融合扩张状态观测器的微型磁螺旋机器人航向自适应路径跟踪控制

刁建华[1]，范增华[1]，王鹤凤[1]，荣伟彬[2]，王乐锋[2]，张坤[1]
（1. 山东理工大学机械工程学院，255049，山东淄博；
2. 哈尔滨工业大学机器人技术与系统全国重点实验室，150000，哈尔滨）

摘要：为解决微型磁螺旋机器人在低雷诺数液体环境中受路径几何复杂性与参数不确定性导致鲁棒性不足的问题，提出一种基于扩张状态观测器（ESO）的微型机器人航向自适应路径跟踪控制方法。首先，设计一种锥形尾的微型磁螺旋机器人，基于阻力理论，建立微型机器人动力学模型，揭示推进力、阻力与系统扰动对微型机器人运动速度的影响。然后，建立ESO与自适应航向控制器（AHC）协同控制的自适应路径跟踪控制器（APTC），通过ESO对系统进行扰动估计与偏差监测，AHC根据估计的扰动和偏差进行自适应航向调节，通过前馈补偿优化路径跟踪精度。最后，构建磁驱动控制系统，通过不同路径跟踪实验对比分析APTC的控制性能。实验结果表明：在V形、U形和O形路径下，APTC相较于模型预测控制（MPC），其平均绝对误差降低了3.6%～10.8%，均方根误差降低了3.4%～7.7%；在迷宫路径跟踪实验中，平均绝对误差与均方根误差分别降至187、230 μm。研究结果表明，APTC能够应对低雷诺数液体环境的复杂路径跟踪的误差积累，提升微型机器人路径跟踪的精度与鲁棒性。

关键词：微型磁螺旋机器人；航向自适应；扩张状态观测器；前馈补偿；路径跟踪
中图分类号：TP242.2 **文献标志码**：A
DOI：10.7652/xjtuxb202611008 **文章编号**：0253-987X(2026)11-0084-11

Heading-Adaptive Path-Tracking Control for Magnetic Helical Microrobots Incorporating an Extended State Observer

DIAO Jianhua[1], FAN Zenghua[1], WANG Hefeng[1], RONG Weibin[2], WANG Lefeng[2], ZHANG Kun[1]
(1. School of Mechanical Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong, 255049, China;
2. State Key Laboratory of Robotics and Systems, Harbin Institute of Technology, Harbin, 150000, China)

Abstract: To address the inadequate robustness of magnetic helical microrobots in low-Reynolds-number fluid environments caused by complex path geometries and parameter uncertainties, a heading-adaptive path-tracking control method based on an extended state observer (ESO) is proposed. First, a conical-tailed magnetic helical microrobot is designed, and its dynamics model is established based on the resistive force theory (RFT) to reveal the effects of propulsion, drag forces, and system disturbances on its locomotion velocity. Then, an adaptive path tracking controller (APTC) is developed by synergizing the ESO with an adaptive heading controller

收稿日期：2026-02-02。 作者简介：刁建华(1998—)，男，硕士生；范增华(通信作者)，男，副教授，博士生导师。 基金项目：山东省自然科学基金资助项目(ZR2023ME060，ZR2025MS757)。
网络出版时间：2026-06-23 网络出版地址：https://link.cnki.net/urlid/61.1069.T.20260622.1539.002

(AHC). In this scheme, the ESO estimates system disturbances and monitors tracking deviations in real time, while the AHC performs adaptive heading adjustment based on the estimated disturbances and deviations. Furthermore, feedforward compensation is introduced to optimize the path-tracking accuracy. Subsequently, a magnetic actuation system was constructed, and comparative path tracking experiments were conducted to evaluate the performance of the proposed APTC. Experimental results demonstrate that for V-, U-, and O-shaped paths, compared to model predictive control (MPC), the APTC reduces the mean absolute error and root mean square error by 3.6%—10.8% and 3.4%—7.7%, respectively. In maze path-tracking experiments, the MAE and RMSE are further reduced to 187 μm and 230 μm, respectively. The study indicates that the APTC can effectively mitigate error accumulation during complex path tracking in low-Reynolds-number fluid environments, thereby enhancing the tracking accuracy and robustness of microrobots.

Keywords: magnetic helical microrobot; heading adaptive; extended state observer; feedforward compensation; path tracking

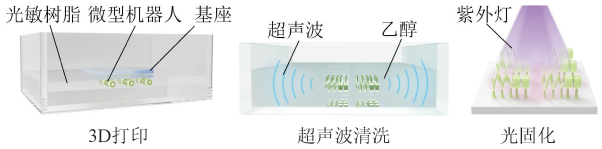
微型机器人在细胞操作[1]、微创手术[2]与靶向给药[3-4]等生物医疗场景中具有重要潜力。磁驱动微型机器人因具有组织穿透性强、可远程无接触操控、生物相容性好的特点引起广泛关注[5-6]。然而，微型机器人在低雷诺数液体环境中跟踪复杂路径时，往往受路径几何复杂性与模型参数不确定性的影响，实际运动轨迹难以精确跟踪期望路径[7-8]。因此，面对低雷诺数液体环境，如何提高微型机器人在路径跟踪的自适应性和精度成为研究热点。

为提升微型机器人控制精度，国内外学者针对控制方法开展了诸多研究。Liu 等[9]将螺旋微游动器动力学与外界扰动合并为广义扰动，基于比例-积分-微分控制(PID)闭环实现路径跟随。Wang 等[10]提出扩展卡尔曼滤波-模型预测控制(EKF-MPC)轨迹跟踪方法，基于模型预测控制(MPC)在线计算控制输入，通过内环 PID 实现姿态控制。史玲玲等[11]提出一种引入可变增益的滑模控制方法，使增益可随系统不确定性与运动状态自适应调整，提升空间机器人轨迹跟踪的鲁棒性、控制精度与误差收敛速度。Wang 等[12]提出一种数据驱动的最优集成控制器(D^2-OIC)，实现衍生结构螺旋微型机器人的精确跟踪与转移控制。Nguyen 等[13]提出一种自适应径向基函数(RBF)神经网络控制器，将固定时间稳定理论与反步法融合，引入最小学习参数以降低计算量。Liu 等[14]提出一种自适应轨迹控制算法，引入 RBF 神经网络在线估计模型不确定性，使微型机器人在直线和曲线路径跟踪中的均方误差不高于 6.3 像素。具有固定增益的控制策略在复杂路径中转向时抗扰性不足，而具有在线优化、鲁棒控制或学习补偿的控制策略需依赖高精度模型。上述控制方法在拐角、曲率突变与连续转向阶段对螺旋磁微机器人的稳定航向调节能力仍显不足。扩张状态观测器(ESO)可将路径跟踪过程的综合误差与模型参数不确定性统一等效为总扰动，并通过在线估计与前馈补偿提升闭环鲁棒性[15-16]。微型磁螺旋机器人在推进与转向过程中具有速度变化、航向调整及误差累积的耦合特性[17-18]。在低雷诺数液体环境中，如何将 ESO 扰动估计与转向策略有效协同，实现误差快速收敛与鲁棒跟踪，亟需进一步研究。

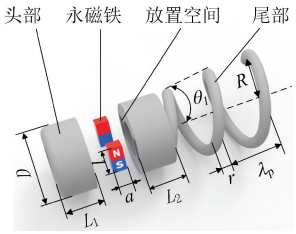
本文面向微型磁螺旋机器人在低雷诺数液体环境中的扰动误差补偿需求，提出一种基于 ESO 与自适应航向控制器(AHC)协同调控的微型机器人航向自适应路径跟踪控制方法，为低雷诺数液体环境下微型磁螺旋机器人的轨迹跟踪与运动控制提供理论依据与技术支撑。

