

多负载赝厄米无线电能传输系统 稳态传输性能分析

梁之江, 杨黎晖, 殷枢丽, 马西奎

(西安交通大学电工材料电气绝缘全国重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对多负载宇称-时间(PT)对称无线电能传输系统对耦合线圈品质因数要求较高, 导致系统成本增加的问题, 提出一种接收端彼此解耦的多负载赝厄米无线电能传输系统。以双负载赝厄米系统为例, 通过设定发射端自然谐振频率高于接收端, 并采用 Bang-Bang 控制使系统在强耦合区内工作于目标本征模式, 研究了打破 PT 对称性对系统稳态传输性能的影响。理论结果表明: 稳态时系统接收端谐振网络能量幅值高于发射端, 改善了两端能量的分布; 相较于 PT 对称无线电能传输系统, 两端能量分布的改善可以削弱发射线圈交流电阻对传输效率的不利影响, 从而取得更高传输效率; 相较于单负载赝厄米系统, 当系统同时为两个负载供电时, 其强耦合区将得到扩展, 这一结论可推广至多负载赝厄米系统中。实验结果表明: 即使发射线圈品质因数较低, 若通过打破 PT 对称性以实现两端能量分布的改善, 则双负载系统稳态传输效率可由 82.7% 提高至 89.9%, 表明在强耦合区内, 系统可取得与采用高品质因数发射线圈的 PT 对称系统相近的传输效率。

关键词: 无线电能传输; 赝厄米; 多负载; 能量分布; 稳态传输性能; Bang-Bang 控制

中图分类号: TM724 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202609005 **文章编号:** 0253-987X(2026)09-0039-11

Steady-State Transfer Performance Analysis of a Multi-Load Pseudo-Hermitian Wireless Power Transfer System

LIANG Zhijiang, YANG Lihui, YIN Shuli, MA Xikui

(State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To address the increased system cost caused by the high quality-factor requirements for coupled coils in multi-load parity-time (PT)-symmetric wireless power transfer (WPT) systems, a multi-load pseudo-Hermitian WPT system with mutually decoupled receivers is proposed. A dual-load pseudo-Hermitian system is taken as an example. By setting the natural resonant frequency of the transmitter higher than that of the receivers and using Bang-Bang control to operate the system in the target eigenmode within the strong-coupling region, the effect of PT-symmetry breaking on the steady-state transfer performance is investigated. Theoretical results show that the energy amplitude of the receiver-side resonant network is higher than that of the transmitter-side under steady-state conditions, thereby improving the energy distribution between the two sides. Compared with the PT-symmetric WPT system, the improved energy distribution reduces the adverse effect of the AC resistance of the transmitter coil on the transfer efficiency, resulting in

收稿日期: 2026-01-16。 作者简介: 梁之江(1998—), 男, 博士生; 杨黎晖(通信作者), 女, 副教授, 博士生导师。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52507019)。

网络出版时间: 2026-05-19

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.T.20260519.1039.002>

higher transfer efficiency. Compared with the single-load pseudo-Hermitian system, the strong-coupling region is extended when two loads are charged simultaneously, and this conclusion can be extended to multi-load pseudo-Hermitian systems. Experimental results show that even with a low-quality-factor transmitter coil, the steady-state transfer efficiency of the dual-load system is increased from 82.7% to 89.9% by breaking PT symmetry and improving the energy distribution between the two sides. Thus, within the strong-coupling region, a transfer efficiency comparable to that of a PT-symmetric system using a high-quality-factor transmitter coil is achieved.

Keywords: wireless power transfer; pseudo-Hermitian; multi-load; energy distribution; steady-state transfer performance; Bang-Bang control

无线电能传输(WPT)技术目前已被应用于电动汽车^[1]、水下装备^[2]、无人机^[3]和电网监测设备^[4-5]等产品。为解决现有磁谐振式 WPT 系统对耦合系数变化敏感这一问题,2017 年,文献[6]设计了宇称-时间(PT)对称 WPT 系统。通过使用运算放大器搭建负电阻,在强耦合区(即 PT 对称区间)内,系统可实现与传输距离无关的恒定传输效率和输出功率。相较于单负载 WPT 系统,多负载 WPT 系统具有负载空间位置更自由的优势,在多车辆同时供电^[7]、车载多设备供电、多无人机实时供电^[8]等领域得到了应用。为实现在一定传输范围内,负载位置的选择不影响系统总传输效率,近年来研究人员已对 PT WPT 系统开展了研究^[9-11]。

PT WPT 系统是一类特殊的赭厄米系统^[12-13]。在强耦合区内,得益于增益-损耗自平衡特性,PT WPT 系统稳态时两端谐振网络能量幅值相等^[14]。为降低线圈损耗,传统观点普遍认为 PT WPT 系统耦合线圈均应具有高品质因数。文献[15]提出了一种基于两端能量分布改善的效率提高方法,即通过设定发射线圈自然谐振频率高于接收线圈,并使用通用阻抗变换器构建负电阻,在强耦合区内可以实现接收端能量幅值高于发射端。这有效削弱了发射线圈交流电阻对传输效率的不利影响,从而可取得比现有 PT WPT 更高的传输效率,且在强耦合区内系统鲁棒性较好。即使发射端采用品质因数较低的线圈,系统仍可取得与采用高品质因数线圈的 PT WPT 系统相近的传输效率,从而降低系统成本。值得注意的是,由于两端自然谐振频率不相等,系统参数原有的 PT 对称性已被打破,此时系统已转变为一般意义上的赭厄米无线电能传输系统。

然而,文献[15]仅局限于单负载系统,且功率等级有限。对于多负载 PT WPT 系统,其同样面临耦合线圈品质因数要求高的限制。在多物联网设备同

时充电^[16]、多车辆同时供电^[7]等多负载场景中,为扩大充电区域,发射线圈几何尺寸通常较大。若能在放宽对发射线圈品质因数的高要求的同时,取得相较于 PT 系统相近的传输效率,并在一定区域内维持对耦合系数变化不敏感,则可降低系统成本。

为此,本文将研究对象拓展至多负载赭厄米系统,并使用桥式逆变器构建负电阻以提高功率等级。以双负载系统为例,研究了打破 PT 对称性对系统稳态传输性能的影响。此外,本文对比了单负载赭厄米系统和双负载赭厄米系统的特征方程,研究了多负载系统在拓展系统强耦合区上的性能优势,所得结论可推广至多负载赭厄米系统中。最后,搭建样机进行实验验证。

1 系统建模与传输性能分析

1.1 双负载 PT WPT 系统传输性能

双负载 PT WPT 系统等效电路如图 1 所示。 L_1 、 L_2 和 L_3 分别为发射线圈 TX、接收线圈 RX1 和 RX2 的自感。 C_1 、 C_2 和 C_3 分别为其对应的串联匹配电容。 r_1 、 r_2 和 r_3 为其对应的线圈交流电阻。选用全桥逆变电路搭建负电阻 $-R_N$, 在关联参考方向下,稳态时其两端电压与电流相位相差 180° ^[14]。TX、RX1 和 RX2 的自然谐振频率分别为 ω_1 、 ω_2 和 ω_3 。 R_2 和 R_3 分别为与接收线圈 RX1 和 RX2 相串联的负载。 i_1 、 i_2 和 i_3 分别为流经 TX、RX1 和 RX2 电流的

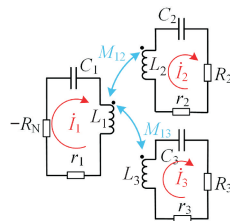


图 1 双负载 PT WPT 系统等效电路

Fig. 1 Equivalent circuit of the dual-load PT WPT system

相量形式。 M_{12} 和 M_{13} 分别为 TX 与 RX1、TX 与 RX2 之间的互感,其对应的耦合系数分别为 k_{12} 和 k_{13} 。RX1 与 RX2 之间彼此解耦。

