and normal load coefficient, while decreases as the fractal scale parameter increases. Comparing the results of finite element analysis and modal experiment, it is found that the absolute value of the maximum relative error is 4.32%, and the accuracy is 46.80% higher than that of the LZT model, which illustrates that this model can accurately predict the contact stiffness of joint.

Keywords: lateral contact; contact angle distribution; fractal model; contact stiffness

机械结构中两个相互接触的表面称为结合面。宏观上是光滑平整的零件表面,微观上总是粗糙不平的。两个零件表面的接触,微观上都是两个粗糙表面的接触,接触性质并不是两个光滑表面的接触性质。结合面的形貌特征和材料特性决定了结合面的接触特性。如何从接触面的微观形貌入手构建准确的接触模型,对于研究结合面的接触特性^[1]乃至分析机械整机的静态和动态性能,都有重要意义。

在结合面的接触问题研究中,学者大多将结合面简化成粗糙表面和刚性平面的接触,相当于峰-峰接触,此时两微凸体的接触角度为 0°。双粗糙表面微观上微凸体之间除了正接触,大多为肩-肩接触,接触角度范围在 0°~90°之间^[2]。

针对侧接触问题,Sepehri 等^[3]将微凸体定义为椭球体,研究了倾斜接触力在法线和切线方向上的分量,建立了 SF 统计模型。Gorbatikh 等^[4]提出了一个接触角度分布函数,并用统计方法研究了微凸体之间的侧向接触性质,但是没有给出这个角度分布函数的理论依据。Misra 等^[5]通过引入一个方位函数来模拟接触角和各向异性表面,利用微力学模型来研究倾斜接触微凸体的滑动行为,并将剪切方向与法向的接触刚度耦合起来,建立了考虑接触方向分布和微滑移特性的侧接触统计模型。高志强等^[6]引入文献 [4] 的接触角度函数,建立了考虑微凸体斜接触和相互作用的结合面接触刚度及阻尼模型。Jamshidi 等^[7]根据微凸体接触时的穿透量来界定接触状态,同时对 Misra 的接触角度函数进行修正,由此建立了接触界面法向载荷与剪切力耦合的 HJ 模型。文献 [4-7] 在研究斜接触问题时虽然给出了接触角的分布函数,但对其分布规律的来源和依据没有明确说明。范凌松等^[8-9]研究了粗糙表面上相邻微凸体的水平距离,发现水平距离遵循高斯分布规律,建立了包含法向和切向接触特性的 FLS 模型,研究了相关轮廓统计参数及相互作用对结合面接触刚度的影响。

利用分形模型研究侧接触问题时,孙见君等^[10]根据微凸体斜接触时上下两轮廓的空间坐标与接触角的联系,建立了双粗糙面的侧接触分形模型,分析了表面形貌参数、接触压力对孔隙度和实际接触面积的影响,该模型采用的接触角函数是由空间几何关系获得,与水平距离无关。Zhang 等^[11]基于 MB 模型和侧接触理论建立了考虑接触角分布的 ZK 改进分形模型,该模型假定接触角的范围在 0°~45°之间,通过给定接触面积与接触角的函数关系来研究接触角对接触刚度的影响,该模型忽略了水平距离的存在,且假定的角度范围与实际不符。以上模型都未对接触角的理论来源加以研究。

本文基于分形理论研究粗糙表面上相邻微凸体之间的高度差和水平距离的分布规律,采用分形方法描述相邻微凸体之间的距离分布,结合相邻微凸体之间高度差的分形规律,遵循微凸体峰高与水平距离的统一性,得到粗糙表面上微凸体侧向接触时接触角的分布函数,同时考虑弹塑性边界条件的连续性及域扩展因子对真实接触面积的影响,以此为根据建立考虑微凸体水平距离和接触角分布的侧接触分形模型。通过仿真分析探究了相关接触参数对结合面接触刚度的影响。

1 微凸体中心水平距离分布规律

针对 45 钢磨削加工表面,利用 DCM3D 莱卡显微镜分别沿着轮廓水平方向按 1 μm 分辨率和高度方向上按 0.25 μm 分辨率进行采样,根据采样数据绘制的三维表面轮廓图如图 1 所示。

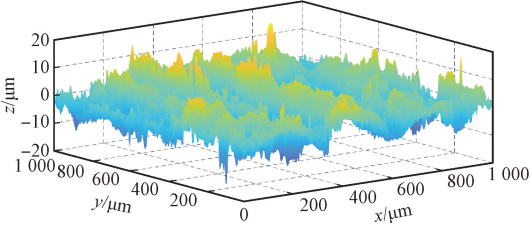


图 1 磨削表面三维轮廓
Fig. 1 3D profile of grinding surface

本文统一按“三点峰”的定义来获取一组轮廓上 n 个峰值点的水平坐标 x_i , i 取 $1 \sim n$, 以第 1 个峰为基准, 之后每个峰相对上一个峰的坐标差定义为水平距离 s_i , 同理把后续每个峰与前一个峰的高度差的绝对值定义为峰的高度差 h_i , 如图 2 所示。

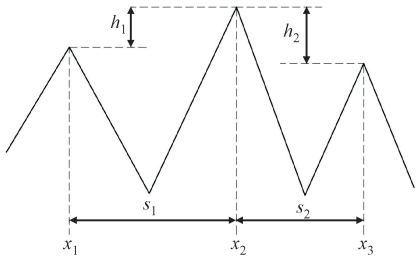


图 2 微凸体水平和峰高距离定义

Fig. 2 Definition of horizontal distance and peak height distance between asperities

针对磨削试样按照顺纹理方向提取多组断面的二维轮廓数据, 分别统计各组轮廓不同间隔下的水平距离数据, 拟合出的轮廓曲线如图 3 所示。

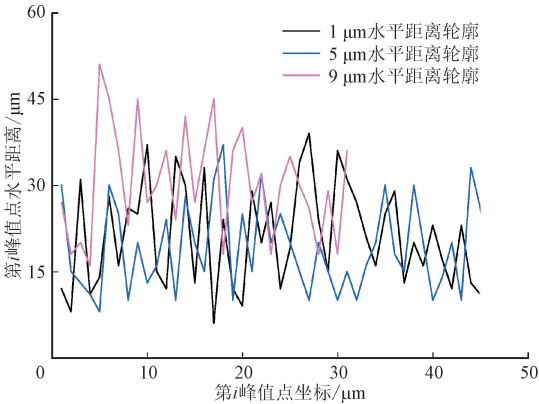


图 3 不同间隔水平距离轮廓

Fig. 3 Profiles of horizontal distance with different intervals

已有研究表明, 磨削加工得到的机械表面在微观结构上微凸体的接触类型主要为侧向接触^[10]。本文采用 PSD 法来获取上述轮廓的分形参数, 首先

利用 MATLAB 编写程序, 得到对数坐标下的功率谱密度函数, 利用最小二乘法线性拟合求出其分形参数, 从而验证水平距离是否具有分形规律。

对文献 [12] 中的 PSD 函数左右各取对数

$$\ln P(\omega) = (2D - 5) \ln \omega + (2D - 2) \ln G - \ln(2 \ln \gamma) \tag{1}$$