1　锥形尾微型磁螺旋机器人制备

图 1 为微型机器人的制备过程与结构示意图。微型机器人的主体由圆柱形头部和锥形尾部组成，采用 3D 打印一体成形。主体材料选用具有生物相容性的光敏树脂，并以倒置方式打印在基座上。在乙醇环境中进行超声清洗，去除微型机器人表面未固化的残余树脂。在紫外灯固化下提高微型机器人的结构强度。微型机器人的总体长度为 8 mm，圆柱体头部直径 $D=3$ mm、长度 $L=L_1+L_2=3$ mm，锥形尾螺旋尾部的螺距 $\lambda_p=2$ mm、长度为 5 mm、线半径 $r=0.2$ mm、锥度 $\theta_1=15°$，总体积为 25 mm^3。为实现磁响应，在圆柱头部预设的放置空间内装配钕铁硼永磁体(长度为 l，边长为 a)。



(a)制备过程



(b)结构示意图

图 1 微型机器人制备过程与结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of microrobot preparation and structure

2 微型机器人驱动原理与动力学分析

在磁场作用下，微型机器人受到磁力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{m}}$ 和磁力矩 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}$ 的作用，磁力驱动微型机器人沿磁场梯度方向移动，磁力矩驱使微型机器人的磁化方向与外加磁场的方向一致。$\boldsymbol{F}_{\mathrm{m}}$ 和 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}$ 的计算公式[19]分别为

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{M}\cdot\nabla)V \tag{1}$$

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}} = V(\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{B}) \tag{2}$$

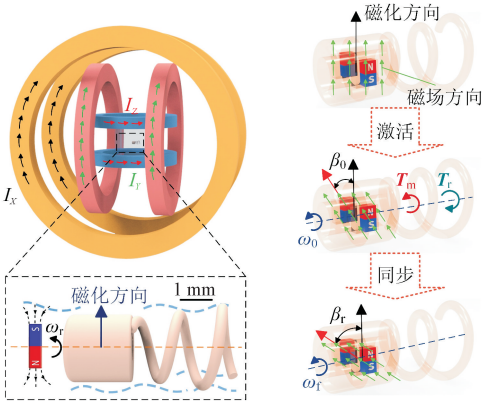
式中：$\boldsymbol{B}$ 为磁感应强度；∇ 为梯度算子；V 为微型机器人的体积；$\boldsymbol{M}$ 为微型机器人的体积磁化率。

亥姆霍兹线圈生成旋转磁场，实现对微型机器人的非接触式驱动，磁驱动原理如图 2 所示。磁场发生装置由 3 对亥姆霍兹线圈组成，分别沿 X 轴、Y 轴和 Z 轴相互正交放置，驱动径向磁化的微型机器人以角速度 ω_{r} 旋转，如图 2(a) 所示。分别向 X 轴、Y 轴和 Z 轴线圈施加幅值与相位可调的正弦电流 I_X、I_Y 和 I_Z，可在工作区域内合成角速度恒定的匀强旋转磁场。微型机器人在旋转磁场驱动下受磁力矩旋转，黏性流体施加阻力矩 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{r}}$，并形成滞后角 β_{r}。当磁场以角速度 ω_{f} 旋转时，初始时 $\beta_{\mathrm{r}}=0$，微型机器人的磁化方向与外部磁场方向一致，旋转磁场作用在微型机器人上的磁力矩为 0，微型机器人保持静止。随 β_{r} 增大使 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}$ 增强，当 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}>\boldsymbol{T}_{\mathrm{r}}$ 时，微型机器人激活使加速旋转。当 $\omega_{\mathrm{r}}=\omega_{\mathrm{f}}$ 时，微型机器人与磁场同步旋转，$\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}=\boldsymbol{T}_{\mathrm{r}}$，在液体环境中稳定推进，如图 2(b) 所示。

通过调整航向控制量 x、y、z，控制电流 I_X、I_Y 和 I_Z 实现微型机器人的方向控制。I_X、I_Y 和 I_Z 表示为

$$\begin{cases} I_X = \sin x\cos(\omega_{\mathrm{f}}t) \\ I_Y = \sin y\sin(\omega_{\mathrm{f}}t) \\ I_Z = \sin z\sin(-\omega_{\mathrm{f}}t) \end{cases} \tag{3}$$

式中：t 为控制时间。



(a)磁场驱动原理 (b)同步旋转示意图

图 2 磁驱动微型机器人运动原理

Fig. 2 Principles of magnetic-driven microrobot motion

航天调整的磁力矩 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}}$、阻力矩 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{h}}$ 分别表示为

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}} = \boldsymbol{e}_Z K_{\mathrm{m}}\sin(\delta(t)-\theta(t)) \tag{4}$$

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{h}} = -C_\theta\dot{\theta}(t)\boldsymbol{e}_Z \tag{5}$$

式中：K_{m} 为磁力矩系数；C_θ 为转向阻尼系数；$\theta(t)$ 为微型机器人的实际航向角；$\delta(t)$ 为期望航向角；$\boldsymbol{e}_Z$ 为垂直于运动平面的单位向量。

微型机器人锥形尾部的螺旋结构在黏性流体中将旋转运动转化为轴向推进力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{p}}$，平移运动受到流体黏滞阻力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{r}}$，受力分析如图 3 所示。当 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{F}_{\mathrm{p}}$ 时，微型机器人达到运动平衡状态，以 ω 的角速度与旋转磁场同步旋转，轴向运动速度为 v。

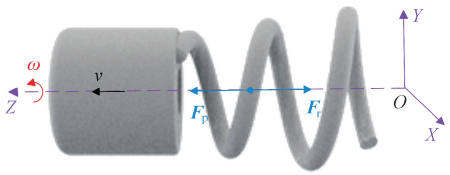


图 3 微型机器人受力分析

Fig. 3 Force analysis of the microrobot

微型机器人在运动过程中受到的推进力和黏滞阻力分别为

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{p}} = \boldsymbol{e}_Z\int_0^{n\lambda}(C_{\mathrm{s}}-C_{\mathrm{n}})\omega_{\mathrm{r}}R\cos\theta_1\,\mathrm{d}x \tag{6}$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{e}_Z\zeta_1 v = \boldsymbol{e}_Z\frac{2\pi\eta L}{\ln(L/D)+\zeta_z} \tag{7}$$

式中：C_{s} 为切向黏度系数；C_{n} 为法向黏度系数[20]；R 为微机器人螺旋半径；n 为螺旋牙数；ζ_1 为微型机器

人阻力系数；η 为流体动力黏度；ζ_z 为阻力修正常数。当 $\boldsymbol{F}_p = \boldsymbol{F}_r$ 时，微型机器人的速度为

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{F}_p / \zeta_1 \tag{8}$$

在低雷诺数液体环境中，复杂路径跟踪过程中因路径几何复杂性及模型参数不确定性引起的误差难以实时精确辨别，故统一归并为微型机器人轴向动力学中的等效不确定性项，用 $\boldsymbol{\Delta}$ 表示。

微型机器人的动力学模型表示为

$$m\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{F}_p - \boldsymbol{F}_r + \boldsymbol{\Delta} \tag{9}$$

式中：m 为微型机器人的质量；$\ddot{\boldsymbol{q}}$ 为微型机器人轴向速度变化率。$\ddot{\boldsymbol{q}}$ 由 $\boldsymbol{F}_p$、$\boldsymbol{F}_r$ 及 $\boldsymbol{\Delta}$ 共同决定，通过把速度波动与扰动强度建立可观测的动态映射，能够为 ESO 在线估计与前馈补偿提供数学模型。