文献[10]指出,双负载 PT WPT 系统应满足

$$\begin{bmatrix} j\frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega} + \frac{-R_N + r_1}{L_1} & -j\omega k_{12}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} & -j\omega k_{13}\sqrt{\frac{L_3}{L_1}} \\ -j\omega k_{12}\sqrt{\frac{L_1}{L_2}} & j\frac{\omega^2 - \omega_2^2}{\omega} + \frac{R_2 + r_2}{L_2} & 0 \\ -j\omega k_{13}\sqrt{\frac{L_1}{L_3}} & 0 & j\frac{\omega^2 - \omega_3^2}{\omega} + \frac{R_3 + r_3}{L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

由于稳态时各线圈电流均不恒为 0,因此式(1)中系统矩阵的行列式必为 0。分离实部与虚部,可进一步推出

$$\begin{cases} \frac{R_N - r_1}{L_1} = \frac{R_2 + r_2}{L_2} \frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega^2 - \omega_2^2} \\ -\frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega} \frac{\omega^2 - \omega_2^2}{\omega} + \frac{r_1 - R_N}{L_1} \frac{R_2 + r_2}{L_2} + \omega^2(k_{12}^2 + k_{13}^2) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

定义归一化工作频率 $\tilde{\omega} = \omega/\omega_0$ 。对于 PT WPT 系统,存在 $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_0$,此时由式(2)可推出

$$\begin{cases} \tilde{\omega}_1 = 1 \\ \tilde{\omega}_2 = \sqrt{2 - \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_0 L_2}\right)^2 + \sqrt{\left[\left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_0 L_2}\right)^2 - 2\right]^2 - 4(1 - k_{12}^2 - k_{13}^2)}} / [2(1 - k_{12}^2 - k_{13}^2)] \\ \tilde{\omega}_3 = \sqrt{2 - \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_0 L_2}\right)^2 - \sqrt{\left[\left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_0 L_2}\right)^2 - 2\right]^2 - 4(1 - k_{12}^2 - k_{13}^2)}} / [2(1 - k_{12}^2 - k_{13}^2)] \end{cases} \quad (4)$$

文献[10]指出,双负载 PT WPT 系统存在一个临界耦合系数 k_c 。若满足 $k_{12}^2 + k_{13}^2 > k_c^2$,则系统处于 PT 对称区间(即强耦合区)内;反之,则处于 PT 对称破缺区间(即弱耦合区)内。若利用自激振荡构建负电阻,则在 PT 对称区间内,对应于 $\tilde{\omega}_2$ 和 $\tilde{\omega}_3$ 的本征模式是稳定的;而在 PT 对称破缺区间内,对应于 $\tilde{\omega}_1$ 的本征模式是稳定的^[10]。

由式(1)可推出系统稳态时 $\dot{I}_2/\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_3/\dot{I}_1$ 的表达式。结合式(4)可知,PT WPT 系统在强耦合区内有

$$\begin{cases} L_1 I_1^2 = L_2 I_2^2 + L_3 I_3^2 \\ \frac{I_1^2}{I_2^2 + I_3^2} = \frac{L_2}{L_1} \end{cases} \quad (5)$$

式中: I 为电流有效值。对于一个 LC 谐振网络,其谐振网络瞬时能量可表示为 $(Li^2 + Cu^2)/2$,其中 i 为流经电感 L 的瞬时电流, u 为电容 C 两端的瞬时电压。从物理意义上看,当瞬时电压 $u = 0$ 时,谐振网络瞬时能量全部集中在电感 L 上,因此 $(Li^2 + Cu^2)/2$ 又可表示为 $L(\sqrt{2}I)^2/2$,即 LI^2 。

本文将 LI^2 定义为 LC 谐振网络的能量幅值。由

$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_0$ 以及 $(R_2 + r_2)/L_2 = (R_3 + r_3)/L_3$ 。不失一般性,本文设定 $L_2 = L_3$, $r_2 = r_3$ 以及 $R_2 = R_3$ 。设系统稳态时工作频率为 ω ,基于电路理论,可列出稳态时系统电路方程

双负载 PT WPT 系统的特征方程

$$\begin{cases} c_3 m^3 + c_2 m^2 + c_1 m - 1 = 0 \\ c_3 = 1 - k_{12}^2 - k_{13}^2 \\ c_2 = k_{12}^2 + k_{13}^2 + \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_0 L_2}\right)^2 - 3 \\ c_1 = 3 - \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_0 L_2}\right)^2 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $m = \tilde{\omega}^2$ 。

求解式(3)可知,系统存在 3 个位于实轴正半轴的本征频率,分别记为 $\tilde{\omega}_1$ 、 $\tilde{\omega}_2$ 和 $\tilde{\omega}_3$,其表达式为

于稳态时 $\dot{I}_2$ 与 $\dot{I}_3$ 同相位,因此 $L_2 I_2^2 + L_3 I_3^2$ 的物理意义即为接收端谐振网络能量幅值。本文将 $(L_2 I_2^2 + L_3 I_3^2)/(L_1 I_1^2)$ 定义为系统两端谐振网络能量幅值比。由式(5)可知,在强耦合区内,PT WPT 系统两端谐振网络能量幅值相等。

由电路理论可知,系统稳态传输效率 η 为

$$\eta = R_2 / \left[r_1 \frac{I_1^2}{I_2^2 + I_3^2} + (R_2 + r_2) \right] \quad (6)$$

对于 PT WPT 系统,由式(5)可知,在强耦合区内式(6)可进一步简化为

$$\eta = \frac{R_2}{r_1 L_2 / L_1 + R_2 + r_2} \quad (7)$$

1.2 系统两端能量分布的改善

由式(6)可知,若能实现 $L_2 I_2^2 + L_3 I_3^2 > L_1 I_1^2$,即实现两端能量分布的改善,则从数学上看,式(6)分母中 r_1 的系数减小,此时发射线圈交流电阻对传输效率的不利影响被削弱,故系统可取得更高的传输效率。

为此,本文令 $\omega_1 > \omega_0$,并保持其余参数不变,以

打破参数上的 PT 对称性。此时式(1)~式(2)仍成立,但因 $\omega_1 \neq \omega_2$,故式(3)不再成立。设 $\chi = \omega_1/\omega_0$ 为两端失谐比,由式(2)可推导出此时系统特征方程为

$$\begin{cases} B_3 m^3 + B_2 m^2 + B_1 m + B_0 = 0 \\ B_3 = 1 - k_{12}^2 - k_{13}^2 \\ B_2 = k_{12}^2 + k_{13}^2 + \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_2 L_2}\right)^2 - 2 - \chi^2 \\ B_1 = 2\chi^2 - \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_2 L_2}\right)^2 \chi^2 + 1 \\ B_0 = -\chi^2 \end{cases} \quad (8)$$

根据 Cardano 公式^[17]可知,式(8)中关于 m 的一元三次方程根的分布情况可由判别式 Δ 判定,其表达式为

$$\begin{cases} \Delta = \frac{a^2}{4} + \frac{b^3}{27} \\ a = \frac{B_0}{B_3} + \frac{2B_2^3}{27B_3^3} - \frac{B_1 B_2}{3B_3^2} \\ b = \frac{B_1}{B_3} - \frac{B_2^2}{3B_3^2} \end{cases} \quad (9)$$