式中: D 为分形维数; G 为分形尺度参数; ω 为空间截止频率; γ 为尺度参数, 通常取 1.5。PSD 曲线斜率为 $2D - 5$, 截距为 $(2D - 2) \ln G - \ln(2 \ln \gamma)$ 。按照该方法对图 3 中的水平距离轮廓数据进行计算。间隔 $1 \mu\text{m}$ 下水平距离轮廓的 PSD 曲线和最小二乘法拟合的曲线如图 4 所示。

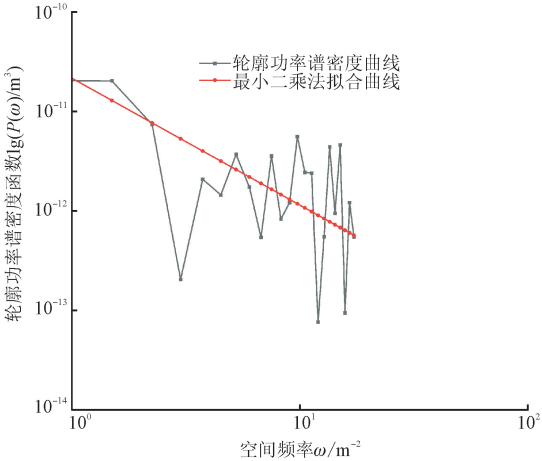


图 4 $1 \mu\text{m}$ 间隔水平距离功率谱密度曲线

Fig. 4 The PSD curve of horizontal distance with $1 \mu\text{m}$ intervals

按照相同方法分析相邻微凸体峰的高度差轮廓, 峰的高度差满足分形规律。根据三点峰两组表面轮廓数据计算得到的分形参数如表 1 所示, 分析表 1 中数据可以看出, 不同采样间隔下三点峰水平轮廓和峰的高度差轮廓的斜率 k 在 $[-3, -1]$ 之间^[13], 证明本文按三点峰定义的两种轮廓满足分形规律, 因此可以利用二者的分形规律建立法向和切向刚度模型。

表 1 轮廓分形参数统计

Table 1 Statistics of fractal parameter of horizontal profile

采样间隔/ μm	分形参数	表面 1		表面 2	
		水平距离/ μm	峰的高度差/ μm	水平距离/ μm	峰的高度差/ μm
1	D	1.861 0	1.857 4	1.856 3	1.873 9
	G	$2.975\ 3 \times 10^{-15}$	$1.018\ 4 \times 10^{-16}$	$2.215\ 9 \times 10^{-15}$	$2.200\ 0 \times 10^{-16}$
5	D	1.850 8	1.8051	1.848 9	1.905 3
	G	$2.255\ 3 \times 10^{-15}$	$9.518\ 2 \times 10^{-18}$	3.396×10^{-15}	$9.620\ 4 \times 10^{-16}$
9	D	1.799 2	1.884 0	1.763 7	1.780 2
	G	$2.351\ 5 \times 10^{-16}$	$3.176\ 0 \times 10^{-16}$	$6.394\ 1 \times 10^{-17}$	$2.755\ 6 \times 10^{-18}$

2 单对微凸体侧接触模型

微凸体在法向力 P 和切向力 T 作用下发生侧接触时,其接触过程如图 5 所示, S 、 R 分别为微凸体的高度、曲率半径,下标 1、2 代表上、下两微凸体,下标 n 、 τ 代表法线和切线方向,结合面的平均间距用 d 表示,微凸体中心水平距离和接触角度分别用 r 、 θ 表示。在 $Z'OX'$ 坐标系中,法向接触力 P 沿上下微凸体接触面的法线和切线方向可分解为 P_n 、 P_τ ,同理切向力 T 可分解为 T_n 、 T_τ ,上下微凸体在 Z' 轴方向的形变量为 ω_z , X' 轴方向位移量为 $\zeta_{x'}$ 。在 ZOX 坐标系中, Z 轴方向变形为 ω_z , X 轴方向位移为 ζ 。

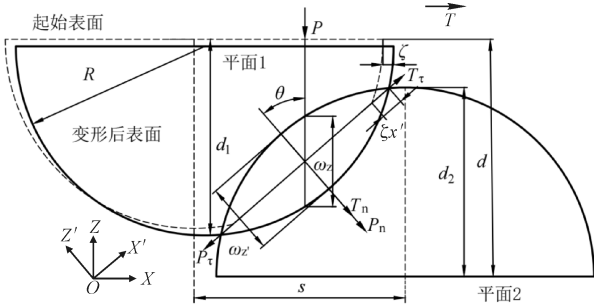


图 5 微凸体肩对肩接触

Fig. 5 The shoulder-shoulder contact of asperity

单对微凸体在发生侧接触时存在以下几何关系

$$\sin\theta = (1 + R_s^2/r^2)^{-1/2} \quad (2)$$

$$\cos\theta = (1 + r^2/R_s^2)^{-1/2} \quad (3)$$

$$\delta = S_1 + S_2 - d - r^2/2R_s \quad (4)$$

式中 $R_s = R_1 + R_2$ [14]。

根据侧接触受力关系可得

$$P = P_z \cos\theta - T_{x'} \sin\theta \quad (5)$$

$$T = P_z \sin\theta + T_{x'} \cos\theta \quad (6)$$

式中: $P_z = T_{x'} \tan(\alpha + \theta)$, 其中 P_z 、 $T_{x'}$ 分别代表 Z' 、 X' 方向所受的合力。