3　APTC 的设计及构建

3.1　磁驱动控制系统

微型机器人的路径跟踪控制流程如图 4 所示。通过对比期望位置 $\boldsymbol{q}_r$ 与实际位置 $\boldsymbol{q}$ 判断误差，通过 APTC 对误差 $\Delta\boldsymbol{q}$ 进行处理生成新的控制量，输入到数据采集卡，并转换成驱动器可以识别的电信号。连接直流电源的驱动器生成波形电流 I_X、I_Y 和 I_Z，驱动亥姆霍兹线圈产生旋转磁场。高速摄像机记录微型机器人实时位姿，通过 YOLOv8 进行图像处理，将微型机器人的位置与航向信息输入 APTC。

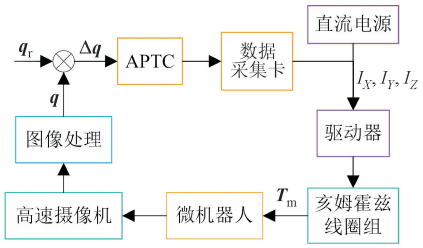


图 4　微型机器人路径跟踪控制流程图

Fig. 4　Flowchart of microrobot path tracking control

3.2　ESO 设计

微型机器人路径跟踪过程中，基于微型机器人速度变量 $\dot{\boldsymbol{q}}$，可将微型机器人的状态向量 $\boldsymbol{X}$ 定义为

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{X}_1,\ \boldsymbol{X}_2]^{\mathrm{T}} = [\boldsymbol{q},\ \dot{\boldsymbol{q}}]^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{X}_1$、$\boldsymbol{X}_2$ 分别为微型机器人的期望位置与速度。

微型机器人的动力学方程表示为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{X}}_1 = \boldsymbol{X}_2 \\ \dot{\boldsymbol{X}}_2 = \Gamma(\boldsymbol{X},\ t) + g_0\boldsymbol{u}_p \\ \boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{X}_1 \end{cases} \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{u}_p = \boldsymbol{F}_p$；$g_0 = 1/m$，为标称增益；$\Gamma(\boldsymbol{X},\ t) = [(-\boldsymbol{F}_r + \boldsymbol{\Delta})/m]$ 为系统的总扰动量。动力学方程的不确定性定义为

$$\boldsymbol{X}_3 = \boldsymbol{\Phi} = \Gamma(\boldsymbol{X},\ t) + (g - g_0)\boldsymbol{u}_p \tag{12}$$

其中，g 为实际系统增益。

基于动力学方程构建 ESO[21-22] 为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{X}}}_1 = \hat{\boldsymbol{X}}_2 + k_1(\boldsymbol{X}_1 - \hat{\boldsymbol{X}}_1) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{X}}}_2 = \hat{\boldsymbol{X}}_3 + g_0\boldsymbol{u}_p + k_2(\boldsymbol{X}_1 - \hat{\boldsymbol{X}}_1) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{X}}}_3 = k_3(\boldsymbol{X}_1 - \hat{\boldsymbol{X}}_1) \end{cases} \tag{13}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{X}}_1$、$\hat{\boldsymbol{X}}_2$、$\hat{\boldsymbol{X}}_3$ 分别表示对位置、速度及总扰动的估计值，对应的增益系数分别为 k_1、k_2、k_3。

将观测状态与实际状态的偏差定义为估计误差 $\boldsymbol{E}$，误差动态特性由微分方程描述为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{E}}_1 = \boldsymbol{E}_2 - k_1\boldsymbol{E}_1 \\ \dot{\boldsymbol{E}}_2 = \boldsymbol{E}_3 - k_2\boldsymbol{E}_1 \\ \dot{\boldsymbol{E}}_3 = \dot{\boldsymbol{\Phi}} - k_3\boldsymbol{E}_1 \end{cases} \tag{14}$$

观测误差状态方程表示为

$$\dot{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{E} + \boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{\Phi}} \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 \\ -k_2 & 0 & 1 \\ -k_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$；$\boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$。

为保证 $\boldsymbol{M}$ 为 Hurwitz 矩阵[23]，采用带宽参数化极点配置方法，给 ESO 的 3 个观测极点统一配置一个参数 p_0，p_0 为 ESO 带宽参数。期望特征多项式为

$$(\lambda + p_0)^3 = \lambda_3 + 3p_0\lambda^2 + 3p_0^2\lambda + p_0^3 \tag{16}$$

因此，通过系数匹配可得 ESO 增益参数为：$k_1 = 3p_0$，$k_2 = 3p_0^2$，$k_3 = p_0^3$。

采用 Lyapunov 分析证明 ESO 的收敛性[24]。假设综合不确定性变化率有界，即存在常数 γ 使得 $|\dot{\boldsymbol{\Phi}}| \leqslant \gamma$。

定义观测器的 Lyapunov 函数 $V_1(\boldsymbol{E})$ 为

$$V_1(\boldsymbol{E}) = \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{E} \tag{17}$$

将式(14)代入 $V_1(\boldsymbol{E})$ 关于时间的导数得

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{E}) = \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{M})\boldsymbol{E} + 2\dot{\boldsymbol{\Phi}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{E} \tag{18}$$

根据有界性假设，存在正常数 α、β，使得

$$\dot{V}_1(\boldsymbol{E}) \leqslant -\alpha\,||\,\boldsymbol{E}\,||^2 + \beta\gamma\,||\,\boldsymbol{E}\,|| \tag{19}$$

因此，当 $\|\boldsymbol{E}\| \geqslant \dfrac{\beta\gamma}{\alpha}$ 时，$\dot{V}_1(\boldsymbol{E}) \leqslant 0$，ESO 收敛。

3.3　AHC 设计

微型机器人路径跟踪偏差分析如图 5 所示。ESO 对微型机器人的位姿实时监测，并与期望位姿对比。当微型机器人偏移量大于设定系统阈值时，

AHC 结合位置偏差 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{d}}$、速度偏差 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}$、航向偏差 e_θ 以及系统扰动，自适应生成航向角收敛偏差。

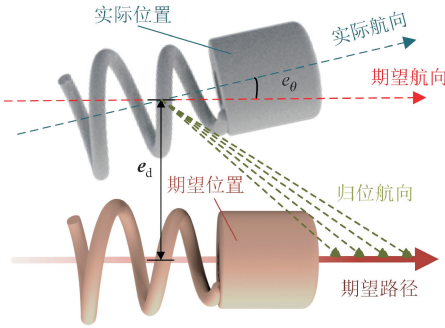


图 5 微型机器人路径跟踪偏差分析

Fig. 5 Microrobot path tracking bias analysis

令期望位置 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{r}}(t)=[x(t),\ y(t)]^{\mathrm{T}}$，速度变化率 $\hat{\boldsymbol{v}}(t)=\hat{\boldsymbol{X}}_2(t)=[\hat{v}_x(t),\ \hat{v}_y(t)]^{\mathrm{T}}$，微型机器人的 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{d}}(t)$、$\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}(t)$ 和 $e_\theta(t)$ 分别表示为

$$\boldsymbol{e}_{\mathrm{d}}(t)=\hat{\boldsymbol{q}}(t)-\boldsymbol{q}_{\mathrm{r}}(t) \tag{20}$$

$$\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}(t)=\hat{\boldsymbol{v}}(t)-\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}(t) \tag{21}$$

$$e_\theta(t)=\theta(t)-\delta(t) \tag{22}$$

式中：$\delta(t)$ 为期望航向角。

微型机器人运动速度与旋转磁场频率 f 映射关系近似表示为

$$v\approx k_{\mathrm{f}}f \tag{23}$$

式中：k_{f} 为动力学参数。当微型机器人位置偏差大于设定阈值时，控制器通过降低磁场的旋转频率实现速度抑制[25]。磁场的旋转频率表示为

$$f=\frac{u_{\mathrm{p}}}{2\pi\int_0^{n\lambda}(C_{\mathrm{s}}-C_{\mathrm{n}})R\cos\theta_1\,\mathrm{d}x} \tag{24}$$