若判别式 $\Delta < 0$,则此时方程存在 3 个关于 m 的纯实数解,分别对应 3 个纯实数本征频率。若 $\Delta > 0$,则此时方程只存在关于 m 的 1 个纯实数解和 1 对共轭复数解,对应 1 个纯实数本征频率和 1 对共轭本征频率。由此可知,系统满足文献[18]所给出的赝厄米性的充分必要条件。此外,当 $\chi=1$ 时,式(8)与式(3)完全相同,这验证了 PT WPT 系统是一类特殊的赝厄米 WPT 系统。

仿真中采用的系统参数如表 1 所示。由式(8)可知,若表 1 参数保持不变,则系统各本征频率取决于耦合系数平方和,即 $k_{12}^2 + k_{13}^2$ 。

表 1 双负载赝厄米 WPT 系统仿真参数

Table 1 Simulation parameters of the dual-load pseudo-Hermitian WPT system

系统参数	TX	RX1	RX2
自感 $L/\mu\text{H}$	160	190	190
匹配电容 C/nF	3.27	3.33	3.33
交流电阻 r/Ω	1.5	0.9	0.9
自然谐振频率 ω/kHz	220	200	200
负载 R/Ω		10	10

由电路理论从式(1)可推得

$$\frac{I_2^2 + I_3^2}{I_1^2} = \frac{\omega^2 (k_{12}^2 + k_{13}^2)}{|\text{j}(\omega^2 - \omega_0^2)/\omega + (R_2 + r_2)/L_2|^2} \frac{L_1}{L_2} \quad (10)$$

结合式(6)可知,此时对于系统每一个纯实数本征频率,若 $k_{12}^2 + k_{13}^2$ 不变,则其对应的两端能量幅值比保

持不变,所对应的稳态传输效率亦保持不变。求解式(8)可得图 2,图中虚线为等高线。由图可知,系统存在一个临界耦合系数 k_c ,若满足 $k_{12}^2 + k_{13}^2 > k_c^2$,则表示系统处于强耦合区,存在 3 个纯实数解 m_1, m_2 和 m_3 ,分别对应 3 个纯实数本征频率 $\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2$ 和 $\tilde{\omega}_3$;反之则处于弱耦合区,存在 1 个纯实数本征频率 $\tilde{\omega}_1$ 和 1 对共轭复本征频率 $\tilde{\omega}_2, \tilde{\omega}_3$ 。

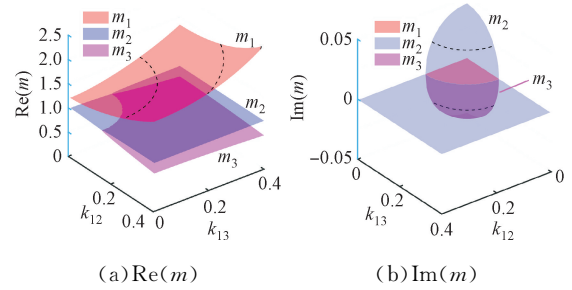


图 2 m 随 k_{12} 和 k_{13} 的变化
Fig. 2 Variation between m with k_{12} and k_{13}

图 3 展示了不同本征模式下系统两端谐振网络能量幅值比和稳态传输效率,并与 PT WPT 系统进行了对比。由图 3(a)可知,在弱耦合区内,接收端能量幅值始终低于发射端。如图 3(c)所示,此时系统不能取得比 PT WPT 系统更高的传输效率。由图 3(b)可知,在强耦合区内,当系统工作在本征频率 $\tilde{\omega}_2$ 或 $\tilde{\omega}_3$ 时,接收端谐振网络能量幅值高于发射端。如图 3(d)所示,此时系统可实现更高的稳态传输效率。

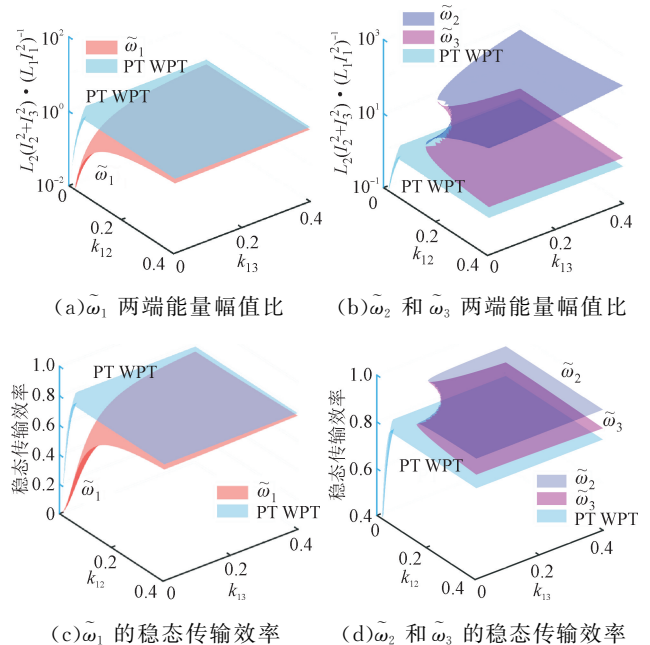


图 3 系统两端能量幅值比及传输效率随 k_{12} 和 k_{13} 的变化
Fig. 3 Change of the dual side energy amplitude ratio and the steady transfer efficiency with k_{12} and k_{13}

若设前端直流输入电压 $V_{DC} = 25$ V, 则系统输出功率 P_{out} 随 k_{12} 和 k_{13} 的变化如图 4(a) 所示。由于本征频率 $\tilde{\omega}_2$ 接近接收端自然谐振频率, 故当系统工作于本征频率 $\tilde{\omega}_2$ 时, 反射阻抗的存在使得系统输出功率极低, 这限制了系统的应用前景。如图 4(b) 所示, 此时原边电流三次谐波 I_{1T}/I_1 较大, 这同样不利于负电阻的实现。

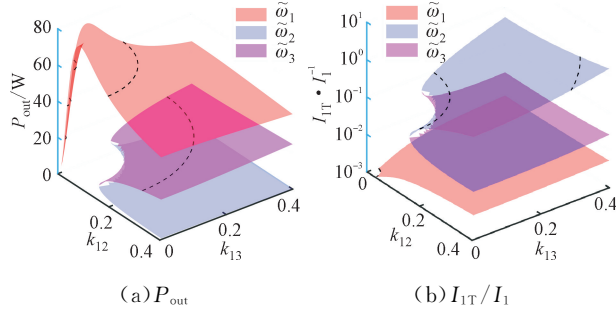


图 4 系统输出功率和原边电流谐波含量随 k_{12} 和 k_{13} 的变化
Fig. 4 Variation between system output power and primary current harmonic content with k_{12} and k_{13}

相比之下, 当系统工作在本征频率 $\tilde{\omega}_3$ 时, 原边电流中三次谐波含量较少, 且接收端谐振网络能量幅值仍高于发射端, 故本文将目标本征频率设为 $\tilde{\omega}_3$ 。

根据电路理论可推导出

$$\dot{I}_1 \left(r_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{\omega^2 (M_{12}^2 + M_{13}^2)}{r_2 + R_2 + j\omega L_2 + 1/j\omega C_2} \right) = \dot{V}_s \quad (11)$$

式中: $\dot{V}_s$ 为负电阻输出电压的相量形式。前述分析表明, 若表 1 参数保持不变, 则本征频率 $\tilde{\omega}$ 的数值取决于 $k_{12}^2 + k_{13}^2$ 。联立式(10)和式(11)进一步可知, 若 $\dot{V}_s$ 不变, 则各本征模式对应的原边电流和系统输出功率均取决于 $k_{12}^2 + k_{13}^2$, 这一结论与图 4(a) 所示结果相符。