2.1 弹性接触变形阶段

单对微凸体发生侧接触时,实质上为两个半球体在侧臂上的接触,此时两球体存在一个接触角 θ , 定义单对微凸体接触时 Z' 方向上的变形量为 ω_z , 由 Weierstrass-Mandelbrot 分形函数可得单个微凸体的变形及等效曲率半径 [15]

$$\omega_z = 2G^{D-1} (\ln\gamma)^{0.5} (2r')^{2-D} \quad (7)$$

$$R = r'^D / [2^{4-D} G^{D-1} (\ln\gamma)^{0.5}] \quad (8)$$

式中: r' 为微凸体的截断半径。

根据图中几何关系可以得到微凸体在 Z' 方向上的变形

$$\omega_z' = \omega_z \cos\theta + \zeta \sin\theta \quad (9)$$

当微凸体达到临界变形接触状态时,在 Z' 方向上变形量为 [16]

$$\delta_{zec} = (\pi KH/2E)^2 R \quad (10)$$

式中: $E^{-1} = (1 - \nu_1^2) E_1^{-1} + (1 - \nu_2^2) E_2^{-1}$; E_1 、 E_2 和 ν_1 、 ν_2 分别为弹性模量和泊松比; $K = 0.454 + 0.41\nu$ [17] 为硬度系数; H 为两材料较软一方的硬度。

联立式(7)、(8)和(10)可得微凸体在 Z' 方向上的临界接触面积

$$a_c = (2^{(9-2D)} \pi^{(D-3)} \ln\gamma (EG^{D-1}/KH)^2)^{\frac{1}{D-1}} \quad (11)$$

微接触点的截面积 a 的面积分布函数 [18] 为

$$n(a) = 0.5D\psi^{1-0.5D} a_l^{0.5D} a^{-(1+0.5D)} \quad (12)$$

式中: a_l 为最大微接触点的截断面积; ψ 为与分形维数 D 有关的域扩展因子,且近似满足 $\psi = 1.549D^{-1.253} + 1.069$ 。

当微凸体在 Z' 方向上变形量 $\omega_z' < \omega_{zec}$ 时,此时微凸体为完全弹性接触状态,依据赫兹接触理论及文献 [19],可得微凸体弹性接触阶段的法向合力,切向合力与变形量 ω_z' 关系 [19] 如下

$$p_e = 4ER^{1/2} b^{3/2} c_1/3 \quad (13)$$

$$t_e = 4ER^{1/2} b^{3/2} c_2/3 \quad (14)$$

$$b = \omega_z \cos\theta + \zeta \sin\theta \quad (15)$$

$$c_1 = [\cos\theta - \sin\theta/\tan(\theta + \alpha)] \quad (16)$$

$$c_2 = [\sin\theta + \cos\theta/\tan(\theta + \alpha)] \quad (17)$$

弹性阶段,两微凸体之间的法向接触刚度

$$k_{ne} = dp_e/d\omega = 2ER^{0.5} b^{0.5} c_1 \cos\theta \quad (18)$$

切向接触刚度为

$$k_{te} = dt_e/d\zeta = 2ER^{0.5} b^{0.5} c_2 \sin\theta \quad (19)$$

2.2 弹塑性变形阶段

上下微凸体发生侧接触时在弹塑性阶段的临界变形范围为 $\omega_{zec} \leq \omega_z' \leq 110\omega_{zec}$ 。根据文献 [20],在 ZOX 坐标系中,微凸体在弹塑性区法向合力、切向合力与变形量 ω_z' 之间的关系分别为

$$p_{ep} = \frac{2}{3} KH \pi R \omega_{zec}^{(1-m)} b^m c_1 \quad (20)$$

$$t_{ep} = \frac{2}{3} KH \pi R \omega_{zec}^{(1-m)} b^m c_2 \quad (21)$$

在 ZOX 坐标系中,微凸体的法向接触刚度、切向接触刚度可表示为

$$k_{nep} = \frac{dp_{ep}}{d\omega} = \frac{2mKH\pi Rc_1}{3\omega_{zec}^{(m-1)} b^{(1-m)}} \cos\theta \quad (22)$$

$$k_{tep} = \frac{dt_{ep}}{d\zeta} = \frac{2mKH\pi Rc_2}{3\omega_{zec}^{(m-1)} b^{(1-m)}} \sin\theta \quad (23)$$

式中: $m = \ln(330/K)/\ln(110)$ 。

2.3 塑性变形阶段

当微凸体在 Z' 方向上变形量 $\omega_{Z'} \geq 110\omega_{Zec}$ 时,微凸体进入完全塑性接触状态,此时微凸体的平均接触载荷与两接触材料中较软一方的硬度相等。完全塑性变形阶段 Z 方向上的法向合力与变形量 $\omega_{Z'}$ 的关系^[21]如下

$$p_p = 2\pi HRbc_1 \quad (24)$$

此时法向接触刚度

$$k_{np} = \frac{dp_p}{d\omega} = 2\pi HRc_1 \cos\theta \quad (25)$$

3 结合面的接触刚度分形模型

由于水平距离和峰的高度差都具有分形规律,因此可用 W-M 函数来表征相邻微凸体的轮廓

$$H(x_h) = G_h^{(D_h-1)} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{\cos(2\pi\gamma^n x_h)}{\gamma^{(2-D_h)n}} \quad (26)$$

$$S(x_s) = G_s^{(D_s-1)} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{\cos(2\pi\gamma^n x_s)}{\gamma^{(2-D_s)n}} \quad (27)$$

式中: $D_{h,s}$ 、 $G_{h,s}$ 分别为分形维数、分形尺度参数; γ^n 为表征粗糙表面的频谱; n 为频率指数; x_s 为水平距离; x_h 为峰-峰相对距离。

在坐标系中,接触角 θ 与两个轮廓的正切值有关,因此接触角的分布函数为

$$\theta(x_s, x_h) = \arctan[H(x_h)/S(x_s)] \quad (28)$$

根据接触角几何关系及式(28)可得微凸体接触角的概率密度函数

$$f(\theta) = \frac{\pi L - 1.5L + 2.53 + 2[-1.35 \arctan^2(1.85\theta)]}{3\pi L} \quad (29)$$

式中: θ 为肩对肩接触角,范围为 $0^\circ \sim 90^\circ$; L 为接触表面加载次数。

根据式(29)拟合出分布函数曲线,分布规律如图6所示,可以发现:接触角度函数值随着接触角 θ 的增加而减小;随着加载次数增加,接触面逐渐压平,接触角度函数值变化逐渐缓慢。

微凸体发生弹性、弹塑性和全塑性变形的3个区域面积之和构成了结合面的真实接触面积^[20]

$$A_r = \int_{a_c}^{a_{\max}} a_c n(a) da + \int_{a_c}^{a_c} a_{ep} n(a) da + \int_0^{a_c} a_p n(a) da \quad (30)$$