其中，$f\in[5,\ 28]$Hz。

微型机器人的自适应路径跟踪控制策略如图 6 所示，其中 $\delta_{\mathrm{r}}(t)$ 为归位航向角。系统将 ESO 观测估计值 $\hat{\boldsymbol{X}}_1$、$\hat{\boldsymbol{X}}_2$ 与期望位置、期望速度输入，AHC 根据微型机器人的位置与速度偏差，生成磁场旋转频率与期望航向角，结合 $\hat{\boldsymbol{X}}_3$ 对期望航向角添加饱和函数，向电磁驱动模块输入自适应控制的磁场旋转频率与饱和约束后的期望航向角。旋转磁场与径向磁化的微型机器人产生磁力矩驱动微型机器人的螺旋运动，输出微型机器人的位置，由 ESO 监测后形成闭环。

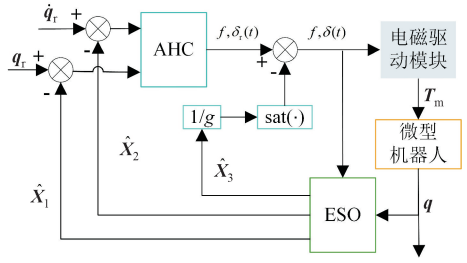


图 6 自适应路径跟踪控制策略

Fig. 6 Adaptive path tracking control strategy

归位航向角 $\delta_{\mathrm{r}}(t)$ 表示为

$$\delta_{\mathrm{r}}(t)=\theta(t)+\arctan(u_{\mathrm{r}}(t)) \tag{25}$$

式中：u_{r} 为自适应航向角控制输入量，公式为

$$u_{\mathrm{r}}=\frac{\|\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}(t)\|-\|\hat{\boldsymbol{X}}_3(t)\|-K_{\mathrm{v}}\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}(t)\|-K_{\mathrm{d}}\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{d}}(t)\|}{g_0} \tag{26}$$

其中，K_{v}、K_{d} 分别为速度权重系数、位置权重系数。

避免期望航向角变化率过大造成微型机器人运动失稳，设置饱和函数限制期望航向角变化率。

3.4 APTC 性能与稳定性分析

构造增广 Lyapunov 函数 $V_2(t)$ 为

$$V_2(t)=V_1(\boldsymbol{E})+\frac{\lambda_1}{2}\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{d}}(t)\|^2+\frac{\lambda_2}{2}\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}(t)\|^2+\frac{\lambda_3}{2}e_\theta^2(t) \tag{27}$$

λ_1、λ_2 取值与 K_{v}、K_{d} 相关。根据观测误差状态方程、ESO 观测误差及 Young 不等式可得

$$\dot{V}_2(t)\leqslant c_1\|\boldsymbol{E}\|+c_2\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{d}}\|^2+c_3\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}\|^2+c_4e_\theta^2-\tau \tag{28}$$

其中，c_1、c_2、c_3、c_4、$\tau>0$ 为常数。

因此，系统误差向量 $\boldsymbol{\psi}(t)=[\boldsymbol{E},\ \boldsymbol{e}_{\mathrm{d}},\ \boldsymbol{e}_{\mathrm{v}},\ \boldsymbol{e}_\theta]^{\mathrm{T}}$ 一致且最终有界。存在 $T>0$、$Q>0$，当 $t>T$ 时有

$$\|\boldsymbol{\psi}(t)\|\leqslant Q \tag{29}$$

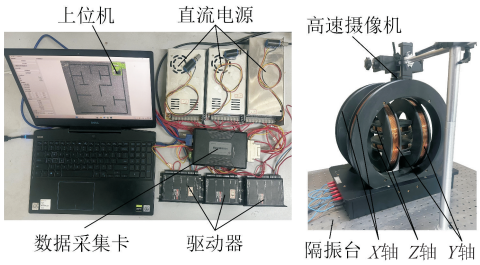
通过调整 ESO 带宽、权重系数 K_{v}、K_{d} 以及 $\Delta\delta_{\max}$ 参数，在噪声放大与收敛速度之间取得最优解，优化系统收敛速度并减小稳态误差上界。

4 实验结果与讨论

4.1 磁驱动控制系统

为开展微型机器人操控实验，构建磁驱动控制系统，如图 7 所示。磁驱动控制系统的控制模块由数据采集卡、直流电源和驱动器组成，如图 7(a)所示。上位机通过自主开发的控制软件向数据采集卡输入控制信号，由数据采集卡转换为驱动器可接收的电压信号。磁驱动控制系统的驱动模块由高速摄像机、隔振台和三轴亥姆霍兹线圈组成，如图 7(b)所示。驱动器将电压控制信号转换为正弦交变电流输入线圈，线圈产生可控旋转磁场。在亥姆霍兹线圈组的中心区域，设置一个 5 cm×5 cm×5 cm 的操作盒，内置甘油溶液作为微型机器人运动的液体

介质。



(a)控制模块　　(b)驱动模块

图 7　磁驱动系统装置

Fig. 7　Magnetic drive system unit

4.2　控制参数设置与等效不确定性分析

为验证 APTC 在路径跟踪任务中的控制精度、抗扰能力与鲁棒性，选取 PID、SMC、AHC 和 MPC 作为对照算法，并在统一实验条件下开展对比实验。PID 控制器采用比例、积分与微分增益，分别为 $k_p=0.85$、$k_i=0.04$、$k_d=0.11$。SMC 控制器采用滑模面参数 $\alpha_d=1.6$、$\alpha_\theta=0.8$，切换控制增益取 $\mu_d=0.20$、$\mu_s=0.65$，边界层厚度取 $\varepsilon_s=0.05$。MPC 控制器取预测时域 $N_p=12$、控制时域 $N_c=4$，状态加权矩阵取 $\boldsymbol{\Omega}_x=\mathrm{diag}[25,\ 16,\ 1]$，终端加权矩阵取 $\boldsymbol{\Omega}_f=\mathrm{diag}[30,\ 18,\ 2]$，输入加权矩阵取 $\boldsymbol{\Omega}_u=\mathrm{diag}[0.40,\ 0.08]$。

为保证系统总扰动的在线估计响应速度，ESO 带宽参数设置为 $p_0=100$，根据式(16)的带宽参数化极点配置方法，通过实验确定了 ESO 带宽参数 p_0，通过 $k_1=3p_0$，$k_2=3p_0^2$，$k_3=p_0^3$ 计算得观测器增益系数。微型机器人的速度与磁场旋转频率近似满足线性关系 $v=k_f f$，其中 $k_f=0.42$。

对不同的 K_v、K_d 组合进行了跟踪实验，平均绝对误差(E_{MA})与不同权重系数 K_v、K_d 的关系如图 8 所示。在不同 K_v 条件下，随 K_d 的增加，E_{MA} 先减小后增大。当 $K_v=16$、$K_d=10$ 时，系统的 E_{MA} 达到最小值，位置偏差项和速度偏差项之间达到优化平衡，

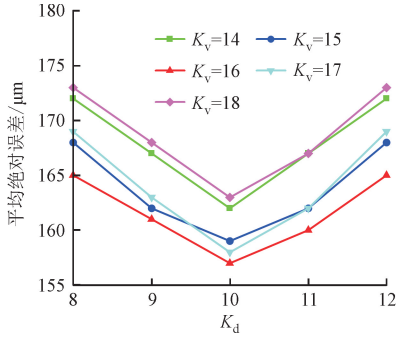


图 8　K_v、K_d 对平均绝对误差的影响

Fig. 8　Effects of K_v and K_d on the mean absolute error

作为 AHC 中归位航向角自适应控制律的权重系数。

基于动力学模型对实验残差进行了反演计算，设计了实验统计分析。实验结果表明，$\boldsymbol{\Delta}$ 的范围为 −0.4～0.4 mN，均值为 0.02 mN，标准差为 0.16 mN，均方根为 0.17 mN，变化率上界为 0.08 mN/s。由实验结果可知，$\boldsymbol{\Delta}$ 具有有界、慢变的特征，与 ESO 收敛性分析中综合不确定性变化率有界的假设一致。