1.3 两端能量分布改善的物理机制

为直观阐述打破 PT 对称性可改善两端能量分布的内在机理, 本节以 $k_{12}^2 + k_{13}^2$ 为横坐标, 绘制了在不同失谐比下系统特征方程解 m_1 、 m_2 和 m_3 的变化曲线, 如图 5 所示。由图可知, 打破参数 PT 对称性后, 系统本征频率发生偏移。随着 χ 的增大, 在强耦合区内, 相较于 PT 系统, 本征频率 $\tilde{\omega}_3$ 逐渐增大但始终小于 1; 本征频率 $\tilde{\omega}_2$ 近似保持不变; 本征频率 $\tilde{\omega}_1$ 逐渐增大。

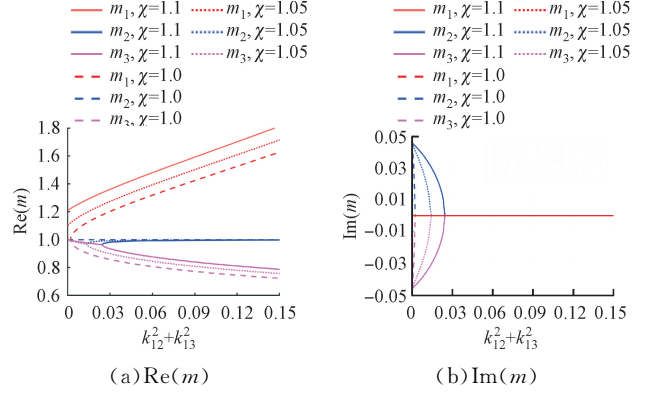


图 5 不同失谐比下系统特征方程解变化曲线

Fig. 5 Evolution of the system characteristic equation solutions under different detuning ratios

设 RX1、RX2 反射至 TX 的反射阻抗为 Z , 从物理意义上看, $I_1^2 \text{Re}(Z) = (I_2^2 + I_3^2)(r_2 + R_2)$ 成立。由此可知, 系统稳态传输效率 η 又可表示为

$$\eta = \frac{\text{Re}(Z)}{r_1 + \text{Re}(Z)} \frac{R_2}{R_2 + r_2} \quad (12)$$

由图 5(a) 和 Z 的表达式可知, 相较于 PT WPT 系统, 随着 χ 的提高, 若系统在强耦合区内工作于本征频率 $\tilde{\omega}_3$, 则此时 $\text{Re}(Z)$ 的分子逐渐增大、分母逐渐减小, 故其值不断增大。由于 r_1 不变, 这意味着 $(I_2^2 + I_3^2)(r_2 + R_2)$ 与 $I_1^2 r_1$ 之比不断增大, 这等价于 $(I_2^2 + I_3^2)L_2$ 与 $I_1^2 L_1$ 之比不断增大。

1.4 两端失谐比对系统稳态性能的影响

图 6 以 $k_{12}^2 + k_{13}^2$ 为横轴, 对比了不同失谐比 χ 下系统的稳态传输性能, 其中前端直流输入电压 V_{DC} 设为 25 V。分析可知, 随着 χ 的增大, k_c 相应增大, $\tilde{\omega}_1$ 对应的传输效率有所降低, 而 $\tilde{\omega}_3$ 对应的传输效率有所提高。

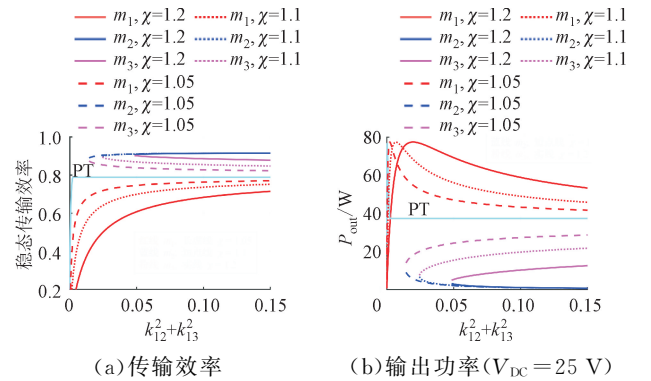


图 6 不同失谐比下系统传输效率和输出功率曲线

Fig. 6 Steady transfer efficiency and steady output power of the system under different detuning ratios

若 χ 过大, 则系统的强耦合区过窄, 且强耦合区内本征模式 $\tilde{\omega}_3$ 对应的输出功率过低; 若失谐比过

小,则在强耦合区内效率提升有限。因此,选定 χ 时应在传输效率、强耦合区范围和输出功率之间取得平衡。

随着负载的增大,系统临界耦合系数 k_c 相应增大。 k_c^2 与 R_2 的关系如图7所示(保持 $R_3 = R_2$)。

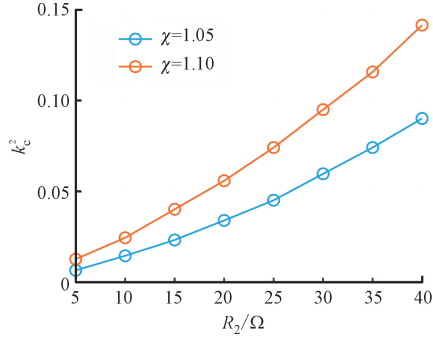


图7 临界耦合系数平方 k_c^2 与负载 R_2 的关系

Fig.7 Relationship between the square of the critical coupling coefficient k_c^2 and load R_2

通过逐项比较特征方程式(8)系数可知,在相同失谐比 χ 下,负载 $R_2 = R_3 = R$ 且接收线圈自然谐振频率 $\omega_2 = \omega_3 = \omega_0$ 的系统,与负载 $R_2 = R_3 = 2R$ 且接收线圈自然谐振频率 $\omega_2 = \omega_3 = 2\omega_0$ 的系统具有相同的临界耦合系数。这表明,若因负载阻值较大导致强耦合区过窄,则可通过提高 ω_0 ,或通过引入高阶谐振网络降低等效电阻^[19]等方式,以降低临界耦合系数。

2 单负载系统与双负载系统性能对比

2.1 单负载系统与双负载系统特征方程对比

若将图1中接收线圈RX2移除,则系统转变为单负载赝厄米系统。单负载系统稳态电路方程如下

$$\begin{bmatrix} \frac{-R_N + r_1}{L_1} + j\frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega} & j\omega k_{12} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \\ j\omega k_{12} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} & \frac{R_2 + r_2}{L_2} + j\frac{\omega^2 - \omega_2^2}{\omega} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

由于稳态运行时线圈电流不恒为0,因此方程(13)系数矩阵的行列式必为0。分离行列式实部与虚部,可得单负载赝厄米系统特征方程

$$\begin{cases} b_3 m^3 + b_2 m^2 + b_1 m - \chi^2 = 0 \\ b_3 = 1 - k_{12}^2 \\ b_2 = k_{12}^2 + \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_2 L_2}\right)^2 - 2 - \chi^2 \\ b_1 = 2\chi^2 - \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_2 L_2}\right)^2 \chi^2 + 1 \end{cases} \quad (14)$$

文献[15]指出,单负载赝厄米系统存在一个临界耦合系数 k_{c1} 。若满足 $k_{12}^2 > k_{c1}^2$,则此时系统处于强耦合区,存在3个纯实数本征频率;反之则处于弱耦合区,此时系统存在1个纯实数本征频率和1对共轭复本征频率。