将式(12)代入式(30),可得

$$a_{\max} = A_r(2-D)A_r/[D\psi^{(1-0.5D)}] \quad (31)$$

根据文献[21]及式(7)、(8)、(10)、(12)和(31),结合面无量纲法向接触载荷 P^* 可表示为

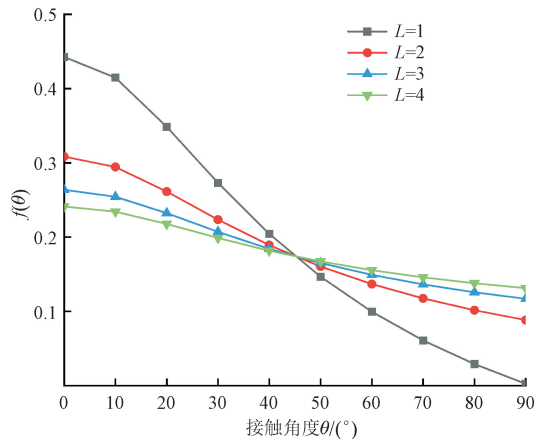


图6 侧接触角度分布规律

Fig. 6 The distribution law of lateral contact angle

$$\begin{aligned} P^* &= P_e^* + P_{ep}^* + P_p^* = \\ &\int_0^{0.5\pi} \int_{a_c}^{a_{\max}} \frac{2^{(3,5-D)} D\pi^{(D-3)/2} \psi^{[D(D-4)+4]/4}}{3G^{*(1-D)} (\ln\gamma)^{-0.5}} \cdot \\ &\left(\frac{2-D}{D}\right)^{0.5D} A_r^{*0.5D} a^{(0,5-D)} c_1 f(\theta) da d\theta + \\ &\int_0^{0.5\pi} \int_{a_c}^{a_c} \frac{2^{(9-2D)m+(2D-10)} D(2.8K\varphi)^{(3-2m)}}{3G^{*(1-D)(2m-2)} (\ln\gamma)^{(1-m)} \pi^{(D-3)(1-m)}} \cdot \\ &\psi^{\frac{D(D-4)+4}{4}} \left(\frac{2-D}{D}\right)^{0.5D} A_r^{*0.5D} a^{[(0.5D-1)+(1-D)m]} c_1 \cdot \\ &f(\theta) da d\theta + \int_0^{0.5\pi} \int_0^{a_c} \frac{2.8\varphi Dc_1 \psi^{[D(D-4)+4]/4}}{2a^{(0.5D)} A_r^{*-0.5D}} \cdot \\ &((2-D)/D)^{0.5D} f(\theta) da d\theta \end{aligned} \quad (32)$$

无量纲切向接触载荷 T^* 为

$$\begin{aligned} T^* &= T_e^* + T_{ep}^* = \int_0^{0.5\pi} \int_{a_c}^{a_{\max}} \frac{2^{(3,5-D)} D\pi^{(D-3)/2} \psi^{[D(D-4)+4]/4} A_r^{*0.5D} c_2 f(\theta)}{3G^{*(1-D)} (\ln\gamma)^{-0.5} a^{(D-0.5)} [(2-D)/D]^{-0.5D}} da d\theta + \\ &\int_0^{0.5\pi} \int_{a_c}^{a_c} \frac{2^{(9-2D)m+(2D-10)} D(2.8K\varphi)^{(3-2m)}}{3G^{*(1-D)(2m-2)} (\ln\gamma)^{(1-m)}} \cdot \\ &\pi^{(D-3)(m-1)} \psi^{\frac{D(D-4)+4}{4}} [(2-D)/D]^{0.5D} A_r^{*0.5D} \cdot \\ &a^{[(0.5D-1)+(1-D)m]} c_2 f(\theta) da d\theta \end{aligned} \quad (33)$$

无量纲法向接触刚度 K_n^* 为

$$\begin{aligned} K_n^* &= K_{ne}^* + K_{nep}^* = \\ &\int_0^{0.5\pi} \int_{a_c}^{a_{\max}} \frac{D\psi^{[D(D-4)+4]/4}}{(2\pi)^{0.5}} \left(\frac{2-D}{D}\right)^{0.5D} \cdot \\ &A_r^{*0.5D} a^{(-0.5-0.5D)} \cos\theta c_1 f(\theta) da d\theta + \\ &\int_0^{0.5\pi} \int_{a_c}^{a_c} \frac{m2^{(9-2D)m+(3D-13)} (2.8K\varphi)^{(3-2m)}}{3G^{*(1-D)(2m-3)} (\ln\gamma)^{(1.5-m)}} \cdot \\ &\pi^{[(4-1.5D)+m(D-3)]} \psi^{\frac{D(D-4)+4}{4}} \left(\frac{2-D}{D}\right)^{0.5D} \cdot \\ &DA_r^{*0.5D} a^{[(D-2)+(1-D)m]} c_1 \cos\theta f(\theta) da d\theta \end{aligned} \quad (34)$$

无量纲法向接触刚度 K_r^* 为

$$K_{\tau}^* = K_{\tau e}^* + K_{\tau ep}^* =$$
$$\int_0^{0.5\pi} \int_{a_c}^{a_{\max}} \frac{D\psi^{[D(D-4)+4]/4}}{(2\pi)^{0.5}} \left(\frac{2-D}{D}\right)^{0.5D} \cdot$$
$$A_r^{*0.5D} a^{(-0.5-0.5D)} c_2 \sin\theta f(\theta) da d\theta +$$
$$\int_0^{0.5\pi} \int_{a_c}^{a_{\max}} \frac{m2^{[(9-2D)m+(3D-13)]}}{3G^{*(1-D)(2m-3)}} \frac{(2.8K\varphi)^{(3-2m)}}{(\ln\gamma)^{(1.5-m)}} \cdot$$
$$\pi^{[(4-1.5D)+m(D-3)]} \psi^{\frac{D(D-4)+4}{4}} \left(\frac{2-D}{D}\right)^{0.5D} \cdot$$
$$DA_r^{*0.5D} a^{[(D-2)+(1-D)m]} c_2 \sin\theta f(\theta) da d\theta \quad (35)$$

式中: $P^*=P/E A_a$; $G^*=G/\sqrt{A_a}$; $a_c^*=a_c/A_a$; $A_r^*=A_r/A_a$; $\varphi=Y/E$ 。

4 结果与分析

根据式(32)~(35)可知, P^* 、 T^* 、 K_n^* 、 K_{τ}^* 与 D 、 G^* 、 A_r^* 、 φ 和 $h=P/T$ 之间存在函数关系,设定本文模型相关参数取值: $D=1.1\sim 1.9$, $v=0.29$, $G^*=10^{-10}\sim 10^{-7}$, $A_r^*=0\sim 0.15$, $\varphi=0.7\sim 2.5$, $h=2\sim 50$,本文所选材料均为45钢,两材料参数一致,其中弹性模量 $E=207\text{ GPa}$,材料硬度 $H=432\text{ MPa}$,泊松比 $v=0.28$,材料屈服强度 $\sigma_s=355\text{ MPa}$,利用MATLAB对式(32)~(35)编程,调整对应参数求解结合面的载荷和刚度值,对计算结果进行拟合,仿真结果如图7~11所示。