4.3　典型路径跟踪实验结果分析

为明确 ESO 在 APTC 中的作用，设置去除 ESO 的 AHC 作为消融对比方法；除 ESO 模块外，AHC 与 APTC 保持相同的控制结构和参数设置。设计了 V 形、U 形和 O 形路径跟踪实验，实验误差指标均为 5 次独立重复实验的统计结果。

为验证 APTC 在大角度转向条件下的路径跟踪性能，设计了 V 形路径跟踪实验，如图 9 所示。在 APTC 控制下，微型机器人沿预设路径稳定运动，在 45 s 到达拐点并完成转向。

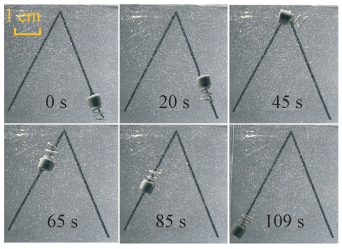
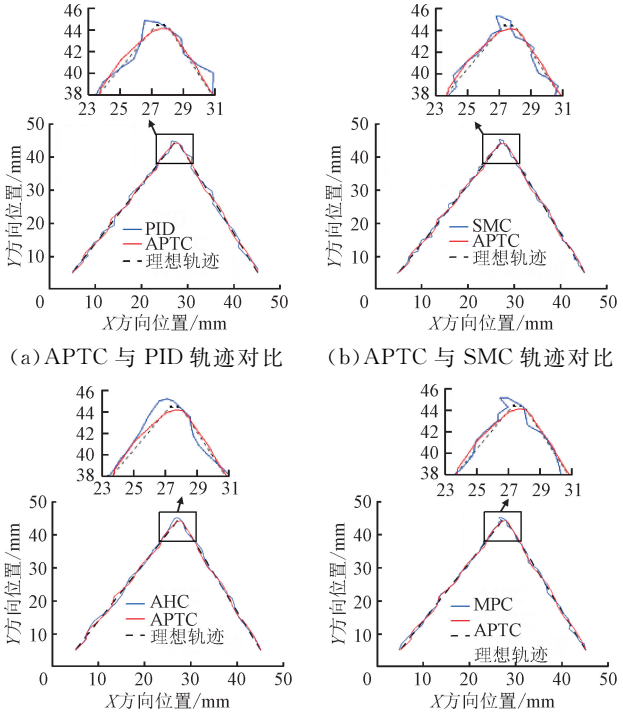


图 9　V 形路径跟踪实验

Fig. 9　Experimental snapshots of V-shaped path tracking

不同控制方法在 V 形路径下的轨迹跟踪曲线如图 10 所示。由图可见，APTC 在拐角区与理想轨迹更贴合，减小了拐角处的峰值偏差、超调现象及局部波动。PID、SMC 和 AHC 在拐角区均存在的偏移或振荡，MPC 与理想轨迹贴合度与 APTC 相近，但在拐角处的航向调整能力弱于 APTC。

V 形路径跟踪的误差曲线如图 11 所示。结合表 1 可知，APTC 的误差范围为 −336～640 μm，E_{MA} 为(161±3) μm，均方根误差(E_{RMS})为(192±2) μm。相较于 PID，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 29.4%、29.2%；相较于 SMC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 23.0%、24.4%；相较于 AHC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 13.4%、14.3%；相较于 MPC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 8.0%、7.25%。

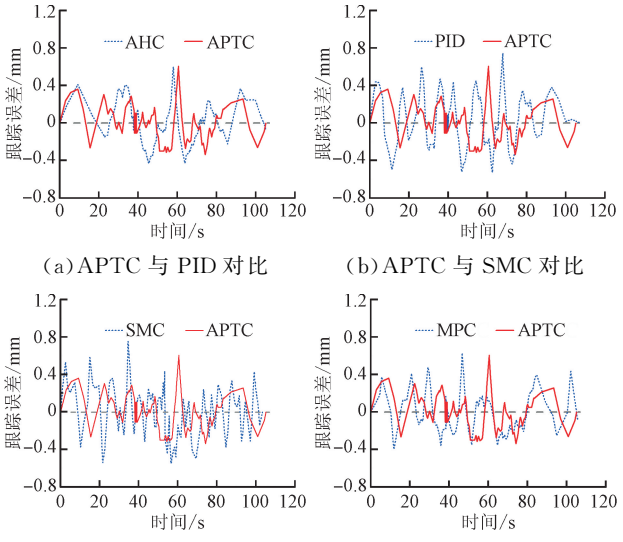


(a)APTC 与 PID 轨迹对比　(b)APTC 与 SMC 轨迹对比

(c)APTC 与 AHC 轨迹对比　(d)APTC 与 MPC 轨迹对比

图 10　V 形路径跟踪轨迹对比

Fig. 10　Trajectory comparison of V-shaped path tracking



(a)APTC 与 PID 对比　(b)APTC 与 SMC 对比

(c)APTC 与 AHC 对比　(d)APTC 与 MPC 对比

图 11 V 形路径跟踪误差曲线

Fig. 11　Tracking error curves of V-shaped path tracking

表 1　V 形路径跟踪误差对比

Table 1　Comparison of V-shaped path-tracking errors　μm

控制方法	误差范围	平均绝对误差	均方根误差
PID	−671～742	228	271
SMC	−550～753	209	254
AHC	−599～434	186	224
MPC	−425～631	175	207
APTC	−336～640	161	192

为验证所提出 APTC 在曲线过渡路径下的路径跟踪性能，设计了 U 形路径跟踪实验如图 12 所示。APTC 控制微型机器人在 30 s 时进入曲线段，完成 U 形路径的连续跟踪。

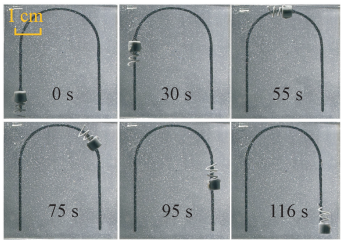
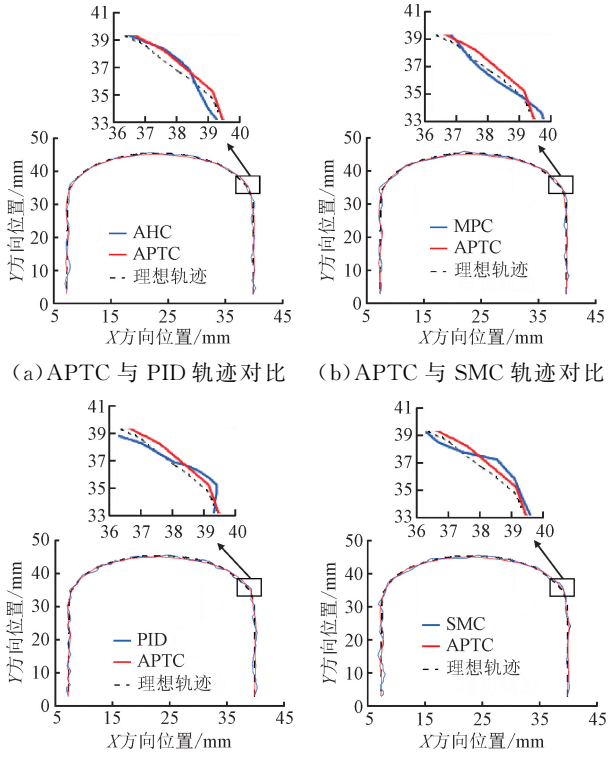