记双负载系统的临界耦合系数为 k_{c2} 。逐项对比式(8)中系数 $B_3 \sim B_1$ 与式(14)中系数 $b_3 \sim b_1$ 可知,若发射线圈、接收线圈、失谐率、自然谐振频率和负载分别相同,则两系统临界耦合系数相同,即 $k_{c1} = k_{c2}$ 。对于双负载系统,当 $k_{12}^2 + k_{13}^2 > k_{c2}^2$ 时系统处于强耦合区;对于单负载系统,当 $k_{12}^2 > k_{c1}^2$ 时系统处于强耦合区。

由此可见,双负载系统拓展了系统强耦合区的范围,即使 $k_{12}^2 < k_{c2}^2$,若满足 $k_{13}^2 > k_{c2}^2 - k_{12}^2$,则系统仍处于强耦合区。由于系统仅在强耦合区内能够实现两端能量分布的改善,因此上述结果说明,当系统同时为两个负载供电时,其工作范围将得到扩展。

2.2 接收线圈彼此解耦的 n 负载系统

对于同时向 n 个负载供电的赝厄米系统,若各个接收线圈之间彼此解耦,且参数满足 $L_2 = L_3 = \dots = L_n$, $r_2 = r_3 = \dots = r_n$, $\omega_2 = \omega_3 = \dots = \omega_n = \omega_0$, $R_2 = R_3 = \dots = R_n$, $\omega_1 = \chi\omega_0$,则可得系统特征方程为

$$\begin{cases} e_3 m^3 + e_2 m^2 + e_1 m + e_0 = 0 \\ e_3 = 1 - k_{12}^2 - k_{13}^2 - \dots - k_{1n}^2 \\ e_2 = k_{12}^2 + k_{13}^2 + \dots + k_{1n}^2 + \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_2 L_2}\right)^2 - 2 - \chi^2 \\ e_1 = 2\chi^2 - \left(\frac{R_2 + r_2}{\omega_2 L_2}\right)^2 \chi^2 + 1 \\ e_0 = -\chi^2 \end{cases} \quad (15)$$

对比式(14)与式(15)可知,若单负载系统与 n 负载系统的发射线圈、接收线圈、失谐比、自然谐振频率和负载阻值分别相同,则 n 负载系统临界耦合系数 k_{cn} 与单接收系统的临界耦合系数 k_{c1} 相同;当满足 $k_{12}^2 + k_{13}^2 + k_{14}^2 + \dots + k_{1n}^2 > k_{cn}^2$ 时,系统处于强耦合区,反之则处于弱耦合区。

3 负电阻构建

目前,自激振荡方法已广泛应用于构建基于全桥逆变电路的负电阻^[3-4,9-10,19-22]。然而,文献[20]指出,利用自激振荡构建的负电阻不能令本文 $\chi = 1.1$ 的赝厄米系统稳定工作在本征模式 $\tilde{\omega}_3$,因此需要寻求一种替代方案。Bang-Bang控制作为频率跟踪方法的一种,具备控制策略简洁、硬件成本低的优势。

本文选用该方法构建负电阻。

3.1 相位检测电路

选用双 D 触发器作为相位检测电路^[23-24],其示意图如图 8 所示。图中,D 触发器选用上升沿触发的 74AC11074 型号,其置位端和复位端均为低电平有效。右侧是一个二阶低通有源滤波器,其作用是只保留 Q_1 端口输出电压的直流分量 $Q_{1,avg}$ 。

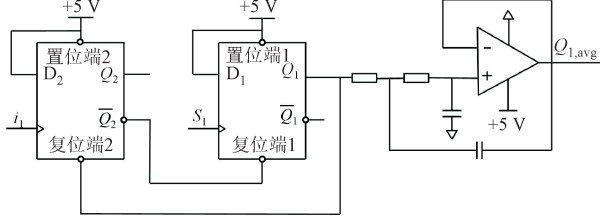


图 8 相位检测电路示意图

Fig. 8 Schematic diagram of phase detection circuit

相位检测电路的工作波形如图 9 所示,其中 V_{in} 为负电阻输出电压。 S_1 为逆变器驱动信号,其上升沿与逆变器输出电压的上升沿相同。 $i_{1,sp}$ 为原边电流 i_1 过零检测器的输出信号,其上升沿对应原边电流 i_1 从负到正的过零点。当检测到 S_1 上升沿时, Q_1 输出高电平;当检测到 $i_{1,sp}$ 上升沿时, $\bar{Q}_2$ 输出低电平,从而使 Q_1 复位为低电平。定义 $i_{1,sp}$ 与 S_1 之间相位差为 φ_{ZA} ,并约定 S_1 超前 $i_{1,sp}$ 时 φ_{ZA} 为正, $i_{1,sp}$ 超前 S_1 时 φ_{ZA} 为负。

当 i_1 滞后于 V_{DC} 时,相位检测电路的工作波形如图 9(a) 所示,此时 $Q_{1,avg}$ 随 $|\varphi_{ZA}|$ 的增大而增大。由于 $|\varphi_{ZA}|$ 的最大值为 0.5π ,所以 $Q_{1,avg}$ 的最大值为 $0.25V_{cc}$ 。当 i_1 超前于 V_{DC} 时,电路工作波形如图 9(b) 所示,此时 $Q_{1,avg}$ 随 $|\varphi_{ZA}|$ 的增大而减小。由于 $|\varphi_{ZA}|$ 的最大值为 0.5π ,因此 $Q_{1,avg}$ 的最小值为 $0.75V_{cc}$ 。

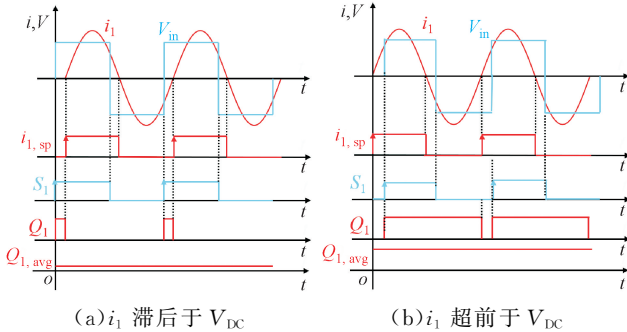


图 9 相位检测电路工作波形

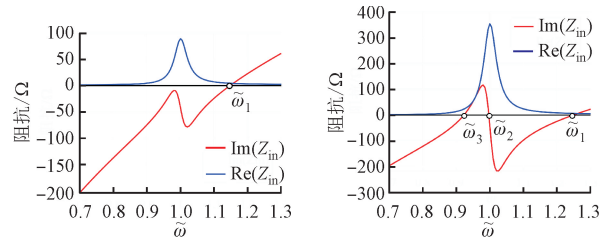
Fig. 9 Operating waveform of the phase detection circuit

3.2 基于 Bang-Bang 控制的频率调节算法

由上文可知,通过检测 $Q_{1,avg}$ 的大小可调整工作频率,使系统最终工作于本征频率 $\tilde{\omega}_3$ 。输入阻抗 Z_{in} 随 $\tilde{\omega}$ 的变化曲线如图 10 所示。在强耦合区内,系统存在

3 个本征频率。为确保系统最终工作于本征频率 $\tilde{\omega}_3$,可将初始工作频率 $\tilde{\omega}_{ini}$ 设为小于 $\tilde{\omega}_3$,并通过相位检测电路检测 i_1 与 V_{DC} 之间的相位关系。若 i_1 超前于 V_{DC} ,说明工作频率 $\tilde{\omega} < \tilde{\omega}_3$,应增大系统工作频率;若 i_1 滞后于 V_{DC} ,说明 $\tilde{\omega}_3 < \tilde{\omega} < \tilde{\omega}_2$,应减小系统工作频率。