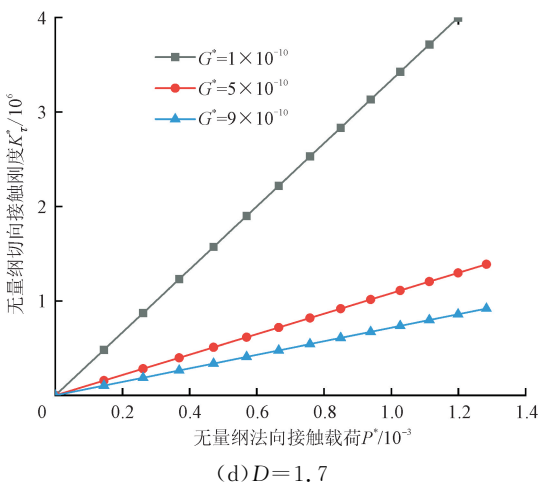
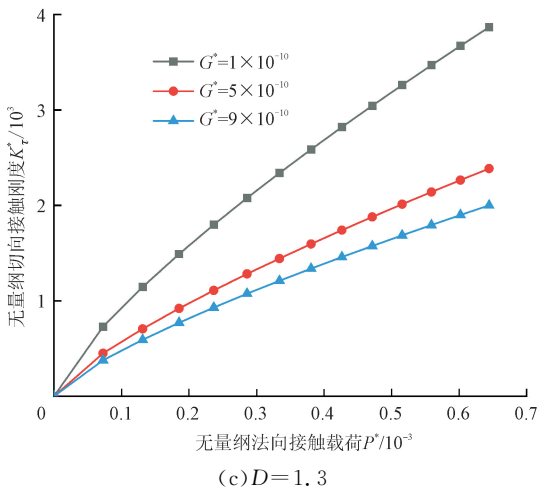
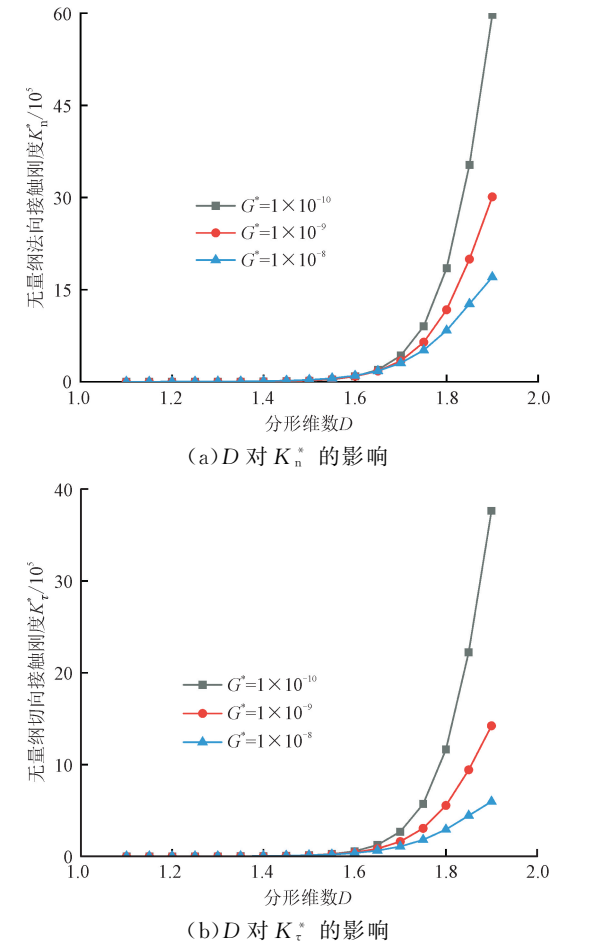


图 7 分形参数对接触刚度的影响
Fig. 7 The influence of fractal parameters on contact stiffness

对上述仿真曲线进行分析可得如下结果。
(1)接触参数的影响。由图 7 可以看出,无量纲法向和切向接触刚度均随着 D 的增加而增大,随

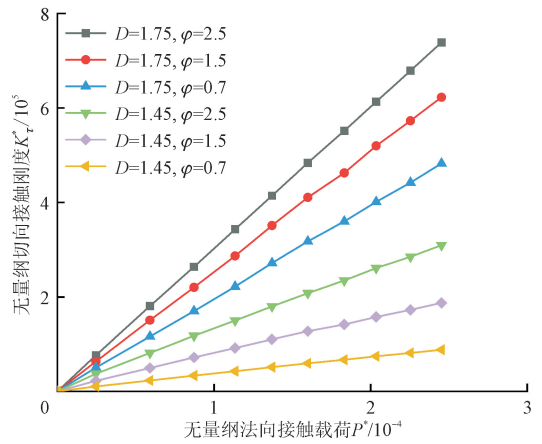


Fig. 8 The influence of material parameters on tangential contact stiffness

着 G^* 的增大而减小。由图 7(c)、(d) 可知,随着 D 的增加,无量纲切向接触刚度 K_t^* 与分形维数 D 表现为近似线性的趋势。上述现象可用临界接触面积来解释,增加结合面法向接触载荷, D 的增加会使表面微凸体数量增多,使得临界接触面积变小,此时弹性接触部分占比增加,从而法向和切向接触刚度会提高。而 G^* 越大结合面越粗糙,此时弹性接触区域的面积占比逐渐减少,即较小的 G^* 有利于提高结合面的切向接触刚度。

(2) 材料参数的影响。图 8 为改变分形维数 D 和塑性指数 φ 得到的仿真结果,无量纲接触刚度 K_t^* 随着无量纲法向载荷 P^* 的增大而增大,给定一法向载荷, K_t^* 随着塑性指数 φ 的增大逐渐增大,这一趋势与文献 [20] 一致。这是因为塑性指数与材料的屈服强度有关,根据式 (11) 可知 φ 越大, a_c^* 越小,结合面接触刚度随着弹性接触部分的比重增大而增大。