图 12　U 形路径跟踪实验

Fig. 12　Experimental snapshots of U-shaped path tracking

U 形路径下的轨迹跟踪曲线如图 13 所示。APTC 控制微型机器人能够前馈补偿误差，提升与理想路径的贴合度。在直线向曲线段的过渡中，APTC 可识别转向坐标、调整方向角，能够抑制速度超调与局部振荡，使微型机器人贴近理想轨迹。



(a)APTC 与 PID 轨迹对比　(b)APTC 与 SMC 轨迹对比

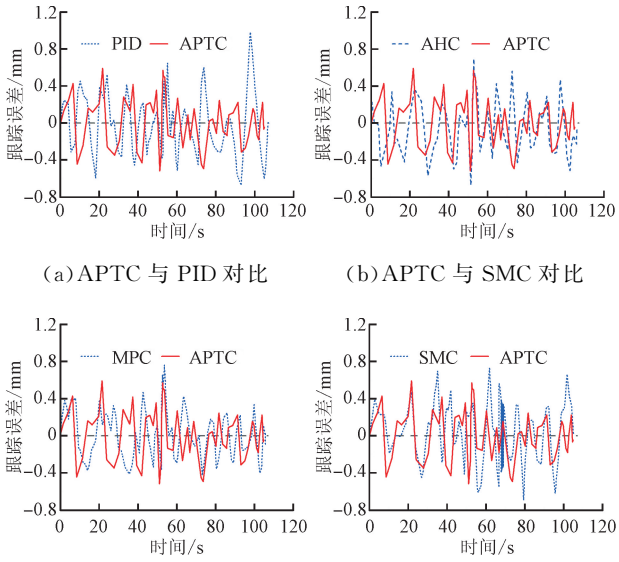
(c)APTC 与 AHC 轨迹对比　(d)APTC 与 MPC 轨迹对比

图 13　U 形路径跟踪轨迹对比

Fig. 13　Trajectory comparison of U-shaped path tracking

U 形路径跟踪的误差曲线对比如图 14 所示。结合表 2 可知，APTC 的控制误差范围为−515～591 μm，E_{MA} 为(189±3) μm，E_{RMS} 为(226±2) μm。与 PID 的误差曲线相比，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 26.2%、

26.9%；相较于 SMC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 18.5%、19.0%；相较于 AHC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 11.7%、11.7%；相较于 MPC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 3.6%、3.4%。



(a) APTC 与 PID 对比　(b) APTC 与 SMC 对比

(c) APTC 与 AHC 对比　(d) APTC 与 MPC 对比

图 14　U 形路径跟踪误差曲线

Fig. 14　Tracking error curves of U-shaped path tracking

表 2　U 形路径跟踪误差

Table 2　Comparison of U-shaped path-tracking errors　μm

控制方法	误差范围	平均绝对误差	均方根误差
PID	−671～984	256	309
SMC	−693～727	232	279
AHC	−637～695	214	256
MPC	−425～760	196	234
APTC	−515～591	189	226

为了验证 APTC 在连续转向条件下的路径跟踪性能，设计了 O 形路径跟踪实验，如图 15 所示。在 APTC 控制下，微型机器人能够沿预设路径稳定运动，完成 O 形闭合路径的连续跟踪。

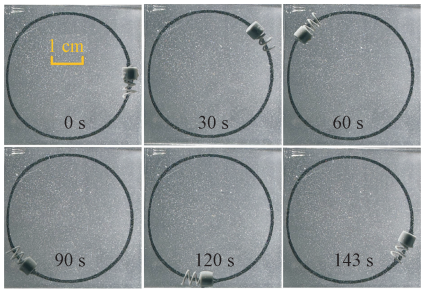
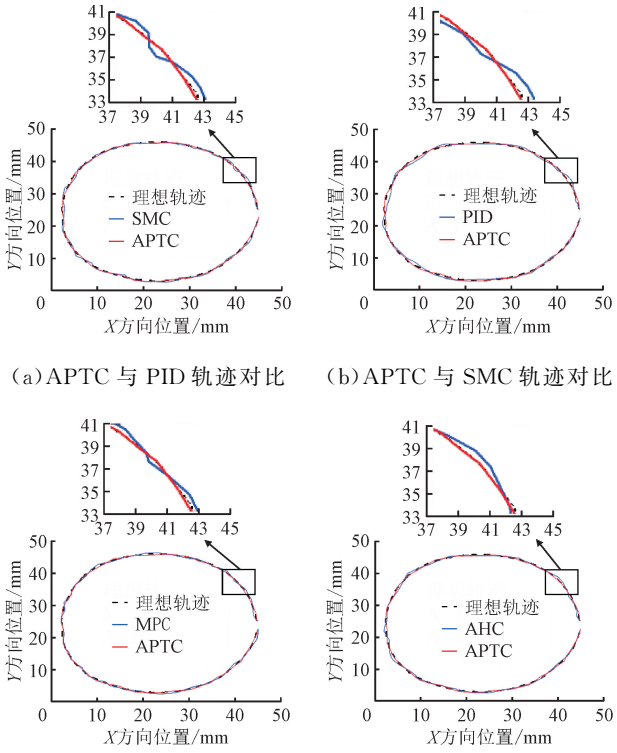


图 15　O 形路径跟踪实验

Fig. 15　Experimental snapshots of O-shaped path tracking

O 形路径下的轨迹跟踪曲线如图 16 所示。由图可见，相较于 PID、SMC 和 MPC，APTC 与 AHC 在连续转向的 O 形路径中，能够控制转向速率，使微型机器人运动轨迹更平顺。与 AHC 相比，APTC 通过前馈补偿复杂路径跟踪过程中由路径几何复杂性与模型参数不确定性引入的轨迹跟踪误差，使运动轨迹与理想轨迹的贴合度更高。



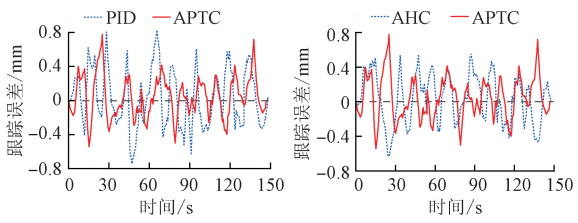
(a) APTC 与 PID 轨迹对比　(b) APTC 与 SMC 轨迹对比

(c) APTC 与 AHC 轨迹对比　(d) APTC 与 MPC 轨迹对比

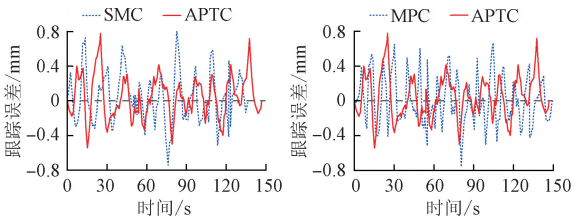
图 16　O 形路径跟踪轨迹对比

Fig. 16　Trajectory comparison of O-shaped path tracking

O 形路径跟踪的误差曲线对比如图 17 所示。结合表 3 可知，APTC 的控制误差为 −540～780 μm，E_{MA} 为 (190±3) μm，E_{RMS} 为 (241±4) μm。与 PID 的误差曲线相比，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 32.4%、27.8%；相较于 SMC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 29.4%、23.7%；相较于 AHC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 19.5%、13.6%；相较于 MPC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 10.8%、7.7%。