本文采用 Bang-Bang 控制直接调整系统工作频率。具体而言,先令系统工作在初始工作频率 ω_{ini} ,此时系统处于强制振荡状态。随后,每隔一个时间间隔 Δt 检测 i_1 与 V_{DC} 的相位关系,并据此实时调整系统工作频率。在强耦合区内,若将 ω_{ini} 设为靠近本征频率 $\tilde{\omega}_3$,并合理设置频率步长 Δf 和时间间隔 Δt ,则稳态时系统将工作在本征频率 $\tilde{\omega}_3$ 。



(a) $k_{12}=k_{13}=0.1$, 弱耦合区 (b) $k_{12}=k_{13}=0.2$, 强耦合区

图 10 输入阻抗 Z_{in} 随归一化工作频率 $\tilde{\omega}$ 的变化

Fig. 10 Relationship between the input reactance Z_{in} with normalized operating frequency $\tilde{\omega}$

若系统因外界扰动而进入弱耦合区,如果不加以限制,则 Bang-Bang 控制将使系统最终工作在本征频率 $\tilde{\omega}_1$ 。如图 4(a) 所示,此时系统输出功率将远高于预期输出功率,从而产生安全隐患。为此,本文设定若实时工作频率 ω 超过自然谐振频率 ω_0 ,则将系统重置为强制振荡状态,并同时发出信号提示外界介入。

本文设定初始工作频率 $\omega_{ini}=175$ kHz,频率步长 $\Delta f=0.05$ kHz。由于 F28335 的主频为 150 MHz, Δt 可取为 0.01 s,这满足控制芯片运算性能的要求。此时,Bang-Bang 控制策略可以在数秒内令系统工作在目标本征模式,适用于对控制实时性要求不高的无线充电场合。

4 实验验证

4.1 样机设计

为凸显实验效果,本文设定发射线圈采用成本较低的利兹线(单股直径 0.1 mm,35 股)绕制,而两个接收线圈则使用成本较高的利兹线(单股直径 0.1 mm,140 股)绕制。发射线圈和接收线圈均为平面矩形线圈,两个接收线圈彼此重叠以实现彼此解耦^[25]。发射线圈外侧长 15 cm、宽 30 cm、绕组宽

度 1.4 cm、16 匝；两个接收线圈尺寸相同，外侧均为长 15 cm、宽 30 cm、绕组宽度 3.2 cm、19 匝。线圈参数由网络分析仪 E4990A 测得，如表 2 所示 ($\chi=1.1$)，其中 r 包含匹配电容的串联等效电阻。

表 2 双负载赝厄米无线电能传输系统实验参数

Table 2 Experimental parameters of the dual-load pseudo-Hermitian WPT system

系统参数	TX	RX1	RX2
自感 $L/\mu\text{H}$	135.3	131.4	129.9
匹配电容 C/nF	3.93	4.89	4.94
交流电阻 r/Ω	1.20	0.69	0.70
自然谐振频率 ω/kHz	218.3	198.6	198.6
负载 R/Ω		10	10

需要指出的是，表 1 和表 2 虽然参数不同，但均满足发射端自然谐振频率高于接收端，且双接收端彼此解耦的条件，故两组参数均可用于验证“两端能量分布改善可提高系统稳态传输效率”。

在线圈放置上，对于双负载系统，将 RX1 和 RX2 关于 TX 对称放置，如图 11(a) 所示。对于单负载系统，本文在移除 RX2 的同时，保持 TX 与 RX1 之间的横向距离 d 不变。使用网络分析仪测量反射阻抗，可得耦合系数 k_{12} 随传输距离 D 的变化关系，如图 11(b) 所示。

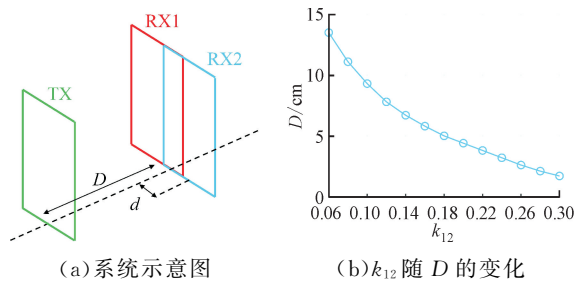


图 11 双负载系统示意图和 k_{12} 随 D 的变化

Fig. 11 Schematic diagram of dual-load system and the variation between coupling coefficient with transfer distance

实验中所搭建的赝厄米 WPT 系统样机如图 12 所示。使用 TMS320F28335 作为控制芯片，使用电流

互感器 CU8965 检测原边电流 i_1 。所得信号经由差分比例放大电路 (OPA690)，超前补偿电路和过零检测电路 (TL3016) 转换成包含 i_1 过零点信息的方波电压信号 $i_{1,sp}$ 。相位检测电路检测驱动信号 S_1 和方波电压信号 $i_{1,sp}$ 之间的相位关系，并据此调整系统工作频率。

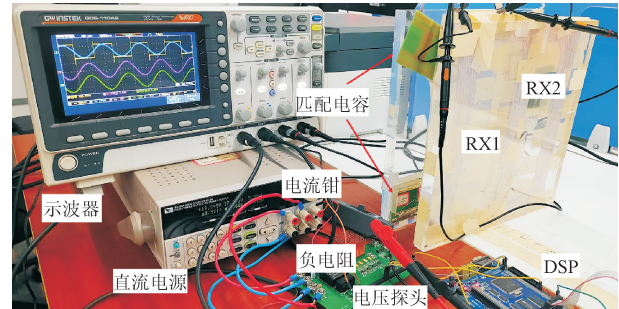


图 12 双负载赝厄米系统样机示意图

Fig. 12 Prototype of the proposed dual-load pseudo-Hermitian WPT system

4.2 实验结果

$\chi=1.1$ 时赝厄米 WPT 系统和 PT WPT 系统稳态传输性能如图 13 所示，图中浅绿色区域代表赝厄米系统的强耦合区，白色区域代表弱耦合区。图 13(a)~(b) 表明，相较于 PT WPT 系统，提高发射端自然谐振频率将导致本征频率 $\tilde{\omega}_3$ 向接收端自然谐振频率 ω_0 偏移。

如图 13(c) 所示，在强耦合区内，双负载赝厄米系统可取得比 PT WPT 系统更高的传输效率 (PT WPT 系统强耦合区内理论效率为 84.3%)。这是由于此时系统两端能量分布得到了改善，如图 14 所示。然而，相较于 PT WPT 系统，提高发射线圈自然谐振频率虽可在强耦合区内取得更高稳态传输效率，但同时导致强耦合区变窄，这与图 6(a) 所示结果相符。

由图 13(c) 和 (d) 可知，由于两端能量分布的改善只能在赝厄米系统的强耦合区内实现，因此相较于单负载赝厄米系统，双负载系统能够实现充电范围的拓展。

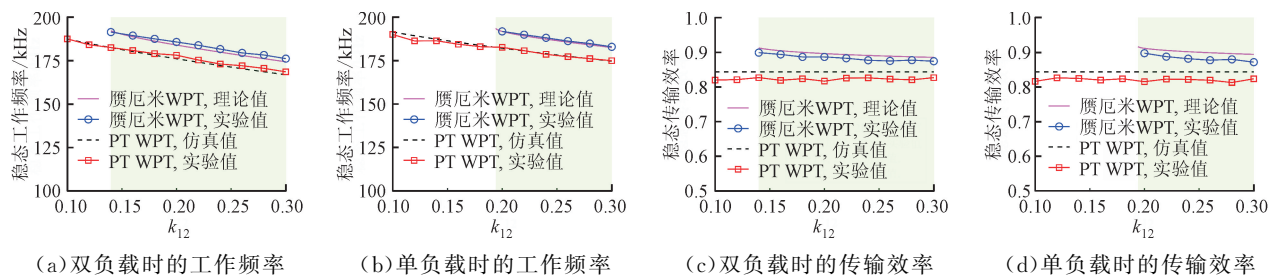


图 13 赝厄米 WPT 和 PT WPT 系统稳态传输性能表现

Fig. 13 Steady transfer performance of the pseudo-Hermitian WPT system and PT WPT system