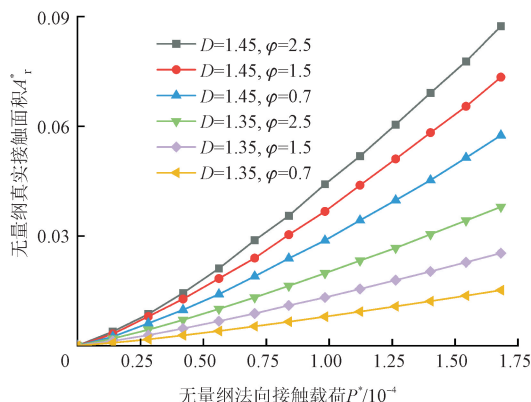


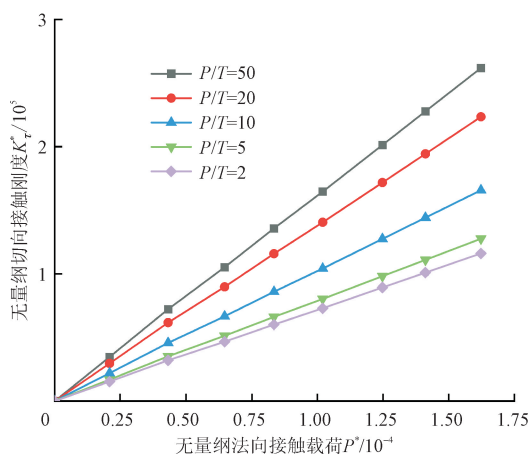
图 9 接触参数对真实接触面积的影响

Fig. 9 The influence of contact parameters on real contact area

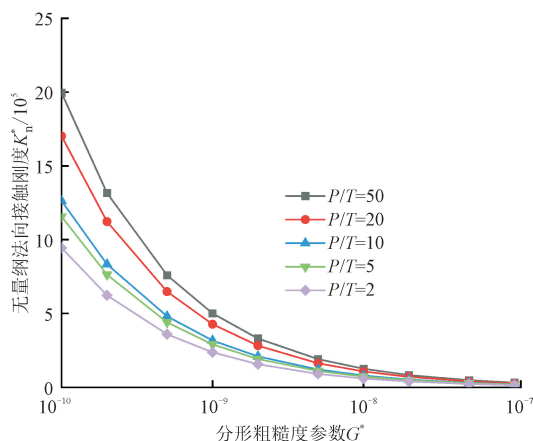
(3) 接触参数对真实接触面积的影响。真实接触面积随法向载荷的变化曲线如图 9 所示,可知 D 、塑性指数 φ 的增大会使真实接触面积不断变大, D 越大,表面轮廓越趋近于光滑,而 φ 越大微凸体越不易发生塑性变形,从而使临界的接触面积不断变小,而真实接触面积的占比不断变大。因此,改善分形维数和塑性指数有助于提高真实接触面积。

(4) 法向载荷系数的影响。图 10 为结合面接触刚度与法向载荷系数的变化关系。 h 分别取 2 ~ 50 时,无量纲法向和切向接触刚度均随着法向载荷系数 h 的增大而增大,随着分形尺度参数 G^* 的增大而减小。固定分形尺度参数 G^* 时,保持结合面法向载

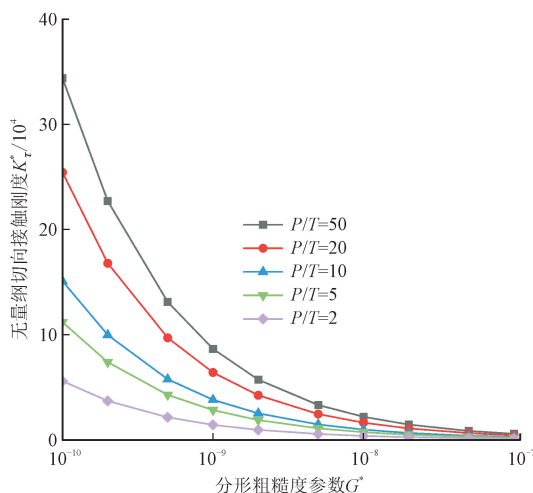
荷 P 不变, h 的增大意味着结合面切向接触载荷 T 减小,则接触面抵抗切向变形的能力增强,从而结合面法向和切向接触刚度都会增大。



(a) K_t^* 与 h 的变化曲线



(b) G^* 和 h 对 K_n^* 的影响



(c) G^* 和 h 对 K_t^* 的影响

图 10 法向载荷系数对接触刚度的影响

Fig. 10 The influence of normal load coefficient on contact stiffness

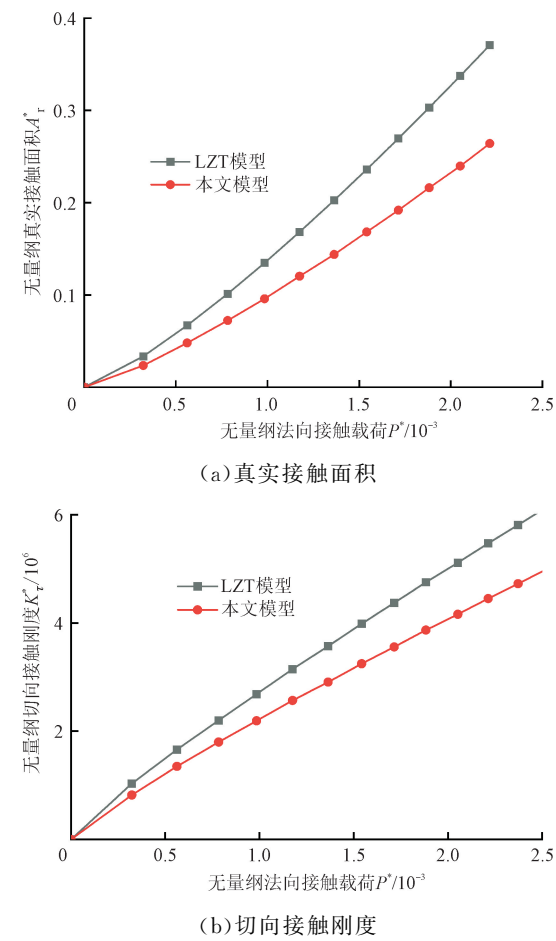


图 11 两个分形模型的对比
Fig. 11 Comparison for two fractal models

(5)接触方式的影响。图 11 为两种模型的接触刚度和真实面积随法向载荷变化的曲线。其中 LZT 模型^[16]的接触类型为正接触,本文模型则考虑了侧接触,给定相同的无量纲法向载荷,新模型的接触刚度和真实接触面积小于 LZT 模型,根据图 6 及文献 [6]的研究可知,正接触的接触角度函数值相比侧接触较大,而 LZT 模型忽略了侧接触的影响,导致该模型的刚度偏高。

5 有限元仿真与试验验证

采用文献 [9]的试验装置来验证本文提出的侧接触分形模型,结合部由两半环及螺栓构成,半环材料均为 45 钢,半环接触面为磨削表面,两材料的厚度和半径分别为 35、275 mm,表面经丙酮清洗,其他材料参数如表 2 所示。