(a) APTC 与 PID 对比　(b) APTC 与 SMC 对比



(c)APTC 与 AHC 对比　　(d)APTC 与 MPC 对比

图 17　O 形路径跟踪误差曲线

Fig. 17　Tracking error curves of O-shaped path tracking

表 3　O 形路径跟踪误差

Table 3　Comparison of O-shaped path-tracking errors　μm

控制方法	误差范围	平均绝对误差	均方根误差
PID	−740～832	281	334
SMC	−741～803	269	316
AHC	−627～552	236	279
MPC	−756～670	213	261
APTC	−540～780	190	241

由式(25)可知，APTC 在控制律构造中将位置偏差、速度偏差、航向偏差以及系统总扰动估计项融合，生成自适应航向角指令，实现对运动航向的在线修正与动态调节。依据式(26)对归位航向角变化幅度施加约束，在拐角转向与大偏差快速归位阶段抑制指令突变，可避免因航向矫正过激引发的运动失稳。

实验结果表明，在 V 形、U 形与 O 形路径跟踪工况下，APTC 通过 ESO 对系统状态与等效总扰动的在线估计，结合 AHC 对航向的自适应调节，削弱误差波动与速度超调，提高路径跟踪精度与运动稳定性。

4.4　迷宫路径跟踪实验结果分析

为进一步验证 APTC 在低雷诺数液体环境中的控制性能，设计了迷宫路径跟踪实验，结果如图 18 所示。APTC 控制微型机器人进入迷宫并沿着期望路径运动，到达 20 s 时，微型机器人进入第一个转角，执行了航向调整。在第 50 s 时，成功完成 90°转弯。经过 80 s，微型机器人通过 7 次转向调整后到达目标点。

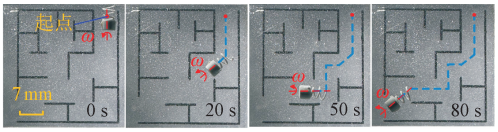
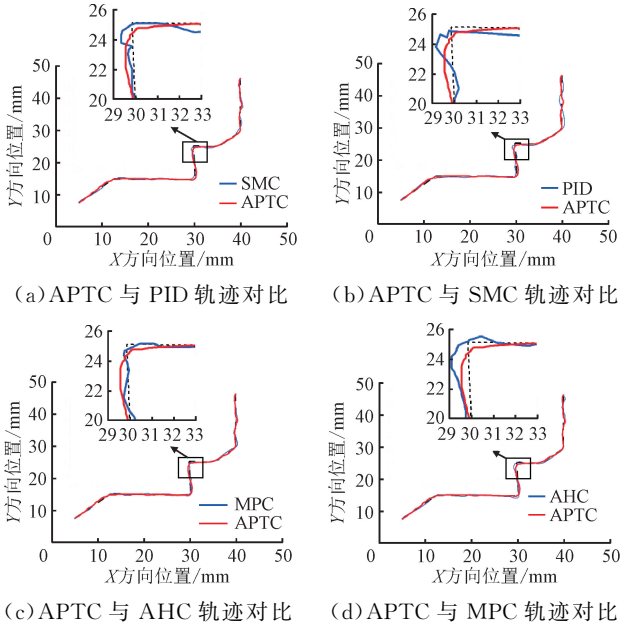


图 18　迷宫路径跟踪实验快照

Fig. 18　Experimental snapshots of maze-shaped path tracking

迷宫路径下的轨迹跟踪曲线如图 19 所示。局部放大图表明，在连续转向的迷宫路径中，APTC 控制的微型机器人运动轨迹相较于 PID、SMC、AHC 和 MPC 更贴近理想轨迹。



(a)APTC 与 PID 轨迹对比　　(b)APTC 与 SMC 轨迹对比

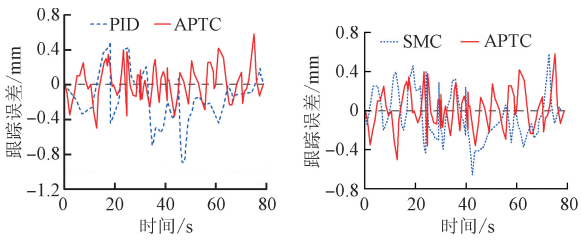
(c)APTC 与 AHC 轨迹对比　　(d)APTC 与 MPC 轨迹对比

图 19　迷宫路径跟踪轨迹对比

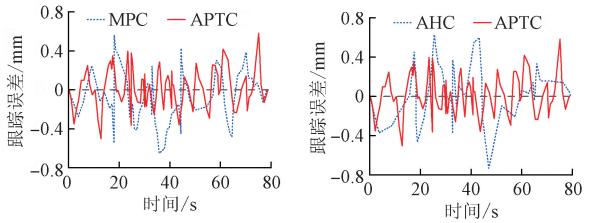
Fig. 19　Trajectory comparison of maze-shaped path tracking

在迷宫路径拐角区域，APTC 的 E_{MA} 为(213±5) μm，E_{RMS} 为(264±6) μm。相较于 PID，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 31.6%、32.1%；相较于 SMC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 24.3%、24.7%；相较于 AHC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 15.5%、16.4%；相较于 MPC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 5.5%、6.1%。APTC 基于式(25)构建的自适应航向调节机制，使微型机器人在连续转向与曲率突变的迷宫路径中，通过调整的速度与航向，减小轨迹偏差。

迷宫路径跟踪的误差曲线如图 20 所示。结合表 4 可知，APTC 的误差为 −606～487 μm，E_{MA} 为(187±2) μm，E_{RMS} 为(230±3) μm。与 PID 的误差曲线相比，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 25.8%、25.6%；相较于 SMC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 19.7%、22.0%；相较于 AHC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 14.2%、15.4%；相较于 MPC，APTC 的 E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 5.1%、5.3%。



(a)APTC 与 PID 对比　　(b)APTC 与 SMC 对比



(c)APTC 与 AHC 对比　　(d)APTC 与 MPC 对比

图 20　迷宫路径跟踪误差曲线

Fig. 20　Tracking error curves of maze-shaped path tracking

表 4　迷宫路径跟踪误差对比

Table 4　Comparison of maze-shaped path-tracking errors

μm

控制方法	误差范围	平均绝对误差	均方根误差
PID	−895～492	252	309
SMC	−657～584	233	295
AHC	−732～630	218	272
MPC	−650～562	197	243
APTC	−606～487	187	230

实验结果表明，在多拐角与曲率突变的迷宫路径中，APTC 以 ESO 对等效扰动与状态偏差的在线观测为基础，驱动航向自适应调节的实时重整与协调，通过前馈补偿对扰动影响进行超前收敛，减弱连续转向过程中的段间耦合与性能传递效应，使闭环控制过程在迷宫路径呈现一致性、连贯性与可重复性。

5　结　论

(1)本文研制了一种锥形尾微型磁螺旋机器人，基于阻力理论建立了微型机器人动力学模型，将低雷诺数液体环境中的阻力波动、参数不确定性及外界干扰统一等效为系统总扰动项，揭示了运动速度波动与等效总扰动之间的关系。

(2)本文构建了 ESO 和 AHC 协同控制的 APTC 闭环控制体系，ESO 将系统总扰动融入扩张状态，实现位置、速度及等效总扰动的在线估计。AHC 根据观测估计值自适应生成航向角，并添加饱和函数限制航向角变化率，通过调节磁场旋转频率和微型机器人航向角，实现微型机器人跟踪控制误差前馈补偿，提高微型机器人转向稳定性。