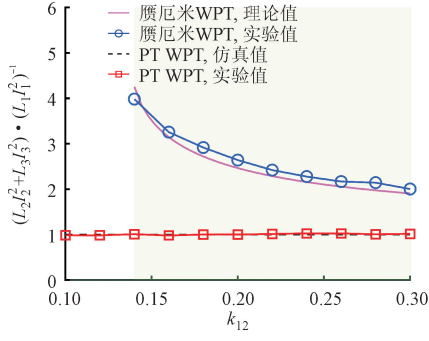


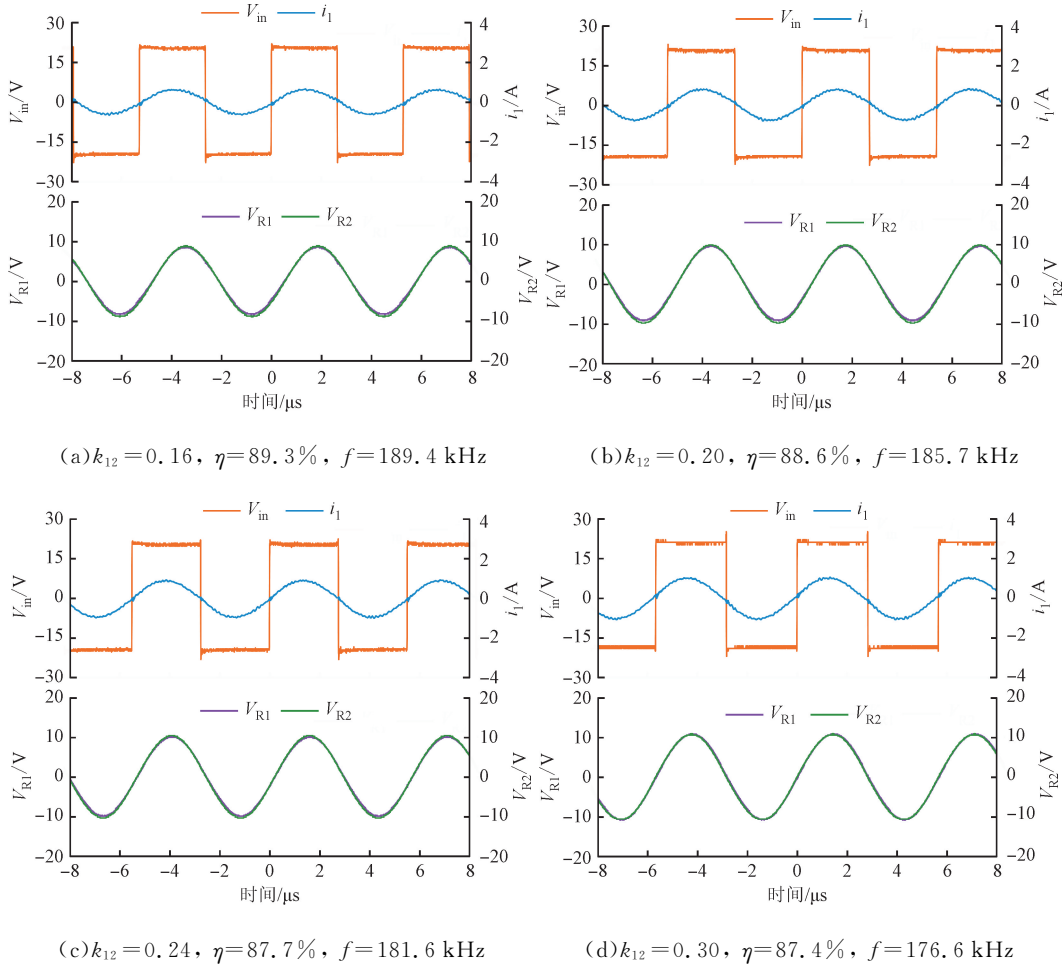
图14 双负载系统两端谐振网络能量幅值之比

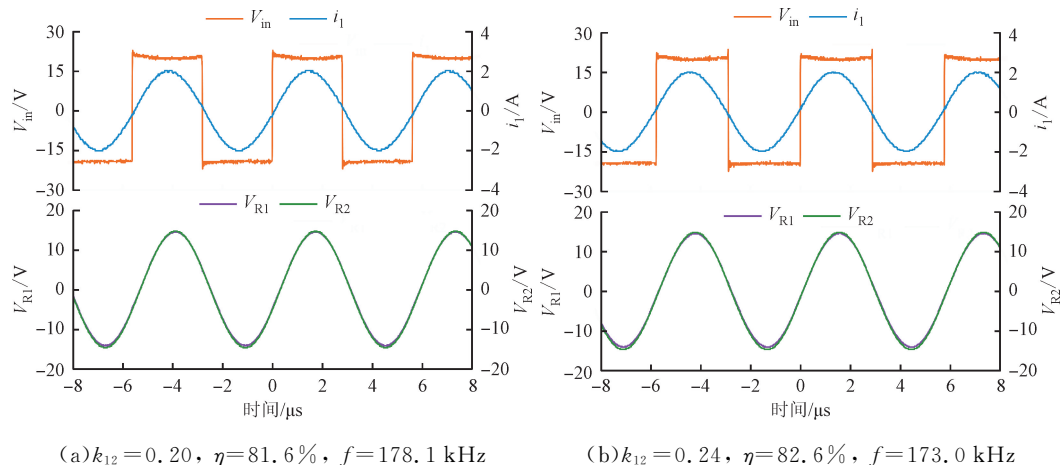
Fig.14 Experimental results of the dual side energy amplitude ratio of a dual-load system

不同耦合系数下,双负载赝厄米系统稳态波形如图15所示,前端直流输入电压 V_{DC} 设为20 V, V_{R1} 和 V_{R2} 分别为负载 $R1$ 、 $R2$ 两端电压。图15(a)~(d)中两端能量幅值之比分别为3.3、2.6、2.3和2.0,

对应的稳态传输效率分别为89.3%、88.6%、87.7%和87.4%。图16给出了双负载PT WPT系统的稳态波形。对比图15与图16可知,改善系统两端能量分布可以削弱发射线圈交流电阻对传输效率的不利影响,从而取得更高的稳态传输效率。

由图13(c)可知,实验中双负载赝厄米系统的传输效率最高可超过89%。需要指出,若线圈TX、RX1和RX2均为尺寸相同的19匝平面矩形线圈,且均采用股线直径为0.1 mm、140股的利兹线绕制,同时将3个耦合线圈的自然谐振频率均设为198.6 kHz以确保PT对称性,则系统在强耦合区内的理论效率为87.7%。这说明,即使发射端品质因数较低,采用本文所提系统,在强耦合区内,赝厄米系统仍能取得与采用高品质因数线圈的PT对称系统相近的传输效率。

图15 双负载赝厄米系统处于稳态时的波形图($\chi=1.1$)Fig.15 Steady operating waveform of the dual-load pseudo-Hermitian WPT system ($\chi=1.1$)

(a) $k_{12}=0.20$, $\eta=81.6\%$, $f=178.1$ kHz(b) $k_{12}=0.24$, $\eta=82.6\%$, $f=173.0$ kHz图 16 双负载 PT WPT 系统处于稳态时的波形图 ($\chi=1$)Fig. 16 Steady operating waveform of the dual-load PT WPT system ($\chi=1$)