截取部分二维轮廓数据,经过 PSD 功率谱计算可得 $D=1.425,G=2.928\times10^{-10}$ m,半环联结面上每个螺栓能承受的最大拧紧力矩为 80 N·m。本文

采用锤击法获得整环试验装置的振型和固有频率,同时建立整机的有限元接触模型并进行模态分析,综合比较试验与有限元模型的结果。

表 2 整环材料参数
Table 2 Material parameters of the rings

参数	数值
密度/(kg·m ⁻³)	7 850
弹性模量/GPa	207
屈服强度/MPa	355
硬度/MPa	432
泊松比 ν	0.28

由于包含结合部的机械结构的接触刚度具有非线性的特征,因此需要将包含接触的非线性模型线性化,再通过有限元模态分析进行线性化求解,具体过程如下^[21]:基于虚拟材料法建立整环有限元接触模型;通过静力分析获得接触层在工作静载荷下的刚度;如果整环工作时的载荷波动远小于静载荷,可认为整环在工作时接触层的刚度保持不变,即用静力分析获得的接触层刚度建立整环的线性模型,将非线性模型线性化;通过整环线性模型的模态分析获得结合部的振型及固有频率。

依据式(34)、(35)及 LZT 模型计算的法向、切向接触刚度数据可得虚拟材料层的非线性接触参数,试样和整环有限元模型的材料参数一致。采用 APDL 语言将虚拟接触层的材料参数^[22]、非线性接触参数写入整环有限元接触模型,整环模型共使用 80 798 个 SOLID185 单元,其中结合部虚拟接触层单元有 1 858 个,厚度为 1 mm^[23],如图 12 所示。

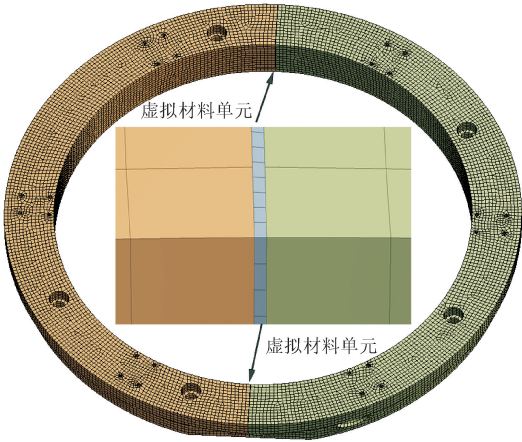


图 12 整环有限元模型
Fig. 12 Finite element model of the rings

对上述有限元接触模型进行静力分析可以求得虚拟接触层在静载荷下的接触刚度,再利用 APDL 语言将虚拟接触层刚度代入模态分析,可得各阶固有频率及振型^[22-27]。本文计算了法向面压为 0.6 MPa 时本文模型与 LZT 模型^[16]的有限元模态,图 13 为本文的试验与有限元前 3 阶振型汇总,表 3 为 3 种模型不同面压下的模态分析结果。

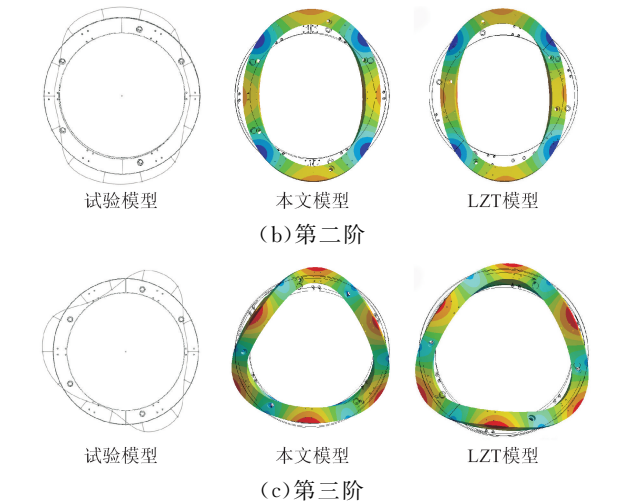
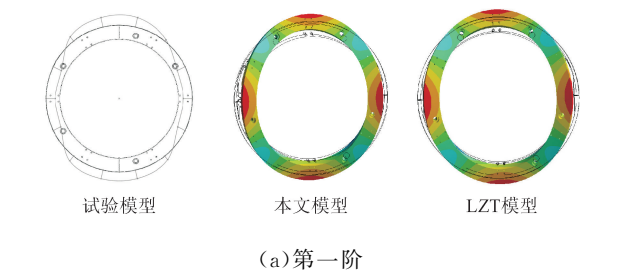


图 13 试验及有限元前三阶振型对比
Fig. 13 Comparison of first three vibration shapes of test and finite element

表 3 试验及有限元模型模态结果对比
Table 3 Comparison of modal results from test and finite element model

不同面压/MPa	阶数	固有频率/Hz			相对误差/%	
		试验模型	LZT 模型	本文模型	LZT 模型	本文模型
0.6	1	237.2	249.7	232.4	5.27	-2.01
	2	330.8	352.4	326.4	6.53	-1.33
	3	916.3	945.7	906.7	3.21	-1.05
1.0	1	252.6	273.1	263.5	8.12	4.32
	2	369.4	388.1	375.9	5.06	1.76
	3	979.1	1013.7	992.5	3.53	1.37
2.0	1	288.5	276.7	281.5	-4.09	-2.42
	2	411.2	391.7	392.9	-4.74	-3.71
	3	1 026.6	1 017.3	996.1	-0.91	-2.97

由表 3 可知 LZT 模型的最大相对误差绝对值为 8.12%,而本文模型为 4.32%,与 LZT 模型相比精度提高了 46.80%。利用本文研究的接触角分布函数及侧接触建模方法来计算有限元模型的固有频率和振型,与试验结果相比误差最小,本文模型的精度得到了验证。

6 结 论

- (1)磨削表面微凸体大多为肩并肩的侧接触,本文对三点峰水平距离和峰的高度差进行定义,经过分析发现,二者近似满足分形规律,首次建立了考虑微凸体水平距离分布的结合面接触刚度分形模型。
- (2)本文构造了微凸体水平距离和峰的高度差的分布函数,根据侧接触相对关系确定了接触角 θ

的分布函数,与 Gorbatikh 模型的角度分布函数趋势相同,接触角 θ 和加载次数是影响接触角度分布规律的主要原因。

(3)本文建立的有限元模型与试验结果最大相对误差绝对值为 4.32%,说明考虑侧接触水平距离及接触角影响的接触刚度分形模型更加贴近磨削结合面的真实接触特性,可为研究侧接触问题提供新的思路。

参考文献:

[1] ZHANG G P, HUANG Y M, SHI W H, et al. Predicting dynamic behaviours of a whole machine tool structure based on computer-aided engineering [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, 43(7): 699-706.