(3)实验表明，相较 PID 控制，APTC 使 E_{MA} 与 E_{RMS} 分别降低 26.2%～32.4%与 26.9%～29.2%；相较 SMC 控制，E_{MA} 与 E_{RMS} 分别降低 18.5%～29.4%与 19.0%～24.4%；相较 AHC 控制，E_{MA} 与 E_{RMS} 分别降低 11.7%～19.5%与 11.7%～14.3%；相较 MPC 控制，E_{MA}、E_{RMS} 分别降低 3.6%～10.8%、3.4%～7.7%。APTC 通过 ESO 的总扰动在线估计与 AHC 的自适应航向调节协同作用，削弱了误差波动与峰值偏差，提高了路径跟踪精度与运动稳定性。

(4)迷宫路径跟踪实验表明，APTC 的 E_{MA} 与 E_{RMS} 分别为 187、230 μm，相较 PID 控制分别降低 25.8%、25.6%，相较 SMC 控制分别降低 19.7%、22.0%，相较 AHC 控制分别降低 14.2%、15.4%，相较 MPC 控制分别降低 5.1%、5.3%。同时，APTC 将误差范围收敛至 −606～487 μm，表明其在迷宫路径能有效抑制误差峰值与误差累积，增强了微型机器人在低雷诺数液体环境中的路径跟踪精度与鲁棒性。

参考文献：

[1] Wang Yunjiang, Hu Xinben, Cui Luhang, et al. Bioinspired handheld time-share driven robot with expandable DoFs [J]. Nature Communications, 2024, 15(1): 768.

[2] Fan Xinjian, Jiang Yihui, Li Mingtong, et al. Scale-reconfigurable miniature ferrofluidic robots for negotiating sharply variable spaces [J]. Science Advances, 2022, 8(37): eabq1677.

[3] Mao Liyang, Tian Chenyao, Yang Peng, et al. Swarm coordination of fish-like magnetic soft robots: directed aggregation and shape-adaptive attachment toward efficient drug delivery [J]. National Science Review, 2025, 12(12): nwaf429.

[4] 罗自荣，洪阳，蒋涛，等. 微型仿生机器人研究现状综述 [J]. 机械工程学报，2025，61(3)：178-196.
Luo Zirong, Hong Yang, Jiang Tao, et al. Review of micro-bionic robots [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2025, 61(3): 178-196.

[5] Jiang Jiamiao, Liang Haiying, Ye Yicheng, et al. Stem cell secretome armed magneto-actuated micromotors as spatiotemporal manipulators for wound healing acceleration [J]. Nature Communications, 2025, 16(1): 6754.

[6] 刘跃跃，王浩羽，张加易，等. 磁性微型机器人神经自适应轨迹跟踪控制 [J]. 机器人，2023，45(6)：683-690.
Liu Yueyue, Wang Haoyu, Zhang Jiayi, et al. Neural adaptive trajectory tracking control for a magnetic microrobot [J]. Robot, 2023, 45(6): 683-690.

[7] Fan Xinjian, Chen Qinkai, Li Mingtong, et al. Machining swarf formation-inspired fabrication of ferrofluidic helical miniature robots with multimodal locomotion capability [J]. Science Advances, 2025, 11(27): eads4411.

[8] Abdelaziz M E M K, Zhao Jinshi, Gil Rosa B, et al. Fiberbots: robotic fibers for high-precision minimally invasive surgery [J]. Science Advances, 2024, 10(3): eadj1984.

[9] Liu Jia, Xu Tiantian, Huang Chenyang, et al. Automatic manipulation of magnetically actuated helical microswimmers in static environments [J]. Micromachines, 2018, 9(10): 524.

[10] Wang Fanghao, Zhang Youchao, Jin Daoyuan, et al. Magnetic soft microrobot design for cell grasping and transportation [J]. Cyborg and Bionic Systems, 2024, 5: 0109.

[11] 史玲玲，姚鹤，金鑫，等. 空间机器人的可变增益滑模控制方法 [J]. 哈尔滨工业大学学报，2021，53(7)：99-107.
Shi Lingling, Yao He, Jin Xin, et al. A variable gain sliding mode control method for space robots [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(7): 99-107.

[12] Wang Huaping, Zhong Shihao, Zheng Zhiqiang, et al. Data-driven parallel adaptive control for magnetic helical microrobots with derivative structure in uncertain environments [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2024, 54(7): 4139-4150.

[13] Nguyen V S, Nguyen Q D, Le T S, et al. Fixed-time adaptive RBF neural network controller via minimum learning parameter for ship roll stabilization [J]. Applied Ocean Research, 2025, 154: 104403.

[14] Liu Yueyue, Wang Haoyu, Wu Xiaoyu, et al. Autonomous navigation of magnetic microrobots with improved planning and control in complex environments [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2025, 22: 2421-2432.

[15] 刘思源，刘凌. 面向永磁同步电机无传感器控制的二阶改进扩展状态观测器 [J]. 西安交通大学学报，2024，58(8)：1-8.
Liu Siyuan, Liu Ling. A second-order improved extended states observer for permanent magnet synchronous motor sensorless control [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2024, 58(8): 1-8.

[16] 高海燕，陈智超，蔡远利，等. 高超声速飞行器干扰补偿与解耦最优反步控制策略 [J]. 西安交通大学学报，2025，59(10)：170-179.
Gao Haiyan, Chen Zhichao, Cai Yuanli, et al. Disturbance compensation and decoupling optimal backstepping control strategy for hypersonic vehicle [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2025, 59(10): 170-179.

[17] Hu Ningning, Ding Lujia, Wang Aihui, et al. Comprehensive modeling of corkscrew motion in micro-/nano-robots with general helical structures [J]. Nature Communications, 2024, 15(1): 7399.

[18] Zhang Kun, Fan Zenghua, Wang Han, et al. Fabrication and characterization of a helical propulsion millirobot with streamlined head and conical tail [J]. Physics of Fluids, 2025, 37(7): 072031.

[19] Sievers S, Braun K F, Eberbeck D, et al. Quantitative measurement of the magnetic moment of individual magnetic nanoparticles by magnetic force microscopy [J]. Small, 2012, 8(17): 2675-2679.

[20] Miao Jiaqi, Li Xiaolong, Liang Bo, et al. Enhancing swimming performance by optimizing structure of helical swimmers [J]. Sensors, 2021, 21(2): 494.

[21] 赵峰，罗雯，高锋阳，等. 考虑滑模抖振和扰动补偿的永磁同步电机改进滑模控制 [J]. 西安交通大学学报，2020，54(6)：28-35.
Zhao Feng, Luo Wen, Gao Fengyang, et al. An improved sliding mode control for PMSM considering sliding mode chattering and disturbance compensation [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(6): 28-35.

[22] 方靖荃，邓文翔，姚建勇，等. 电机伺服系统快速自适应抗扰控制 [J]. 西安交通大学学报，2021，55(6)：44-52.
Fang Jingquan, Deng Wenxiang, Yao Jianyong, et al. A fast adaptive disturbance rejection control for motor servo systems [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(6): 44-52.

[23] He Kanghui, Dong Chaoyang, Wang Qing. Active disturbance rejection control for uncertain nonlinear systems with sporadic measurements [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2022, 9(5): 893-906.

[24] 张佳乐，李志勇，张传伟，等. 基于广义 Udwadia-Kalaba 方程的移动机器人横纵向耦合轨迹跟踪控制 [J]. 机械工程学报，2025，61(19)：78-90.
Zhang Jiale, Li Zhiyong, Zhang Chuanwei, et al. Transverse-longitudinal coupled trajectory tracking control of mobile robots based on generalized Udwadia-Kalaba equation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2025, 61(19): 78-90.

[25] 宋哲，杨军，陶涛，等. 永磁同步电机系数自整定速度补偿控制方法 [J]. 西安交通大学学报，2022，56(6)：67-75.
Song Zhe, Yang Jun, Tao Tao, et al. Coefficient self-tuning speed compensation control method for permanent magnet synchronous motor [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56(6): 67-75.

（编辑 亢列梅）