4.3 与现有文献的对比

现有文献对两端自然谐振频率不一致的赝厄米系统的研究尚处于起步阶段。文献[15]以单负载赝厄米系统为研究对象,采用通用阻抗变换器构建负电阻。相比之下,本文贡献主要有两点:一是提出了一种基于 Bang-Bang 控制和相位检测的全桥逆变器负电阻构建方案,将功率等级由用于演示的毫瓦级提高到了可供实际应用的瓦级;二是将研究对象由单负载赝厄米系统扩展至多负载赝厄米系统。

5 结 论

(1)在强耦合区内,系统可实现两端谐振网络能量分布的改善,取得相较于 PT WPT 系统更高的传输效率。实验结果表明,双负载系统稳态传输效率可由 82.7% 提高至 89.9%。

(2)相较于单负载赝厄米 WPT 系统,采用双接收拓扑可拓展赝厄米 WPT 系统的工作范围。实验结果表明,当系统同时给两个负载供电时,其临界耦合系数可由 0.20 降低至 0.14。

(3)所提出的基于 Bang-Bang 控制和相位检测的全桥逆变器负电阻构建方法,在提高系统功率等级的同时,保持了控制简单、硬件成本低的优势。

参考文献:

[1] 杨阳,王澍,颜黎明,等. 电动汽车无线充电系统双边 LCC 型谐振补偿网络及电磁安全性研究 [J]. 西安交通大学学报, 2021, 55(5): 171-180.
Yang Yang, Wang Shu, Yan Liming, et al. Research on double-sided LCC resonant topology and electromagnetic safety for wireless charging system of electric

vehicles [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(5): 171-180.

- [2] 康乐,胡欲立,张克涵. 水下磁谐振式无线电能传输系统的分析与设计 [J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(10): 41-47.
Kang Le, Hu Yuli, Zhang Kehan. Analysis and design for underwater magnetic resonance-based wireless power transfer system [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49(10): 41-47.
- [3] Zhou Jiali, Zhang Bo, Xiao Wenxun, et al. Nonlinear parity-time-symmetric model for constant efficiency wireless power transfer: application to a drone-in-flight wireless charging platform [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(5): 4097-4107.
- [4] Zhou Jiali, Li Zilin, Lee C K, et al. A weather-independent and renewable power supply with wireless power transfer feature for powering online monitoring systems in smart grid [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 70(6): 6414-6424.
- [5] 胡青云,张波. 高压杆塔设备无线供电技术剖析 [J]. 电工技术学报, 2024, 39(20): 6257-6269.
Hu Qingyun, Zhang Bo. Research and development of wireless power supply technology for pylon-devices [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(20): 6257-6269.
- [6] Assawaworrarit S, Yu Xiaofang, Fan Shanhui. Robust wireless power transfer using a nonlinear parity-time-symmetric circuit [J]. Nature, 2017, 546(7658): 387-390.
- [7] Zhang Chendawei, Lu Wenzhou, Zhao Jian, et al. A novel asymmetric magnetic coupler applied to multiple-

- receiver wireless charging system for automated guided vehicles [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2023, 38(11): 14761-14775.
- [8] Shi Zhuoqun, Sun Qianfang, Wang Jintao, et al. Free-position dynamic WPT system supporting in-flight concurrent charging for multiple unmanned aerial vehicles [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2024, 39(12): 15389-15397.
- [9] Luo Chengxin, Qiu Dongyuan, Gu Wenchao, et al. Multiload wireless power transfer system with constant output power and efficiency [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2022, 58(1): 1101-1114.
- [10] Sun Shubin, Zhang Bo, Rong Chao, et al. A multireceiver wireless power transfer system using self-oscillating source composed of zero-voltage switching full-bridge inverter [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 69(3): 2885-2895.
- [11] Mohseni F, Hakimi A, Nikzamir A, et al. One-transmitter-multiple-receiver system for wireless power transfer using an exceptional point of degeneracy [J]. *Physical Review Applied*, 2025, 23(5): 054046.
- [12] Hao Xianglin, Yin Ke, Zou Jianlong, et al. Frequency-stable robust wireless power transfer based on high-order pseudo-Hermitian physics [J]. *Physical Review Letters*, 2023, 130(7): 077202.
- [13] 王利凯, 王宇倩, 郭志伟, 等. 基于高阶非厄密物理的磁共振无线电能传输研究进展 [J]. *物理学报*, 2024, 73(20): 25-43.
- Wang Likai, Wang Yuqian, Guo Zhiwei, et al. Research progress of magnetic resonance wireless power transfer based on higher-order non-Hermitian physics [J]. *Acta Physica Sinica*, 2024, 73(20): 25-43.
- [14] 王思睿, 丘东元, 张波, 等. 宇称-时间对称磁耦合无线电能传输技术研究进展 [J]. *电工技术学报*, 2025, 40(12): 3787-3802.
- Wang Sirui, Qiu Dongyuan, Zhang Bo, et al. A review of parity-time symmetric magnetic coupling wireless power transfer technology [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2025, 40(12): 3787-3802.
- [15] Hao Xianglin, Yin Ke, Cai Shiqing, et al. Dispersive gains enhance wireless power transfer with asymmetric resonance [J]. *Reports on Progress in Physics*, 2025, 88(2): 020501.
- [16] Lee E S, Choi J S, Son H S, et al. Six degrees of freedom wide-range ubiquitous IPT for IoT by DQ magnetic field [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2017, 32(11): 8258-8276.
- [17] Lai Li, Zhang Bo, Lin Jingyang. Analytical model and robust design of PT-symmetric CLLC coreless transformers with non-ideal parameters [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems: I Regular Papers*, 2025, 72(9): 5168-5179.
- [18] Mostafazadeh A. Pseudo-hermiticity versus PT symmetry: the necessary condition for the reality of the spectrum of a non-Hermitian Hamiltonian [J]. *Journal of Mathematical Physics*, 2002, 43(1): 205-214.
- [19] Qu Yuhu, Zhang Bo, Gu Wenchao, et al. Wireless power transfer system with high-order compensation network based on parity-time-symmetric principle and relay coil [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2023, 38(1): 1314-1323.
- [20] 周佳丽. 基于非线性受控电压源和非线性谐振子的无线电能传输系统和机理研究 [D]. 广州: 华南理工大学, 2020.
- [21] Zhu Huanjie, Zhang Bo, Wu Lihao. Output power stabilization for wireless power transfer system employing primary-side-only control [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 63735-63747.
- [22] Gu Yu, Wang Jiang, Liang Zhenyan, et al. Flexible constant-power range extension of self-oscillating system for wireless in-flight charging of drones [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2024, 39(11): 15342-15355.
- [23] 李争, 唐明磊, 解波, 等. 无线电能传输零电压开关角跟踪和动态电容补偿矩阵复合控制策略 [J]. *电工技术学报*, 2024, 39(12): 3602-3615.
- Li Zheng, Tang Minglei, Xie Bo, et al. Composite control strategy of zero voltage switch angle tracking and dynamic capacitance compensation matrix for wireless power transfer [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2024, 39(12): 3602-3615.
- [24] Jiang Yongbin, Wang Laili, Wang Yue, et al. Analysis, design, and implementation of accurate ZVS angle control for EV battery charging in wireless high-power transfer [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(5): 4075-4085.
- [25] Liang Zhijiang, Yang Lihui, Hao Xianglin, et al. Extending the strong-coupling region and enhancing the power conversion capability of the conventional three-coil pseudo-Hermitian WPT system by using double receivers [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2025, 40(10): 15922-15936.

(编辑 亢列梅)