- [2] AMINI SARABI M, HOSSEINI TEHRANI P. A new combined model for considering the plasticity effects in contacting asperities [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 2020: 4640204.
- [3] SEPEHRI A, FARHANG K. On elastic interaction of nominally flat rough surfaces [J]. *Journal of Tribology*, 2008, 130(1): 011014.
- [4] GORBATIKH L, POPOVA M. Modeling of a locking mechanism between two rough surfaces under cyclic loading [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2006, 48(9): 1014-1020.
- [5] MISRA A, HUANG Shiping. Effect of loading induced anisotropy on the shear behavior of rough interfaces [J]. *Tribology International*, 2011, 44(5): 627-634.
- [6] 高志强. 机械结合面接触刚度及阻尼的理论模型研究 [D]. 西安: 西安理工大学, 2018.
- [7] JAMSHIDI H, AHMADIAN H. A modified rough interface model considering shear and normal elastic deformation couplings [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2020, 203: 57-72.
- [8] WANG Shijun, FAN Lingsong, WU Jingwei, et al. A side contact model of joint considering the horizontal distance distribution between asperities [J]. *Journal of Tribology*, 2022, 144(10): 101501.
- [9] 范凌松, 王世军, 吴敬伟, 等. 考虑微凸体水平距离分布及相互作用的结合面法向接触刚度建模 [J]. *机械工程学报*, 2022, 58(21): 201-214.
FAN Lingsong, WANG Shijun, WU Jingwei, et al. Modeling of normal contact stiffness of joint considering the horizontal distance distribution and interaction between asperities [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(21): 201-214.
- [10] YU Qiuping, SUN Jianjun, JI Zhengbo. Mechanics analysis of rough surface based on shoulder-shoulder contact [J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(17): 8048.
- [11] ZHANG Kai, LI Guoxi, GONG Jingzhong, et al. Normal contact stiffness of rough surfaces considering oblique asperity contact [J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2019, 11(1): 1687814018824471.
- [12] SHEN Jingfang, GONG Yuqi, MENG Hang, et al. The fractal characterization of mechanical surface profile based on power spectral density and Monte-Carlo method [C]//2018 4th International Conference on Energy Materials and Environment Engineering. Paris, France: EDP Sciences, 2018: 04013.
- [13] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces [J]. *Journal of Tribology*, 1990, 112(2): 205-216.
- [14] 朱林波, 庄艳, 洪军, 等. 一种考虑侧接触的微凸体弹塑性接触力学模型 [J]. *西安交通大学学报*, 2013, 47(11): 48-52, 104.
ZHU Linbo, ZHUANG Yan, HONG Jun, et al. Elastic-plastic model for contact of two asperities considering shoulder-shoulder contact [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2013, 47(11): 48-52, 104.
- [15] LIU Wenwei, YANG Jiajun, XI Neng, et al. A study of normal dynamic parameter models of joint interfaces based on fractal theory [J]. *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, 2015, 9(5): JAMDSM0070.
- [16] 李志涛, 王世军, 韩子锐, 等. 应用改进分形理论及连续变形理论的机械结合面切向刚度建模 [J]. *西安交通大学学报*, 2020, 54(6): 107-114.
LI Zhitao, WANG Shijun, HAN Zirui, et al. Modeling of tangential stiffness of mechanical joint surface using improved fractal theory and continuous deformation theory [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2020, 54(6): 107-114.
- [17] ZHAO J H, NAGAO S, ZHANG Z L. Loading and unloading of a spherical contact: from elastic to elastic-perfectly plastic materials [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2012, 56(1): 70-76.
- [18] YU Xin, SUN Yunyun, ZHAO Deng, et al. A revised contact stiffness model of rough curved surfaces based on the length scale [J]. *Tribology International*, 2021, 164: 107206.
- [19] 张学良, 陈永会, 温淑花, 等. 考虑弹塑性变形机制的结合面法向接触刚度建模 [J]. *振动工程学报*, 2015, 28(1): 91-99.
ZHANG Xueliang, CHEN Yonghui, WEN Shuhua, et al. The model of normal contact stiffness of joint interfaces incorporating elastoplastic deformation mechanism [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2015, 28(1): 91-99.
- [20] LAN Guosheng, SUN Wan, ZHANG Xueliang, et al. A three-dimensional fractal model of the normal contact characteristics of two contacting rough surfaces [J]. *AIP Advances*, 2021, 11(5): 055023.
- [21] 王世军, 刘鑫, 吴敬伟, 等. 基于混合润滑的结合面法向接触刚度建模 [J]. *西安理工大学学报*, 2023, 39(1): 47-59.
WANG Shijun, LIU Xin, WU Jingwei, et al. Modeling on normal contact stiffness of interfaces based on mixed lubrication [J]. *Journal of Xi'an University of*

- Technology, 2023, 39(1): 47-59.
- [22] 赵金娟, 王世军, 杨超, 等. 基于横观各向同性假定的固定结合部本构关系及有限元模型 [J]. 中国机械工程, 2016, 27(8): 1007-1011.
- ZHAO Jinjuan, WANG Shijun, YANG Chao, et al. A constitutive law based on transverse isotropic hypothesis and finite element model of fixed joints [J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(8): 1007-1011.
- [23] 田红亮, 刘芙蓉, 方子帆, 等. 引入各向同性虚拟材料的固定结合部模型 [J]. 振动工程学报, 2013, 26(4): 561-573.
- TIAN Hongliang, LIU Furong, FANG Zifan, et al. Immovable joint surface's model using isotropic virtual material [J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(4): 561-573.
- [24] 王世军, 赵金娟. 机械工程中的有限元方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2019: 239-241.
- [25] 张学良, 范世荣, 温淑花, 等. 基于等效横观各向同性虚拟材料的固定结合部建模方法 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(15): 141-147.
- ZHANG Xueliang, FAN Shirong, WEN Shuhua, et al. Modeling method of fixed joint interfaces based on equivalent transversely isotropic virtual material [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(15): 141-147.
- [26] FANG Bing, YE Junfeng, YE Dapeng, et al. An improved static stiffness analysis model for machine tools based on virtual material method [J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2020, 42(7): 357.
- [27] SHI Kun, ZHANG Guangpeng, SHI Junping, et al. Equivalent characteristic model of a rough contact interface based on virtual material method [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2022, 14(9): 16878132221125073.

(编辑 赵炜)